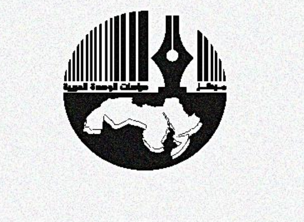




مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (١٣ / ج٤)

الرياضيات التحليلية
بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة

الجزء الرابع
الحسن بن الهيثم

المناهج الهندسية . التحويلات النقطية . فلسفة الرياضيات

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: د. محمد يوسف الحجيري

كتب أعلام وقادة الفكر العربي والعالمي
لمتابعة الكتب التي نصورها ونرفعها لأول مرة
على الروابط التالية

اضغط هنا منتدى مكتبة الاسكندرية

صفحتي الشخصية على الفيسبوك

جديد الكتب على زاد المعرفة 1

صفحة زاد المعرفة 2

زاد المعرفة 3

زاد المعرفة 4

زاد المعرفة 5

scribd مكتبتي على

مكتبتي على مركز الخليج

أضغط هنا مكتبتي على تويتر

ومن هنا عشرات آلاف الكتب زاد المعرفة جوجل

الرياضيات التحليلية

بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة

الجزء الرابع

الحسن بن الهيثم

المناهج الهندسية . التحويلات النقطية . فلسفة الرياضيات

تُرْجِمَتْ هـذِهِ الأعمـالُ ونُشِـرَتْ
بِدَعْمٍ ماليٍّ مِنْ مدينةِ الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية،
ضِمْنَ مبادرةِ الملك عبد الله لِلْمحتوى العَرَبِيّ





سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (١٣ / ج٤)

الرياضيات التحليلية

بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة

الجزء الرابع

الحسن بن الهيثم

المناهج الهندسية . التحويلات النقطيّة . فلسفة الرياضيات

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: د. محمد يوسف الحجيري
مراجعة: نزيه يوسف المرعبي

الفهرسة أثناء النشر ـ إعداد مركز دراسات الوحدة العربية

راشد، رشدي

الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة / رشدي راشد؛ ترجمة محمد يوسف الحجيري؛ مراجعة نزيه يوسف المرعبي.

٥ ج (ج ٤، ٩٢٠ ص). ـ (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١٣/ج٤)

محتويات: ج ٤. الحسن بن الهيثم: المناهج الهندسية، التحويلات النقطيّة، فلسفة الرياضيات.

ببليوغرافية: ص ٨٧٧ ـ ٨٨٩.

يشتمل على فهرس الأسماء والمصطلحات.

ISBN 978-9953-82-376-8 (vol. 4)

ISBN 978-9953-82-372-0 (set)

١. الرياضيات عند العرب ـ تاريخ. ٢. ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن البصري. أ. الحجيري، محمد يوسف (مترجم). ب. المرعبي، نزيه يوسف (مراجع). ج. العنوان. د. السلسلة.

510.1

العنوان الأصلي بالفرنسية

Les Mathématiques infinitésimales
du IX[ème] au XI[ème] siècle
vol. 4: Ibn Al-Haytham: Méthodes géométriques,
transformations ponctuelles et philosophie des mathématiques

par Roshdi Rashed

(London: Al-Furqān Islamic Heritage Foundation, 2002)

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: ٦٠٠١ ـ ١١٣
الحمراء ـ بيروت ٢٠٣٤ ٢٤٠٧ ـ لبنان
تلفون: ٧٥٠٠٨٤ ـ ٧٥٠٠٨٥ ـ ٧٥٠٠٨٦ ـ ٧٥٠٠٨٧ (٩٦١١+)
برقياً: «مرعربي» ـ بيروت، فاكس: ٧٥٠٠٨٨ (٩٦١١+)
e-mail: info@caus.org.lb Web Site: http://www.caus.org.lb

الطبعة الأولى

بيروت، ٢٠١١

المُحْتَوَيـــات

تقديم

الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة
في سلسلة تاريخ العلوم عند العرب
ضمن مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي

يطيب لي أن أقدِّم لهذه المجلدات الخمسة في الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، التي تُترجَمُ وتُنشَرُ بالتعاون بين **مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية ومركز دراسات الوحدة العربية**، في إطار مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي.

تهدف هذه المبادرة إلى إثراء المحتوى العربي عبر عدد من المشاريع التي تنفّذها مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية بالتعاون مع جهات مختلفة داخل المملكة وخارجها. ومن هذه المشاريع ما يتعلق بترجمة الكتب العلمية الهامة، بهدف تزويد القارئ العربي بعلم نافع يفيد في التوجّه نحو مجتمع المعرفة والاقتصاد القائم عليها، ومنها ما يتعلق برقمنة المحتوى العربي الموجود ورقياً وإتاحته على الشبكة العالمية، الإنترنت.

يُعَدُّ هذا العمل، الذي يستند إلى إحدى عشرة مخطوطة عربية، خطوة هامة في اكتشاف المخطوطات العربية العلمية وتحقيقها، وفي إظهار وتحليل مدرسة عربية أصيلة في الرياضيات التحليلية والهندسة والرياضيات المتناهية في الصغر، مع تتبع علمائها وتطورها وإنتاجها وأصالتها.

وتبيِّن هذه المجلدات بشكل جليٍّ أن الحضارة العربية الإسلامية واللغة العربية قد قادت عربة المعرفة في مجالات العلم نحو أربعة قرون، وهذا يؤكّد ما أقرّه العالِم جورج سارتون في كتابه المرجعي **مدخل في تاريخ العلم**، كما أوضحت هذه المجلدات، أن العلماء العرب والمسلمين لم يكونوا نَقَلَةً لعِلْمِ غيرهم فقط بل أنتجوا العلوم الأصيلة، وكان منهم عباقرة كابن الهيثم.

إن مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية سعيدة بصدور هذه المجلدات الخمسة. وأود أن أشكر المؤلف، وأشكر مركز دراسات الوحدة العربية على الجهود التي بذلها لتحقيق الجودة العالية في الترجمة والمراجعة، وعلى سرعة الإنجاز، كما أشكر زملائي في مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية الذين يتابعون تنفيذ مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي.

الرياض ١٠/٤/١٤٣٢ هـ

رئيس مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية

د. محمد بن إبراهيم السويل

حَوْلَ تَرْجَمَةِ هَذا الكِتابِ

بَعْدَ أن تَرْجَمْنا الجُزْءَ الثاني من هذا المؤلَّفِ المَوْسوعيِّ، الّذي يَقومُ فيه الأستاذ رشدي راشد بدراسةٍ منهجيّةٍ للرياضيّاتِ التَحْليليّةِ في الحقبةِ الذهبيّةِ للعلمِ العربيِّ، ها نحن اليوم نضعُ بين يَدَيِ القارئ الكريم ترجمةَ الجُزءِ الرابعِ من هذا الكتابِ الضخم.

وبَغَضِّ النَظَرِ عن المُحْتَوَى الرياضِيِّ-الفَلْسَفِيِّ البالغِ الأهَمِّيَةِ لِمُحْتَوى هَذا الجُزءِ، لا رَيْبَ في أنَّ القارِئَ سَيَكونُ مُنْدَهِشاً أمامَ عُمْقِ المَسائِلِ والوَسائلِ المُبْتَكَرَةِ والنَتائِجِ الّتي سيَجِدُها في أبْحاثِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ حول إعادَةِ تأسيسِ عِلْمِ الهَندَسَةِ عَلَى قاعدةِ تَبَنّي التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيّةِ ***(النقل)*** كَكائِناتٍ رياضِيَّة، وحول مَنْهَجِ ***التَحْليلِ والتَرْكيبِ والمَعْلوماتِ*** في الرياضِيَّاتِ، وحَوْلَ فَلْسَفَةِ ***هَنْدَسَةِ المَكانِ*** وتَعْريفِهِ. وسَيَجِدُ القارِئُ نَفْسَهُ مندهشاً أكثر عندما يلاحظُ أنّ تَعْريفَ ابنِ الهَيْثَمِ للمَكانِ لَيْس مَجَرّدَ بذورٍ "حَدْسِيَّةٍ" من ماضٍ سَحيقٍ لمفاهيمَ رياضيّةٍ مُستَقبَلِيَّةٍ قادِمَة، إنّما هو تَعْريفٌ شِبْهُ مُطابقٍ لِتَعْريفِ فريشي (*Frechet*) — الخاصِّ بالفضاءِ المِتْريِّ، ولَكِنَّهُ مَكتوبٌ بِلُغةِ عَصْرِ ابنِ الهَيْثَمِ!

لقد حاوَلْنا قَدْرَ الإمْكانِ في تَرْجَمَتِنا لِهَذا الجُزءِ اسْتِخْدامَ المُصْطَلَحاتِ الرِياضِيَّةِ والفلسفيّة الّتي اعْتَمَدَها ابنُ الهَيْثَمِ والّتي كانَت مُتَداوَلَةً في عَصْرِهِ (على سبيل المثال، يَستخْدِمُ ابنُ الهيثمِ كَلِمَتَيْ "وَضْع" و"قَدْر"، عوضاً عن كَلِمَتَيْ "موضع" و"مقدار" السائدَتَيْن اليوم؛ كما ترِد في النصِّ بعضُ المفاهيم الفلسفيّة المعروفة كالانقسام بالقوّة والانقسام بالفعل، الخ)، وحاوَلْنا كذَلِكَ قَدْرَ الإمْكانِ، أن نَنْتَقِيَ لِلمَفاهيمِ المُتَبَقِّيَةِ، أكْثَرَ المُصْطَلَحاتِ الرياضِيَّةِ (والفلسفيّة) انْتِشاراً وتَعْبيراً وبُعْداً عن اللَّبْسِ. وأحياناً قد تتفاوت المُصْطَلَحاتُ بِشِدَّة بين قَديمِها وحَديثِها، كَأَن يُقالَ مَثَلاً: عَمَلٌ هَنْدَسِيٌّ (أي بناء هَنْدَسِيّ) أو المناظر (أي عِلْم البَصَرِيّات)

أو هَيْئَةُ بطلَمْيوس (أي نموذج بطلَمْيوس الفلكيّ)...في هذه الحالةِ عَمَدنا إلى تَبَنّي التَسْمِيَةِ المُتَداوَلَةِ حاليّاً استِبْعاداً مِنّا لِلَّبْس، مع الإشارةِ إلى المُصْطَلَحِ القديم. وقد وَرَدَ في النَصِّ الأصْلِيِّ الفَرَنْسِيِّ لِهَذا الكِتابِ الكَثيرُ من المُصْطَلَحاتِ الرياضِيَّةِ الحَديثَةِ الّتي اعْتَمَدْنا، غالباً وليس حَصْراً، في نَقْلِها إلى العَرَبِيَّة عَلَى: ***مُعْجَمِ الرياضِيّات***، بوروفسكي – بورفاين، تَرْجَمَة عَليّ الأشهر، بيروت ١٩٩٥.

يردُ في النصِّ أحْياناً شَكْلا كِتابَةٍ مُختَلِفان للدَلالَةِ على تَسْمِيَةٍ أعْجَمِيَّةٍ واحدةٍ. وغالِباً ما يعودُ سَبَبُ ذلك إلى اختلافِ طريقةِ كتابةِ تلك التسميةِ في النصوصِ المَخْطوطيَّةِ المُختلِفَة. هذا ما نَجِدُهُ مثلاً في اسم منلاوس (منالاوس، مانالاوس). لقد عَمَدْنا في هذه الحالةِ إلى تَبَنّي ما هو أخَفُّ وَطأةً وأسْهَلُ كِتابةً.

ولّما كُنّا نُدْرِكُ جَيِّداً، كما يُدْرِكُ كُلُّ مَن نَقَلَ نُصوصاً رياضِيَّةً وعِلْمِيَّةً إلى العَرَبِيَّة، أنّ المَسْأَلَةَ في هذا المِضْمار مُعَقَّدَةٌ وتَكْتَنِفُها مَصاعِبُ شتَّى، فإنَّنا نَشْكُرُ سَلَفاً أيَّ نَقْدٍ بَنّاءٍ في هذا الإطار. كما نَلْفِتُ نَظَرَ القارِئ الكَريمِ إلى ضَرورَةِ قِراءَةِ كُلِّ الصِيَغِ الرياضِيَّةِ الوارِدَةِ في نَصِّ التَرْجَمَةِ من اليَسارِ إلى اليَمينِ، أيْ كما تُقْرَأُ باللُّغَةِ الفَرَنْسِيَّةِ.

وأخيراً، نَتَوَجَّهُ بالشُكْرِ إلى الأُسْتاذِ رُشْدي راشِد عَلَى مساعَدَتِهُ إيّانا في نَقْلِ هذا الجُزءِ إلى العَرَبِيَّةِ، ونَشْكُرُ الدكتورَ نَزيهَ المِرْعِبِيَّ عَلَى مُراجَعَتِهِ المُتَأَنِّيَّةِ والدَقيقَةِ لِنَصِّ التَرْجَمَةِ، ونَشْكُرُ كذلك الأُسْتاذَ بَدَوي المَبْسوط عَلَى نَصائِحِهِ وملاحَظاتِهِ، ونُعَبِّرُ عن امتناننا للأُستاذ رياض قاسم على تَصْويباتِهِ اللُّغَوِيَّةِ الكَريمة، كما نُنَوِّهُ بالجُهودِ الكَبيرَةِ المَشْكورَةِ لِلسَيِّدَةِ جاهِدَة الحُجَيْريّ الّتي قامَت بِكِتابَةِ التَرْجَمَةِ عَلَى الحاسوب وتَنْسيقِ الصِيَغِ الرياضِيَّةِ والرُسومِ، فَضْلاً عن تَبَرُّعِها بِتَشْكيلِ النَصِّ المُترجَمِ كُرمَى لِذِكْرى ابنِ الهَيْثَمِ.

المُتَرْجِم

طرابلس – لبنان، كانون الثاني ٢٠١١

فاتِحَة

سادَ بَيْنَ مُؤَرِّخي العُلومِ والرياضِيّاتِ الظَنُّ بأنّ الهَنْدَسَةَ أصابَها الرُكودُ والانحِطاطُ بَعْدَ عَصْرٍ ذَهَبِيٍّ عاشَتْهُ في الإسكندريَّةِ إبّان القَرْنِ الثالِثِ قَبْلَ الميلادِ، تَأَلَّقَتْ في سَمائِهِ نُجومُ أقليدس وأرشميدس وأبلونيوس، وَظَلَّ الأمْرُ عَلَى هَذِهِ الحالِ من الرُكودِ حَتَّى ظَهَرَ ديكارت وفرما وپسكال في القَرْنِ السابعِ عَشَرَ. وحَسبَ هَذا الظَنِّ لم تَضِفِ الفَتْرَةُ الإسْلامِيَّةُ في البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ الجَديدَ إلَى ما أتَى بِهِ القُدَماءُ، أو عَلَى الأقلِّ لم تَضِفْ ما هُوَ جَوْهَرِيٌّ وأَصيلٌ.

وَظَلَّ — وما زالَ — هَذا الرَأْيُ سائِداً بَيْنَ جَمْهَرَةِ المُؤَرِّخينَ، فَكَتَبَ أَحَدُهُم في مُنْتَصَفِ القَرْنِ المُنْصَرِمِ: "بَعْدَ انحِطاطِ واختِفاءِ المَدْرَسَةِ الهَنْدَسِيَّةِ السَكَنْدَرِيَّةِ، تَبَعْثَرَتْ أكْثَرُ مُؤَلَّفاتِ مُهَنْدِسي اليُونانِ أهَمِيَّةً، وتَوَقَّفَ تَأْثيرُهُم سَريعاً. ومع بِدايَةِ القَرْنِ الثامِنِ، استَقْبَلَ العَرَبُ أغْلَبَ الأعْمالِ العِلْمِيَّةِ اليُونانيَّةِ الَّتي أمْكَنَهُم العُثورُ عَلَيْها وتَرْجَموها. وإن كانَ حالَفَهُم النَجاحُ فَأَكْمَلوا بَعْضَ نِقاطِ أعْمالِ رِياضِيِّ اليُونانِ في الحِسابِ والجَبْرِ وحِسابِ المُثَلَّثاتِ، فَيَبْدو أنَّهُم لم يَتَجاوَزوا في الهَنْدَسَةِ دَوْرَ المُتَرْجِمينَ الناقِلين. ولَكِنْ عَلَيْنا أن نَعْتَرِفَ لَهُم بالجَميلِ لِمُساهَمَتِهِم في صِيانَةِ جُزْءٍ من تُراثِ مُهَنْدِسي اليُونانِ الثَمينِ ونَقْلِهِ إلَيْنا"[١]. وجَرَى اعتِقادُ المُؤَرِّخين عَلَى هَذا مُنْذُ نِصْفِ قَرْنٍ. ولَكِنَّ هَذا الظَنَّ لم يَصْدُرْ عن كُلِّ من قالَ بِهِ عن هَوًى في نَفْسِهِ، بل في أكْثَرِ الأحْوالِ عن قُصورِ المَعْرِفَةِ بتاريخِ الهَنْدَسَةِ في الفَتْرَةِ الإسْلامِيَّةِ. فَهُوَ إذاً لا يُعَبِّرُ عمّا وَصَلَ إلَيْهِ البَحْثُ الهَنْدَسِيُّ بالعَرَبِيَّةِ بَيْنَ القَرْنِ التاسِعِ والقَرْنِ السادِسِ عَشَرَ، ولَكِنَّهُ يَعْكِسُ تَهافُتَ المَعْرِفَةِ التاريخِيَّةِ وقُصورَها. ولَيْسَتْ هَذِهِ هِيَ المَرَّةُ الأُولَى ولا الحالَةُ الوَحيدَةُ الَّتي يُحكَمُ

---

[١] انْظُرْ:

R. Taton, “La géométrie projective en France de Desargues à Poncelet”, Conférence faite au Paris de la Découverte le 17 février 1951, p. 1-21, aux pages 6-7.

فيها عَلَى وَقائِعِ التاريخِ من خِلالِ المَعْرِفَةِ القاصِرَةِ بها.

وأَخَذْتُ في زَمَنِ الحَداثَةِ مع الآخِذين بِهَذا الرَأْيِ، وَبَدا لي مع ذَلِكَ أنّ بَعْضَ جَوانِبِ الهَنْدَسَةِ العَرَبِيَّةِ الَّتي بَيَّنَها أفاضِلُ المُؤَرخين من أمْثالِ ف. ڤيبكة في مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ عَشَرَ، و هـ. سوتر في القَرْنِ الماضي، وا. يوشكڤتش وتَلاميذُهُ في النِصْفِ الثاني من القَرْنِ الماضي لا يُمْكِنُهُ أن يُزَعْزِعَ هَذا الرَأْيَ وإن خَفَّفَ من حِدَّتِهِ.

وتَصَرَّمَ الزَمَنُ وتَفانَتِ الأيّامُ، وأنا مُسْتَهْلَكٌ في كِتابَةِ تاريخِ نَظَرِيَّةِ الأعْدادِ الَّتي كان يُقالُ إنّ المُساهَمَةَ العَرَبِيَّةَ فيها لَيْسَت بِذاتِ بالٍ، فَبَيَّنْتُ عَكْسَ ذَلِكَ، وفي تاريخِ الجَبْرِ، فَرَسَمْتُ من جَديدٍ خَطَواتِ تَطَوُّرِهِ[٢]، وفي تاريخِ الهَنْدَسَةِ الجَبْرِيَّةِ[٣]، فَأَوْضَحْتُ مَتَى أُسِّسَت وأَيْنَ انتَهَت، وفي تاريخِ الهَنْدَسَةِ والمَناظِرِ. فَقادَني هَذا البَحْثُ إلَى السُؤالِ: كَيْفَ تَمّ هَذا الإبْداعُ الرياضِيُّ بَيْنَما ظَلَّ البَحْثُ الهَنْدَسِيُّ راكِداً خامِلاً؟ وهَلْ يُمْكِنُ هَذا؟ أعْني هَلْ من المُمْكِنِ أن تَصِلَ الهَنْدَسَةُ الجَبْرِيَّةُ خاصَّةً إلَى ما وَصَلَتْ إلَيْهِ مع عُمَرَ الخَيّامِ وشَرَفِ الدين الطوسِيِّ بدونِ أن يَتَقَدَّمَ البَحْثُ في فُروعِ الهَنْدَسَةِ الأُخْرَى؟ وهُنا تَيَقَّنْتُ أنَّ ما قيلَ عن تاريخِ الهَنْدَسَةِ العَرَبِيَّةِ لا يُمْكِنُ أن يَكونَ صَحيحاً. ومن ثَمّ، كانَ حَقّاً عَلَيَّ واجباً أن أنْهَجَ نَهْجاً جَديداً مُسْتَتِبّاً للتأريخِ لِهَذِهِ الفَتْرَةِ، لِبَيانِ ما أَتَى بِهِ رِياضِيّو الإسْلامِ من

---

[٢] انْظُرْ:

Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī, Œuvres mathématiques. Algèbre et Géométrie au XII^e siècle, Collection «Sciences et philosophie arabes – textes et études», 2 vol.(Paris, 1986).

انْظُرْ كَذَلِكَ التَرْجَمَةَ العَرَبِيَّةَ: *الجَبْرُ والهَنْدَسَةُ في القَرْنِ الثاني عَشَرَ، مُؤَلَّفاتُ شَرَفِ الدين الطوسيِّ*، تَرْجَمَةُ نقولا فارس، سِلْسِلَة تاريخِ العُلومِ عِنْدَ العَرَبِ (٥) (بيروت، ١٩٩٨).

[٣] انْظُرْ:

Entre arithmétique et algebre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes (Paris, 1984).

انْظُرْ كَذَلِكَ التَرْجَمَةَ العَرَبِيَّةَ: *تاريخُ الرياضِيّات العَرَبِيَّةِ بَيْنَ الجَبْرِ والحِساب*، تَرْجَمَةُ حسين زين الدين، سِلْسِلَة تاريخِ العُلومِ عِنْدَ العَرَبِ (١) (بيروت، ١٩٨٩).

جَديدٍ، ولإيضاحِ ما وَقَفوا دونَهُ وما هِيَ العَقَباتُ الَّتي حالَت بَيْنَهم وبَيْنَ الذَهابِ إلَى أبْعَدَ مِمّا ذَهَبوا إلَيْهِ. وَبَدا لي أمامَ ضَخامَةِ الإرْثِ الهَنْدَسِيِّ ونَدْرَةِ ما خَرَجَ مِنْهُ مُحَقَّقاً تَحْقيقاً مُتَأَنِّياً ومَدْروساً حَسبَ ما تَقْضيهِ مَعاييرُ الدِراسَةِ العِلْمِيَّةِ، أن أُرَكِّزَ الجُهْدَ عَلَى مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ الهَنْدَسِيَّةِ، عَلَى شَرْطِ أن أضَعَها – عَلَى قَدْرِ الإمْكانِ – في التَقْليدِ الرياضِيِّ الَّذي انتَمَى إلَيْهِ مُؤَلِّفُها والتَيّارِ العِلْمِيِّ الَّذي أرادَ أن يَصِلَ بِهِ إلَى مُنْتَهاه. وأحْبَبْتُ بِهَذا أن يَكونَ بَيْنَ أيْدي المُؤَرِّخين، إن وُفِّقْتُ في هَذا العَمَلِ وحالَفَني الحَظُّ، صَرْحٌ مُتَكامِلٌ، لا مُجَرَّدَ مُقْتَطَفاتٍ ونُتَفٍ من هُنا وهُناك، يَبْنون عليه كِتاباتِهم وما يُريدون من آراء، ولكن عَلَى بَيِّنَةٍ، وهَكَذا يُلْزِمُهُم حُكْمُهُم، وحَتَّى عَلَى هَذا الجُهْدِ الاعتِقادُ أنّ تاريخَ الرياضِيّاتِ، لن يَصِلَ إلَى ما يَجِبُ أن يَكونَ عَلَيْهِ من مَوْضوعِيَّةٍ وكَمالٍ إن لم يُؤْخَذْ في الحُسْبانِ ما أتَى بِهِ رياضِيّو الإسْلامِ.

وهَكَذا كانَ – وما زالَ – قَصْدُ هَذا الكِتابِ في *الرياضِيّاتِ التَحْليلِيَّةِ بَيْنَ القَرْنِ الثالِثِ والقَرْنِ الخامِسِ* لِلهجرَةِ. ففي السِفْرِ الأوَّلِ مِنْهُ، بَيَّنْتُ كَيْفَ بَعَثَ الرياضِيّون بِدْءاً من بَني موسَى وثابتِ بنِ قُرَّة فَصْلاً من الهَنْدَسَةِ كانَ قد تَوَقَّفَ في القَرْنِ الثالِثِ قَبْلَ الميلادِ عِنْدَ أرشميدس، وهُوَ فَصْلُ هَنْدَسَةِ اللامُتَناهِياتِ، وشَرَحْتُ كَيْفَ جَدَّدَ عُلَماءُ القَرْنِ التاسِعِ والعاشِرِ هَذا الفَصْلَ، وذَلِكَ بِإدْخالِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ والمَجاميعِ الحِسابِيَّةِ. أمّا السِفْرُ الثاني فَتَضَمَّنَ ما أتَى بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا الفَصْلِ في مَجالِ مِساحَةِ السُطوحِ والحُجومِ المُنْحَنِيَةِ، وأيضاً في مَيْدانَيْنِ لم يَكُنِ البَحْثُ قد تَقَدَّمَ فيهما تَقَدُّماً مَلْحوظاً قَبْلَهُ، أعْني "الزاوِيَةَ المُجَسَّمَةَ" و"الهِلالِيّاتِ".

ورَأَيْنا في السِفْرِ الثالِثِ كَيْفَ تَكَوَّنَ فَصْلٌ جَديدٌ في "الأعْمال الهَنْدَسِيَّةِ بالقُطوعِ المَخْروطِيَّةِ" ساهَمَ في بِنائِهِ العَديدُ من الرياضِيِّين من أمْثالِ أبي الجودِ بنِ اللَّيْثِ، وابنِ سَهْلٍ، والسِجْزِيِّ، والقوهِيِّ، والصاغانِيِّ، وابنِ الهَيْثَمِ. فهَذا المَيْدانُ

لم يَتضَمَّنْ قَبْلَ هَذِهِ الفَتْرَةِ إلاّ أعْمالاً مُتَفرِّقَةً هُنا وهُناك بدونَ وَحْدَةٍ تَجْمَعُها. أوْضَحْتُ في هَذا السِفْرِ أيضاً كَيْفَ واصَلَ ابنُ الهَيْثَمِ البَحْثَ النَظَرِيَّ في القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ، وكَيْفَ شارَكَ في إقامَةِ "الهَنْدَسَةِ العَمَلِيَّةِ" عَلَى أُسُسٍ مَتينَةٍ.

وسَيَجِدُ القارِئُ في السِفْرِ الرابِعِ، الَّذي نَضَعُهُ اليَوْمَ بَيْنَ يَدَيْهِ، فُصولاً أُخْرَى في الهَنْدَسَةِ نَضِجَت وآتَت أُكُلَها عِنْدَ رياضِيِّي هَذِهِ الفَتْرَةِ خاصَّةً ابنِ الهَيْثَمِ، فيما يُعالِجُ هَذا الأخيرُ "التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةَ" و"الفَنَّ التَحْليلِيَّ"، وكذَلِكَ يَضَعُ عِلْماً جَديداً تَصَوَّرَهُ لإقامَةِ الهَنْدَسَةِ عَلَى أُسُسٍ ومَفاهيمَ تَتَضَمَّنُ مَفْهومَ الحَرَكَةِ، مُخالِفاً بِهَذا التَصَوُّرَ الأقْليدِسِيَّ، وسَمَّى هَذا العِلْمَ بِ"**المَعْلومات**". وباخْتِصارٍ سَيَجِدُ القارِئُ في هَذا السِفْرِ فُصولاً في "التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ" و"مَناهِجِ الهَنْدَسَةِ" وفَلْسَفَتِها. وفَلْسَفَةُ الرياضِيّاتِ هَذِهِ هِيَ لَيْسَت فَلْسَفَةً صاغَها الفَلاسِفَةُ، ولَكِنَّها فَلْسَفَةُ رياضِيِّين مُبْدِعين، فهِيَ جُزْءٌ من المُمارَسَةِ الرياضِيَّةِ والفِكْرِ الفَلْسَفِيِّ في نَفْسِ الوَقْتِ.

ويَتَضَمَّنُ هَذا السِفْرُ إحْدَى عَشْرَةَ رِسالَةً، منها سِتُّ رَسائِلَ لابنِ الهَيْثَمِ قُمْتُ بِتَحْقيقِها وتَرْجَمَتِها وتَحْليلِها والتَأريخِ لِما فيها من نَظَرِيّاتٍ رياضِيَّةٍ لأوّلِ مَرَّةٍ؛ وهَذِهِ الرَسائِلُ هِيَ ***في خَواصِّ الدَوائِرِ***، ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***، ***في المَعْلوماتِ***، ***في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ***، ***في خَواصِّ المُثَلَّثِ من جِهَةِ العَمودِ***، و***في المَكانِ***.

وأحْبَبْتُ أن أسيرَ في هَذا السِفْرِ عَلَى نَفْسِ النَهْجِ الَّذي سَلَكْتُهُ في الأسْفارِ الثَلاثَةِ السابِقَةِ، وهُوَ وَضْعُ ما أتَى بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ في التَقْليدِ العِلْمِيِّ الَّذي انتَمَى إلَيْهِ، والَّذي هَيَّأ له السَبيلَ إلَى بُلوغِ ما قَصَدَهُ. فَكِتابُهُ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** عَلَى سَبيلِ المِثالِ هُوَ جُزْءٌ من تَقْليدٍ بَدَأَهُ ثابتٌ بنُ قُرَّة، ازدَهَرَ ونَضِجَ مع حَفيدِهِ ابراهيمَ بنِ سِنانٍ، فهُوَ الَّذي كَتَبَ أوّلَ رِسالَةٍ جَوْهَرِيَّةٍ مُتَكامِلَةٍ في هَذا المَيْدانِ، وتلا كُلاًّ من ثابتٍ بنِ قُرَّةٍ وحَفيدِهِ أحْمَدُ بنُ عَبْدِ الجَليلِ السِجْزِيُّ، ثمّ ابنُ الهَيْثَمِ فيما بَعْد. فمن الواضِحِ الجَلِيِّ أنّه لا يُمْكِنُ فَهْمُ رِسالَةِ ابنِ الهَيْثَمِ في هَذا المِضْمارِ

وَوَضْعُها وَضْعَها الصَحيحَ إلاّ بَعْدَ الدِراسَةِ المُتَأَنِّيَةِ لِهَذِهِ النُصوصِ، أو بِالأَحْرَى إلاّ بَعْدَ تَحْقيقِ هَذِهِ النُصوصِ وتَحْليلِها وتَفْسيرِها. وكانَ قد سَبَقَ لي بِالتَعاوُنِ مع تِلْميذَتي الدكتورة هيلن بلوستا أن أخْرَجْنا رِسالَةَ ابراهيمَ بنِ سِنانٍ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***. وسَبَقَ أيضاً أن نَشَرَ المَرْحومُ أحْمَدُ سليم سعيدان رِسالَةَ ثابِتٍ بنِ قُرَّة ورِسالَةَ السِجْزِيِّ. فقد تَنَبَّهَ الأُسْتاذُ سعيدان إلَى أهَمِيَّةِ هاتَيْنِ الرِسالَتَيْنِ، فأرادَ الإسْراعَ بالتَعْريفِ بِهِما وتَقْديمِهِما بدونِ تَأخيرٍ لِلقارِئِ حَتَّى يَسْتَفيدَ ويُفيدَ، فَبَذَلَ بِهَذا جُهْداً مَشْكوراً. ولَكِنَّهُ لم يَسْتَطِعْ تَجَنُّبَ الكَثيرِ من الأخْطاءِ، وخاصَّةً عِنْدَ نَشْرِ نَصِّ السِجْزِيِّ، فهُوَ يَتَضَمَّنُ الكَثيرَ من العَقَباتِ اللُّغَوِيَّةِ والرِياضِيَّةِ. وجاءَ بَعْدَ الأُسْتاذِ سعيدان وبَعْدَ أن تُوُفِّيَ من لا تُؤَهِّلُهُ مَعْرِفَتُهُ بالعَرَبِيَّةِ تَصْحيحَ ما نُشِرَ، فأَدْخَلَ عَلَى النَصِّ العَديدَ من الأخْطاءِ الجَديدَةِ ووَضَعَ اسْمَهُ عَلَيْهِ. فكانَ عَلَيِّ أن أقومَ مَرَّةً أُخْرَى بِتَحْقيقِ هَذَيْنِ النَصَّيْنِ، أعني رِسالَةَ ثابِتٍ بنِ قُرَّة ورِسالَةَ السِجْزِيِّ، تَحْقيقاً مُتَأَنِّياً، وأن أُعَلِّقَ عليهما، وأن أُبَيِّنَ ما اسْتَغْلَقَ من عِباراتِهِما، وأن أُقيمَ ما يَتَضَمَّناهُ من رِياضِيّاتٍ. وهَكَذا سَيَكونُ بَيْنَ أيْدي المُؤَرِّخين كُلُّ ما كُتِبَ بالعَرَبِيَّةِ عن *التَحْليلِ والتَرْكيبِ* ووَصَلَ إلَيْنا.

وحَتَّى يُمْكِنَنا وَضْعُ ما أتَى بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ وَضْعَهُ الصَحيحَ، حَقَّقْنا نَصّاً آخَرَ لِلسِجْزِيِّ، وكذَلِكَ ما استَعارَهُ المُؤْتَمَنُ بنُ هود من رِسالَتَيِ ابنِ الهَيْثَمِ "***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***" وفي "***المَعْلومات***"، ثمّ أتْبَعْنا هَذا بالنَصِّ الحادي عَشَرَ وهُوَ لِعَبْدِ اللّطيفِ البَغْدادِيِّ. فقد كَتَبَ هَذا الفَيْلَسوفُ كِتاباً كامِلاً يَنْتَقِدُ فيهِ رِسالَةَ ابنِ الهَيْثَمِ وتَصَوُّرَهُ لِمَفْهومِ المَكانِ، ويُدافِعُ فيهِ عن النَظْرَةِ الأرِسْطِيَّةِ. فَحَقَّقْتُ هَذا النَصَّ أيضاً لأوّلِ مَرَّةٍ وقَدَّمْتُ له وتَرْجَمْتُهُ حَتَّى يَقِفَ القارِئُ بِنَفْسِهِ عَلَى وُجوهِ التَعارُضِ بَيْنَ فَلْسَفَةِ الرياضِيِّ وفَلْسَفَةِ الفَيْلَسوفِ.

وأنا لَسْتُ في رَيْبٍ من أنّ عَمَلي هَذا لا زالَت تَشوبُهُ بَعْضُ الشَوائِبِ والأخْطاءِ، فأرجو من القارِئِ العَفْوَ والغفرانَ؛ وعُذْري أنّي بَذَلْتُ جُهْدي حسبَ

طاقَتِي، وتَحَرَّيْتُ صوابَ ما استَطَعْتُ.

وأرَدْتُ أن أجْعَلَ عَمَلي في هَذِهِ الأسْفارِ الأرْبَعَةِ وفي الأسْفارِ الباقِيَةِ، إن شاءَتِ الأقْدارُ، مُشارَكَةً في إحْياءِ تُراثِ جُزْءٍ من حَضارَةِ الإنسانِ، قامَت به شُعوبٌ أوتِيَت في ذَلِكَ الزَمَنِ الكَثيرَ من الجَدِّ والقُدْرَةِ. فإن كانَ لي أن أُنْهِيَ هَذِهِ الفاتِحَةَ بِدُعاءٍ فهُوَ أن تُساعِدَ هَذِهِ الأسْفارُ في كِتابَةِ تاريخِ هَذِهِ الفَتْرَةِ من التُراثِ الإنْسانِيِّ بما يَليقُ من مَوْضوعِيَّةٍ وبُعدٍ عن الأهْواءِ، وأن تُساهِمَ، عَلَى تَواضُعِها، في إيقاظِ وَرَثَةِ تِلْكَ الشُعوبِ من سُباتٍ دام عِدَّةَ قُرونٍ، حَتَّى تُشارِكَ من جَديدٍ في بناءِ اليَوْمِ والغَدِ.

ويُسْعِدُني مَرَّةً أُخْرَى أن أُقِرَّ بِفَضْلِ كُلٍّ من أعانَني عَلَى مُواصَلَةِ هَذا الجُهْدِ بِعِلْمِهِ وبِقَلْبِهِ.

رُشْدي راشِد

باريس — ديسمبر ٢٠٠١ — شوّال ١٤٢٢

تَمْهيدٌ

في مَعْرِضِ تَناوُلِهِ لِمُؤَلَّفاتِ وعَناوِينِ كِبارِ هَنْدَسِيِّي العَصْرِ الهِلِّينِيِّ القَـديمِ، يَكْتُبُ ميشالُ شال (Michel Chasles) في لَمْحَتِه التاريخيَّةِ المُتْقَنةِ ما يَلي:

"... لاحِقاً وعَلَى امْتِدادِ قَرْنَيْنِ إِلَى ثَلاثَةِ قُرونٍ، تَوَالَى شارِحون مِمَّن نَقَلوا إِلَيْنا أَعْمالَ وأَسْماءَ هَنْدَسِيِّين مِن العَصْرِ القَديمِ؛ وسَادَت عَقْـبَ ذَلِـكَ قُـرونُ الجَهْلِ، فَدَخَلَ عِلْمُ الهَنْدَسةِ في سُباتٍ عِنْدَ العَرَبِ والفُرْسِ إِلَى أنْ حَـلَّ عَـصْرُ النَهْضَةِ في أوروبا"[١].

يوردُ ميشالُ شال هَذا الحُكمَ عَن قَناعةٍ راسِخَةٍ لا يُخامِرُها شَـيْءٌ مِـن الشَكِّ، مُعَبِّراً بذَلِكَ عَن تَصَوُّرٍ كانَ سائداً في أوْسَاطِ مُؤَرِّخي مُنْتَـصَفِ القَـرْنِ التاسعِ عَشَرَ، أكْثَرَ مِمَّا كانَ يُعَبِّرُ بكَلامِه عَن وَقائعَ تاريخِيَّةٍ دامِغَةٍ. ولَمَّا كانَـت الأبحاثُ في تاريخِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ الإسْلاميِّ القَديمِ نادِرةً ومُبَعْثَرَةً، فلا يُدْهِـشُنا في هَذِهِ الحالةِ أنْ يَتَحَوَّلَ حُكْمُ ميشالَ شال المَذْكورُ إِلَى رَأْيٍ سائدٍ. ويُطالِعُنا بالتالي هَذا الرَأْيُ تَكْراراً في المُقَدِّماتِ التاريخِيَّةِ لِكُتُبِ الهَنْدَسَةِ التَعْليمِيَّةِ، عَلَى مِثالِ كِتابِ ديلتيل (R. Deltheil) وكير (D. Caire)[٢] ، حَتَّى أنّه ما زالَ يُطالِعُنا أحيانـاً، وفي أيّامِنا هَذِهِ، في بَعْضِ كِتاباتِ مُؤَرِّخي الهَنْدَسَةِ. غَيْرَ أنّ التَطَوُّرَ اللاّحِقَ في مَجالِ المَعارِفِ التاريخِيَّةِ، ورَغْمَ بُعدِهِ عَن المُسْتَوَى المُرْضِي، قَدْ وَجَّهَ بالوَقائعِ المَلْموسَـةِ الضَرباتِ الأُولَى لِهَذا الحُكْمِ المُسْبَقِ السائِدِ آنذاك. وباخْتِصارٍ، نَجِدُ حالِيّاً، لَدَى

---

[١] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٢٣ من:

M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie,* 3e éd. (Paris, 1889).

[٢] انْظُرْ:

R. Deltheil et D. Caire, *Géométrie et compléments* (Paris, 1989).

غالبيَّةِ مُؤَرِّخي العُلومِ، أنّ الرَّأْيَ الَّذي رَفَعَ رايَتَهُ ميشالُ شال قَدْ أَخْلَى المَكَــانَ لرَأْيٍ آخرَ أَكْثَرَ تَفْصيلاً، ولَكِن بدون أنْ يَكونَ هَذا الرَّأْيُ أَكْثَرَ مُراعاةً للحَقيقَةِ. ويُخْتَصَرُ هَذا الرَّأْيُ الجَديدُ عَلَى الوَجْهِ التالي: رَغْمَ كَوْنِ هَنْدَسِيِّي الحِقْبَةِ العَرَبيَّةِ لم يَبْلُغوا قَطُّ المُسْتَوى الهَنْدَسِيَّ الرَفيعَ الَّذي بَلَغَهُ كِبارُ رجالاتِ التَقْليدِ الهيلِّــينيِّ، فَهُم يَسْتَحِقُّون عَلَى الأقلِّ التَقْديرَ لأنّهم أدْرَكوا أهَمِيَّةَ هَذا المُسْتَوَى وحــافَظوا عَلَيْهِ جَوْهَراً وشَكْلاً، وُصُولاً إِلَى إغْنائِهِ ببَعْضِ التَفاصيلِ المُلْفِتَةِ!. ويُذْكَرُ في هَذا السِيَاقِ اِسْمُ كُلٍّ مِن ثَابتٍ بنِ قُرَّة ونَصيرِ الدين الطُوسِيِّ. يَبْدو هَذا الأُسْلوبُ في النَظَرِ إِلَى مُسَاهَمَةِ هَنْدَسِيِّي الحِقْبَةِ العَرَبيَّةِ أَكْثَرَ تَفْصيلاً، لَكِنَّه أَيْضاً أَكْثَرُ انتِقائِيَّةً، إذ إنّه يَسْتَنِدُ في الواقِعِ إِلَى المَنْطِقِ القَديمِ نَفْسِهِ: أي أنْ نَتَوَقَّفَ عِنْدَ عَتَبَةِ المَسائِلِ، قَبْلَ عَرْضِ المَعاييرِ وشَرْحِ الأسْبابِ الّتي كانَ لها أنْ تُؤدّي إِلَــى هَــذا الإسْــهامِ المُتواضِعِ في الهَنْدَسَةِ. وبالفِعْلِ فَلِماذا اقتصَرَ عَمَلُ هَنْدَسِيِّي الحِقْبَةِ الإسْلاميَّةِ، وَفْقَ أنْصارِ هَذا الرَّأْيِ، عَلَى لَعِبِ دَوْرِ الحافِظِ الأمينِ للإرْثِ الهَنْدَسِيِّ الهِلِّينِيِّ، رَغْــمَ كَوْنهم قَدْ حَقَّقوا إنْجازاتٍ مُتَقَدِّمَةً كَثيرَةً في شَتَّى المَيــادينِ الأُخْــرَى كــالجَبْرِ ونَظَرِيَّةِ الأعْدادِ وحِسابِ المُثَلَّثاتِ الخ ...؟ كَيْفَ لَنا أنْ نُفَــسِّرَ اِنْعِــدامَ التَــأثيرِ المَلْموسِ للتَقَدُّمِ الكَبيرِ في هَذِهِ المَيادينِ وفي العُلومِ الّتي تَعْتَمِدُ عَلَى الرِيَاضِــيَّات – كعِلْمَي الفَلَكِ والبَصَرِيّاتِ –، عَلَى البَحْثِ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ؟ ولماذا كانَ الاسْتِثْناءَ الوَحيدَ في هَذا المِضْمارِ، وَوَفْقاً لمُؤَرِّخي الرِياضِيَّات، هُوَ التَطَوُّرُ المُتَعَلِّقُ بنَظَرِيَّــةِ المُتَوَازِيَاتِ؟

وبُغْيَةَ فَهْمِ كَيْفِيَّةِ تَشَكُّلِ هَذا الرَّأْيِ بالذاتِ، يُمْكِنُنا الرُجوعُ في ذَلِكَ إِلَى أيديولوجيَّةِ المُؤَرِّخِ وإِلَى ضَعْفِ البَحْثِ التاريخِيِّ في هَذا المِضْمارِ وإِلَــى اتِّــساعِ مَجالِ التَقَصِّي الَّذي لم يَحْظَ غالباً إلاّ بنَظْرَةٍ ضَيِّقَةٍ ومُجْتَزَأَةٍ: حَيْثُ يَجْري تَناوُلُ الهَنْدَسِيِّين بِشَكْلٍ يَكونُ فيهِ واحِدُهُم مُنْفَصِلاً عَــن الآخَــرين، وتَــتِمُّ تَجْزِئَــةُ

إسْهاماتِهم في أغْلَبِ الأحْيانِ، فَيَحُولُ هَذا التَشْتيتُ بالتالي دونَ إبْرازِ العَقْلانيَّةِ الرِيَاضِيَّةِ الكامِنَةِ في هَذا التَقْليدِ، لا سِيَّما أنّ تَطَوُّرَ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ في الحِقْبَةِ الإسْلامِيَّةِ قَدْ يَبْدو مُفارِقاً إلَى حَدٍّ ما.

لقَدْ كانَ هَنْدَسِيُّو الحِقْبَةِ الإسْلامِيَّةِ وَرَثَةً لِهَنْدَسِيِّي اليونان، ولرُبَّما اسْتَطَعْنا القَوْلَ إنَّهم أخَذوا عَن هَؤلاءِ حَصْراً. وَيَبْقَى عِلْمُ الهَنْدَسَةِ في القَرْنِ التاسعِ عَصِيّاً عَلَى الدِراسَةِ أمامَ مَن غابَت عَنْهُ أعمالُ إقليدسَ وأرشميدسَ وأبلونيوسَ ومنلاوسَ ... تِلْكَ الأعْمالُ المُتَرْجَمَةُ إلَى العَرَبِيَّة. ويَفْرِضُ السَعْيُ إلَى فَهْمِ الرابطِ بَيْنَ هاتَيْن الفَتْرَتَيْن مِنَ التاريخِ أنْ نَتَفَحَّصَ في البَدْءِ بِعَيْنٍ نَقْدِيَّةٍ كَيْفِيَّةَ تَوْظيفِ الهَنْدَسِيِّين لهَذا الإرْثِ الضَخْمِ ابتِداءً مِنَ القَرْنِ التاسعِ.

إنّها مُهِمَّةٌ ضَخْمَةٌ تقْتَضي سَبْرَ أغْوارِ العَلاقَةِ بَيْنَ الأعْمالِ الهَنْدَسِيَّةِ في التَقْليدَيْنِ اليونانيِّ والعَرَبيِّ. ونَرْجو أنْ تُساهِمَ مُجَلَّداتُ هَذا الكِتابِ في تَحْقيقِ هَذا الهَدَفِ. لأنّ تِبْيانَ هَذِهِ العَلاقَةِ لَيْسَ ضَروريّاً فَحَسْب للإحاطَةِ بتاريخِ الهَنْدَسَةِ مُنْذُ التَقْليدِ اليونانيِّ وحَتَّى القَرْنِ الثامنِ عَشَرَ عَلَى الأقلِّ، بَلْ لأنّه لا يُمكنُ الاستِغْناءُ عن هذا التِبْيانِ إذا ما أَرَدْنَا تَعْيينَ وَضْعِ إسهامِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ العَرَبيِّ بدِقَّةٍ. وهَذا هُوَ السَبيلُ الّذي يَنْبَغي أنْ نَتَّبِعَهُ إذا ما أَرَدْنَا تَجَنُّبَ تَأْريخٍ مَكْتوب بأَسْوَأِ الأساليبِ، أي بالأُسْلوبِ التَلْفيقِيِّ: حَيْثُ يُخْتَزَلُ الإنْتاجُ المَكْتوبُ باللُّغَةِ العَرَبيَّةِ فيُرَدُّ إلَى الأعْمالِ اليونانيَّةِ، أو حَيْثُ تُكْتَشَفُ أَيْضاً بُذورُ عِلْمٍ هَنْدَسِيٍّ مُسْتَقْبَلِيٍّ ولَكِن دائماً عَلَى شَكْلِ أجزاءٍ مُبَعْثَرَةٍ وَوَفْقَ الحالَةِ المَدْروسَة.

ولِكَيْ نَتَأَمَّلَ المَشْهَدَ، يَبْدو أنّه مِن الأفْضَلِ أنْ نَعودَ أدْراجَنا إلَى القَرْنِ الثاني عَشَرَ، وذَلِكَ عَلَى الرُغْمِ مِن أنّ البَحْثَ الهَنْدَسِيَّ باللُّغَةِ العَرَبِيَّةِ كانَ قَدْ بَدَأَ

قَبْلَ ذَلِكَ الوَقْتِ بِثلاثَةِ قُرونٍ. وهَذا المَشْهَدُ الّذي يَخْتَلِفُ كَثيراً عَن نَظيرِهِ في القَرْنِ الثالِثِ قَبْلَ الميلادِ، يَبْدو أَيْضاً أكْثَرَ اتِّساعاً مِنْهُ إلى حَدٍّ كبير. لَقَدْ تَضَمَّنَت خارِطَةُ الهَنْدَسَةِ في القَرْنِ الثاني عَشَرَ كُلَّ نَواحِي الهَنْدَسَةِ الهِلِّينيَّة، لَكِنَّنا نَجِدُ فيها أَيْضاً مَيادينَ لم تَطَأْها قَدَمٌ وهِيَ: الهَنْدَسَةُ الجَبْرِيَّةُ الحاضِرَةُ في أعْمالِ الخَيَّامِ وشَرَفِ الدين الطوسِيِّ؛ والهَنْدَسَةُ الأرشميدِيَّةُ الّتي بُعِثَت مِن جَديدٍ عَبْرَ اِسْتِخْدَامِ كَثيفٍ للمَجاميعِ الحِسابيَّةِ وعَبْرَ إدْخالِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ، والّتي امْتَدَّت تَطْبيقاتُها إلَى مَيادينَ لم يَجْرِ تقريباً تَناوُلُها سابِقاً وهِيَ الزاوِيَةُ المُجَسَّمَةُ والهِلالِيَّاتُ ...؛ وكذَلِكَ هَنْدَسَةُ الإسْقَاطَاتِ، أيْ دِراسَةُ الإسْقَاطَاتِ كَفَصْلٍ مِن الهَنْدَسَةِ قائماً بذاتِه، كَما نَجِدُه في أعْمالِ القوهِيِّ وابنِ سَهْلٍ؛ وأَيْضاً حِسابُ المُثَلَّثاتِ (عِنْدَ البَيْرونيِّ عَلَى سَبيلِ المِثال)؛ وكذَلِكَ نَظَرِيَّةُ المُتَوازِيَاتِ، إلخ. إنّها فُصُولٌ عَديدَةٌ؛ بَعْضٌ مِنْها كانَ يَعْرِفُهُ عُلَماءُ الهَنْدَسَةِ الهِلِّينِّيُّون وبَعْضٌ ثانٍ ما كَادَ يَخْطُرُ ببالِهم، وبَعْضٌ ثالِثٌ ما كانَ حَتَّى بِإمْكَانِهم تَصَوُّرُ وُجودِه. ولكِنْ كَيْفَ سَنَضَعُ خارِطَةً لِهَذه القارّة الشاسِعة؟ ولرُبَّما خاطَرْنا بالحِفاظِ على سَواءِ السَبيلِ إذا ما انْسَقْنا وَفْقَ أهْواءِ المُؤَلِّفين وتِبْعَ عَشْوائِيَّةِ اخْتِيارِ المُؤَلَّفاتِ. ولِذَلِكَ فَلا بُدَّ مِن البَدْءِ بِتَقاليدِ البَحْثِ: عَلَيْنا أنْ نُحَدِّدَها أوّلاً، ثمّ أن نُرَمِّمَها بِشَكْلٍ إجْمالِيٍّ، الأمرُ الّذي يَفرِضُ لاحِقاً إغْناءَ الوَصْفِ واسْتِخْلاصَ الفَوارِقِ الدَقيقةِ والأساليبِ الكِتابِيَّةِ الخاصَّةِ بالمُؤَلِّفين. وخارِجَ هَذا المَسَارِ لن يَسْتَطيعَ المُؤَرِّخُ أنْ يَضَعَ مَحاوِرَ العَقْلانيَّةِ الّتي تَنْتَظِمُ حَوْلَها الأبحاثُ الهَنْدَسِيَّةُ. وإذا لم نُحسِنِ الاسْتِدْلالَ، فإنّنا قَدْ نَرَى أحْداثَ التاريخِ تَتَوَالَى خَبْطَ عَشْوَاءَ فَنَحْرِمُ أنْفُسَنا مِنَ التَعَرُّفِ عَلَى التَبايُناتِ الّتي تَتَمايَزُ بِها مَراحِلُ هَذا التاريخِ فيما بَيْنَها. لذَلِكَ لا يَبْدو لَنا التَحْليلُ الإبيستيمولوجِيُّ تَرَفاً اخْتِيارِيّاً: إذ إنّهُ الأداةُ الوَحيدَةُ الّتي تَسْمَحُ بتَحْديدِ ماهِيَّةِ التَقاليدِ والأسَاليب. تِلْكَ هِيَ المُهِمَّةُ الّتي وَضَعْناها نُصْبَ أعْيُننا لمُجَلَّداتِ هَذا الكِتاب. فَفي المُجَلَّدَيْن الأوَّلَيْن أَرَدْنا تَرْميمَ فَصْلِ "الهَنْدَسَةِ التَحْليلِيَّةِ" وَفْقاً لنَمَطِ العَقْلانِيَّةِ السائدَةِ. لن

نَتَناوَلَ هُنا مُجَدَّداً بِشَكْلٍ إجْمالِيٍّ ما سَبَقَ لَنا أنْ عَرَضْناه بالتَفْصيل، لَكِنَّنا سَنَكْتَفي بالتَذْكيرِ أنّ الرِياضِيِّين ذَوِي الصِّلَةِ قَدْ جَمَعوا ما بَيْنَ بَراهينِ اللاّمُتَناهِيَةِ في الصِغَرِ والإسْقَاطَاتِ، وما بَيْنَ بَرَاهينِ اللاّمُتَناهِيَةِ في الصِغَرِ والتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ النُقَطِيَّةِ. ورَبَطوا مِن جِهَةٍ أُخْرَى ما بَيْنَ هَنْدَسَةِ الوَضْعِ وهَنْدَسَةِ القِياسِ بِشَكْلٍ يَتَعَدَّى بِكَثيرٍ ما كانَ مَعْمولاً بِهِ سَابِقاً. وقَدْ تَوَصَّلْنا إلَى النَتائجِ نَفْسِها بِما يَتَعَلَّقُ بالإسْقَاطَاتِ والتَحْويلاتِ وهَنْدَسَةِ الوَضْعِ وهَنْدَسَةِ القِياسِ وذَلِكَ في مُؤَلَّفاتٍ خَصَّصْناها لعُلَماءِ مِنَ القَرْنِ العاشِرِ، وهم ابراهيمُ بنُ سنانٍ والقوهِيُّ وابنُ سهلٍ. وقَدْ اعْتَمَدْنا، في المُجَلَّدِ الثالِثِ مِن هَذا الكِتابِ، الطَريقَةَ نَفْسَها: نَعْني تَرْميمَ هَذا التَقْليدِ الَّذي أدَّى إلَى تأسيسِ فَصْلٍ جَديدٍ مِن الهَنْدَسَةِ يَتَضَمَّنُ "الأبْنِيَةَ الهَنْدَسِيَّةَ بواسِطَةِ القُطُوعِ المَخْروطِيَّةِ"، والمَعاييرَ الجَديدَةَ لِقابِلِيَّةِ البِناءِ والوَسائلَ المُعْتَمَدَةَ لإنجازِ البِناءِ (نَعْني تَحْديداً استِعْمالَ التَحْويلاتِ).

إنّ اعْتِمَادَ مَفَاهيمِ التَحْويلِ والإسْقاطِ كمَفَاهيمَ خاصَّةٍ بالهَنْدَسَةِ، وبالأخَصِّ مَفْهومُ الحَرَكَةِ، فَضْلاً عَن اللُّجوءِ إلَيْها في التَعْريفاتِ والبَرَاهينِ، قَدْ دَفَعَ الهَنْدَسِيِّين إلَى الاِسْتِخْدَامِ الواسِعِ للتَحْويلاتِ – وهَذا ما فَعَلَهُ ابنُ الهَيْثَمِ في مُؤَلَّفِهِ ***في خَواصِّ الدَوائرِ*** الَّذي حَقَّقْناهُ في هَذا المُجَلَّدِ – كَما مَكَّنَهَم أَيْضاً مِن اخْتِبارِ طُرقِ الاكْتِشافِ والبُرْهانِ، وبالتالي مَكَّنَهُم مِن تَعْليلِ اللُّجوءِ إلَى هَذِهِ المَفَاهيمِ، ومِنْها بِشَكْلٍ خاصٍّ مَفْهومُ الحَرَكَةِ. وقَدْ عَمِلَ عَلَى حَلِّ هَذِهِ المسألةِ بالتحديدِ ابنُ الهَيْثَمِ في مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب*** وفي كِتابه ***في المَعْلومات***، ويُشيرُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى أنّه مِن الضَروريِّ أنْ يُهَنْدِسَ المَكَانَ؛ وهَذا ما فَعَلَه.

ومِن أجْلِ تَعْيينٍ دَقيقٍ لِوَضْعِ هَذِهِ الأعْمَالِ، كَما لكافّةِ الأعْمَالِ الأُخْرَى الّتي سيَجِدُها القارئُ هُنا للمَرَّةِ الأُولَى مُحَقَّقَةً ومُرْفَقَةً بالشَرْحِ، يَبْدو مِن الأفْضَلِ

عَدَمُ عَزْلِها عَن سِيَاقِها وعَن الكِتاباتِ الأُخْرَى الّتي تَنْتَمي وإيّاها إلَى التَقْليدِ نَفْسِه. سَيَجِدُ القارِئُ في هَذا المُجَلَّدِ أَيْضاً نَصَّيْن – أحَدُهما لثَابِتٍ بنِ قُرَّة والآخرُ للسجْزِيِّ – عَلَى عَلاقَةٍ مُباشِرَةٍ بمُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَم ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***. وهَذانِ النَصَّان، اللَّذان كانَا قَدْ حُقِّقا مُنْذُ وقتٍ قَريب بِشَكْلٍ غَيْرِ مُرْضٍ عِلْمِيّاً، سَيَكونان هُنا مَوْضُوعَ تَحْقيقٍ نَقْدِيٍّ دَقيقٍ. كَما سَنورِدُ بنَفْسِ السِيَاقِ نَصّاً آخَرَ للسجْزِيِّ، فَضْلاً عَن بَعْضِ الاِقْتِباساتِ الّتي قامَ بها ابنُ هود مِن مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ.

كانَ مُؤَلَّفُ ابنِ الهَيْثَمِ ***في المَكَانِ*** هَدَفاً لِنَقدٍ عَنيفٍ مِن جانبِ الفَيْلَسوفِ الأرِسْطِيِّ عَبْدِ اللّطيف البَغْدَادِيِّ الَّذي كَرَّسَ كتاباً كامِلاً لنَقْدِ المُؤَلَّفِ المَذْكور. ولقد ارتَأَينا وَضْعَ التَحْقيقِ الأوّلِ لهَذا النَصِّ بِتَصَرُّفِ القارئ، ذلك أنّه يُعَبِّرُ بصورةٍ حيّة مِن خِلالِ هَذا النَصِّ عَن رَدَّةِ فِعْلٍ وَسَطٍ فَلْسَفِيٍّ تِجاهَ فَلْسَفَةِ الرِيَاضِيِّ هَذِهِ.

وَفْقاً للقَواعِدِ المُعْتَمَدةِ في هَذِهِ المَجْموعَةِ العِلْميَّةِ، فقَدْ تَفَضَّلَ السَيِّدُ كريستيانُ هوزيل (Christian Houzel)، وهو مُديرُ أبحاثٍ في المَرْكَزِ الوَطَنِيِّ الفَرَنْسِيِّ للبَحْثِ العِلْمِيِّ، بمُراجَعَةِ مَجْموعِ التَحاليلِ والشُروحاتِ التارِيخِيَّةِ والرِيَاضِيَّةِ الّتي أرْفَقْناها بالنُصوصِ.

كَما أنّ السَيِّدَ باسكالَ كروزيه (Pascal Crozet)، وهو باحِثٌ في المَرْكَزِ الوَطَنِيِّ الفَرَنْسِيِّ للبَحْثِ العِلْمِيِّ، قَدْ تَفَضَّلَ بالقِيامِ بمُراجَعَةِ تَحْليلِ وشُروحاتِ نُصوصِ السِجْزِيِّ. وتَفَضَّلَ السَيِّدُ بَدَوِي المَبْسوط، وهو أُسْتاذٌ في جامِعَةِ باريسَ السادِسةِ، بِقِراءَةِ شَرْحِنا حَوْلَ هَنْدَسَةِ المُثَلَّثَات. أتَوَجَّهُ بِجَزيلِ الشُكْرِ للسَادَةِ

المَذْكورين جَميعاً عَلَى المُلاحَظَاتِ والانْتِقَادات البَنَّاءَةِ الّتي استَفَدْتُ مِنْها في كِتابَتِي.

وأُعَبِّرُ أَيْضاً عَن امْتِناني للسَيِّدَةِ ألين أوجيه (Aline Auger)، وهِيَ مُهَنْدِسَةُ دِراساتٍ في المَرْكَزِ الوَطَنِيِّ الفَرَنْسِيِّ للبَحْثِ العِلْمِيِّ، الّتي هَيَّأت هَذا الكِتابَ للطَبْعِ بنسخته الفرنسيّة ووَضَعَت مُعْجَمَ المُصْطَلَحاتِ والفَهْرَسَ.

كَما أشْكُرُ الأُسْتاذَيْن ديميدوفَ (S. Demidov) وروزانسكايا (M. Rozhanskaya) اللَّذَيْن سَهَّلا إقامَتِي في سان بطرسبورغ حَيْثُ تَمَكَّنْتُ مِن العَمَلِ عَلَى مَخْطوطَةِ ابنِ الهَيْثَمِ. وأشْكُرُ أَيْضاً الأستاذَ روزنفيلدَ (B. Rozenfeld) الَّذي كانَ قَدْ تَفَضَّلَ وأعْطاني نُسْخَةً عَن جُزْءٍ مُهِمٍّ مِن مَخْطوطَةِ سان بطرسبورغ هَذِهِ، وذَلِكَ مُنْذُ أكْثَرَ مِن رُبْعِ قَرْنٍ. كَما أوَجِّهُ شُكْري لعائِلَةِ نبي خان وعُبَيْدِ الرحمن خان لتَفَضُّلِهما بتَمْكيني مِنَ العَمَلِ عَلَى مَخْطوطَةِ نُصوصِ السجْزِيِّ؛ وأخيراً أُعَبِّرُ عَن شُكْري للأُستاذ لانجرمان (Y. T. Langermann) الَّذي تَفَضَّلَ بِتَقْديمِ ميكروفيلم عَن نَصٍّ للبَغْدَادِيِّ.

رُشْدي راشِد

بور–لا–رين

كانون الأوّل ٢٠٠١

مُلاحَظَةٌ حَوْلَ التَرْميزِ المُعْتَمَدِ في الكِتابِ

- يُسْتَعْمَلُ المُزدَوِجان < > لِلدلالَةِ على ما أُضيفَ إِلَى النَصِّ المَخْطوطيِّ لِسَدِّ نَقْصٍ طارِئٍ ما.
- يُسْتَعْمَلُ المُزدَوِجان [ ] لِلدلالَةِ على ما يُقْتَرَحُ حَذفُهُ من النَصِّ المَخْطوطيِّ لِيُصْبِحَ المَعْنَى سَوِيّاً.
- يُسْتَعْمَلُ الفاصِلُ / لِلدلالَةِ على نِهايَةِ صَفْحَةٍ من النَصِّ المَخْطوطيِّ.

مُقَدِّمَةٌ

الحَرَكَةُ والتَحْوِيلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ

بَدْءاً مِن مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ، رُصِدَ لَدَى الرياضِيِّين إقْبالٌ غَيْرُ مَسْبوقٍ عَلَى اِسْتِخْدامِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّة. وأَفْضَلُ شاهِدٍ عَلَى ذَلِكَ هِيَ أَعْمَالُ كُلٍّ مِن الفَرْغَانِيِّ والإخْوَةِ بَنِي موسَى – وبالتَحْديدِ أَعْمَالُ الحَسَنِ وهُوَ أصْغَرُهُم سِنّاً – وثابتٍ بنِ قُرَّة. ولاحِقاً بَعْدَ قَرْنٍ مِن الزمَنِ، وَفْقَ ما كَتَبَهُ السجْزِيُّ[1]، فقَد حَظِيَت التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ بِمُصْطَلَحٍ خاصٍّ يُمَيِّزُها، وهُوَ ***النَقْلُ***. وعَلَى سَبيلِ المِثالِ، تُبَيِّنُ قِراءةٌ مُمَحِّصَةٌ في كِتاباتِ ابْنِ سَهْلٍ والقوهِيِّ والسِجْزِيِّ، أنَّ اِهْتِمَامَ الهَنْدَسِيِّين آنَذاك لم يَقْتَصِرْ عَلَى دِراسَةِ الأَشْكَالِ الهَنْدَسِيَّةِ فَحَسب، إنّما تَعَدّاها إلَى دِراسَةِ العَلاقاتِ الَّتي تُوَحِّدُ هَذِهِ الأَشْكَالَ. ومن الصَحيحِ القَوْلُ إنَّه قَد كَانَ للتَحْويلاتِ بَعْضُ الحُضورِ قَبْلَ القَرْنِ التاسِعِ: فَقَدْ استَخْدَمَها أرشميدسُ وأبلونيوسُ بشَكْلٍ خاصٍّ[2]. بَيْدَ أنّ اِستِخْدامَها في القَرْنِ التاسِعِ كَانَ أكْثَرَ شُيوعاً كَما كَانَ مَجالُ

---

[1] انْظُرِ المُلْحَقَ الأوَّلَ، ص ٦٥٧، الحاشِيَة ١٤: مُصْطَلَحٌ نَجِدُهُ لَدَى ثابتٍ.

[2] وبالفِعْلِ، نَسْتَطِيعُ أن نَلْحَظَ استِعمالَ أرشميدسَ في كِتَابِهِ ***المَخروطيَّات والكُرَوِيَّات*** تآلُفاً عَمودِيًّا؛ لَكِنَّ هَذا الكِتابَ ما كَانَ مَعْروفاً لَدَى الرِيَاضِيِّين العَرَب. حَوْلَ اسْتِخْدامِ أرشميدسَ لِهَذا التَحْويلِ، انْظُرِ الشرحَ التابِعَ للقضيَّةِ ١٤ من الفصل الثاني من الجُزءِ الأوَّل لهذا الكتاب بنسخته العربيّة أو الفرنسيّة:
Les Mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle. Vol. I*: Fondateurs et commentateurs: Banū Mūsā, Thābit ibn Qurra, Ibn Sinān, al-Khāzin, al–Qūhī, Ibn al–Samḥ, Ibn Hūd* (Londres, 1996).
أمّا بالنسْبَةِ إلَى أبلونيوسَ، فَلَرُبَّما استخدَمَ بَعْضَ التَحْويلاتِ في مُؤَلَّفِهِ ***الأَوْضاع المُسطَّحة***. ويَعودُ كلُّ ما وَصَلَ إلينا عن هَذا الكِتابِ إلَى بابوسَ (Pappus)، ونَحْنُ لا نَعْرِفُ شَيْئاً مُؤَكَّداً عَمَّا اسْتَطاعَ أبلونيوسُ القيامَ بِهِ بِهَذا الخُصوصِ. ويَبْقَى أن نُشيرَ إلَى أنّ الشارِحين اللاَّحِقين، أمْثَالَ فيرما =

تَطْبيقِها أوْسَعَ امتِداداً. والفَرْقُ بَيْنَ أَعْمَالِ القُدَامَى والمُحْدَثِين لا يُسْتَهانُ به: فَمَع أولئِكَ ظَهَرَت بَعْضُ التَحْويلاتِ في مَعْرِضِ البَرَاهينِ – ومِثالُ أرشميدسَ يَشْهَدُ عَلَى ذَلِكَ –، أمّا مَع هَؤلاءِ فقَد تَبَدَّت وِجْهَةُ نَظَرٍ جَديدَةٌ مَبْنِيَّةٌ عَلَى التَحْوِيلاتِ في الدِراسَةِ الهَنْدَسِيَّةِ. وقَد أَشَرْنا مَرَّاتٍ عَديدَةً إلَى نُشوءِ هَذِهِ النَظْرَةِ الجَديدَةِ وإلَى التَحَوُّلِ المُسْتَجدِّ عَلَى المَوْضُوعِ الهَنْدَسِيِّ؛ كَما اسْتَطَعْنا أنْ نَرَى فيها إحْدَى النَتَائجِ المُتَرَتِّبَةِ عَلَى إعادَةِ تَنْشيطِ البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ بَدْءاً مِن القَرْنِ التاسِعِ — ولَيْسَ أحَدَ العناصِرِ الَّتي تَحْكُمُ مَسارَ هَذا البَحْثِ. لِنَسْتَعْرِضْ سَريعاً مَيادينَ إعادَةِ التَنْشيطِ المَذْكورَةِ تِلْكَ.

سَريعاً ما حازَ الفَصْلُ الأوَّلُ، الَّذي ثُبِّتَ فيهِ هَذا المَنْحى الجَديدُ في الهَنْدَسَةِ، عَلَى عُنْوانِهِ الاصْطِلاحِيِّ الخاصِّ وهُوَ "*عِلْمُ التَسْطيحِ*". ولقَد انْشَطَرَ هَذا الفَصْلُ عَن عِلْمِ الفَلَكِ لِيُشَكِّلَ فَصْلاً هَنْدَسِيًّا جَديداً؛ وقَد حَدَثَ ذَلِكَ تَحْديداً عِنْدَما أصْبَحَ لا بُدَّ مِن إعْدادِ عَمَلِيَّاتِ التَمْثيلِ الدَقيقِ للكُرَةِ عَلَى قَواعِدَ هَنْدَسِيَّةٍ مَتينَةٍ بُغْيَةَ بِناءِ الأسطرلابات. وثَمَّةَ واقِعتانِ تاريخِيَّتانِ ذَوتا دَلالَةٍ ويَسْتَحِقُّ الأمْرُ التَوَقُّفَ عِنْدَهما. فَفي مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ، كَانَت مَسائلُ الإسْقاطِ قَدْ أصْبَحَت مَوْضُوعَ نِقاشٍ وحَتَّى جَدَلٍ، شارَكَ فيهما بَيْنَ مَن شارَكَ رِيَاضِيُّون كَبَني موسَى والكِنديِّ والمَرْوَرّوذيِّ (فَلَكِيُّ الخَليفَةِ المَأْمونِ) والفَرْغَانيِّ، إلخ[3]. وَعَدا ذَلِكَ، فَلَمْ يَتِمّ التَرْكيزُ بشَكْلٍ كافٍ عَلَى أنّ هَذِهِ المَسائلَ كَانَت تُثارُ وتُناقَشُ في أوْساطِ

= (Fermat)، قَدْ تَعَرَّفوا خِلالَ عَمَلِيَّةِ "تَرْميمِ" هَذا النَصِّ إلَى بَعْضِ التَحْويلاتِ ومنها التَعَاكُسُ (انْظُرْ بِهَذا الخُصوصِ الصَفَحاتِ ٢٤-٤٧ في:

R. Rashed, «Fermat and Algebraic Geometry», *Historia Scientiarum,* 11.1 [2001].

ومِمَّا لا شَكَّ فيهِ، هُوَ أنّ رِيَاضِيِّي الحِقْبَةِ المُمْتَدَّةِ ما بَيْنَ القرنَيْن التاسِعِ والعاشِرِ لَم يَصِلْ إليهم كِتابُ أبلونيوسَ هَذا. تُرى هَلْ عَرفوا بِشَكْلٍ ما وَلَوْ غَيْرِ مُباشِرٍ بَعْضَ صِيَغِهِ؟

[3] انْظُرِ الصَفَحاتِ ١٠٣-١٠٤ مِن:

Géométrie et dioptrique au X^e siècle. Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham (Paris, 1993).

رِيَاضِيِّين قَد اطَّلَعوا عَلَى تَرْجَمَةٍ حَديثَةِ العَهْدِ آنذاك ***لِمَخْروطَاتِ*** أبلونيـــوسَ. إنّ هَذا التَشابُكَ بَيْنَ البَحْثِ في الإسْقَاطَاتِ وهَنْدَسَةِ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ قَد حَـــدَثَ تَحْديداً في كِتابِ الفَرْغَانيِّ ***الكامل***. فقَدْ كَرَّسَ هَذا المُؤَلِّفُ فَصْلاً كامِلاً لِهَنْدَسَةِ الإسْقَاطَاتِ في كِتابِهِ وذَلِكَ تَحْتَ عُنْوانِ ***في تَقْديمِ أَشْكَالٍ هَنْدَسِيَّةٍ يُسْتَدَلُّ بِهـا عَلَى هَيْئَةِ الأسطرلاب*** وقَدْ أعْطَى الفَرْغَانِيُّ، وتَحْديداً في هَذا الفَصْلِ، الدِراسَـــةَ الهَنْدَسِيَّةَ الفِعْلِيَّةَ الأُولَى للإسْقَاطَاتِ المَخْروطِيَّةِ[٤]. ومِنَ الفَرْغَانيِّ إلَى البَيْرونِـــيِّ في القَرْنِ الحادي عَشَرَ، مُروراً بشَكْلٍ خاصٍّ بالقوهيِّ وابْنِ سَهْلٍ[٥]، نَشْهَدُ اِنْتِـــشاراً وتَرْسيخاً أكيداً لِهَذا البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ. وباخْتِصارٍ، يُطَالِعُنا هُنا فَصْلٌ جَديدٌ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ، وفي أحسَنِ الأحْوالِ لرُبَّما شَكَّلَ مُؤَلَّفُ (*Planisphère*) ***تَسطيحُ بَسيطِ الكُرَةِ*** لبَطْلَمْيوسَ سَلَفاً بَعيداً لِهَذا الفَصْلِ الجَديدِ. وقَد ازْدادَ هَذا الفَـــصْلُ غـــنىً

[٤] فَفي هَذا الفَصْلِ تَجْري دِراسَةٌ هَنْدَسِيَّةٌ بَحْتَةٌ للإسْقاطاتِ المَخْروطِيَّةِ. يُثْبِتُ الفَرْغَانِيُّ في البَدْءِ المُقَدِّمَةَ التالِيَةَ: لنَأْخُذْ دائِرَةً عليها نُقْطَتان مُتَقابلَتان قُطْرِيّاً P وَ P' ولْنَأْخُذْ مُسْتَقيماً مُماسّاً للدائِرَةِ عَلَى النُقطةِ P'. إنّ الإسْقاطَ المَخْروطِيَّ من P لأيِّ وَتَرٍ، عَلَى المُسْتَقيمِ المُماسِّ، هُوَ قِطْعَةٌ من المُماسِّ، بحَيْثُ يَكونُ طَرَفا القِطْعَةِ وطَرَفا الوَتَرِ مَوْجودَيْن عَلَى دائِرَةٍ لامُتَغَيِّرَةٍ في التَعَاكُسِ ذي القُطْبِ نَفْسه P، والّذي يُحَوِّلُ الدائِرَةَ المَفْروضَةَ إلَى المُسْتَقيمِ المُماسِّ. وفي القَضِيَّتَيْن اللّتَيْن تَلِيانِ المُقَدِّمَةَ، يَتَوَصَّلُ الفَرْغَانِيُّ إلَى أن يُثبِتَ أنّ الإسْقاطَ لِكُرَةٍ، يَتَطَابَقُ فيه قُطْبُ الإسْقاطِ وقُطْبَ الكرةِ، عَلَى المُسْتَوي المُماسِّ عَلَى النقطةِ المُقابلَةِ قُطْرِيّاً للقُطْبِ، أو عَلَى مُسْتَوٍ مُوازٍ لذَاك المُسْتَوي، إنّما هُوَ إسْقاطٌ مُجَسِّمٌ. انْظُرِ ***الكامل***، مَخْطوطَة ٧٩٤؛كوستمونو، ص ٩٠-٩٤؛ انْظُرْ أيْضاً مَقالَةَ رُشْدِي راشِد:

«Les mathématiques de la terre», dans G. Marchetti, O. Rignani et V. Sorge (éd.), *Ratio et superstitio,* Essays in Honor of Graziella Federici Vescovini, Textes et études du Moyen Âge, 24, Louvain-la-Neuve, FIDEM, 2003, p. 285-318.

[٥] نَجِدُ عِنْدَ هَؤلاءِ المُؤَلِّفين دِراسَةً هَنْدَسِيَّةً بَحْتَةً للإسْقاطاتِ المَخْروطِيَّةِ انطِلاقاً من أيِّ نُقْطَةٍ كَانَت، وكذَلِكَ الأمرُ أيْضاً بالنِسْبَةِ إلَى الإسْقاطاتِ الأسْطُوانِيَّةِ. انْظُرْ:

Géométrie et dioptrique au X^e siécle. p. CVII-CXXV, le traité d'al-Qūhī, p. 190-230 et le commentaire d'Ibn Sahl, p. 65-82.

انْظُرْ أيْضاً مَقالَتَنا:

«Ibn Sahl et al-Qūhī : Les projections. Addenda & Corrigenda», *Arabic Sciences and Philosophy,* vol. 10.1 (2000), p. 79-100.

بِفَضْلِ الأبْحاثِ الهَنْدَسِيَّةِ حَوْلَ الرخامات، الَّتِي أجْراها العَديدُ مِن عُلَمَاءِ الهَنْدَسَةِ، ومِنْهم ثابتٌ بنُ قُرَّة وحَفيدُه ابْنُ سِنانٍ.

أمّا الفَصْلُ الثاني، حَيْثُ يَتَطَوَّرُ اِسْتِخْدامُ التَحْويلاتِ، فَقَد شَهِدَ هُوَ أيْضاً إعادَةَ تَنْشيطٍ فِي مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ، جَرَّاءَ تَلاقٍ آخَرَ، ودائماً بَيْنَ ***المخروطات*** – أو تَقْليدِ أبلونيوسَ – والتَقْليدِ الأرشميديِّ؛ أي بَيْنَ هَنْدَسَةِ الأوْضَاعِ والأَشْكَالِ وهَنْدَسَةِ القِياسِ. فمُنْذُ البِدايَةِ اِعْتَمَدَ الحَسَنُ بنُ موسَى وإخْوَتُهُ عَلَى التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ، وسارَ عَلَى خُطاهُم أيْضاً تِلْميذُهم ثابتٌ بنُ قُرَّة، وكان ذَلِكَ إن فِي صِياغَتِهم لبَعْضِ القَضايا أو فِي مَعْرِضِ إقَامَةِ الدَليلِ. وقَد طَبَّقَ بنو موسَى التَحَاكِيَ فِي مُؤَلَّفِهم ***كِتابُ مَعْرِفَةِ مِساحَةِ الأَشْكَالِ البَسيطَةِ والكُرِّيَّةِ***[٦]، مُبْتَعِدين بِذَلِكَ عَن طَرِيقَةِ أرشميدسَ، كَما عَمَدوا إلَى تَطْبيقِ التَآلُفِ العَموديِّ فِي نَصِّهِم حَوْلَ الأُسْطوانةِ والقُطوعِ المُسْتَوِيةِ الَّذي نَقَلَهُ ابْنُ السَمْحِ[٧]. ومن جِهَتِهِ طَبَّقَ ثابتٌ بنُ

[٦] انْظُرِ الفقرةَ ١-٢-٢ من الجُزْءِ الأوّلِ لهذا الكتاب بنُسْخَتَيْه العربيّة أو الفرنسيّة :
Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, vol. I.

[٧] يُحَدِّدُ الحَسَنُ بنُ موسَى فِي مُؤَلَّفِه، الذي نَقَلَ مَضْمونَه ابْنُ السَمْحِ، تآلُفاً عَمودِيّاً بالنِسْبَةِ إلَى المِحْوَرِ الأصْغَرِ وتآلُفاً عَمودِيّاً آخَرَ بالنِسْبَةِ إلَى المِحْوَرِ الأكْبَرِ، ونَحْصُلُ عَلَى القَطْعِ الناقِصِ كَصورَةٍ للدائِرَةِ (القَضايا ٦ وَ٧ وَ٨). وانطِلاقاً من خاصِيَّةِ التآلُفِ العَمودِيِّ، يُبَرْهِنُ الحَسَنُ بنُ موسَى أنّه لِكُلِّ عَدَدٍ صَحيحٍ n، $n > N$، فإنّ النِسْبَةَ $\frac{P_n}{P_n'}$ لِمَسَاحَتَيِ المُضَلَّعَيْنِ المُتَمَاثِلَيْنِ، حَيْثُ يَكونُ أحَدُهما مُحاطاً بالقَطْعِ الناقِصِ ذي المِسَاحَةِ S والآخَرُ مُحاطاً بالقَطْعِ الناقِصِ ذي المِسَاحَةِ S'، تَكونُ مُسَاوِيَةً لنسْبَةِ التآلُفِ k. وبِلُغَةٍ أُخْرَى، فإنّ نِسْبَةَ المِسَاحَتَيْن تُحَافِظُ عَلَى مِقْدارِها بدون تَغْييرٍ عِنْدَ المُرورِ إلَى النِهايَةِ (انْظُرِ الفقرةَ ٦-١-١ وما يليه من الجُزْءِ الأوّلِ لهذا الكتاب بنُسْخَتَيْه العربيّة أو الفرنسيّة :
Les Mathématiques infinitéesimales du IXe au XIe siécle, vol. I).

لا حَاجَةَ لَنا هنا للتأكيدِ عَلَى جِدَّةِ الأسْلوبِ، وعَلَى الأهَمِيَّةِ المُعْطاةِ مُنْذُ ذَلِكَ الحين لتَحْديدِ بَعْضِ التَحْويلاتِ، ولدِراسةِ خَصائصِها، وبالتالي لاسْتِخْدامِها فِي مَعْرِضِ البَراهين. وقَدْ كَانَ لهَذا المُؤَلَّفِ وَقْعٌ أكيدٌ عَلَى العُلَمَاءِ الَّذين أتوا بعد الحَسَنِ بنِ موسَى، وفِي طَليعَتِهم تِلْميذُ بَني موسَى، نَعْني ثابتاً بنَ قُرَّة.

قُرَّة إسْقاطاً أُسْطُوانيّاً، وتَآلُفاً عَمودِيّاً، وتَحاكِياً، وكذَلِكَ التَرْكيبَ المُؤَلَّفَ مِن هَذَيْنِ التَحْويلَيْنِ الأخيرَيْنِ في مُؤَلَّفِه ***في قُطوعِ الأسْطوانةِ وبَسيطِها***[٨]. وفي القَرْنِ اللاَّحِقِ، إسْتَفاضَ ابْنُ سِنانٍ وبشَكْلٍ واسِعٍ في تَطْبيقِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسيَّةِ بهَدَفِ اخْتِصارِ عَدَدِ المُقَدِّماتِ، وذَلِكَ في مُؤَلَّفِهِ ***في مِساحَةِ القَطْعِ المَخْروطِ المُكافِئ***[٩].

---

[٨] عَلَى خُطَى مُعَلِّمَيْهِ من بَني موسَى – الأخوَين الحَسَنِ ومُحَمَّدٍ –، طَوَّرَ ثابتٌ بنُ قُرَّة بشَكْلٍ كبيرٍ اسْتِخْدامَ التَحْويلاتِ. ففي مُؤَلَّفِه المُهِمِّ ***في قُطوعِ الأُسْطوانةِ وبسيطِها***، يَعْمَلُ بشَكْلٍ كثيفٍ بواسِطَةِ التَحْويلاتِ: التآلُفات العَمودِيَّة، وتَحْويلات التَحاكي، والإسْقاطات الأُسْطوانيَّة. ويَذْهبُ حَتَّى أبْعَدَ من ذَلِكَ، في اسْتِخْدامِ تَرْكيبِ التَحْويلاتِ – التآلُف والتَحاكي –. ونؤكِّـدُ أنّ ثابتاً بنَ قُرَّة لا يَتَوَقَّفُ عِنْدَ مُجَرَّدِ تطبيقِ هذه التَحْويلاتِ، إنّما يجتهدُ أيْضاً لِيُبَيِّنَ بَعْضاً من خصائصِها. وهكذا، فإنّ القَضِيَّةَ العاشِرَةَ من هَذا الكِتابِ تَرْمي إلَى إقامةِ الدليلِ عَلَى أنّ الإسْقاطَ الأُسْطُوانيَّ لِدائِرَةٍ، عَلَى مُسْتَوٍ غَيْرِ مُوازٍ لِمُسْتَوي الدائِرَةِ، هُوَ دائِرَةٌ أو قَطْعٌ ناقِصٌ. ولِكَيْ يُثْبِتَ ثابتٌ بنُ قُرَّة هذه القَضِيَّةَ، فإنّه يَعْمَدُ إلَى تَرْكيبِ الإسْقاطاتِ (انْظُرِ الفقرةَ ٢-٤-١ من الجُزْءِ الأوّلِ لهذا الكتابِ بنُسْخَتَيْه العربيّة أو الفرنسيّة.

ونُشيرُ إلَى أنّ ابنَ قُرَّة هُوَ الذي أدْرَجَ بِوُضوحٍ الحَرَكَةَ في مَعْرِضِ مُحاوَلَتِه إثباتَ المُصادَرَةِ الخامِسَةِ. راجِعِ الصَفَحاتِ ٤٩ – ٥٦ من:

B. A. Rosenfeld, *A History of Non – Euclidien Geometry. Evolution of the Concept of a Geometric Space,* Studies in the History of Mathematics and Physical sciences, 12 (New York, 1988).

راجِعْ أيْضاً الصَفَحاتِ ١٦٣ – ١٧٩ من:

C. Houzel, «Histoire de la théorie des parallèles» dans R. Rashed (éd.), *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique: Hommage à Jules Vuillemin* (Paris 1991).

[٩] اتَّبَعَ ابراهيمُ بنُ سِنانٍ خُطَى جَدِّه وواصَلَ تَكْثيفَ الرُجوعِ إلَى التَحْويلاتِ. فقَد اسْتَخْدَمَ بمَهارَةٍ مُلْفِتَةٍ تآلُفاً تَقابُلِيّاً في مُؤَلَّفِهِ ***في مِساحَةِ القَطْعِ المَخْروطِ المُكافِئ*** (انْظُرِ مقدّمةَ الفصلِ الثالثِ من:
Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siécle, vol. I)
ويُبيِّنُ ابْنُ سِنانٍ أنّ هَذا التَحْويلَ يُحافِظُ عَلَى نسْبَةِ المِساحَاتِ في حالةِ المُثَلَّثاتِ والمُضَلَّعاتِ. ثمّ يُبيِّنُ أنّ الأمرَ نَفْسَه يَنْطَبِقُ عَلَى المِساحاتِ ذاتِ الإحاطَةِ المُنْحَنِيَةِ. ويُبيِّنُ أيْضاً أنّ هَذا التآلُفَ يُحَوِّلُ قَوْسَ قَطْعٍ مُكَافِئٍ إلَى قَوْسِ قطْعٍ مكافِئ. وفي مُؤَلَّفٍ آخَرَ عَلَى نَفْسِ القَدْرِ مِن الأَهَمِيَّةِ، يَسْتَخْدِمُ ابْنُ سِنانٍ تآلُفاتٍ وإسْقاطاتٍ لِيَرْسُمَ القَطْعَ المُكافِئَ والقَطْعَ الناقِصَ. وبُغْيَةَ رَسْمِ القَطْعِ الزائِدِ، يُدخِلُ ابْنُ سِنانٍ=

ونُلاحِظُ أخيراً، ولَيْسَ آخِراً، تَطْبيقاً يَتزايَدُ تَكْرارُهُ مَرَّةً بَعْدَ أُخْرَى للتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّة في مَيْدَانٍ ثالِثٍ: وهو مَيْدَانُ الأبْنِيَةِ بِواسِطَةِ المُنْحَنَياتِ المَخْروطِيَّةِ، وذَلِكَ فَضْلاً عَن تَوْليدِ هَذِهِ المُنْحَنَياتِ الأخيرةِ. وعَلَى سَبيلِ المِثَالِ، هَذا ما يُطَالِعُنا في العَديدِ مِن الدِراسَاتِ حَوْلَ المُسَبَّعِ المُتَساوي الأضْلاعِ [المُحاط بدائرة (المترجم)]، حَيْثُ يُعْمَدُ في أغْلَبِ الأحْيانِ إلَى استخدام المُشَابَهَةِ[١٠]. ونَشْهَدُ الأمرَ نَفْسَهُ في مُؤَلَّفاتٍ مُخَصَّصَةٍ لتَوْليدِ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ، ومِنْها مُؤَلَّفُ ابْنِ سِنانٍ الَّذي يُطَبِّقُ تَآلُفاً عَمودِيّاً وتَآلُفاً مائلاً[١١]. وقَد تَبِعَهُ أبو الوفاء البوزجانِيُّ في ذَلِكَ بتَكْرارِ وتَكْثيفِ استخدامِ هَذا التَطْبيقِ[١٢].

يؤَكِّدُ ما ذَكَرْناه أنّ اسْتِخْدامَ التَحْويلاتِ، وبَعْدَ قَرْنٍ مِن الزَمَنِ أي في مُنْتَصَفِ القَرْنِ العاشِرِ، قَد تَضَاعَفَ وطالَ فُصُولاً جَديدَةً مِن الهَنْدَسَةِ. ولذَلِكَ سنُلاحِظُ أنّ التَحْويلاتِ، ومُنْذُ ذَلِكَ الحينِ، قَد أصْبَحَت عَلَى لائحَةِ الاسْتِخْدامِ

=تَحْويلاً إسْقاطِيّاً – ما هُوَ بتآلُفِيٍّ أو خَطِيٍّ – تَتَحوَّلُ الدائِرَةُ بواسِطَتِهِ إلَى قَطْعٍ زائدٍ، ضِلْعُهُ القائمُ مُساوٍ لقُطْرِه المُجانِبِ (انْظُرِ الصَفَحاتِ ٢٤٥ – ٢٦٢ من فَصْلِ:

Le Tracé des trois sections,

في كِتَاب:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm Ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e siècle* [Leiden, 2000]).

وهَذا الاسْتِخْدامُ للتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ شائعٌ أيْضاً في أعْمالِهِ الأُخْرَى، ومنها عَلَى سَبيلِ المِثَالِ كِتاباه: ***في آلات الأظلال*** و ***في المسائل المختارة*** (انْظُرِ المَرْجِعَ نَفْسَهُ، الفَصْلان ٤ و ٥).

[١٠] ابْتَدَأ الرِياضِيُّون بِبِناءِ مُثَلَّثٍ من أحَدِ الأنْماطِ:

(١،٢،٤)، (١،٥،١)، (٣،٣،١)، (٢،٣،٢)

قَبْلَ تَحْويلِهِ لإحاطَتِهِ بدائِرَةٍ. انْظُرِ الفصلَ الثالث من الجُزْءِ الثالث لهذا الكتاب بنُسْخَتَيْه العربيّة والفرنسيّة :

[١١] انْظُرِ المُلاحَظَةَ ٩.

[١٢] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٢٦١ – ٢٧٧ من:

O. Neugebauer et R. Rashed, «Sur une construction du miroir parabolique par Abū al-Wafā' al- Būzjānī», *Arabic Sciences and Philosophy*, 9.2 (1999).

المُباشِرِ، كَما رَأَيْنا في مُؤَلَّفَيْ **مَسائِلُ مختارة** لابْنِ سِنانٍ[١٣] ومَثِيلِهِ – الَّذي يَحْمِلُ نَفْسَ العُنْوانِ – للسِجْزِيّ[١٤]، وكذَلِكَ في العَديدِ مِن كِتاباتِهما، أو في الأَعْمَالِ

[١٣] انْظُرْ:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e siècle*.

[١٤] غالباً ما يَعْمَدُ السِجْزِيُّ، عَلَى غِرارِ مُعاصِريهِ، إِلَى استخدامِ التَحْويلاتِ؛ راجِعْ عَلَى سَبيلِ المِثَالِ المُلْحَقَ الأوَّلَ، صفحة ٦٥٧، الحاشِيَة ١٤، وكذَلِكَ مُؤَلَّفَه **في تَحْصيلِ القوانينِ الهندسيَّةِ المحدودة**، مَخْطوطَة رشيد ١١٩١، الصَفَحات ٧٠و – ٧٢ظ.

فَفي القَضِيَّةِ الثالِثَةِ، يُطالِعُنا استِخْدامُ السِجْزيِّ لتَعَاكُسٍ، ولَكِنْ بدونِ أن يُعْطَى هَذا التَحْويلُ تَسْمِيَةً مُعَيَّنَةً. فيُبيِّنُ السِجْزيُّ أنّه من نُقْطَةٍ A مَأخوذَةٍ عَلَى دائِرَةٍ، إذا أخْرَجْنا الوَتَرَ AB، والمُماسَّ AC، والخَطَّ المُسْتَقيمَ AD بحَيْثُ يَكونُ $D\hat{A}B = C\hat{A}B$، فإنَّ الخَطَّ المُسْتَقيمَ AD يَكونُ مَعْكوسَ الدائِرَةِ في التَعَاكُسِ (B, BA^2). لَدَيْنا

$$BA^2 = BH \,.\, BE = BD \,.\, BG$$

وبالفِعْلِ فإنّ $B\hat{G}A = B\hat{A}C$ (حَيْثُ الزاوِيَةُ BAC مُشَكَّلَةٌ من الوَتَرِ AB والمُماسِّ AC).

لَكِنْ $B\hat{A}C = B\hat{A}D$، فإذاً $B\hat{G}A = B\hat{A}D$؛ والمُثَلَّثان BGA وَ BAD مُتَشابِهان، ولذَلِكَ فإنّ $\frac{BA}{BD} = \frac{BG}{BA}$، فإذاً

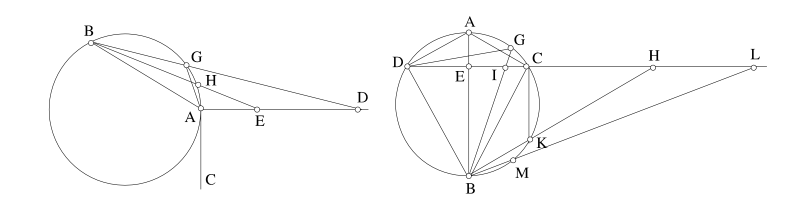
$$BA^2 = BG \,.\, BD.$$

وكذَلِكَ

$$BA^2 = BH \,.\, BE$$

في القَضِيَّةِ ١٢، يُبيِّنُ السِجْزيُّ أنّه إذا أخَذْنا في دائِرَةٍ مَفْروضَةٍ الوَتَرَ CD ومُنْتَصَفَه E، والقُطْرَ AB الذي يَجوزُ عَلَى النُقطةِ E وقاطِعَيْن مُخْرَجَيْن من C، فإنّه يَكونُ لَدَيْنا

$$BA \,.\, BE = BG \,.\, BI = BC^2 = BK \,.\, BH = BM \,.\, BL.$$



نَرَى هنا أنّ القَضِيَّةَ تَتَناوَلُ بالضَبْطِ تَحْويلَ الدائِرَةِ إِلَى خَطٍّ مُسْتَقيمٍ.

وتَتَوافَقُ هذه النَتيجَةُ كذَلِكَ مَع التَعَاكُسِ (B,BC^2) حَيْثُ يَكونُ المُسْتَقيمُ DC صورَةً للدائِرَةِ.=

المُخْتَلِفَةِ للقوهيِّ – ويَشْهَدُ عَلَى ذَلِكَ مُؤَلَّفُهُ حَوْلَ ***مَسْأَلَتَيْنِ هَنْدَسِيَّتَيْن***.[١٥] لقَدْ أصبَحَ الرُجوعُ إلَى الإسْقَاطَاتِ المَخْروطِيَّةِ والأسْطوانِيَّةِ، وإلَى التآلُفِ والتَحاكي والانْسِحابِ والمُشَابَهَةِ، وأحياناً إلَى التَعَاكُسِ، ضَرْباً شائعاً في النِصْفِ الثاني مِن القَرْنِ العاشِرِ. ولم يَتَوَانَ ابْنُ الهَيْثَمِ عَن تَوْسيعِ هَذا الاسْتِخْدامِ لِيَشْمَلَ فُصُولاً مُخْتَلِفَةً في الهَنْدَسَةِ.

تَتَمَثَّلُ إحْدَى النَتائِجِ الكُبْرَى لِهَذِهِ المُقارَبَةِ الجَديدَةِ "التَحْويلِيَّةِ" في إدْخالِ الحَرَكَةِ كأمْرٍ واقِعٍ لا مَفَرَّ مِنْهُ في صِياغَةِ المَسَائِلِ وفي إقَامَةِ البَرَاهينِ الهَنْدَسِيَّةِ. ولا نَقْصِدُ هنا الحَرَكَةَ بِمَعْناها السينماتيكيِّ، بَلْ نَقْصِدُ الحَرَكَةَ بِمَعْناها الهَنْدَسِيِّ، أي بصورةٍ مُجَرَّدَةٍ عَن عامِلِ الزَمَنِ المُفْتَرَضِ لإنْجازِها. وقَدْ تأكَّدَ هَذا الإدْخَالُ للحَرَكَةِ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ مِن خِلالِ الأَعْمَال الَّتي أبْصَرَت النورَ في تِلْكَ الآوِنَةِ في

= وقَدْ تناوَلَ السجْزِيُّ هذه القَضِيَّةَ مُجَدّداً في مُؤَلَّفِه ***مَسائل مُخْتارَة*** (ص ٤٥و–ظ). لِنَسْتَعْرِضْ بُرهانَ السجْزِيِّ بِشَكْلٍ سريعٍ: مَجْموعُ الزاوِيَتَيْن HDB وَ CKB مُساوٍ لزاوِيَتَيْنِ قائمتَيْن، وكذَلِكَ أيْضاً، مَجْموعُ الزاوِيَتَيْن DCB وَ LCB يُساوي زاوِيَتَيْن قائمتَيْن؛ لَكِنَّ الزاوِيَتَيْن BDC وَ DCB مُتَساوِيَتانِ، فإذاً الزاوِيَتان CKB وَ LCB مُتَساوِيَتان؛ ولذَلِكَ فمُثَلَّثا HCB وَ KCB مُتَشابِهان وَ $\frac{CB}{BC} = \frac{BK}{CB}$؛ فإذاً $BK . BH = CB^2$.

وعَلَى نَفْسِ النسقِ، نُثْبِتُ أنّ المُثَلَّثَيْن LCB وَ MCB مُتَشابِهان، ونَحْصُلُ عَلَى :

$$BL . BM = CB^2.$$

والمُساواةُ $BA . BE = BC^2$ هي خاصِّيَّةٌ للمُثَلَّثِ القائمِ الزاوِيَةِ ACE. ومُشَابَهَةُ المُثَلَّثَيْن ICB وَ GCB تُعْطِي:

$$BG . BI = BC^2.$$

يَعْمَدُ السجْزِيُّ في مُؤَلَّفِه هَذا بالذات، وهُوَ مُعَنْوَنٌ ***في تحصيل القوانين الهندسيّة المحدودة***، إلَى استِخْدامِ تَحاكٍ، وذَلِكَ تحديداً في القَضِيَّةِ الخامِسَةِ التي تَتَناوَلُ دائِرَتَيْن مُتَماسَّتَيْن خارِجيّاً. كما أنّه يرجعُ أيْضاً إلَى اسْتِخْدام تَحاكٍ آخر في مُؤَلَّفِه ***مَسائل مُخْتارَة*** (الصفَحات ٥٨ظ – ٥٩و)، ويُعاوِدُ الكَرَّةَ في قَضايا أُخْرَى (الصَفْحَة ٤٩ظ عَلَى سَبيلِ المِثَالِ)

[١٥] انْظُرْ شَرْحَ القَضِيَّةِ الثالثةِ من الجُزْءِ الأوّلِ من مُؤَلَّفِ ***في المعلومات***، الصفحة ٣٨٥.

مَيْدَانٍ آخرَ، كَانَ يَرْتَكِزُ تَحْديداً عَلَى هَذا الإدْخَالِ فِي مُحَاوَلاتِهِ إقَامَةَ الدَليلِ عَلَى المُصادَرَةِ الخامِسَةِ. وهنا أيْضاً ومن جَديدٍ، يَقومُ ثابتٌ بنُ قُرَّة بالخُطْوَةِ الحاسِمَةِ الأُولَى فِي هَذا الاتجاه.[16] وقَدْ تَبِعَهُ ابْنُ الهَيْثَمِ فِي ذَلِكَ، لَكِنْ عَلَى قاعِدَةِ حَرَكَةٍ أَكْثَرَ سينماتيكيّة.[17]

بَرَزَت فِي نِهَايَةِ القَرْنِ العاشِرِ مَجْموعَتانِ مِن الأسْئِلَةِ مـا كَـانَ مُمْكِنـاً تجنُّبُهُما. أمّا المَجْموعَةُ الأُولَى فتَتَعَلَّقُ بتَعْليلِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ نَفْسِها، بَدْءاً مِن مُحَاوَلَةِ تَوْصيفِها. فكَيْفَ يُمْكِنُنا الوُصولُ إلَى مَشْروعِيَّةِ تَطْبيقِ هَذِهِ التَحْـويلاتِ اِنْطِلاقاً مِن أُسُسٍ هَنْدَسِيَّةٍ واضِحَةٍ؟ أمّا نَمَطُ أسْئِلَةِ المَجْموعَةِ الثانيَـةِ، فيَتَنَـاوَلُ مَسأَلَةَ إدْخَالِ مَفْهُومِ الحَرَكَةِ: كَيْفَ يُمْكِنُ القُبولُ بهَذا المَفْهُومِ فِي التَحْديـداتِ والبَراهينِ الهَنْدَسِيَّةِ، عِلْماً أنّه هُوَ نَفْسُه لَمْ يَكُنْ قَطُّ مُعَرَّفاً؟ ومن البَدِيهِيِّ أنّ هَذَيْنِ السُؤالَيْنِ عَلَى تَرابُطٍ وَثيقٍ، فَضْلاً عَن أنّ تَرابُطَهُما يَزْدادُ أهَمِيَّةً ومَتانَـةً عِنْـدَما يُضافُ إليهما التَسَاؤُلُ الثالِثُ: إذا كُنّا مِن الآنِ فـصاعِداً مَعْنـيِّين بالاِهْتِمَـامِ بالعَلاقاتِ القائمَةِ بَيْنَ الأَشْكَالِ الهَنْدَسِيَّةِ ولَيْسَ بدِراسَتِها فَحَسْب، فإنّه لا مَناصَ إذاً مِن ضرورَةِ تَحْديدِ "مَكانِ" تِلْكَ العَلاقاتِ. ولذَلِكَ سَيَـسْتَحيلُ الاسْـتِمرارُ بإهْمالِ مَسأَلَةِ "المَكانِ"، وخاصّةً لجِهَةِ التَسْليمِ بمَفْهُومِ "المَكانِ المُحيطِ". فبَدْءاً مِن نِهَايَةِ القَرْنِ العاشِرِ، وتَحْديداً مَع ابْنِ الهَيْثَمِ، ستُصْبِحُ هَذِهِ المَسائلُ، الَّتِي تُـشَكِّلُ

[16] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٥٠ وما يَليها من

B.A. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidien Geometry*.

انْظُرْ أيْضاً:

C. Houzel, "Histoire de la théorie des parallèles".

[17] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٥٩ وما يَليها من

B.A. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidien Geometry*.

انْظُرْ أيْضاً:

C. Houzel, "Histoire de la théorie des parallèles".

أفْكاراً أساسِيَّةً بالنِسْبَةِ إلَى الهَنْدَسَةِ الكلاسيكيَّةِ، مَصادِرَ جَوْهَرِيَّةً للتأمُّلِ والابْتِكار. لِنَتَوَقَّفِ الآنَ عِنْدَ مَسألَةِ الحَرَكَةِ.

إنّه لِمنَ المَحْظورِ أنْ نَعْتَبِرَ الحَرَكَةَ مِن الأُصولِ الهَنْدَسِيَّةِ. هَذا هُوَ مَوْقِفُ الهَنْدَسِيِّين الأفْلاطونيِّين الَّذي أمْلَتْهُ عَلَيْهِم نَظَرِيَّةُ المُثُلِ الأفْلاطونِيَّةِ؛ وهَذا هُوَ أيْضاً مَوْقِفُ الهَنْدَسِيِّين المَشَّائين الَّذي يَفْرِضُهُ مَبْدَأُهم الأرِسْطِيُّ في التَجْريدِ. ولَكِنْ آنذاك، وقَبْلَ كُلِّ شَيءٍ، لرُبَّما كَانَ السَبَبُ الحَقيقِيُّ الكامِنُ وَرَاءَ هَذا المَوْقِفِ هُوَ ضَآلَةُ الحاجَةِ إلَى مَفْهُومِ الحَرَكَةِ، في هَنْدَسَةٍ تَتَناوَلُ بِشَكْلٍ أساسِيٍّ دِراسَةَ الأَشْكَالِ الهَنْدَسِيَّةِ؟ حَتَّى عِنْدَما كَانَت تُسْتَشْعَرُ هَذِهِ الحاجَةُ بصورَتِها الضَعيفَةِ، فإنّه لَمْ يَكُنْ مِن النادِرِ تَجَنُّبُ تَبَنِّي مَشْروعِيَّةِ الحَرَكَةِ بطَريقَةٍ إرادِيَّةٍ، وذَلِكَ مَع اِحْتِمالِ إدْخَالِها خِفْيَةً أو عَن غَيْرِ قَصْدٍ. أَوَلَيْسَ هَذا مَوْقِفُ إقليدسَ في ***الأُصول***؟ حَيْثُ تَجَنَّبَ الحَرَكَةَ؛ لَكِنَّه مِن ثَمَّ سَلَّمَ بها بِطَريقَةٍ مُقَنَّعَةٍ عِنْدَما لَجَأ إلَى التَطابُقِ. وهَذا التَطابُقُ لا يُمْكِنُ أنْ يُؤخَذَ بمَعْزِلٍ عَن الإزاحَةِ، حَتَّى ولَو اعْتَبَرْنا هَذِهِ الإزاحَةَ وَليدَةَ تَصَوُّرٍ ذِهْنِيٍّ. إنّنا نَعْلَمُ جَيِّداً أنّه عِنْدَما حَدَّ إقليدسُ الكُرَةَ، إنّما فَتَحَ بذَلِكَ البابَ عَلَى مِصْراعَيْهِ أمامَ اسْتِخْدامِ الحَرَكَةِ، وقَدْ كَانَ في ذَلِكَ مُرْغَماً إلَى حَدٍّ ما. ومع ذَلِكَ فقَدْ بَقِيَ اِسْتِبْعادُ الحَرَكَةِ مِن الهَنْدَسَةِ سائِداً لِفَتْرَةٍ طَويلَةٍ مِن الزَمَنِ. وَلْنُذَكِّرْ في هَذا الصَدَدِ بنَقْدِ الخَيَّامِ المُوَجَّهِ إلَى ابْنِ الهَيْثَمِ لِكَوْنِ هَذا الأخيرِ قَد اسْتَخْدَمَ الحَرَكَةَ لَدَى مُحَاوَلَتِهِ إقَامَةَ الدَليلِ عَلَى المُصادَرَةِ الخامِسَةِ.[١٨]

---

[١٨] انْظُرْ:

Commentaire sur les difficultés de certains postulats d'Euclide, R. Rashed et B. Vahabzadeh, *Al-Khayyām mathématicien* (Paris, 1999).

أو انْظُرِ النَصَّ المَخْطوطِيَّ التالي من النُسخةِ العَرَبِيَّةِ للكِتاب: ***في شَرْحِ ما أشكل من مُصادَرات كِتاب إقليدس*** (رُشْدِي راشِد ووَهاب زادَة، رياضِيّات الخَيَّام، بيروت، ٢٠٠٥؛ (ترجمة د. نقولا فارس)).

لِنَسْتَعْرِضْ بَعْضَ ما كَتَبَهُ الخَيَّامُ في هَذا النَصِّ المُهِمِّ: "وهَذا الكَلامُ لا نِسْبَةَ لَهُ إلَى الهَنْدَسَةِ أصْلاً من وُجوهٍ. منها أنّه: كيف يَتَحَرَّكُ الخَطُّ عَلَى الخَطَّيْن مَع احتِفاظِ القِيامِ، وأيُّ بُرهانٍ عَلَى أنّ هَذا=

ولَكِنَّهُ لَشَيْءٌ آخَرُ أنْ يَتِمَّ اللُّجوءُ إلَى الحَرَكَةِ كأمرٍ واقِعٍ، وذَلِكَ بدون الاِهْتِمَامِ بمَشْروعِيَّةِ تَبَنِّي هَذا المَفْهُومِ. فقَدْ جرَى التِزامُ الصَمْتِ حِيَالَ مَشْروعِيَّةِ ذَلِكَ المَفْهُومِ، الأمرُ الَّذي ما كَانَ لِيَتَنَاقَضَ والرأيَ السائدَ سَابِقاً في مَوْضُوعِ التَحْوِيلاتِ، والَّتي كَانَ يَقومُ بها عُلَمَاءُ الهَنْدَسَةِ القُدَامَى عَلَى غِرارِ عُلَمَاءِ القَرْنَيْنِ التَاسِعِ والعاشِرِ؛ وإن جازَ القَوْلُ، فقَدْ أدَّى ذَلِكَ إلَى نَجاحٍ في الاسْتِخْدامِ التَطْبيقِيِّ ولرُبَّما، أكثرُ مِن هَذا، إلَى نَجاحٍ في الاسْتِخْدامِ النَفْعِيِّ للتَحْوِيلاتِ. وعَلَى أيِّ حالٍ كَانَ هَذا هُوَ المَوْقِفُ السائدُ بَيْنَ عُلَمَاءِ الهَنْدَسَةِ الَّذين اهْتَمُّوا بالمُنْحَنياتِ المُتَسَامِيَةِ أو الجَبْرِيَّةِ في العُصورِ القَديمَةِ؛ وهَذا ما كَانَ عَلَيْه لاحِقاً مَوْقِفُ أرشميدسَ في ***المَخْروطِيَّاتِ والكُرَوِيَّاتِ***، وفي ***الخُطوطِ اللَّوْلَبِيَّةِ***؛ وكَذَلِكَ مَوْقِفُ أبلونيوسَ في ***المَخْروطَاتِ***، إلخ. وقَد ازْدادَ هَذا الاسْتِخْدامُ تَوَسُّعاً وانْتِشاراً في القَرْنَيْنِ التَاسِعِ والعاشِرِ.

إنّه أيْضاً لأمرٌ مُخْتَلِفٌ أنْ تُدْخَلَ الحَرَكَةُ ضِمْنَ المُفْرَدَاتِ الأوَّلِيَّةِ لعِلْمِ الهَنْدَسَةِ، حَيْثُ يتَبَدَّى مَوْقِفٌ إيجابِيٌّ تِجَاهَ هَذِهِ الحَرَكَةِ ودَوْرِها في التَحْديدَاتِ

= مُمْكِنٌ؟ ومنها أنّه أيَّةُ نِسبَةٍ بَيْن الهَنْدَسَةِ والحَرَكَةِ، وما مَعْنَى الحَرَكَةِ؟" (صَفْحَة ٣٠١ من النُسْخَةِ العَرَبِيَّةِ)، ويَقومُ الخَيَّام بهُجومٍ مُعاكِسٍ ضِدَّ الَّذين يُدافِعون عن إدْخَالِ الحَرَكَةِ في الهَنْدَسَةِ مُسْتَشْهِداً بالتَحْديدِ الإقليدِيِّ لِلْكُرَةِ في الكِتاب الحادي عَشَرَ من ***الأُصول***. وهُوَ يَكْتُبُ: "إنّ الرَسْمَ الحَقيقِيَّ الظاهِرَ لِلْكُرَةِ مَعْلومٌ، وهُوَ أنّه شَكْلٌ مُجَسَّمٌ يُحيطُ به سَطْحٌ واحِدٌ في داخِلِهِ نُقْطَةٌ، كُلُّ الخُطوطِ المُسْتَقيمَةِ الخارِجَةِ منها إلَى السَطْحِ المُحيطِ مُتَساوِيَةٌ. وأقليدسُ عَدلَ عن هَذا الرَسْمِ إلَى ما قالَ مُجازَفَةً ومُساهَلَةً، فإنّه في هذه المَقالاتِ الّتي يَذْكُرُ فيها المُجَسَّماتِ تَساهَلَ جدّاً تَعَوُّلاً مِنْهُ عَلَى تَدرُّبِ المُتَعَلِّمِ عِنْدَ وُصولِهِ إلَيْها. ولو كَانَ لهَذا التَرْسيمُ مَعْنًى لَكانَ يَحُدُّ الدائِرَةَ بأن يُقالَ: إنّ الدائِرَةَ هي شَكْلٌ مُسَطَّحٌ حادِثٌ عن إدارَةِ خَطٍّ مُسْتَقيمٍ في سَطْحٍ مُسْتَوٍ، بحَيْثُ يُثَبَّتُ أحَدُ طَرَفَيْهِ في مَوْضِعِهِ ويَنْتَهي الآخَرُ إلَى مُبْتَدَأِ الحَرَكَةِ. فلمّا عدلَ عن هَذا النَوْعِ من التَرْسيمِ / لَمّا كانَ الحَرَكَةُ وأخْذُ ما لَيْسَ له مَدْخَلٌ في الصناعَةِ مَبْدَأً فيها، لزمنا أن نَقْفوَ آثارَهم ولا نُخالِفَ الأُصولَ البُرْهانِيَّةَ والدستوراتِ الكُلِّيَّةَ المَذْكورَةَ في كُتُبِ المَنْطِقِ" (الصَفْحَةُ ٣٠٢ من النُسْخَةِ العَرَبِيَّةِ– المُتَرْجِم).

والبَرَاهين. لَكِنَّ هَذا المَسارَ يَتَطَلَّبُ إعادَةَ تَنْظيمِ مَفاهيمِ الهَنْدَسَةِ أو بَعْضٍ مِنْهـــا عَلَى الأقَلِّ، فَضْلاً عَن مُعاوَدَةِ التَفكُّرِ بالمَفاهيمِ الهَنْدَسِيَّةِ القَديمَةِ عَلَى ضَوْءِ اللُّغَــةِ الهَنْدَسِيَّةِ المُسْتَجدَّةِ عَقْبَ إدْخالِنا للحَرَكَةِ، وأيْضاً يَتَطَلَّبُ هَذا المــسارُ أنْ نُعيــدَ النَظَرَ حَوْلَ تَصَوُّرِنا لمَفْهُومِ "المَكانِ" الهَنْدَسِيِّ. إلاّ أنّه مِن البَديهِيِّ، أنّ هَذا النَوْعَ مِن التَغْييرِ يَسْتَوْجِبُ تَوَفُّرَ أُسُسٍ جَديدَةٍ وعِلْمٍ آخرَ وطَريقَةٍ مُخْتَلِفَةٍ. وقَدْ كَــانَ ابْنُ الهَيْثَمِ، وَفْقَ ما نعْرِفُهُ، أوَّلَ مَن حاوَلَ القِيامَ بإعادَةِ التَنْظيمِ هَذِهِ مُبْتَكِراً عِلْــمَ *المَعْلوماتِ*، وقَدْ أرْسَى ابْنُ الهَيْثَمِ أُسُسَ *فَنٍّ تَحْليلِيٍّ* جَديدٍ مُعيداً صِياغَةَ مَفْهُــومِ "المَكان الهَنْدَسِيِّ". ومِن بَعْدِه كَانَ لا بُدَّ مِن انْتِظارِ النصْفِ الثاني مِــن القَــرْنِ السَابِعِ عَشَرَ، لنَشْهَدَ مِن جَديدٍ مُحاوَلاتٍ أُخْرَى مِن هَذا القَبيلِ، وتَحْديــداً في كِتاب ***تحليل الوَضْع*** *Analysis situs* الَّذي وَضَعَه ليبنــز (Leibniz).

تَنْقَسِمُ كِتاباتُ ابْنِ الهَيْثَمِ الهَنْدَسِيَّةُ بشَكْلٍ واضِحٍ إلَى عِــدَّةِ مَجْموعَــاتٍ مُتَمَاسِكَةٍ فيما بَيْنَها. وقَدْ سَبَقَ لَنا أنْ مَيَّزْنا العَديدَ مِنْها وهي: الأَعْمَالُ في هَنْدَسَةِ اللاَّمُتَناهِيَاتِ في الصِغَرِ؛ الدِراسَاتُ المُكَرَّسَةُ للمَخْروطَــاتِ وللأبْنِيَــةِ الهَنْدَسِــيَّةِ بوَاسِطَةِ المَخْروطَاتِ؛ بالإضافَةِ إلَى مَجْموعَةٍ، يُعالِجُ ابْنُ الهَيْثَمِ نَظَرِيّاً فيها مَسائلَ تَطْبيقِيّةً في الهَنْدَسَةِ[١٩]. وهَذِهِ المَجْموعَاتُ مِن الأَعْمَالِ لَيْسَت الوَحيــدَةَ، فثَمَّــةَ مَجْموعَاتٌ أُخْرَى لا تَزالُ بحاجَةٍ إلَى التَمْييزِ. وقَدْ لاحَظْنا أنّ صَلابَة التَماسُــكِ الَّذي يَربطُ تِلْكَ المَجْموعَاتِ يَرْتَكِزُ بالأصْلِ علَى تَقْليدٍ في البَحْثِ كَانَ ابْنُ الهَيْثَمِ يَطْمَحُ إلَى إنْجازِهِ، بمَعْنَى المُضِيِّ قُدُماً فيهِ بقَدْرِ ما كَانَت تَسْمَحُ به الإمكَانَــاتُ المَنْطِقِيَّةُ الكامِنَةُ؛ وهَذا يَعْني القِيامَ ببَحْثٍ مُتَزامِنٍ في الهَنْدَسَــةِ الأرشميديّــةِ وفي هَنْدَسَةِ أبلونيوسَ، والرَبْطَ أكْثَرَ فأكْثَرَ بَيْنَ الهَنْدَسَةِ "المِتْرِيَّةِ" وهَنْدَسَةِ الأوْضَــاعِ

[١٩] انْظُرِ الفصل الرابع من الجُزْءِ الثالث لهذا الكتاب بنُسْخَتَيْه العربيّة والفرنسيّة.

والأَشْكَالِ. وبَدْءاً مِن بَني موسَى وحَتَّى القوهِيِّ، سَلَفِ ابْنِ الهَيْثَمِ، لم تَتَوَقَّفْ عَمَلِيَّةُ إغْناءِ هَذا التَقْليدِ الَّذي يَطْبَعُ بسِمَةٍ فريدةٍ البَحْثَ الهَنْدَسِيَّ الَّذي كُتِبَ آنذاك بالعَرَبِيَّةِ. ونَسْتَطيعُ القَوْلَ إنّ هَذِهِ الحَرَكَةَ التَوْحيدِيَّةَ في الهَنْدَسَةِ، الَّتي كَانَ يَنْوي ابْنُ الهَيْثَمِ مُتابَعَتَها، ما كَانَ لها قَطْعاً أنْ تَحْصُلَ بدون تَعْديلٍ للمَفَاهيمِ والطُرُقِ المَوْروثَةِ، وبدون إثارَةِ مَسائلِيَّاتٍ جَديدَةٍ. و تَتَعَلَّقُ إحْدَى هَذِهِ المَسَائلِيَّاتِ بمَفْهُومِ الحَرَكَةِ بأَشْكَالِها المُخْتَلِفَةِ، وبمَشْروعِيَّةِ إدْخَالِها إلَى الهَنْدَسَةِ، وقَدْ ذَكَرْنا أنّ هَذا المَفْهُومَ، مِن أيّامِ بَني موسَى وحَتَّى القَرْنِ التَاسِعِ، كَانَ حاضِراً وكَانَ يَلْعَبُ دَوْراً، إنْ يَكُن بذاتِه كَما هُوَ الحالُ عِنْدَ ثابتٍ بن قُرَّة في مَسأَلَةِ المُصادَرَةِ الخامِسَةِ، أو إنْ يَكُنْ عَلَى شَكْلِ تحويلٍ هَنْدَسِيٍّ. لقَدْ أصْبَحَ دَوْرُ مَفْهُومِ الحَرَكَةِ في أبحاثِ ابْنِ الهَيْثَمِ كبيراً وثابتاً إلَى الحَدِّ الَّذي لم يَعُدْ فيهِ مِن المُمْكِنِ قُبولُهُ كأمْرٍ واقِعٍ بدون التَسَاؤُلِ عَن مَشْروعِيَّتِهِ. ولذَلِكَ فقَدْ كَرَّسَ ابْنُ الهَيْثَمِ لهَذِهِ المَسَائلِ مَجْموعَةً كامِلَةً مِن الكِتاباتِ.

وأوَّلُ هَذِهِ الأَعْمَالِ هُوَ ***شَرْحُ مُصادَراتِ كِتابِ أقليدس***[20]. ولا تَقْتَصِرُ أهَمِيَّةُ ***الشَرْحِ*** المَذْكورِ عَلَى مَسأَلَةِ التَعَرُّفِ عَلَى نتاجِ إقليدسَ، بَلْ تَتَعَدَّاها، إذ إنّ ***الشَرْحَ*** يوضِحُ مَقاصِدَ مُؤَلِّفِهِ، حَيْثُ يُحيطُنا عِلْماً بمَشْروعِهِ الجَديدِ. فَهَدَفُ ابْنِ الهَيْثَمِ بِحَدِّهِ الأدْنَى هُوَ تَثْبيتُ مَبادئِ الهَنْدَسَةِ، بحَيْثُ تَسْتَوْعِبُ التَحْويلاتِ والحَرَكَةَ – وتتَبَدَّى تَرْجَمَةُ ذَلِكَ في أوّلِ الأمْرِ مِن خِلالِ مُحَاوَلَةِ ابْنِ الهَيْثَمِ تَعْليلَ أَعْمَالِ إقليدسَ، وذَلِكَ بهَدَفِ تَحْريرِ مَفَاهيمِ ***الأُصولِ*** مِن الشُكوكِ الَّتي تَحومُ حوْلَها. إنّ ***شَرْحَ المُصادَراتِ*** لَيْسَ مُوَجَّهاً عَلَى الإطْلاقِ ضِدَّ إقليدسَ، بَلْ هَدَفُهُ هُوَ ما بَعْدَ إقليدسَ. وتَعْليلُ مَفَاهيمِ ***الأُصولِ*** يَعْني البَحْثَ عَن المَفَاهيمِ الَّتي تؤَسِّسُ

[20] ابْنُ الهَيْثَمِ، ***شَرْحُ مُصادَراتِ كِتابِ أقليدسَ***، مَخْطوطَة فيض الله ١٣٥٩، الصَفَحاتُ ١٥٠و – ٢٣٧ظ.

هَذا المُؤَلَّفِ عَلَى المُستَوَى الفِكْرِيِّ وعَلَى مُستَوَى الوُجودِ المُستَقِلِّ (الأونطولوجيّ) عَلَى حَدٍّ سَواء. وبالتالي، ما كُنّا لَنَتَوَقَّعَ أنْ يَكونَ الدَوْرُ الَّذي لَعِبَهُ كِتابُ ***الأُصول*** في الهَنْدَسَةِ أقَلَّ مِمَّا كَانَ عَلَيْه، لَيْسَ في زَمَنِ ابْنِ الهَيْثَمِ فَحَسْب، إنّما في القَرْنِ الثامِنِ عَشَرَ أيْضاً.

ويَبْدَأُ ابْنُ الهَيْثَمِ العَمَلَ التَوْضيحِيَّ إذاً، وذَلِكَ عَن سابِقِ تَصْميمٍ، في كِتابِهِ ***شَرْح المُصادَرات***. وهَذا النَوْعُ مِن المَشاريعِ يَقْتَضي مُعاوَدَةَ تَناوُلِ التَحْديدَاتِ والمُصادَرَاتِ فَضْلاً عَن العَديدِ مِن القَضايا، وذَلِكَ بِهَدَفِ إعْطاءِ أجْوِبَةٍ عَن العَديدِ مِن المَسَائلِ الوَثيقَةِ التَرابُطِ، الَّتي لم تَجِدْ أيّةُ واحدةٍ مِنْها صِياغَةً لا عِنْدَ إقليدسَ ولا عِنْدَ لاحِقيهِ مِن القُدَامَى. فقَد انْحَصَرَ أمرُ هَذِهِ المَسَائلِ بِـ"المُحْدَثين" الَّذين تَلَمَّسوا بَعْضاً مِنْها، ولَكِنَّ هَذا التَلَمُّسَ كَانَ ضَبابِيّاً وبَعيداً عَن الوُضوحِ. فما هِيَ الوَسائلُ الَّتي نَمْتَلِكُها لِكَيْ نُثْبِتَ أنّ مَفْهُوماً ما في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ هُوَ ما هُوَ عَلَيْه؟ ولماذا هُوَ مِثْلُ ما يَكونُ عَلَيْه؟ وكَيْفَ نَتَبَيَّنُ وُجودَهُ؟ تِلْكُم هِيَ الأسْئِلَةُ المَطْروحَةُ، حَيْثُ اسْتِفْهامُ "كَيْفَ" يَحْكُمُ جَوابَ "لأنّ"، وتُفْضِي هَذِهِ الأسْئِلَةُ الثَلاثَةُ إلَى التَسَاؤُلِ حَوْلَ الطُرُق، كَما تَقودُ جَميعُها، طَوْعاً أو قَسْراً، إلَى التَسَاؤُلِ الصَعْبِ حَوْلَ الأسُسِ. ولا يَسْتَطيعُ ابْنُ الهَيْثَمِ الرِيَاضِيُّ، وللضَرورَةِ العِلْمِيَّةِ، أي تِلْكَ المُتَعَلِّقَةِ بالبَحْثِ الرِيَاضِيِّ وتَطَوُّره، إلاّ أنْ يُجَسِّدَ دَوْرَ الفَيلَسوفِ، وذَلِكَ إذا ما أرادَ أنْ يُوصِلَ هَذا العَمَلَ التَوْضيحِيَّ إلَى النِهَايَةِ المُبْتَغاةِ.

يَتَّبِعُ ابْنُ الهَيْثَمِ، في كِتابِهِ ***شَرْح المُصادَرات***، سيْراً مُنْتَظِماً. حَيْثُ يَبْدَأُ بِعَرْضِ التَعْريفاتِ المُخْتَلِفَةِ لِكُلِّ واحِدٍ مِن المَفاهيمِ الهَنْدَسِيَّةِ، مُتَوَقِّفاً كُلَّ مَرَّةٍ عِنْدَ المَفْهُومِ الإقليدِيِّ مُحاوِلاً تَعْليلَهُ بالطَريقَةِ التالِيَةِ: يُعْطي تَحْديداً للمَفْهُومِ نَفْسِهِ حَيْثُ تَدْخُلُ فيهِ الحَرَكَةُ بشَكْلٍ ظاهِرٍ، ويُبَيِّنُ أنّه هُوَ المَفْهُومُ الأكْثَرُ مُلاءَمَةً، الَّذي بِوَاسِطَتِهِ سيُفَسَّرُ ويُعَلَّلُ المَفْهُومُ الإقليدِيُّ، مَع المُضِيِّ قُدُماً إلَى ما هُوَ أبْعَدُ. وإذا ما اخْتَبَرْنا عَن قُرْبٍ مَسارَ ابْنِ الهَيْثَمِ، فإنّنا سنَتَبَيَّنُ أنّ مَفْهُومَ الحَرَكَةِ يُدْخَلُ بُغْيَةَ

تَأْسيسِ المَفْهُومِ الإقليدِيِّ، وتَحْديداً بُغْيَةَ تَأْمينِ المُسْتَوَى الوُجودِيِّ لـــه. فتتَبَـــدَّى الحَرَكَةُ بالفِعْلِ، في قَلْبِ نَظَرِيَّةٍ مِن التَجْريدِ جَرَى تَعْديلُها جَذْرِيّاً بِفَضْلِ مَـــذْهَبِ الوُجودِ المُسْتَقِلِّ عَن الأَشْكَالِ، وذَلِكَ كَوَسيلَةٍ فُضْلى للإجابَـــةِ عَـــن الأسْـــئِلَةِ المَطْروحَةِ أعْلاه، وبخَاصَّةٍ عَن سُؤالِ الوُجودِ. فَلْنَتَناوَلْ باخْتِصارٍ هَذِهِ النُقْطَةَ.

لقَدْ سَبَقَ لنا أنْ بيَّـــنَّا الحاجَةَ المُلِحَّةَ المُتَعَلِّقَةَ بإقَامَةِ الدَليلِ عَلَـــى وُجـــودِ الكَائِناتِ الرِيَاضِيَّة وقَدْ تزايَدَت هَذِهِ الحاجَةُ في النِصْفِ الثاني مِن القَرْنِ العاشِـــرِ، لِتَبْلُغَ ذُرْوَتَها عِنْدَ ابْنِ الهَيْثَمِ، وكَانَ المَطْلوبُ تَوْفيرَ بُرْهانٍ للوُجودِ، حَتَّى وَلَوْ كَانَ ذَلِكَ مِن خِلالِ البِنَاءِ الرِيَاضِيِّ. وبالفِعْلِ، فعِنْدَما اشْتَغَلَ ابْنُ الهَيْثَمِ بوَاسِطَةِ تَقاطُعِ المُنْحَنَياتِ المَخْروطِيَّةِ عَلَى حَلِّ المَسَائِلِ المُجَسَّمَةِ، فإنّه لم يُهْمِلْ إقَامَةَ الدَليلِ عَلَـــى وُجودِ نُقْطَةِ تَقاطُعٍ[٢١]. ولم يَتَوَانَ، فَضْلاً عَن ذَلِكَ، عَن المُضِيِّ أبْعَدَ مِن ذَلِـــكَ في تَعْميمِ هَذِهِ الحاجَةِ لتَطالَ أيْضاً التَعْريفاتِ الرِيَاضِيَّةَ نَفْسَها. ولذَلِكَ كَانَت العَوْدَةُ إلَى الكَائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ نَفْسِها حَتْمِيَّةً بُغْيَةَ التَأَكُّدِ مِن وُجودِها. وهَذِهِ العَودَةُ إلَى الكَائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ نَفْسِها كَانَت تَتَطَلَّبُ بدَوْرِها تَسَاؤُلاً حَـــوْلَ طَبيعَـــةِ هَـــذِهِ الكَائِناتِ: ولذَلِكَ كَانَ لا مَفرَّ مِن إجْراءِ تِبْيانٍ فَلْسَفِيٍّ هَذِهِ المَرَّة.

إذا ما كَانَ مَذْهَبُ تَجْريدِ الكَائِناتِ الرِيَاضِيَّة (*mathemata*)، الَّذي لَـــمْ يَرْفُضْهُ أحَدٌ في ذَلِكَ العصرِ حَتَّى ابنُ الهَيْثَمِ نَفْسُه، بِقادِرٍ عَلَى تَقْديمِ تَصَوُّرٍ ما لهَذِهِ الكَائِناتِ، فإنّه بالتَأْكيدِ قَدْ كَانَ أعْجزَ مِن أنْ يَضْمَنَ وُجودَها. فالكائنُ الرِيَاضِيُّ وَفْقَ هَذا المَذْهَبِ – المُثَلَّثُ، والدائِرَةُ، والزاوِيَةُ، إلخ – هُوَ كائنٌ ذِهْنِـــيٌّ مُجَـــرَّدٌ نُدْرِكُه كَما لو أنّه مُنْفَصِلٌ عَن المَادَّةِ[٢٢]. وبناءً عَلَيْه، فإنّ مُسْتَقيماً – وهَذا صَحيحٌ

[٢١] انْظُرِ الصَفَحاتِ ١٣١–١٦٢ من:

R. Rashed, "l'analyse et la systhèse selon Ibn-Haytham", dans R. Rashed (éd.), *Mathématiques et philosophie de l'Antiquité à l'âge classique.*

[٢٢] إنّه المَذْهَبُ الَّذي لَقِيَ انْتِشاراً واسِعاً في ذَلِكَ العَصْرِ، وقُبولاً من غالِبِيَّةِ شُرَّاحِ أرِسْطو. راجعِ الصَفَحاتِ ٤٦٣ — ٤٨٤ من: =

أيْضاً بالنسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ – ما هُوَ بمَوْجودٍ في المَحْسوسِ – أكَانَ المَحْسوسُ طبيعِيّاً أو تِقَنِيّاً – حَتَّى ولَئِن فُرِضَ عَلَيْنا، مِن أجْلِ تَصَوُّره، أنْ نَبْدَأَ "بفَصْلِهِ" عَن حُدودِ المِسَاحَاتِ المَحْسوسةِ. ونَسْتَطيعُ إعطاءَ نَموذَجٍ مَحْسوسٍ للمُسْتَقيمِ، وذَلِكَ وَفْقَ ما يُؤَكِّدُه ابْنُ الهَيْثَمِ، حَيْثُ يَتَمَثَّلُ هَذا النَموذَجُ بخَيْطٍ دَقيقٍ مَشْدودٍ بقُوَّةٍ مِن طَرَفَيْهِ. لَكِنَّ هَذا النَموذَجَ لا يَصْلُحُ سِوَى لُمساعَدَةِ "التَخَيُّلِ" عَلَى تَصَوُّرِ المُسْتَقيمِ، بدون أنْ يَسْتَطيعَ البَتَّةَ إثْباتَ وُجودِه. فَيَتَمَحْوَرُ السُؤالُ إذاً حَوْلَ إدراكِ كَيْفِيَّةِ التَعَرُّفِ عَلَى هَذا الوُجودِ، وللإجابةِ عَن ذَلِكَ لا مَفَرَّ مِن إعادَةِ تَهْيئَةِ مَذْهَبِ التَجْريدِ. وهَذا ما اجْتَهَدَ ابْنُ الهَيْثَمِ في القِيامِ بِهِ.

في ***شَرْح المُصادَرات***، وكذَلِكَ في مُؤَلَّفٍ آخَرَ كُتِبَ بَعْدَ فَتْرَةٍ قَصيرَةٍ مِن الزَمَنِ – ***في حلّ شكوك كِتاب أقليدس في الأُصول*** –[٢٣]، يُطَوِّرُ ابْنُ الهَيْثَمِ مَذْهَباً يُمْكِنُ اخْتِصارُهُ عَلَى الشَكْلِ التالي: إذا كَانَ فِعْلُ "فَصْل" الكَائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ ضَرورِيّاً مِن أجْلِ تَصَوُّرِها، فإنّ هَذا الفِعْلَ لا يَسْتَطيعُ وَحْدَه أنْ يَجْعَلَها تُدْرَكُ ككَائِناتٍ مِثالِيَّةٍ أي كأَشْكَالٍ مُتَخَيَّلَةٍ لا تَتَغَيَّرُ، وذَلِكَ وَفْقَ ما يَسوقُهُ ابْنُ الهَيْثَمِ، كَما لا يَسْتَطيعُ ضَمانَ وُجودِها. وبكَلامٍ آخَرَ، يَسْمَحُ لنا التَجْريدُ أنْ نَتَصَوَّرَ المُسْتَقيمَ كَخَطٍّ خاصٍّ، كَحَدٍّ لَمجْموعَةٍ كامِلَةٍ مِن أسْطُحِ الأجْسامِ المَحْسوسَةِ، لَكِنْ لَيْسَ كالخَطِّ "المَوْضُوعِ عَلَى مُقابَلَةِ أيِّ النُقَطِ كَانَت عَلَيْه بَعْضُها لبعض"، وَفْقَ ما يرد في التَحْديدِ الإقليدِيِّ، بِغَضِّ النَظَرِ عَن كُلِّ النِزاعاتِ الناتِجَةِ مِن تَرْجَمَةِ وشَرْحِ هَذا التَحْديدِ[٢٤]. ويَعْمَدُ ابْنُ الهَيْثَمِ إذّاك إلَى إدْخَالِ فِعْلٍ آخَرَ وهُوَ

= I. Mueller, "Aristotle's Doctrine of Abstraction in the Commentators", dans R. Sorabji (éd.), *Aristotle Transformed: the Ancient Commentators and their Influence* (Londres, 1990).

[٢٣] ***في حلِّ شكوك كِتاب أقليدس في الأُصول***، مَخْطوطَة إسطنبول، جامعة ٨٠٠.

[٢٤] راجِعْ عَلَى سَبيلِ المِثَالِ الصَفَحاتِ ١١٥–١٣٠ من:

M. Federspiel, "Sur la definition euclidienne de la droite", dans R. Rashed (éd), *Mathématiques et philosophie de l'Antiquité à l'âge classique*.

فِعْلُ "التَخَيُّلِ". و لم يَذْكُرِ ابْنُ الهَيْثَمِ قَطُّ ما كَانَ يَعْنيهِ بِهَذا المُصْطَلَحِ الَّذي يُمْكِنُ بأدْنَى تَقْديرٍ نَعْتُه بالمُلْتَبِسِ، وقَد اسْتَخْدَمَ الفَلاسِفَةُ هَذا المُصْطَلَحَ مُنْذُ مُنْتَصَفِ القَرْنِ التَاسِعِ ولَكِنْ بِمَعانٍ مُتَعَدِّدَةٍ. وإذا ما قابَلْنا الاسْتِخْدامَاتِ المُخْتَلِفَةَ لَهَذا المُصْطَلَحِ الَّتي قَامَ بِها ابْنُ الهَيْثَمِ، فإنّنا نَسْتَطيعُ اسْتِخْلاصَ التَحْديدِ التالي: يَتَعَلَّقُ الأمرُ بِفِعْلٍ، يَستَخْلِصُ الفِكْرُ بواسِطَتِهِ وبِذاتِهِ أشْكالاً ذِهْنِيَّةً غَيْرَ مُتَغَيِّرَةٍ، وذَلِكَ اسْتِناداً إلَى ما تَتْرُكُهُ الكَائِناتُ الطَبيعِيَّةُ والتِقَنِيَّةُ مِن آثارٍ في الحِسِّ المُشْتَرَكِ. ويَبْدو إذاً مُصْطَلَحُ "التَخَيُّل"، وَفْقَ التَعْديلِ الَّذي طَرَأَ عَلَى اتّجاهِهِ لَدَى ابْنِ الهَيْثَمِ، كَرُؤْيَةٍ ذِهنِيَّةٍ خَاصَّةٍ بالفِكْرِ تَسْتَنِدُ إلَى الآثارِ الَّتي تَتْرُكُها الكَائِناتُ المَحْسوسةُ في الحِسِّ المُشْتَرَكِ. في ظِلِّ هَذا الفِعْلِ، ومُذَّاكَ فَصاعِداً، سَيَتَأَكَّدُ الوُجودُ، عَلَى المُسْتَوَى الفِكْرِيِّ للكَائِناتِ الرِيَاضِيَّةِ، ويَتَّخِذُ التَخَيُّلُ نَفْسُهُ حَيِّزاً ثُنائيّاً، إن يَكُنْ لِجِهَةِ البُعْدِ الفِكْرِيِّ أو لجِهَةِ الوُجودِ المُسْتَقِلِّ (الأنطولوجِيّ). فَضْلاً عَن ذَلِكَ، يؤكِّدُ ابْنُ الهَيْثَمِ بِقُوَّةٍ البُعْدَ الخاصَّ بالوُجودِ المُسْتَقِلِّ (الأنطولوجِيّ)، وذَلِكَ عِنْدَما يَكْتُبُ:

"بَل المَوْجوداتُ تَنْقَسِمُ قِسْمَيْن: مَوْجوداً بالحِسِّ ومَوْجوداً بالتَخَيُّلِ والتَمْييزِ. والمَوْجودُ عَلَى التَحْقيقِ هُوَ المَوْجودُ بالتَخَيُّلِ والتَمْييزِ. أمّا المَوْجود بالحِسِّ، فلَيْسَ بمَوْجودٍ عَلَى التَحْقيقِ لِعِلَّتَيْن: إحْداهُما أنّ الحَواسَ كَثيرَةُ الإغْلاطِ؛ وإذا غَلِطَ الحِسُّ، فلَيْسَ يُحِسُّ الحاسُّ بِغَلَطِهِ، وإذا كَانَ الحِسُّ يَغْلَطُ وكَانَ الحاسُّ لا يُحِسّ بِغَلَطِهِ، فلَيْسَ مِمّا يُوجَدُ بالحِسِّ يُوثَقُ بوُجودِ حَقيقَتِهِ. والمَوْجودُ الَّذي لا يُوثَقُ بوُجودِ حَقيقَتِهِ لَيسَت حَقيقَتُهُ مَوْجودَةً؛ وإذا لَمْ يَكُنْ حَقيقَتُهُ مَوْجودَة، فلَيْسَ هُوَ مَوْجود عَلَى الحَقيقَةِ؛ فهَذِهِ هِيَ إحْدَى العِلّتَيْن. والعِلَّةُ الأُخْرَى هِيَ أنّ الأشياءَ المَحْسوسة هِيَ كائنة فاسدة، فهي أبداً مستحيلة ولَيْسَت ثابتة عَلَى صفةٍ واحدة ولا آناً واحداً، فلَيْسَت لها حَقيقَة ثابتة؛ وإذا لم تكن لها حَقيقَة ثابتة، فلَيْسَ توجد عَلَى الحَقيقَة. عَلَى تصاريفِ الأحوال لَيْسَ يَكونُ شيء مِن

المَحْسوسات موجوداً عَلَى غاية التحقيق، والموجود بالتَخَيُّلِ هُوَ موجود عَلَى غاية التحقيق، لأنّ الصورة الَّتِي تَحْصُلُ فِي التَخَيُّلِ هِيَ مُتَخيَّلة عَلَى حَقيقَتها ولَيْسَت تستحيل ولا تَتَغَيَّرُ إلا بتغيّر المتخيِّلِ لها"[٢٥].

وفِي هَذا الشَأْنِ رُبَّما لا يُوجَدُ كَلامٌ أكْثَرُ بَياناً: الكَائِناتُ الرِياضِيَّةُ المِثالِيَّةُ، وأَشْكَالُها الذِهْنِيَّةُ المُخْتَلِفَةُ والثابِتَةُ مَوْجودَةٌ بِالفِعْلِ باسْتِقْلاليَّةٍ عَن الكائنِ الَّذي يُدْرِكُها، حَتَّى وَلَوْ كَانَ هَذا الكائِنُ يُدْرِكُها بِطَريقَةٍ خَاصَّةٍ. وهَذا المَذْهَبُ الأفلاطونيُّ المَنْحَى، ذو النَفَسِ القَصيرِ، الَّذي تَعْتَريه بَعْضُ الصُعوباتِ، يُبَرِّرُ مِن مَنْظورِ ابْنِ الهَيْثَمِ وُجودَ الأَشْكَالِ الرِياضِيَّة. ولَكِنْ رَغْمَ الحاجَةِ الماسَّةِ إِلَى هَذا التَبْرير، فإنّه يَبْقَى عامّاً جِدّاً، وبالتالي لا يَلْقَى الرِضَى المَطْلوبَ مِن جانِبِ أيِّ رِياضِيٍّ نَشِطٍ فِي مَجالِ البَحْثِ. ولذَلِكَ يَنْبَغي إغْناؤه بِوَسائلَ أُخْرَى فَعَّالَةٍ قادِرَةٍ أنْ تُبيِّنَ كَيْفِيَّةَ إنْتاجِ هَذهِ الأَشْكَالِ فِي "التَخَيُّلِ". وفِي هَذهِ الحالةِ فَقَط سَيَكْتَسِبُ الوُجودُ الفِكْرِيُّ للأَشْكَالِ بُعْداً عَمَلِيّاً يَسْمَحُ لنا بتَناوله بطَريقَةٍ فِعْلِيَّةٍ.

ويُدْخِلُ ابْنُ الهَيْثَمِ الحَرَكَةَ فِي الهَنْدَسَةِ كتَمْهيدٍ لهَذهِ المُهِمَّةِ الَّتِي أخَذَ عَلَى نَفْسِهِ القِيامَ بِها. وهُوَ يُجَسِّدُ فِي هَذا المِضْمارِ وارِثاً حَقيقِيّاً للتَقْليدِ. فقَدْ أدْخَلَ ثابِتٌ بنُ قُرَّة، قَبْلَ حَوالَى قَرْنٍ مِن الزَمَنِ، وبشَكْلٍ حاسِمٍ وظاهِرٍ، الحَرَكَةَ فِي مُؤَلَّفِهِ عَن المُصادَرَةِ الخامِسَةِ. حَيْثُ تناوَلَ بالتَحْديدِ الإزاحَةَ، الَّتِي لا بُدَّ مِنْها عِنْدَ أيِّ حَديثٍ عَن التَطابُقِ. ويَعْمَدُ ثابِتٌ إِلَى تَحْديدِ القُرْصِ بِواسِطَةِ دَوَرانِ قِطْعَةِ مُسْتَقيمٍ يُثَبَّتُ أحَدُ طَرَفَيْها[٢٦]. ولا يَكْتَفي ثابِتٌ بنُ قُرَّة بإدْخالِ الحَرَكَةِ فِي التَعْريفاتِ فَحَسْب، بَلْ يَسْتَحْضِرُها أيْضاً فِي بُرْهانِهِ المُقْتَرَحِ لإثباتِ المُصادَرَةِ

---

[٢٥] ***في حَلِّ شُكوكِ كِتاب أقليدس في الأُصول***، مَخْطوطَة إسطنبول، جامعة ٨٠٠، ص ١٠ظ-١١و.

[٢٦] ثابِتٌ بنُ قُرَّة، ***في أنّ الخَطَّيْن إذا أُخرِجا عَلَى أَقَلِّ من زاوِيَتَيْن قائمَتَيْن التَقَيا***، مَخْطوطَة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة ٢٤٥٧، الصَفْحَة ١٥٧و.

الخامِسَةِ. ويُضافُ إلَى هَذا أيْضاً ما سَبَقَ وذَكَرْناه عَن اسْتِخْدامِ ابْنِ قُرَّة للتَحْويلاتِ.

لقَدْ أَشَرْنا إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ في ***شَرْحِ المُصادَراتِ*** يُتْبِعُ كُلَّ تَعْريفٍ لإقليدسَ بآخَرَ حَيْثُ تَدْخُلُ الحَرَكَةُ. وهَكَذا، فبَعْدَ أنْ يَعْرِضَ ابْنُ الهَيْثَمِ تَعْريفَ إقليدسَ للمُسْتَقيمِ، يَكْتُبُ ما يلي:

"وأَخَصُّ حُدودِ الخَطِّ المُسْتَقيم وأَتَمُّها هُوَ أنّ الخَطَّ المُسْتَقيمَ هُوَ الَّذي إذا أُثْبِتَت مِنْهُ نُقْطَتانِ وأُديرَ، لم يَتَغَيَّرْ وَضْعُهُ، لأنّهُ بِهَذا الحَدِّ يَتَخَلَّصُ الخَطُّ المُستَقيمُ مِن كُلِّ شَكٍّ يُمْكِنُ أنْ يَعْرِضَ فيه".[٢٧]

فوَفْقَ ما يورِدُه ابْنُ الهَيْثَمِ، يَتَشَكَّلُ المُسْتَقيمُ تَحْديداً نَتيجَةَ حَرَكَةِ دَوَرَانٍ حَوْلَ مِحْوَرٍ أو نَتيجَةَ انْفِتالٍ عَلَى نَفْسِهِ ويَتَمايَزُ بِهَذا الأمْرِ عَن جَميعِ الخُطوطِ الأُخْرَى الَّتي يَتَغَيَّرُ مَوْقِعُها عِنْدَما تَخْضَعُ لحَرَكَةِ الدَوَرَانِ. ففي عُرْفِ ابْنِ الهَيْثَمِ، يؤسِّسُ هَذا التَعْريفُ المَبْنِيُّ عَلَى الحَرَكَةِ لتَعْريفِ إقليدسَ ويُعَلِّلُهُ، وحَرَكَةُ الدَوَرَانِ تِلْكَ هِيَ الوَسيلَةُ الَّتي تَتَوَفَّرُ "للتخيُّلِ" للتأَكُّدِ بواسِطَتِها مِن الوُجودِ الفِكْرِيِّ للمُسْتَقيمِ ولإدراكِهِ. وهَذا التَعْريفُ الَّذي سيُسَمَّى لاحِقاً "مَوْروثاً" هُوَ إذاً "أَخَصُّ حُدودِ الخَطِّ المُسْتَقيم وأَتَمُّها"، حَيْثُ إنّه يُعَرِّفُنا إلَى المُسْتَقيمِ لَيْسَ مِن خِلالِ خاصِيَّتِهِ هَذِهِ أو تِلْكَ، بَلْ مِن خِلالِ عِلَّةِ حُصولِهِ بمُجْمَلِها, وتَنْطَبِقُ العَمَلِيَّةُ نَفْسُها عَلَى كافَّةِ المَفَاهيمِ الأُخْرَى: الزاوِيَةُ، والدائِرَةُ، إلخ. فالدائِرَةُ، عَلَى سَبيلِ المِثَالِ، تَتَحَدَّدُ كشَكْلٍ يُحْدِثُه دَوَرَانُ مُسْتَقيمٍ حَوْلَ طَرَفٍ ثابِتٍ، في حينِ أنّ الطَرَفَ الثاني يَكونُ مُتَحَرِّكاً. ويؤكِّدُ هَذا الدَوَرَانُ أيْضاً وُجودَ هَذا الكائنِ الذِهْنِيِّ، نَعْني الدائِرَةَ، لِكَوْنِهِ عِلَّةَ حُصولِها.

---

[٢٧] ***شَرْحُ مُصادَراتِ كِتابِ أقليدس***، مَخْطوطَة فيض الله ١٣٥٩، صَفْحَة ١٥٥ظ.

بَعْدَ أنْ أدْخَلَ ابْنُ الهَيْثَمِ الحَرَكَةَ في التَعْريفاتِ، تابَعَ مُهِمَّتَهُ فأدْرَجَها في المُصادَراتِ لتَعْليلِها، أو مِن أجْلِ إثْباتِ المُصادَرَةِ الخامِسَةِ، وفي الحالَةِ الأخيرةِ هَذِهِ اسْتَوْحَى ابْنُ الهَيْثَمِ مِن أَعْمَالِ ثابتٍ بنِ قُرَّة في هَذا المِضْمارِ، وذَهَبَ أبْعَدَ مِن ذَلِكَ في اِخْتِيارِهِ لتَصَوُّرٍ سينماتيكيّ للحَرَكَةِ[٢٨]. كَما عَمِلَ أيْضاً بالطَريقَةِ نَفْسِها في العَديدِ مِن القَضايا.

في ***شَرْحِ المُصادَراتِ*** وكذَلِكَ في مُؤَلَّفِهِ ***في حَلِّ شُكوكِ كِتابِ أقليدس***، يُدْخِلُ ابْنُ الهَيْثَمِ الحَرَكَةَ – الدَوَرانَ، الإزاحَة، ... – كمُصْطَلَحٍ أوَّلِيٍّ في الهَنْدَسَةِ، بهَدَفِ تَعْليلِ الخَياراتِ التَصَوُّرِيَّةِ الإقليديَّةِ، وتأسيسِها، وإعْطائها مُسْتَوًى مِن الوُجودِ، وذَلِكَ بُغْيَةَ تَحْريرِها أخيراً مِن الشُكوكِ والشُبُهاتِ الَّتي يُمْكِنُ أنْ تَعْتَريَها. وبكَلامٍ آخَرَ، فإنّه يَشْرَحُ ***الأُصولَ***. وسَنَعودُ لاحِقاً إلَى هَذا الشَرْحِ. إلاّ أنّ إدْخالَ الحَرَكَةِ هَذا في الهَنْدَسَةِ يَفْرِضُ مُهِمَّتَيْن إضافيَّتَيْن. إذ يَنْبَغي، مِن جِهَةٍ أُولَى، إطْلاقُ أبحاثٍ رِياضِيَّةٍ جَديدَةٍ في التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّة، ومن جِهَةٍ ثانِيَةٍ، العَمَلُ عَلَى تَوْفيرِ وَسائلِ التَناوُلِ المَنْهَجِيِّ لَمجْموعِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ اِنْطِلاقاً مِن مَفْهُومِ الحَرَكَةِ. هَذا المَشْروعُ الَّذي وَضَعَهُ وباشَرَ به ابْنُ الهَيْثَمِ، عاوَدَ الرُجوعَ إلَيْه في القَرْنِ السَابعِ عَشَرَ العَديدُ مِن الرِيَاضِيِّين مِن أمْثالِ فيرما (Fermat) و لاهير (La Hire) وليبنيز (Leibniz). ولَكِنْ، كَانَ لا بُدَّ مِن انْتِظَارِ قَرْنَيْن إضافِيَّيْن مِن الزَمَنِ ليَتَحَقَّقَ المَشْروعُ فِعْلاً، أي إلَى حينِ تَبَنِّي مَفْهُومِ زُمْرَةِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ خِلالَ الثُلْثِ الأخيرِ مِن القَرْنِ التَاسِعِ عَشَرَ.

من أجْلِ إنجازِ المُهِمَّةِ الأُولَى، أجْرَى ابْنُ الهَيْثَمِ بَعْضَ الدِراسَاتِ في التَحْويلاتِ؛ ففي كِتابه ***في خَواصّ الدَوائِر***، دَرَسَ الخَصائصَ التَآلُفِيَّةَ والتَحاكي. ويُفْتَرَضُ أنّهُ كَتَبَ مُؤَلَّفَهُ ***في خَواصِّ القُطوعِ*** وفْقَ التَوَجُّهِ نَفْسِهِ. ولِكَيْ يَضَعَ

[٢٨] المَرْجِعُ السابِقُ، انْظُرْ بِخَاصَّةٍ الصَفْحَةَ ١٦٢ظ.

ابْنُ الهَيْثَمِ الحَرَكَةَ بشَكْلٍ مُمَنْهَجٍ في الهَنْدَسَةِ، فقَد اِبْتَكَرَ عِلْماً جديداً: *المَعْلومات*، واقْتَرَحَ له *صناعةً تحليليّةً* في كِتاب آخرَ هُوَ ***في التحليل والتركيب***، الّذي قَدَّمَهُ ابْنُ الهَيْثَمِ عَلَى أنّه الوَسيلةُ والطريقةُ (المَنْهَجُ) لهَذا العِلْمِ، وهنا أيْضاً يَظْهَرُ ابْنُ الهَيْثَمِ بِحَقٍّ وَريثاً لتَقْليدٍ بَدَأَهُ ثابتٌ بنُ قُرَّة في مُؤَلَّفٍ عُنْوانُه ***في التأتّي لاستخراجِ عملِ المَسائلِ الهَنْدَسِيَّة***، وتابَعَهُ ابْنُ سِنانٍ في كِتابه ***في طريقِ التحليلِ والتركيبِ في المَسائلِ الهَنْدَسيَّة***، ومن ثُمَّ السجْزِيُّ في مُحَاوَلةٍ لتَوْصيفِ *فنِّ صناعةِ الابْتِكار*.

ولَكِنْ مِن البَدِيهِيِّ أنّ الحَرَكَةَ والتَحْويلاتِ لا تَتوافَقُ مَع تَصَوُّرٍ لـ"المكان" لا يُعْتَبَرُ فيهِ المكانُ أكْثَرَ مِن حَدٍّ لجِسْمٍ مُحيطٍ. إنّه لِمَنَ الضَروريِّ إذاً أنْ نَبْحَثَ عَن تَصَوُّرٍ آخرَ، أكْثَرَ تَجْريداً، يُعَبِّرُ عَن واقِعٍ مَفَادُهُ أنّ الجِسْمَ قَدْ يَتَغَيَّرُ مِن حَيْثُ الشَكْلُ بدونِ التَغَيُّرِ مِن حَيْثُ الحَجْمِ. فيَنْبَغي إذاً تَصَوُّرُ مكانٍ يتَّصِفُ بالتَجانُسِ، ولا يتأثَّرُ بتَغَيُّرِ الأَشْكَالِ الَّتي يُمْكِنُ أنْ يَتَّخِذَها الشَيءُ، وفَضْلاً عَن ذَلِكَ، يَجبُ أنْ يَكونَ هَذا المَكانُ قابلاً للمُعالَجَةِ الرِيَاضِيَّةِ. هَذا بالتَحْديدِ ما كَانَ عَلَيْهِ مَشْروعُ ابْنِ الهَيْثَمِ كَما نَجِدُهُ في كِتاباتِه عَن المَكانِ. وهُوَ الأوّلُ مِن نَوْعِهِ في التاريخِ وَفْقَ ما نعْرِفُهُ.

نُشيرُ إلَى أنّهُ، بِاسْتِثْناءِ الكِتابَيْنِ اللّذَيْنِ يَتَناوَلانِ ***أُصولَ*** إقليدسَ، فإنّ هَذا المُجَلَّدَ الرابعَ مكرَّسٌ للتَحْويلاتِ والطُرُقِ الهَنْدَسِيَّةِ ولِفَلْسَفَةِ الرِيَاضِيَّاتِ — وبالضَبْطِ لِتِلْكَ الفَلْسَفةِ الَّتي تَخُصُّ الرِيَاضِيِّين، لا الفَلاسِفَةَ —. ويَتَضَمَّنُ هَذا المُجَلَّدُ جميعَ كِتاباتِ ابْنِ الهَيْثَمِ في هَذا المَيْدانِ الَّتي وَصَلَت إلينا. وهي إذاً:

١. ***في خَواصِّ الدَوائِرِ***
٢. ***في المَعْلوماتِ***
٣. ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***
٤. ***في مَسأَلَةٍ هَنْدَسِيَّة***
٥. ***في خَواصِّ المُثَلَّثِ***

٦. *في المكانِ*

سَوْفَ نُقَدِّمُ التَحْقيقَ الأوّلَ لهَذِهِ المُؤَلَّفاتِ، فَضْلاً عَن شُروحاتِها التاريخِيَّةِ والرِيَاضِيَّةِ الأُولَى.

لَكِنَّنا، وبُغْيَةَ وَضْعِ مُؤَلَّفاتِ ابْنِ الهَيْثَمِ في سِياقِها التاريخِيِّ العامِّ، سَـــنورِدُ كذَلِكَ المُؤَلَّفاتِ ذاتِ الصِلَةِ لِكُلٍّ مِن ثابتٍ بنِ قُرَّة والسِجْزِيِّ.

الفَصْلُ الأوَّلُ

خَواصُّ الدائرَةِ

مُقدِّمَةٌ

لقَدْ بَقِيَ حَتَّى اليَوْمِ العَديدُ مِن عَنَاوِينِ اللائحَةِ الطَويلَةِ لأعْمَالِ ابنِ الهَيْثَمِ الرِيَاضِيَّةِ مَفْقوداً. ومِن بَيْنِ هَذِه العَنَاوِينِ ثلاثَةٌ في رِيَاضِيّاتِ اللاَّمُتَنَاهِيَاتِ في الصِغَرِ، تَحْكي لَنا عَن نَفْسِها بنَفْسِها، وهِيَ: ***في أعْظَمِ الخُطُوطِ الَّتي في قِطْعَةِ الدائرَةِ*** و ***في مَراكِزِ الأثْقالِ*** و ***في القَرَسْطون***. وتَتَنَاوَلُ هَذِهِ المُؤَلَّفاتُ جَميعُها هَنْدَسَةَ القِيَاسِ. وفُقْدانُها لا يَحْرِمُ مُؤَرِّخَ الرِيَاضِيّاتِ فَقَط مِن وَقَائِعَ كَانَت ستَسْمَحُ لَهُ أنْ يُقَدِّرَ بِشَكْلٍ أفضَلَ مَدَى انْتِشارِ نِتاجِ ابنِ الهَيْثَمِ، بَلِ الأدْهَى مِن ذَلِكَ هُوَ أنّ فُقْدانَها قَدْ يَحْرِمُهُ نِهائِياً مِن تَرْميمِ هياكِلِ هَذا النِتاجِ وشَبَكاتِ المَعاني والدَلالاتِ الَّتي تَحْمِلُها هَذِهِ الهياكِلُ. ولو قُدِّرَ لَنا أنْ نَحْصُلَ عَلَى الكِتَابِ الأوَّلِ المَذْكورِ أعْلاه، لتمكَّنَّا بِشَكْلٍ أفْضَلَ مِن مَعْرِفَةِ مِقْدارِ المَسَافَةِ الَّتي قَطَعَها المُؤَلِّفُ في مَسَائِلِ تَسَاوِي الخُطُوطِ المُحيطَةِ بِمِساحَاتٍ والمِساحَاتِ المُحيطَةِ بمُجَسَّماتٍ، وفي مَسْأَلَةِ الزَاوِيَةِ المُجَسَّمَةِ، وبالتالي لتَمَكَّنَّا مِن مَعْرِفَةِ مَدَى المَسَافَةِ الَّتي قَطَعَها ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى الدَرْبِ الطَويلَةِ المُؤَدِّيَةِ إلَى ما عُرِفَ لاحِقاً بِحِسَابِ التَغَيُّرات.

لا يَقْتَصِرُ هَذا الوَضْعُ فَقَط عَلَى هَنْدَسَةِ القِيَاسِ؛ بَلْ هُوَ عَلَى صِلَةٍ أيْضاً بالمُنْقَلَبِ الآخَرَ مِن الهَنْدَسَةِ الَّذي طَوَّرَهُ ابنُ الهَيْثَمِ وأسْلافَهُ: نَعْني هَنْدَسَةَ الوَضْعِ والشَكْلِ. ومِن بَيْنِ الكُتُبِ الَّتي كَانَت مَفْقودَةً حَتَّى الأمْسِ القَريبِ نَجِدُ العُنْوَانَ التالي: ***في خَواصِّ الدَوائِرِ***. ولا يَسْتَطيعُ مِثْلُ هَذا العُنْوَانِ إلاّ أنْ يُثيرَ الاهْتِمَامَ

وعُنْصُرَ المُفاجَأَةِ[١]. ما كَانَ يُمْكِنُ لابنِ الهَيْثَم أنْ يُعالِجَ في هَذا الكِتَــابِ الَّــذي يُدْهِشُنا عُنْوَانُه ذو المَنْحَى الحَديثِ؟ لقَدْ وَضَعَ ابنُ الهَيْثَمِ شَخْصِيّاً، كَمــا وَضَــعَ أسْلافُهُ ومُعَاصِروه، كُتُباً ومُؤَلَّفاتٍ حَوْلَ هَذا الجانبِ أو ذاكَ لأحَــدِ الأشْــكَالِ الهَنْدَسِيَّةِ، المُثَلَّثاتِ مثلاً، لَكِنْ مِن النادِرِ أنْ يَكونَ مَوْضوعُ الكِتَابِ حَوْلَ مَجْموعِ الخَصَائِصِ. وَفَضْلاً عَن ذَلِكَ، فقَدْ كَتَبَ ابنُ الهَيْثَمِ أكْثَرَ مِن مَرَّةٍ عَــن الــدائرَةِ وقِيَاسِها وتَرْبيعِها. فما هِيَ إذاً الأسْبابُ الَّتي كَانَ بإمْكانِها أنْ تَدْفَعَهُ مِن جَديــدٍ لمُعاوَدَةِ هَذا العَمَلِ؟

يُمَثِّلُ ما وَرَدَ ذِكْرُهُ نَموذَجاً للأسْئِلَةِ الَّتي كُنّا نَسْتَطيعُ طَرْحَها، وذَلِكَ قَبْلَ أنْ نَتَمَكَّنَ مِن تَرْميمِ هَذا المُؤَلَّفِ، وتَحْقيقِ نَصٍّ كَانَ قَدْ تَعَرَّضَ لتَلَــفٍ كَــبيرٍ. والمُقَدِّمَةُ الموجَزَةُ الَّتي كَتَبَها ابنُ الهَيْثَمِ في المُؤَلَّفِ لا تسْتَطيعُ إلا أنْ تُثيرَ الاهْتِمَــامَ والتَساؤلاتِ. فقَدْ صَمَّمَ الكاتِبُ عَلَى دِرَاسَةِ خَصَائصِ الدائرَةِ، أو عَلَى الأقَــلِّ بَعْضٍ مِنْها. وذَلِكَ لأنّ خَصَائصَ هَذا الشَكْلِ "تَكادُ أنْ تَكونَ بغَيْرِ نهايَةٍ" وَفْقَ ما يَذْكُرُه المُؤَلِّفُ. ويَعِدُ ابنُ الهَيْثَمِ ألاّ يُدْرِجَ، في مُؤَلَّفِه هَذا، الخَصَائِصَ الَّتي سَبَقَ أنْ تمَّ التَوَصُّلُ إلَيْها. وإذا ما قُدِّرَ للقارِئِ وَصادَفَ، خِلالَ قِراءَتِهِ للمُؤَلَّفِ، نَتيجَةً قَدْ سَبَقَ الحُصولُ عَلَيْها، فهُوَ مَدْعُوٌّ ألاّ يَرَى في ذَلِكَ سِوَى مُصادَفَةٍ تَبَدَّت عَن غَيْــرِ عِلْمِ المُؤَلِّفِ. ويُعْلِنُ ابنُ الهَيْثَمِ بِشَكْلٍ جَلِيٍّ إذاً، أنّ الجِدّةَ والأصالةَ هما هَدَفُــهُ في هَذا المُؤَلَّفِ.

ويُضْحي السُؤالُ أكْثَرَ دِقَّةً إذاً: فأيْنَ سَيَضَعُ ابنُ الهَيْثَم هَذِهِ الجِــدّةَ؟ لَــنْ يَصِفَ رياضيٌّ، عَلَى هَذِهِ المَرْتَبَةِ وبهَذا النُبوغِ الإبْداعِيِّ الشامِلِ، نَتيجَةً ثانَوِيَّــةً أو جُزْئِيَّةً بالجَديدَةِ: فالفِكْرَةُ الجَوْهَرِيَّةُ فَقَط، هِيَ الجَديرَةُ، بِالنِسْبَةِ إلَى ابنِ الهَيْــثَمِ،

[١] ثَمَّةَ كتابٌ آخرُ لابنِ الهَيْثَمِ في القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ، مَفقودٌ للأسَفِ، يَحْمِلُ عُنْواناً مُشابِهاً: ***في خَواصِّ القُطوعِ***؛ انظُرْ أدْناه.

بِتَوْصيفِ كَلِمَةِ "جَديد". وما نَدَّعيه بِهَذا الشَأنِ لَيْسَ بِمُصادَرَةٍ عَلَى المَطْلُوبِ، إنّما هُوَ خُلاصَةٌ لتَحْليلٍ طَويلٍ بِما فيهِ الكِفايةُ لأوْضاعٍ مُشَابِهَةٍ واجَهْناها في نِتاجِ المُؤلِّفِ في الرِيَاضِيّاتِ وعِلْمِ البَصَرِيَّاتِ. وبِالفِعْلِ، فحَتَّى وإن حَدَثَ وأخْطَأ ابنُ الهَيْثَمِ في مَكانٍ ما، في مَعْرِضِ إقامةِ الدَليلِ عَلَى أمْرٍ ما، فإنّنا نَراهُ عَلَى الدَوَامِ مُبْقِياً عَيْناً مَفْتوحَةً عَلَى ما يَتَعَلَّقُ بالقيمَةِ الَّتي يُمَثِّلُها مَشْروعُهُ البَحْثِيُّ.

وبِالفِعْلِ: سَنَتَبَيَّنُ في هَذا الكِتَابِ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لَمْ يَتَوَقَّفْ عِنْدَ تَنَاوُلِ الخَصَائِصِ "المِتْرِيَّةِ" للدائرَةِ، إنّما تَعَدَّاها إلَى مُعالَجَةِ خَصائِصَ تآلُفِيَّةٍ. ويَجْري كُلُّ شَيءٍ وكَأنَّما صُمِّمَ بُغْيَةَ الاسْتِكْشافِ المُمَنْهَجِ لخَصَائِصِ الدائرَةِ، وتَصْنيفِ هَذِهِ الخَصَائِصِ؛ وهَذا ما قادَ ابنَ الهَيْثَمِ إلَى دِرَاسَةِ القِسَمِ التوافُقِيَّةِ، وجَعَلَهُ يُكَرِّسُ ثُلْثَ كِتَابِهِ تَقْرِيباً للخَصَائِصِ التآلُفِيَّةِ – للقِسَمِ المُتَشابِهَةِ، وبِشَكْلٍ خاصٍّ للتَحاكي. وَوَفْقَ ما نعْرِفُهُ، فكِتَابُ ابنِ الهَيْثَمِ هَذا، هُوَ أوَّلُ مُؤَلَّفٍ يُدْرَسُ فيهِ التَحَاكي بِوَصْفِهِ تَحْويلاً هَنْدَسِيّاً قائماً بِذاتِه.

يُوضِحُ هَذا الكِتَابُ سِمَةً أساسِيَّةً في البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ وهِيَ اهْتِمَامُهُ المُنْصَبُّ عَلَى التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ. وكَما أشَرْنَا، فسَوْفَ يُتابِعُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا البَحْثَ بالتَحْديدِ في كِتَابِه ***في المَعْلومَات***. وقَدْ وَرَدَت أرْبَعُ قَضَايَا مِن كِتَابِ ***في خواصِّ الدَوائِرِ*** في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومَات***، ومِن المُرَجَّحِ تَماماً أنْ يَكونَ هَذا المُؤَلَّفُ الأخيرُ قَدْ وُضِعَ بَعْدَ كِتَابِ ***في خواصِّ الدَوائِرِ***. ولَمّا كَانَ مُؤَلَّفُ ***في المَعْلومَات*** مُرْتَبِطاً بِشَكْلٍ وَثيقٍ[٢] بكِتَابِ ***في التَحْليل والتركيب***، وبما أنّ الاهْتِمَامَ المُوَجَّهَ نَحْوَ التَحْويلاتِ يُلزِمُ الباحِثَ بالعَوْدَةِ إلَى مَفْهومِ المَكانِ – وهَذا ما اجتَهَدَ ابنُ الهَيْثَمِ في القِيامِ بِهِ في رِسالةٍ صَغيرةٍ مَحْفوظَةٍ –، فلِذَلِكَ يَبْدو أنّ مُؤَلَّفَ ***في خواصِّ الدَوائِرِ*** يَنْتَمي إلَى مَجْموعةٍ فِعْلِيَّةٍ مُتَجَانِسَةٍ مِن المُؤَلَّفاتِ.

---

[٢] راجِعْ أدْناه، ص ٣١٢.

تَتَنَاوَلُ الشَواهِدُ السابِقَةُ وَقَائِعَ مَلْموسَةً مِن عَنَاوِينَ وأَسْماء، وبالتالي فَهِيَ تَسْتَقِي صِدْقِيَّتَها مِن هنا بالذات؛ ويَبْدو أنّ هَذِهِ الشَواهِدَ كَفيلَةٌ بِتَوْضيحِ الجِدَّةِ الَّتِي تَعَهَّدَ بها ابنُ الهَيْثَم. ولَكِنْ، ألا نُجازِفُ بِحَرْفِ فِكْرَتِه عَن مَسَارِها عِنْدَما نَتَكَلَّمُ عَلَى التَحَاكي، في الوَقْتِ الَّذي قَدْ يَكونُ فيهِ مِن العَبَثِ بِمَكانٍ أنْ نَبْحَثَ عَن هَذِهِ الكَلِمَةِ في أعْمالِهِ؟ أَلَنْ نَكونَ في ذَلِكَ مُذْنبِينَ لارْتِكابنا إثْماً جَوْهَرِيّاً يَقودُ، لا مَناصَ، إلَى مُغالَطَةٍ تاريخيَّةٍ؟ وَلَرُبَّما تَفَاقَمَ هَذا الوَضْعُ أكْثَرَ عِنْدَما نَتَبَيَّنُ أنّ المُصْطَلَحَ كَانَ لا يَزالُ غائباً أيْضاً حَتَّى نهايةِ القَرْنِ الثامِنِ عَشَرَ. — إذ إنّنا لا نَجِدُ لَهُ أثراً لا في ***المَوْسوعَةِ المَنْهَجِيَّةِ*** *(Encyclopédie méthodique)* ولا عِنْدَ رياضِيِّي ذَلِكَ العَصْرِ — كأويلر (Euler) وكليرو (Clairaut) عَلَى سَبيلِ المِثال. لقَدْ كَانَ لا بدَّ مِن انتِظارِ ميشالَ شال (Michel Chasles) لنَشْهَدَ ظُهورَ كَلِمَةِ "التَحَاكي"، الَّتِي يُقْصَدُ بها التَعْبيرُ عَن مُشَابَهَةٍ تَطَالُ الشَكْلَ الهَنْدَسِيَّ والوَضْعَ[٣]. ومع ذَلِكَ، فإنّهُ مِن غَيْرِ المُنْصِفِ وغَيْرِ المَنْطِقِيِّ أنْ نُنْكِرَ عَلَى جَميعِ الرياضِيِّين ممّن عَمِلوا قَبْلَ ثلاثينيَّاتِ القَرْنِ التاسِعِ عَشَرَ مَعْرِفَةَ التَحَاكي. فَفي تاريخِ تَبَلْوُرِ المَفاهيمِ الرِيَاضِيَّةِ، غالِباً ما يَتِمُّ اعْتِمادُ مَواقِفَ إقْصائِيَّةٍ تَكونُ نَتائِجُها ثمناً باهِظاً للتَبْسيطاتِ الَّتِي غالِباً ما تَفْرِضُ التَغاضِيَ عَن التَفاصيلِ والتَبايُناتِ الدَقيقةِ؛ وباخْتِصارٍ، إن يَكُنْ هُنا أو في أيِّ مَوْضِعٍ آخَرَ، لَيْسَ مُهِمّاً أنْ نُتَّهَمَ بارْتِكابِ مُغالَطَةٍ تاريخِيَّةٍ، وذَلِكَ بغَضِّ النَظَرِ عَن القيمَةِ الفِعْلِيَّةِ الَّتِي نَراها في هَذا المُصْطَلَحِ بالذات. وبالمُقابِلِ، فالأمْرُ الَّذي يَبْدو لَنا مُهِمّاً بقَدْرِ ما هُوَ صَعْبُ المَنال، إنّما هُوَ أنْ نَتَمَكَّنَ مِن تَحْديدِ وتَلَمُّسِ الحِسِّ العَقْلانِيِّ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ تجاهَ هَذا المَفْهومِ الرِياضِيِّ، وذَلِكَ إثْرَ إقليدسَ وبابوسَ (Pappus)، وبَنِي موسَى وثابتِ بنِ قُرَّة

---

[٣] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٥٩٧، المَلْحوظَة، مِن كِتاب:

M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (Paris, 1889).

والمَقْصودُ هنا رسالةُ المُؤَلِّفِ حَوْلَ المَبْدَأيْنِ العامَّيْنِ في العِلْمِ: الثُنائِيَّةُ والمُجانَسَةُ.

وابراهيمَ بن سِنانٍ والبوزجانيِّ والقوهيِّ وَالسِجْزِيِّ، الخ...، وقَبْلَ فيرما (Fermat) ومَن أَتى بَعْدَه. وأفْضَلُ طَريقَةٍ إذاً، هي أنْ نَتوَقَّفَ عِنْدَ المَجْموعةِ الأخيرةِ مِن القَضَايَا المُخَصَّصَةِ لِهَذا المَفْهومِ والوارِدَةِ في كِتَابِه، وذَلِكَ قَبْلَ أنْ نَعْمَدَ إِلى المُقارَنَةِ مَع أعْمَالِ أسْلافِ ابنِ الهَيْثَمِ.

١ – مَفْهومُ التَحَاكي

لقَدْ سَبَقَ وذَكَرْنا أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يتَنَاوَلُ، في مُؤَلَّفِه في ***خواصّ الدَوَائِر***، القِسَمَ المُتَشابِهَةَ، والمُثَلَّثاتِ المُتَحاكِيةَ، والقِسَمَ والحُزَمَ التوَافُقِيَّةَ، وذَلِكَ قَبْلَ أنْ يُعاوِدَ التَطَرُّقَ مِن جَديدٍ إلَى التَحَاكي في القَضَايَا العَشْرِ الأخيرةِ. وسَوْفَ نأتي لاحِقاً عَلَى التأْويلِ المُتَتالي لكُلِّ القَضَايَا وبِشَكْلٍ خاصٍّ للعَشْرِ الأخيرةِ مِنْها. وبِودِّنا أنْ نَتَلَمَّسَ الخُطُوطَ البارزَةَ في هَذا البَحْثِ حَوْلَ التَحَاكي، وذَلِكَ بُغْيَةَ الإحاطَةِ الفُضْلَى بما هَدَفَت إلَيْهِ فِكْرَةُ المُؤَلِّفِ مِن وَرَاءِ هَذا التَحْويلِ.

لنَبْدَأ إذاً مِن القَضِيَّةِ ٣٢. يأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ دائرَتَيْنِ مُتَماسَّتَيْنِ – ولَيْسَ مُهِمّاً أكَانَ التَماسُّ داخِلِيّاً أم خارِجيّاً (وفي الحالةِ الأخيرةِ يُمْكِنُ للدائرَتَيْنِ أنْ تَكونَا مُتَساوِيَتَيْنِ أو غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْن). نَهْدِفُ إلَى إقامَةِ الدَليلِ علَى أنّ بَعْضَ العَناصِرِ تَكونُ أشْكالاً مُحَوَّلَةً مِن عَناصِرَ أُخْرَى. وبِشَكْلٍ أدَقَّ، لِيَكُنْ AC وَ CE القُطْرَيْنِ المُخرَجَيْنِ مِن نُقْطَةِ التَماسِّ C، ولِيَكُنْ CBD قاطِعاً، فيَكونُ لَدَيْنا:

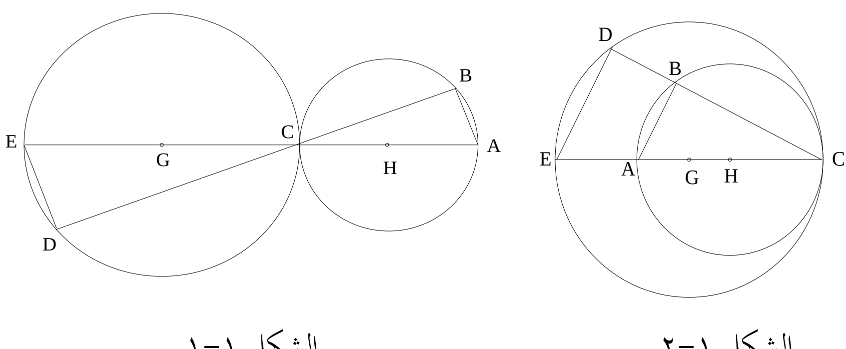
(١) القَوْسان BC وَ DC مُتَشَابِهَتان،

(٢) القَوْسان AB وَ DE مُتَشَابِهَتان،

(٣) $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}$.

يُفْضي الاسْتِدْلالُ إلَى تِبْيانِ تَوَازي AB وَ ED وتُسْتَنْبَطُ مِن ذَلِكَ النَتائِجُ المُصَاغَةُ مُباشَرَةً.

ويُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّهُ بِكُلِّ مُسْتَقيمٍ قاطِعٍ مارٍّ بالنُقْطَةِ C، تَرْتَبِطُ نُقْطَتان B وَ



الشكل ١–١ الشكل ١–٢

D بحَيْثُ تَكونُ العَلاقَةُ (٣) مُحَقَّقَةً. وتِلْكَ العَلاقَةُ إنّما تَرْتَبِطُ بدَوْرِها بالتَحاكي ذي المَرْكَزِ C وذي النِسْبَةِ $k = \pm \frac{R_H}{R_G}$ (حَيْثُ R_H وَ R_G هما نِصْفا قُطْرَيِ الدائرَتَيْنِ عَلَى التَرْتيب).

والأمرُ الَّذي لا بُدَّ مِن الإشارَةِ إلَيْهِ هُنا، هُوَ أنّ مَسارَ ابنِ الهَيْثَمِ لا يَقْتَصِرُ عَلَى اسْتِخْدامِه لمُثَلَّثَيْنِ مُتَحاكِيَيْنِ، إذ إنّهُ يَبْدَأُ مِن دائرَتَيْنِ مُتَماسَّتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ ويَسْعَى إلَى بُرْهانِ أنّ إحْدَى الدائرَتَيْنِ تَكونُ شَكْلاً مُحَوَّلاً بِواسِطَةِ تَحاكٍ مِن الدائرَةِ الأُخْرَى وذَلِكَ بُغْيَةَ الوُصولِ إلَى اسْتِنْباطِ بَعْضِ العَلاقاتِ القائِمَةِ بَيْنَ الأقْواسِ. يَخْتَلِفُ مَسارُ ابنِ الهَيْثَمِ هَذا عَن مَسارِ سَلَفِهِ السِجْزِيِّ، الَّذي يَبْدو أنّهُ لَمْ يَسْتَنْبِطْ شَيْئاً عَن الدَوائِرِ والأقْواسِ[٤]. ولَكِنّهُ مِن الواضِحِ أنّهُ يَخْتَلِفُ أيْضاً عَن ذَلِكَ المَسارِ الَّذي يَنْطَلِقُ مِن شَكْلٍ هَنْدَسِيٍّ واحِدٍ لِيَجِدَ لَهُ شَكْلاً هَنْدَسِيّاً آخَرَ يَكونُ مُحَوَّلاً مِن الشَكْلِ الأوَّل. وفي هَذِهِ الحالَةِ الأخيرةِ يَكونُ للتَحاكي قيمَةٌ اسْتِكْشافِيَّةٌ مُساعِدَةٌ غَيْرُ مُتَوَفِّرَةٍ في الحالَةِ الأُولَى.

يَتَمَحْوَرُ الجَديدُ في مَسارِ ابنِ الهَيْثَمِ، مِن جِهَةٍ عَلَى الأقَلِّ، حَوْلَ تَوْصيفِ عَناصِرِ التَحاكي ومَرْكَزِهِ ونِسْبَتِهِ. فَفي القَضِيَّةِ ٣٥ يَأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ المَرَّةَ

[٤] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٣٥، الحاشِيَة ١٤.

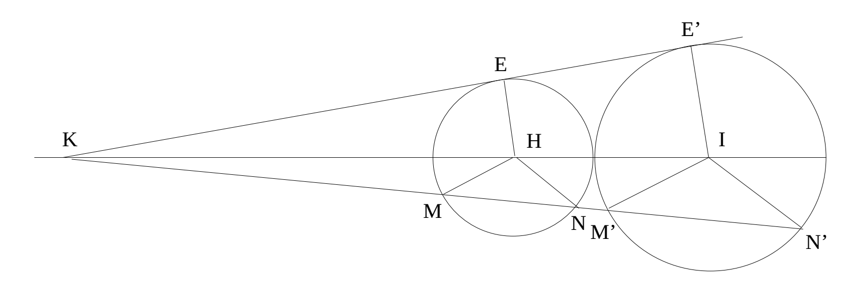
أيْضاً دائرَتَيْنِ، ولَكِنَّهما غَيْرُ مُتَساويتَيْنِ، ومُتَماسَّتانِ خارِجيّاً. ويُخْـرِجُ الْمُمـاسَّ الْمُشْتَرَكَ الخارِجيَّ ويُحَدِّدُ مُثَلَّثَيْنِ مُتَحاكِيَيْن. ويُوَصِّفُ وَضْعَ نُقْطَةِ تلاقـي هَـذا الْمُمَاسِّ مَع خَطِّ الَمركَزَيْنِ بواسِطَةِ نِسْبَةٍ. ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بمَرْكَزِ وبنِسْبَةِ التَحاكي. ويَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ تَوَازِيَ أنْصافِ الأقْطارِ الْمُتَماثِلَةِ ومُشَابَهَةَ القُسيِّ الْمُتَماثِلَةِ. ولا يَتوَقَّفُ ابنُ الهَيْثَمِ عِنْدَ هَذا الحَدِّ، فَيَنْبَري إلَى تَطْبيقِ هَذِهِ الَمفاهيمِ الَّتي أوْجَدَها عَلَى حالاتٍ أُخْرَى للشَكْلِ الهَنْدَسِيِّ، مُخْتاراً في ذَلِكَ نُقْطَةَ انْطِلاقِه تَحْديداً، تِلْـكَ النُقْطَةَ الَّتي تَقْسِمُ قِطْعَةَ الُمسْتَقيمِ الواصِلةَ بَيْنَ الَمرْكَزَيْنِ (خارِجيّاً أم داخِلِيّاً) عَلَـى نِسْبَةِ نِصْفَيْ قُطْرَيِ الدائرَتَيْنِ، وما تِلْكَ النُقْطَةُ وتِلْكَ النِسْبَةُ إلاّ مَرْكَزُ ونِسْبَةُ أحَدِ التَحاكِيَيْنِ اللّذَيْنِ تَكونُ إحْدَى الدائرَتَيْنِ بِالنِسْبَةِ إلَى أحَدِهما شَكْلاً مُحَوَّلاً مِـن الدائرَةِ الأُخْرَى.

سَعْياً وراء الفَهمِ الأفْضَلِ لِنَسْتَعْرِضْ باخْتِصارٍ مَسَارَ ابنِ الهَيْثَمِ، حَتّى وَلَـو كان في ذَلِكَ بَعْضَ التَكْرارِ. في القَضِيَّةِ ٣٥، كَما في القَضِيَّتَيْنِ اللاّحِقَتَيْنِ ٣٩ وَ ٤٠ أيْضاً، يَأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ دائرَتَيْنِ C_1 وَ C_2 مُتَمَاسَّتَيْنِ خارِجيّاً (هَذا في القَـضِيَّةِ ٣٥) أو مُنْفَصِلَتَيْنِ غَيْرَ مُتَساوِيتَيْنِ (هَذا في القَضِيَّةِ ٣٩). لِنَجْعَلِ (هَذا في القَضِيَّةِ ٣٥) الُمسْتَقيمَ EE' مُمَاسّاً مُشْتَرَكاً للدائرَتَيْنِ: وليَقْطَعْ هَذا الُمسْتَقيمُ خَطَّ الَمركَزينِ HI عَلَى نُقطَةٍ K أبْعَدَ مِن النُقْطَةِ H. لقَدْ تَمَحْوَرَ الهَمُّ الأوّلُ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ حَوْلَ تَلَمُّسِ خَواصِّ النُقْطَةِ K.

يَسْتَنْبِطُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن خاصِيَّةِ الُمَماسِّ EE' أنّ $E'I \,//\, EH$، ويَـسْتَنْتِجُ مِـن ذَلِكَ أنّ الُمثَلّثَيْنِ KEH وَ $KE'I$ مُتَحاكِيانِ؛ فإذاً

$$\frac{KI}{KH} = \frac{R_I}{R_H} \qquad (1)$$

ويُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ لاحِقاً أنّ كُلَّ قاطِعٍ للدائرَةِ C_2، عَلَى النُقْطَتَيْنِ M وَ N، مَارٍّ بالنُقْطَةِ K ومُلاقٍ للدائرَةِ C_1 عَلَى النُقْطَتَيْنِ M' وَ N'، يُحْدِثُ عَلَى الدائرَتَيْنِ قَوْسَيْنِ مُتَشَابِهتَيْنِ MN وَ $M'N'$. ويَجْري الاسْتِدْلالُ كَما يَلي: بِالنِسْبَةِ إلَى



شكل ٢

التَحَاكي المُوجِبِ $h\left(K,\ \frac{R_I}{R_H}\right)$ المُمَرْكَزِ في النُقْطَةِ K تَكونُ الخاصِّـــيَّتانِ التالِيَتانِ مُتَعادلتَيْن:

١) النُقْطَةُ K حادِثَةٌ عَن تَقاطُعِ خَطِّ المَرْكَزَينِ مَع المُمَاسِّ المُشْتَرَكِ الخارجِيِّ؛

٢) النُقْطَةُ K مَوْجودةٌ عَلَى المُسْتَقيمِ HI بِحَيْثُ تَكونُ العَلاقَةُ

$$\frac{\overline{KI}}{\overline{KH}} = \frac{R_I}{R_H}$$

مُحَقَّقَةً.

يبقى اسْتِدْلالُ ابنِ الهَيْثَمِ في القَضِيَّتَيْنِ ٣٩ وَ ٤٠ بدون تَغْييرٍ، حَيْثُ تَكونُ الدائرَتانِ مُنْفَصِلتَيْنِ؛ وتَقَعُ النُقْطَةُ K عَلَى امْتِدادِ HI ويَتَحَدَّدُ وَضْعُها بالعَلاقَةِ (*1*). يُبَرْهِنُ ابنُ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ ٣٩، أنّهُ إذا كَانَ المُسْتَقيمُ KE مُمَاسّاً للدائرَةِ C_2 فسيَكونُ مُمَاسّاً للدائرَةِ C_1؛أي أنّ النُقْطَةَ E' تَقَعُ عَلَى الدائرَةِ C_1 وأنّ KE' يَكونُ مُمَاسّاً للدائرَةِ C_1 عَلَى النُقْطَةِ E'. ويُبَرْهِنُ هنا، وعلى غِرارِ ما يَفْعَلُهُ في القَضِيَّةِ اللاّحِقَةِ، أنّهُ لِكُلِّ عُنْصُرٍ مِن C_2 (أكَانَ نُقْطَةً، أو قَوْساً، أو نِصْفَ قُطْرٍ، أو مُمَاسّاً أو زَاوِيَةً ...) يُوجَدُ عُنْصُرٌ مَثيلٌ عَلَى C_1.

لِنُلاحِظْ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يتَنَاوَلُ سِوَى الدَوَائِرِ المُتَمَاسَّةِ داخِلِيّاً أو خارِجيّاً فَضْلاً عَن تِلْكَ المُنْفَصِلةِ، ولَكِنّهُ لَمْ يتَنَاوَلْ قَطُّ الدَوَائرَ المُتَقاطِعَةَ. فَهَلِ المَقْصودُ، مِن ذَلِكَ الاقْتِصارِ، تَسْهيلُ المَسَارِ؟ أمّا الجَوابُ: فَقَطْعاً لا، لأنّ دِرَاسَةَ التَحَاكي

$h\left(K, +\frac{R_I}{R_H}\right)$ الوارِدِ فِي القَضِيَّتَيْنِ ٣٥ وَ ٣٩ قابِلَةٌ للتَطْبيق بِشَكْلٍ مُطابِقٍ تَماماً فِي حالَةِ الدَوَائِرِ المُتَقاطِعَةِ وهَذا الأَمْرُ لا يُمْكِنُ أنْ يَسْتَتِرَ عَن بَصيرةِ الرِياضِيِّ.

يتَنَاوَلُ ابنُ الهَيْثَم أيْضاً حالاتٍ يَكونُ التَحاكي فيها سالِباً، (وَفْقَ اللُّغَةِ الحَديثةِ)، وهَذا ما يُطالِعُنا تَحْديداً فِي القَضِيَّتَيْنِ ٣٦ وَ ٣٧. فَهُنا أيْضاً، يَأخُذُ المُؤَلِّفُ دائرَتَيْنِ C_1 وَ C_2 خارجيَّتَيْنِ مُتَساوِيَتَيْنِ أو غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْن. ويَخْتارُ نُقْطَةً K عَلَى القِطْعَةِ المُسْتَقيمَةِ IH بِشَكْلٍ تَتَحَقَّقُ فيه العَلاقَةُ التالِيَةُ

$$\frac{\overline{KI}}{\overline{KH}} = -\frac{R_I}{R_H}$$

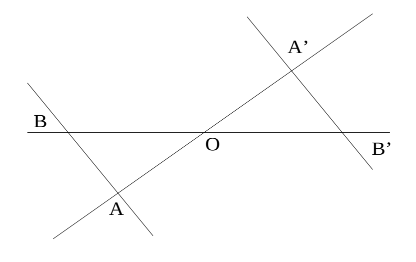
ويُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنَّهُ إذا كَانَ المُسْتَقيمُ KE مُمَاسّاً للدائرَةِ C_2 عَلَى النُقْطَةِ E، فإنّهُ سيَكونُ مُمَاسّاً للدائرَةِ C_1 عَلَى E' بحَيْثُ يَكونُ $h(E) = E'$. ويُبَيِّنُ كذَلِكَ أنّ كُلَّ قاطِعٍ مارٍّ بالنُقْطَةِ K يَفْصِلُ مِن C_2 وَ C_1 قَوْسَيْنِ مُتَشَابِهَتَيْنِ. وباخْتِصارٍ، فإنّ تَحْويلَي التَحَاكي ذَوَي النِسْبَةِ المُسَاوِيَة لِ $\pm\frac{R_I}{R_H}$ (عَلَى التَرْتيبِ) قَدْ دُرِسا فِي حالَةِ الدَوَائِرِ الخارِجيَّةِ أو المُتَماسَّةِ خارِجيّاً. أمّا بالنِسْبَةِ إلَى الدَوَائِرِ المُتَماسَّةِ داخِلِيّاً، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَدْرُسُ التَحَاكِيَ المُوجبَ فِي القَضِيّةِ ٣٢. ويُعاوِدُ هَذِهِ الدِرَاسَةَ للدَوَائِرِ الداخِلِيّةِ فِي القَضِيّةِ ٤٣، ولَكِنّهُ يَلْتَزِمُ الصَمْتَ حِيالَ التَحَاكي السالِبِ فِي هَذِهِ الحالاتِ الأخيرةِ.

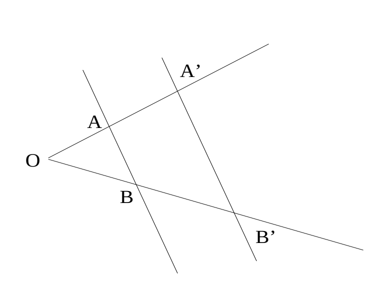
وإجمالاً، فِي كُلِّ بُحوثِهِ المُودَعَةِ فِي كِتَابِهِ ***فِي خَواصِّ الدَوَائِرِ*** يُرَكِّزُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى خاصِيَّةِ الخُطُوطِ المُمَاسَّةِ المُشْتَرَكةِ، ويُبَيِّنُ أنّها تَمُرُّ بواحِدَةٍ مِن مَرَاكِزِ تَحْويلاتِ التَحَاكي؛ كَما أنّهُ يُرَكِّزُ عَلَى تَوازي أنْصافِ الأقْطارِ المُتَماثلةِ وعَلَى تَسَاوِي الزَوايا فِي المَرْكَزِ والزَوايا المُتَماثِلةِ، والَّتِي يَسْتَنْبِطُ مِنْها تَشابُهَ القُسِيِّ المُتَماثِلَةِ. وهَذا يَعْنِي أنّهُ يُرَكِّزُ عَلَى كَمٍّ مِن خَواصِّ التَحَاكي، إلَى حدٍّ يُضْحي فيه التَحاكي مَوْضوعاً قائِماً بذاتِه للدِرَاسَةِ. وقَدْ كَانَ ابنُ الهَيْثَم بدونِ شَكٍّ قادِراً عَلَى أنْ يَسْتَنْبِطَ مِن ذَلِكَ تَوَازِيَ بل ونِسْبَةَ الوَتَرَيْنِ اللَّذَيْنِ يَصِلُ أحَدُهما ما بَيْنَ

نُقْطَتَيْنِ مِن الدائرَةِ الأُولَى، ويَصِلُ ثانيهما ما بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ المَثيلَتَيْنِ مِن الدائرَةِ الأُخْرَى. ولو اسْتُخْدِمَ تَوَازي تِلْكَ الأوتارِ لَكَانَ كَفيلاً بِتَبْسيطِ دِرَاسَةِ تَعامُدِ الخُطُوطِ المُسْتَقيمةِ، نَعْني الدِرَاسَةَ المُمَثَّلَةَ بالقَضَايَا ٣٥، ٣٨، ٤١ و ٤٢.

٢– إقليدسُ، بابوسُ وابنُ الهَيْثَمِ: حَوْلَ التَحَاكي

لا تَنْحَصِرُ مُساهَمَةُ ابنِ الهَيْثَمِ في إطْلاقِهِ مَفْهومَ التَحَاكي فيما نَجِدُهُ في كِتَابِهِ ***في خَواصِّ الدَوائِرِ***، ولَكِنْ قَبْلَ أنْ نَنْبَري لاخْتِبارِ التَصْحيحاتِ والتَعْميماتِ الَّتي يُدْخِلُها ابنُ الهَيْثَمِ لاحِقاً، يَنْبَغي لَنا أنْ نَتَوَقّفَ قليلاً عِنْدَ إقليدسَ وبابوسَ، وذَلِكَ بُغْيَةَ وَضْعِ مَعْلَمٍ للتَقَصِّي عَن التَرابُطِ المُمْكنِ لِجِهَةِ بَلْوَرَةِ المَفاهيمِ. ويُصْبِحُ هَذا التَقَصِّي مُلزِماً لنا بقَدْرِ ما قَدْ تراودنا الظنون حَوْلَ احتمالِ وجودِ نَفْسِ المَفاهيمِ المَطْروحَةِ لَدَى هَذَين الرِياضِيَّيْن. لِنَتَوَقّفْ عِنْدَ القَضَايَا ٢ وَ ٥ وَ ٦ مِن المقالَةِ السادسَةِ مِن ***أصولِ*** إقليدسَ. تَتَنَاوَلُ هَذِهِ القَضَايَا خَطَّيْنِ مُسْتَقيمَيْنِ يَقْطَعُهُما خَطَّان مُسْتَقيمانِ مُتَوازِيانِ.





شكل ٣

فَفي القَضِيَّةِ الثانِيَةِ يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB},$$

وفي القَضِيَّتَيْنِ الخامِسَةِ والسادِسةِ يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}.$$

فالمُثَلَّثانِ المُتَشَابِهَانِ OAB وَ $OA'B'$ هُما ما نُسَمِّيهُما مُتَحاكِيَيْن. ومِن الواضِحِ بِكُلِّ الأحْوالِ أنّ القَضِيَّةَ الثانِيَةَ، الَّتي تَكونُ أساساً للقَضِيَّتَيْنِ الأُخْرَيَيْنِ، إنّما هِيَ حالَةٌ خاصّةٌ مِمّا يُعْرَفُ بِمُبَرْهَنَةِ طاليسَ للخُطُوطِ المُسْتَقيمةِ المُتوازيةِ. فلا يُمْكِنُنا إذاً أنْ نُماثِلَ هَذِهِ الحالَةَ مَع تِلْكَ الَّتي يَجْري التَعامُلُ فيها مَع مُثَلَّثاتٍ مُتَحاكِيَةٍ لَها مَرْكَزٌ ونِسْبَةُ تَحاكٍ، كَما هِيَ الحالَةُ في القَضِيَّتَيْنِ ١١ وَ ٢٦ مِن مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ. وهَذا يُشْبِهُ بالضَبْطِ تَصَوُّرَنا لفِكْرَةٍ عَن شَيْءٍ ما إثْرَ إدْراكِنا أنّها تَخُصُّ بالمَلْموسِ شَيْئاً ما آخَرَ؛ فإنّ امْتِلاكَنا لفِكْرَةٍ عَن تَحْويلِ التَحاكي، أو عَلَى الأقَلِّ عَن التَرابُطِ القائِمِ بَيْنَ الشَكْلَيْنِ المُتَحاكِيَيْنِ، جَعَلَنا نُماثِلُ نَتائِجَ إقليدسَ عَلَى هَذِهِ الفِكْرَةِ المُتَعَلِّقَةِ بالتَحْويل، ولَكِنْ بالتَأكيدِ لَيْسَ العَكْسُ. ومِن ناحِيَةٍ أُخْرَى، فإنّ مَعْرِفَةَ خاصِيَّةِ المُثَلَّثاتِ المُتَحاكِيَةِ قَدْ سَمَحَ لَنا باسْتِنْباطِ خاصِيَّةِ القِسَمِ المُتَشابِهَةِ عَلَى خُطُوطٍ مُتَوازِيةٍ والَّتي سَمَّيْناها، فَضْلاً عن ذَلِكَ، القِسَمَ المُتَحاكِيةَ. وهَذا يؤَكِّدُ أنّ الخاصِيَّةَ الجَديدَةَ مُثْمِرَةٌ، وهذا ما يَعْمَدُ ابنُ الهَيْثَمِ للاسْتِفادَةِ مِنه في القَضِيَّتَيْنِ الرابعةِ والسادِسةِ. وباخْتِصارٍ، إنّ دِراسَةَ إقليدسَ لا تُفْضي إلى التَحَاكِي، في حينِ أنّ التَحَاكِيَ يشْتَمِلُها.

هل سَيَخْتَلِفُ الوَضْعُ مَع ***مَجْموعةِ بابوسَ الرِياضِيَّةِ؟*** لقَدْ خُيِّلَ لَنا أنّنا قَدْ نَجِدُ ما يَشْهَدُ عَلَى ذَلِكَ عَلَى الأقَلِّ في القَضَايَا ١٠٢ وَ ١٠٦ وَ ١١٥ مِن الكِتَابِ السابعِ.

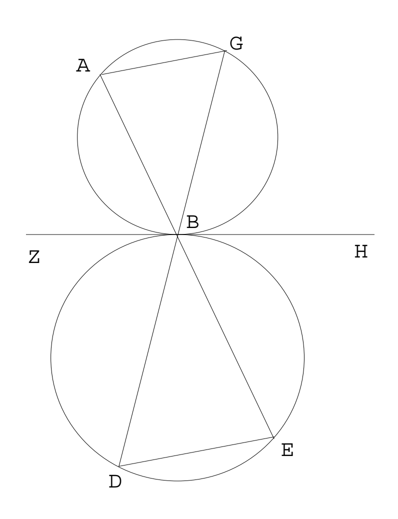
يَسْتَدِلُّ بابوسُ في القَضِيَّتَيْنِ ١٠٢ وَ ١٠٦ بنَفْسِ الطَريقَةِ. يَكْفينا إذاً أنْ نَتَناوَلَ القَضِيَّةَ ١٠٢ فَقَط. ولنَرَ كَيْفَ تَبْدُو هَذِهِ القَضِيَّةُ عَلَى لِسانِ الرِياضِيِّ الاسْكَنْدرانِيِّ[٥]:

---

[٥] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦٣٨ مِن:

Pappus d'Alexandrie, *La Collection mathématique*, trad. P. Ver Eecke (Paris / Bruges, 1933).

" لتَكُنِ الدائِرَتان $AB\Gamma$ وَ ΔEB مُتَمَاسَّتَيْنِ عَلَى نُقْطَةٍ B؛ لِنُخْرِجْ مِن النُقْطَةِ B المُسْتَقيمَيْنِ $\Gamma B\Delta$ وَ ABE وَلْنَصِلِ المُسْتَقيمَيْنِ $A\Gamma$ وَ ΔE؛ أقولُ إنّ المُسْتَقيمَيْنِ $A\Gamma$ وَ ΔE مُتَوازِيان".



الشكل ٤

يَسْتَنِدُ بابوسُ عَلَى القَضِيَّةِ ٣٢ مِن الكِتَابِ الثالِثِ مِن ***الأصول*** لإقامَةِ الدَليلِ؛ فإذا كَانَ المُسْتَقيمُ HBZ هُوَ المُمَاسَّ المُشْتَرَكَ عَلَى النُقْطَةِ B، فإنّهُ يَحْصُلُ عَلَى

$$H\widehat{B}E = B\widehat{\Delta}E \text{ و } A\widehat{B}Z = A\widehat{\Gamma}B;$$

ولَكِنْ

$$A\widehat{B}Z = H\widehat{B}E,$$

فإذاً

$$A\widehat{\Gamma}B = B\widehat{\Delta}E,$$

وبالتالي يَكونُ لَدَيْنا

$$A\Gamma // \Delta E.$$

لقَدْ رَأَيْنا ابنَ الهَيْثَمِ يُثْبِتُ قَضِيَّةً قَريبَةً مِن هَذِهِ بدونِ أنْ تَكونَ مُطابِقَةً لها — ولَكِنْ بطَريقَةٍ مُخْتَلِفَةٍ. فَخِلافاً لِبابوسَ يَضَعُ ابنُ الهَيْثَمِ المُثَلَّثَيْنِ المُتَحاكِيَيْنِ BAL

وَ BEK مُباشَرَةً في صَدْرِ البُرْهانِ. والأجْدَى مِن ذَلِكَ أنّهُ يُحَدِّدُ أيْضاً مَرْكَزَ ونِسْبَةَ التَحَاكي.

أمّا القَضِيَّةُ ١١٨ مِن الكِتَابِ السابِعِ مِن مَجْموعةِ بابوسَ فهِيَ الَّتِي غالِباً ما يَجْري الرُجوعُ إلَيْها عِنْدَما يَتَعَلَّقُ الأمرُ بالتَحَاكي، ولنَتَناولْ صياغتَهَا:

لِنَأْخُذْ دائرَتَيْنِ AB وَ $\Gamma\Delta$. لِنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ $A\Delta$ ونَعْمَلْ بِشَكْلٍ تَكونُ فيه نِسْبَةُ المُسْتَقيمِ EH إلَى المُسْتَقيمِ HZ كنِسْبَةِ نِصْفِ قُطْرِ دائرَةِ AB إلَى نِصْفِ قُطْرِ دائرَةِ $\Gamma\Delta$؛ أقولُ إنّ المُسْتَقيمَ المُخْرَجَ مِن النُقْطَةِ H والقاطِعَ للدائرَةِ $\Gamma\Delta$، إذا أُخرِجَ، فَسَيَقْطَعُ أيْضاً الدائرَةَ AB[٦].

ولقَدْ سَبَقَتِ الإشارةُ إلَى أنّ هَذِهِ الصيغَةَ تَفْتَقِرُ إلَى الدِقَّةِ[٧]. وبالفِعْلِ، فَبابوسُ يَبْدَأُ بُرْهانَهُ قائلاً: [...] لنُخْرِجْ مِن النُقْطَةِ H المُسْتَقيمَ $H\theta$ مُمَاسّاً للدائرَةِ $\Gamma\Delta$؛ وَلْنَصِلِ المُسْتَقيمَ $Z\theta$ وَلْنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ EK مُوازِياً [للمُسْتَقيمِ $Z\theta$]. فَبِما أنّ نِسْبَةَ المُسْتَقيمِ EK إلَى المُسْتَقيمِ $Z\theta$ كنِسْبَةِ المُسْتَقيمِ EH إلَى المُسْتَقيمِ HZ فإنّ الخَطَّ المَارَّ بالنُقَطِ H وَ θ وَ K يَكونُ مُسْتَقيماً.[٨]

لنَأْخُذِ القَضِيَّةَ مِن جَديدٍ مَع مُراعاةِ الانْسِجامِ التامِّ مَع نَصِّ بابوسَ. أمّا المُعْطَياتُ فهِيَ: الدائرَتان (E, R_E) وَ (Z, R_Z)، فضلاً عَن النُقْطَةِ H الواقِعَةِ عَلَى المُسْتَقيمِ EZ والَّتِي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ

$$\frac{HE}{HZ} = \frac{R_E}{R_Z};$$

---

[٦] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦٥٧ مِن
Pappus, *La Collection mathématique.*

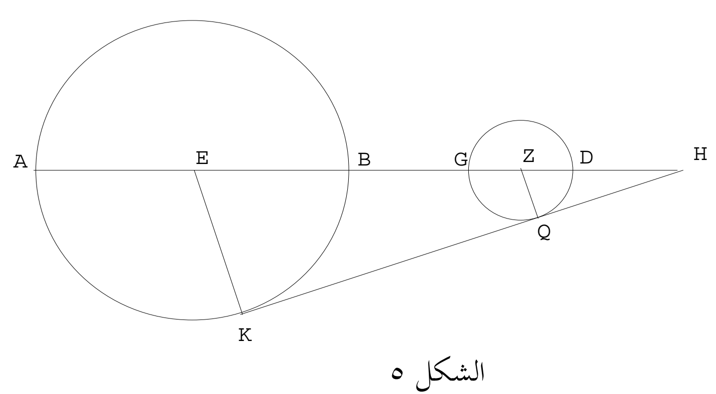
[٧] انْظُرِ المُلاحَظَةَ ٣ في الصَفْحَةِ ٦٥٧ مِن
Pappus, *La Collection mathématique.*

[٨] انظُرِ الصَفَحاتِ ٦٥٧–٦٥٨ في
Pappus, *La Collection mathématique*.

أ) إذا كَانَ المُستَقيمُ $H\theta$ مُمَاسّاً للدائرَةِ (Z, R_Z) فإنّهُ سيَكونُ مُمَاسّاً للدائرَةِ (E, R_E). بُغْيَةَ إثباتِ هَذا الحُكْمِ، يُخرِجُ بابوسُ المُستَقيمَ EK مُوازِياً للمُستَقيمِ $Z\theta$ حَيْثُ تَكونُ K عَلَى الدائرَةِ (E, R_E). فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $\frac{HE}{HZ} = \frac{EK}{Z\theta}$؛ وبالتالي تَكونُ النِقاطُ H وَ θ وَ K مُتَسامِتَةً وتَكونُ الزاوِيَةُ K قائِمَةً.

ب) لِنَرْسُمْ قاطِعاً يَقْطَعُ الدائرَةَ (Z, R_Z) ما بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ Δ وَ θ؛ فإذا أُخْرِجَ هَذا القاطِعُ فَسَيَمُرُّ ما بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ K؛ وَ HK مُمَاسٌّ للدائرَةِ (E, R_E) ، فإذاً يَقْطَعُ القاطِعُ أيْضاً الدائرَةَ (E, R_E).

نَرَى إذاً أنّ بابوسَ يَبْني بُرْهانَهُ مُنْطَلِقاً مِن نِصْفَي القُطْرَيْنِ المُتَوازِيَيْنِ ومِن المُساواةِ المُعْطاةِ بَيْنَ النسْبَتَيْنِ وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ، ومِن ثَمَّ يَسْتَنْتِجُ بدونِ اسْتِخْدامِ المُثَلَّثاتِ المُتَحاكيةِ. خِلافاً لذَلِكَ، فَفي حالَةٍ قَريبَةٍ مِن هَذِهِ (انْظُرِ القَضِيَّتَيْنِ ٣٩ وَ ٤٠)، يَضَعُ ابنُ الهَيْثَمِ تِلْكَ المُثَلَّثاتِ في صَدْرِ بُرْهانِهِ، كَما أنّهُ يَعْمَدُ إلى اسْتِعْمالِ التَحَاكي.



الشكل ٥

٣- ابنُ الهَيْثَمِ والتَحَاكي بِوَصْفِهِ تَحْويلاً نُقَطِيّاً

حَتَّى ولو تَبَنَّينا كُلَّ الاعتبارات المُحْتَمَلَة، فمِن الصَعْبِ أنْ نَتَلَمَّسَ تَطْبيقاً للتَحاكي في نُصوصِ بابوسَ.

فَهَلْ كَانَ ابنُ الهَيْثَمِ أوَّلَ مَن اسْتَعْمَلَ التَحَاكِيَ قَبْلَ أنْ يَعْمَدَ إلَى دِرَاسَةِ هَذا التَحْويلِ لِذَاتِه؟ لرُبَّما يَكونُ هَذا أيْضاً بَعيداً عَن الدِقَّةِ. وبِالفِعْلِ، يَكْفي أنْ نَتَذَكَّرَ أولَئِكَ الَّذين سَبَقوا ابنَ الهَيْثَمِ بِدْءاً مِن القَرْنِ التاسِعِ، وتَحْديداً الَّذين اهتَمُّوا بالتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ؛ فقَدْ عَمَدَ هَؤلاءِ إلَى اسْتِعْمالٍ لا شَكَّ فيه للتَحاكي في أعْمَالِهِم في رِيَاضِيّاتِ اللاّمُتَنَاهِيَةِ في الصِغَر وفي التَحْليلِ الهَنْدَسِيِّ. فَفي القَرْنِ التاسِعِ عَلَى وَجْهِ المَثَلِ، اسْتَعانَ بنو موسَى بالتَحَاكي لدِرَاسَةِ الدَوَائِرِ المُتَمَرْكِزَةِ ومُتَعَدِّداتِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمَةِ[9]. وقَدْ نَحا ثابتٌ بنُ قُرَّة عَلَى نَحْوِهم باسْتِعْمالِ التَحَاكي عِنْدَ دِراسَتِهِ للدَوَائِرِ والقُطوعِ الناقِصَةِ المُتَمَرْكِزَةِ وعِنْدَما دَرَسَ القُطوعَ المُسْتَوِيَةَ للأُسْطوانَةِ[10]. وقَدْ قامَ غَيْرُهُم بتَطْبيقِ التَحَاكي قَبْلَ ابنِ الهَيْثَمِ في القَرْنِ العاشِرِ عَلَى مَسَائِلِ التَحْليلِ الهَنْدَسِيِّ ومِنْهم ابنُ سِنانٍ والقوهيُّ والسِجْزيُّ[11] وهُنا

---

[9] انْظُرِ القضيّةَ ٣ من الفقرة ١-٢-٢ وما يليها في الجُزْءِ الأوَّلِ مِن هذا الكتاب.

[10] انْظُرِ القضيّةَ ١٦ من الفقرة ٢-٤-٢ والشرح ذا الصلة من الجُزْءِ الأوَّلِ مِن هذا الكتاب.

[11] لقَدْ أشَرْنا في مُناسَباتٍ عَديدَةٍ إلَى اسْتِعانَةِ ابنِ سِنانٍ المُتَكَرِّرَةِ بالتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ، وذَلِكَ إنْ يَكُنْ في عَمَلِهِ في رِياضِيّاتِ اللاّمُتَناهِيَةِ في الصِغَرِ أو في بُحوثِهِ حَوْلَ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ. ومِن بين هَذِهِ التَحْويلاتِ المُتَعَدِّدَةِ لَدَيْه، نَجِدُ أيضاً التَحَاكِيَ، راجِعْ مَثَلاً الصَفَحاتِ ٤٨٦ – ٤٨٧، ٥٥١ – ٥٥٢، ٧١٩ – ٧٢٠ مِن كِتاب:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn sīnān*: *Logique et géométrie au Xe siècle* (Lieden, 2000)

يُطَبِّقُ ابنُ سِنانٍ التَحَاكي ولَكِنْ بدونِ الخَوْضِ في الدِرَاسَةِ المَلْموسَةِ لِخَصائصِهِ كما سَيَفْعَلُ لاحِقاً ابنُ الهَيْثَمِ. أمّا القوهِيُّ الَّذي أتَى إثْرَ ابنِ سِنانٍ والَّذي ذَهَبَ بعيداً في البُحوثِ حَوْلَ الإسْقاطاتِ مُقارَنَةً بمَن سَلَفَهُ، فقَدِ اهتَمَّ بالتَحْويلاتِ وبالتَحَاكي. ففي مؤلَّفِه المُعَنْوَنِ ***مسألتان هَنْدَسِيّتان***، يوردُ القوهِيُّ في القَضايا الثَلاثِ الأُوَلِ النَتيجَةَ الَّتي يَصوغُها ويُثْبِتُها ابنُ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ الثالِثَةِ مِن ***المَعْلومات*** (***مسألتان هَنْدَسِيّتان***، مَخْطوطَة إسطنبول، أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص١٢٣ظ – ١٢٤ظ؛ راجِعْ مَضْمونَ المُلاحَظَةِ حَوْلَ القَضِيَّة ٣ على الصَفْحَة ٣٩٣ . وقَدْ تابَعَ مُعاصِرُ القوهِيِّ الرِياضِيُّ الشابُّ أحمدُ بنُ =

يُمْكِنُنا التَرْكيزُ عَلَى كُلٍّ مِن القوهيِّ والسِجْزِيِّ اللّذَيْنِ سَنَكْتَفي بِهِما. ويَظْهَرُ ابنُ الهَيْثَمِ هنا أيْضاً، عَلَى غِرارِ ما عَهِدْناه في الأمْكِنَةِ الأُخْرَى، خُلاصَةً لتَقْليدٍ مِن البَحْثِ يُناهِزُ عُمْرُه قَرْناً ونصْفَ قرنٍ. ووَفْقَ مَنْطِقِ التاريخِ، تُضْحي مَفْهومَةً، إذاً، المَكانَةُ الَّتي يُولِيها ابنُ الهَيْثَمِ لهَذا التَحْويلِ ولِتَطْبيقاتِهِ في مُؤَلَّفِهِ ***حَوْلَ خواصِّ الدَوائِرِ***. نَرَى التَحاكيَ في هَذا المُؤَلَّفِ في وَضْعِ التَطْبيقِ المَلْموسِ، كَتِقَنيَّةٍ مُكَرَّسَةٍ لدِراسَةِ التَناسُبِ القائمِ بَيْنَ شَكْلَيْنِ هَنْدَسِيَّيْنِ؛ ولَكِنَّ الأهَمَّ مِن ذَلِكَ، هُوَ ما يَشْهَدُ عَلَى أوَّلِ دِراسَةٍ مَعْروفَةٍ لبَعْضِ خَواصِّ هَذا التَحْويلِ الهَنْدَسِيِّ: فالشَكْلُ المُحَوَّلُ المُحَاكي لقَوْسٍ يَكونُ قَوْساً، و المُحَاكي لنصْفِ قُطْرٍ يَكونُ نِصْفَ قُطْرٍ والمُحَاكي لزَاوِيَةِ خَطَّيْنِ مُسْتَقيمَيْنِ يَكونُ زَاوِيَةَ المُسْتَقيمَيْنِ المَثيلَيْنِ عَلَى التَرْتيبِ، والمُسْتَقيمان المُمَاسَّان لقَوْسَيْنِ مُتَحاكيتَيْنِ عَلَى نُقْطَتَيْنِ مَثيلَتَيْنِ يَكونانِ مُتَوازِيَيْنِ.

ويَبْدو أنّ الجَديدَ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ يَكْمُنُ هنا تَحْديداً. ولَكِنْ، لرُبَّما سَنَكونُ قَدِ اخْتَرْنا الطَريقَ الخَطَأَ إذا ما تَجاهَلْنا المَحْدوديَّةَ الداخِلِيَّةَ الَّتي يُعانيها هَذا المَفْهومُ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ والَّتي تَمْنَعُهُ – كَما نَرَى في مُؤَلَّفِ ***في خَواصِّ الدَوائِرِ*** – مِن رؤيةِ التَحَاكي كَتَحْويلٍ نُقَطِيٍّ مَلْموسٍ. لقَدْ أشَرْنا سابقاً إلَى أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يَأخُذُ دائرَتَيْنِ ليُبَيِّنَ أنّ إحْداهُما هِيَ مُحَوَّلَةٌ مِن الأُخْرَى. وأكْثَرُ مِن ذَلِكَ، فإنّهُ لا يَأخُذُ في أيٍّ مِن قَضَايَا كِتَابِه مَرْكَزَ تَحاكٍ ونِسْبَتَه فضلاً عَن دائرَةٍ، بِهَدَفِ إيجادِ دائرَةٍ أُخْرَى تَكونُ مُحَوَّلَةً بالتَحَاكي مِن الدائرَةِ الأُولَى. ولَكِنَّ التَوَقُّفَ عِنْدَ عَتَبَةِ هَذا الاقتِصار يَعْني تَناسِيَ مَكَانَةَ كِتَابِ ابنِ الهَيْثَمِ هَذا مُقَارَنَةً بِسواه، فضلاً عَن الاسْتِخْفافِ بالفَعالِيَّةِ الخاصَّةِ ببَحْثٍ عِلْمِيٍّ حَيٍّ. نحن نَعْلَمُ الآن، أنّ مُؤَلَّفَ ابنِ

= عبد الجليل السِجْزِيُّ بِدَوْرِهِ استعمالَ التَحْويلاتِ. فَفَعَلَ أفضلَ مِن ذَلِكَ، إذ إنّه قَد استَخْلَصَ مَفْهومَ التحويلِ الهندسِيِّ بذاتِه كطَريقَةٍ مُساعِدَةٍ في *التَحْليل والتَرْكيب* (انْظُر المُلْحَقَ الأوَّلَ). وهو يَسْتَعْمِلُ هنا وهناك التَحَاكِيَ والمُشَابَهَةَ وحَتَّى أنّه يَسْتَعْمِلُ ضَرْباً قديماً مِن ضُروبِ التعاكُسِ (بالنِسْبَةِ إلَى التَحَاكي، راجِعْ أدْناه القَضِيَّةَ ٣٢، ص ١٢٤–١٢٥؛ الحاشِيَة ٢٢).

الهَيْثَمِ هَذا يَنْتَمي إلَى مَجْموعةٍ مِن المُؤَلَّفاتِ تُدْرَسُ فيها هَنْدَسَةُ التَحْويلاتِ. ويَبْدو أنّ كِتَابَةَ هَذا المُؤَلَّفِ قَدْ فُرِضَت كَرَدٍّ عَلَى ضَروراتٍ كَانَت وليدَةَ تَغَيُّراتٍ مُخْتَلِفَةٍ طالَت العَلاقاتِ الداخِلِيّةَ القائِمَةَ بَيْنَ النُظُمِ الرِيَاضِيَّةِ، كَما كَانَت أيْضاً وليدَةَ ما يَلوحُ في الأُفُقِ الجَديدِ لِكَثيرٍ مِن النُظُمِ. ونَلْفِتُ النظرَ هنا، بدونِ الإسْهابِ بالتَفْسيرِ، إلَى تَدَاخُلٍ أعْمَقَ فأعْمَق ما بَيْنَ التَقْليدِ الهَنْدَسِيِّ الأرشميديِّ وتَقْليدِ هَنْدَسَةِ الأوْضَاعِ والأشْكَالِ. كَما نُشيرُ إلَى الوُجودِ الكَثيفِ، المُباشِرِ أو غَيْرِ المُباشِرِ، للجَبْرِ. فابنُ الهَيْثَمِ، وهُوَ الهَنْدَسِيُّ المُتَضَلِّع من هذا العِلْمِ، قَدْ كَتَبَ أيْضاً في الجَبْرِ.[12] فَفي مَعْرِضِ انتِشارِ هَذِهِ البُحوثِ ظَهَرَت التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ وتَبَلْوَرَت أكْثَرَ فأكْثَرَ كحَقْلٍ جَديدٍ مِن الهَنْدَسَةِ، ولقَدْ دَفَعَت هَذِهِ الحَرَكَةُ ابنَ الهَيْثَمِ لكِتَابَةِ هَذِهِ المَجْموعةِ مِن الكُتُبِ الَّتي تَتَضَمَّنُ مُؤَلَّفَه ***في المَعْلومَات***.

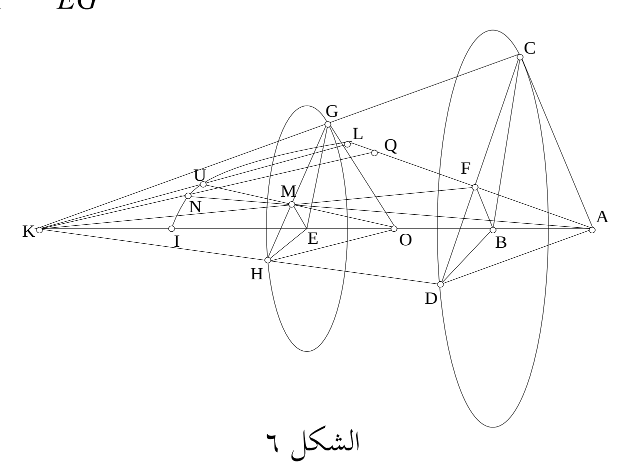
وبُغْيَةَ تِبْيَانِ التَواصُلِ في تَكَوُّنِ المَفْهومِ؛ بما يَخُصُّ التَحَاكي وَحْدَه، سَوْفَ نَعودُ إلَى دِرَاسَةٍ لابنِ الهَيْثَمِ، حَيْثُ يَتَبَدَّى هَذا التَحْويلُ التَآلُفيُّ بالفِعْلِ لَيْسَ في الهَنْدَسَةِ المُسْتَوِيَة فَحَسْب إنّما أيْضاً في الهَنْدَسَةِ المُجَسَّمَةِ؛ وسَوْفَ نَرَى ذَلِكَ في مَعْرِضِ الدِرَاسَةِ لهَذا التَحْويلِ في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومَات***.

يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ التَحَاكيَ للحُصولِ عَلَى كُرَةٍ انطِلاقاً مِن كُرَةٍ أُخْرَى، وذَلِكَ في مُؤَلَّفِهِ حَوْلَ الإحاطات المُتَساوِية: تَسَاوِي الخُطُوطِ المُحيطةِ بمِسَاحَاتٍ وتَسَاوِي المِسَاحَاتِ المُحيطةِ بمُجَسَّماتٍ، حَيْثُ تُبْنَى أوَّلُ نَظَرِيَّةٍ حَوْلَ الزَاوِيَةِ

[12] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٤٩٨ مِن الجُزْءِ الثاني من هذا الكتاب، الرقم ٩٠ في الجدول (النسخة العربيّة).

المُجَسَّمَةِ. و لَيْسَ هَذا بالمَكانِ المُلائِمِ لِمُناقَشَةِ البُرْهانِ الَّذي قَدْ سَبَقَ لَنا وحلّلْناه[١٣]، ولِذَلِكَ سَنَكْتَفي بِتَناوُلِ بَعْضِ العَناصِرِ الخاصَّةِ بِكَيْفِيَّةِ عَمَلِ التَحَاكي.

يَأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ كُرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ A فَضْلاً عَن هَرَمَيْنِ مَوْجودَيْنِ داخِلَ هَذِهِ الكُرَةِ بِحَيْثُ تَكونُ قاعِدَتاهُما مُتَعَدِّدَيْ أضْلاعٍ مُنْتَظِمَيْنِ مُتَشابِهَيْنِ. وبإمْكاننا أنْ نَفْتَرِضَ أنّ سَطْحَيْ مُتَعَدِّدَي الأضْلاعِ المَذْكورَيْنِ مُتَوازِيان؛ وفي هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ مَرْكَزا الدائِرَتَيْنِ المُحيطَتَيْنِ بهما، وهما B وَ E مُتَسامتَتَيْنِ والنُقْطَةَ A. باسْتِطاعَتِنا فَضْلاً عَن ذَلِكَ أن نَفْتَرِضَ في تَيْنِكَ الدائِرَتَيْنِ أنّ أنْصافَ الأقْطارِ المُخْرَجَةَ مِن الرُؤوسِ المُتَماثِلَةِ في مُتَعَدِّدَيِ الأضْلاعِ مُتَوازِيةٌ ثُناءً. فيَكونُ لَدَيْنا $BC // EG$ وَ $BD // EH$. في هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ المُثَلَّثانِ CBD وَ GEH مُتَشابِهَيْنِ. وإذا ما كَانَ $BF \perp CD$ وَ $EM \perp GH$ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $\frac{BC}{EG} = \frac{BF}{EM}$.



الشكل ٦

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ نُقْطَةَ تَقاطُعِ FM وَ AE هِيَ مَرْكَزُ التَحَاكي الَّذي تَكونُ نِسْبَتُهُ مُسَاوِيَةً لِ $\frac{KB}{KE}$. وهَذا الأمرُ سيَكونُ مَوْضِعَ اسْتِخْدامٍ عَلَى مَدَى القَضِيَّةِ

[١٣] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٣٧٥-٣٧٩ مِن نَفْسِ المَرْجِعِ، فضلاً عن الجُزْءِ الثالثِ. والبُرهانُ هُنا طَويلٌ ومُعَقَّدٌ، إذ إنّهُ يَقَعُ في خَمْسِ صَفَحاتٍ كَبيرةٍ، أمّا الشَكْلُ فَيَحْتَوي على ١٧ نُقْطَةٍ مُخْتَلِفَةٍ، فَضْلاً عن ١٨ خَطّاً مُنْحَنِياً و٣٥ خطّاً مُسْتَقيماً.

كُلِّها. ويُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ التَحَاكِيَ يُحَوِّلُ النِقاطَ B وَ C وَ D إلَى النِقاطِ E وَ G وَ H عَلَى التَرْتيبِ وأنّ السَطْحَيْنِ المُسْتَوِيَيْنِ (BCD) وَ (EGH) مُتَحاكِيان وكذَلِكَ الأمرُ بِالنِسْبَةِ إلَى الوَتَرَيْنِ CD وَ GH. ومِن ثَمَّ يُبَرْهِنُ تَسَاوِيَ الزاوِيَتَيْنِ CAD وَ GOH إذا ما اعْتَبَرْنا النُقْطَةَ O هِيَ المُحَوَّلَةُ مِن النُقْطَةِ A. ولَكِنَّ هاتَيْنِ الزَاوِيَتَيْنِ مَرْكَزِيَّتَانِ في كُرَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ (A, AC) وَ (O, OG)؛ ولذَلِكَ فإنّ السَطْحَيْنِ (CAD) وَ (GOH) يَقْطَعان هاتَيْنِ الكُرَتَيْنِ تِبْعاً لقَوْسَيْنِ مُتَشَابِهَتَيْنِ CLD وَ GUH. ولِكَيْ يُسْتَدَلَّ عَلَى ذَلِكَ، يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ الكُرَتَيْنِ، وعلى غِرارِ السَطْحَيْنِ، مُتَحاكِيَتَانِ بِالنِسْبَةِ إلَى التَحَاكي نَفْسِهِ $h\left(K, \dfrac{KB}{KE}\right)$.

ويَنْطَلِقُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن الكُرَةِ (A, AC) مُطَبِّقاً التَحَاكِيَ السابِقَ لِيَجدَ الكُرَةَ (O, OG) ومِن ثَمَّ يُبَرْهِنُ أنّ السَطْحَ (OGH) هُوَ مَثيلُ السَطْحِ (ACD) وأنّ القَوْسَ GUH هِيَ مَثيلَةُ القَوْسِ CLD، وذَلِكَ بالنِسْبَةِ إلَى التَحَاكي المَذْكورِ.

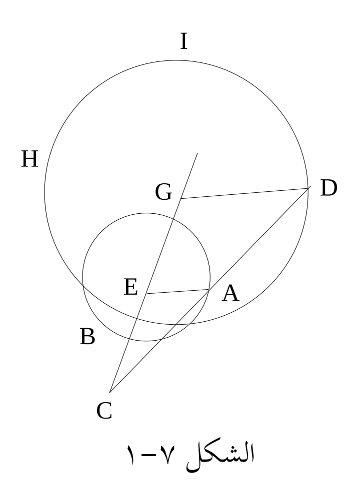
يَبْدو هُنا أنّ مَكانَةَ التَحَاكي بِوَصْفِهِ تَحْويلاً نُقَطِيّاً لا يَشوبُها أيُّ التِباسٍ، وذَلِكَ نَظَراً إلَى اتِّساعِ مَدَى تَطْبيقِ هَذا التَحْويلِ، إن يَكُنْ عَلَى الأشْكَالِ المُسْتَوِيَةِ أو الأشْكَالِ المُجَسَّمَةِ، فَضْلاً عَن اسْتِعْمالِهِ الواضِحِ كتَحْويلٍ هَنْدَسِيٍّ. وهَذا بالضَبطِ ما تؤكِّدُهُ دِراسَةُ ابنِ الهَيْثَمِ الّتي يُتابِعُها في كِتَابِ ***في المَعْلومَاتِ***.

وكأنّما هَذا الكِتَابُ بِشَكْلٍ ما هُوَ التَكْمِلَةُ لِلتَّتابُعِ الطَبيعِيِّ في هَذِهِ البُحوثِ الهَنْدَسِيَّةِ الجَديدَةِ. يَدْرُسُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا المُؤَلَّفِ قابِلِيَّةَ تَغَيُّرِ عَناصِرِ الأشْكَالِ الهَنْدَسِيَّةِ إضافةً إلَى تَحْويلاتِها. ويَسْعَى تَحْديداً إلى بِناءِ نَظَرِيَّةٍ عَن التَحْويلاتِ في هَذا الكِتَابِ. ونُشيرُ في هَذا الشَأنِ، إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لَدَى تَنَاوُلِه لسَبْعِ قَضَايَا عَلَى الأقَلِّ مِن فَصْلِ كِتَابه الأوّلِ، يُعاوِدُ تَنَاوُلَ التَحَاكي، الأمر الّذي يطالِعُنا أيضاً في الفَصْلِ الثاني مِن الكِتَابِ. وبُغْيَةَ الدلالةِ عَلَى هَذا التَصَوُّرِ لِنَتَنَاوَلْ مَثَلاً واحِداً عَن ذَلِكَ، وهُوَ الأوّلُ، فَفي القَضِيَّةِ الثالِثَةِ مِن الفَصْلِ الأوَّلِ، يَأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ دائرَةً $C(E, R)$ ونُقْطَةً C مُخْتَلِفَةً عَن النُقْطَةِ E ونُقْطَةً أُخْرَى A واقِعةً عَلَى مُحيطِ

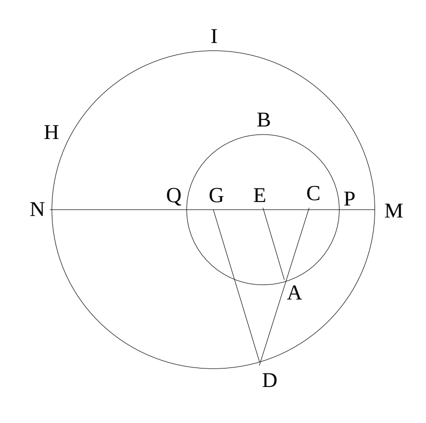
الدائرةِ. ويُرْفِقُ النُقْطَةَ A بنُقْطَةٍ D مَوْجودَةٍ عَلَى امْتِدادِ المُسْتَقيمِ CA بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ

$$\frac{CA}{AD} = k$$

ومِن ثَمَّ يُبَرْهِنُ أنّ النُقْطَةَ D تَقَعُ عَلَى دائرَةٍ أُخْرَى مَعْلومَةٍ. ويُبَيِّنُ أنّ النُقْطَةَ D هِيَ المُحَوَّلَةُ مِن النُقْطَةِ A بالتَحاكي $h\left(C, \frac{k+1}{k}\right)$. أي أنّ النُقْطَةَ D تَقَعُ عَلَى دائرَةٍ مَرْكَزُها النُقْطَةُ G المُطابِقَةُ لِ $h(E)$، حَيْثُ $CG = \frac{k+1}{k}CE$، ونِصْفُ قُطْرِها R_1 يُساوي $R\,\frac{k+1}{k}$.



الشكل ٧–١



الشكل ٧–٢

لا نَرَى هنا مِن ضَرورةٍ لكي نُكَرِّرَ أنَّ التَحاكيَ يَظْهَرُ، وكَما في المَثَلِ السابقِ، كتَحْويلٍ نُقَطِيٍّ. وَفَضْلاً عَن ذَلِكَ، يَبْدو أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَدْ أرادَ تأكيدَ هَذا التَصَوُّرِ بالذات، مِن خِلالِ إقامَتِهِ الدليلَ، بِشَكْلٍ ما، عَلَى القَضِيَّةِ العَكْسِيَّةِ، وذَلِكَ في القَضِيَّةِ التالِيَةِ – وهِيَ الرابِعَةُ: إذا ما أُخْرِجَ خَطٌّ مُسْتَقيمٌ مِن مَرْكَزِ التَحاكي C وقَطَعَ الدائرَةَ الأُولَى عَلَى نُقْطَةٍ A فإنّهُ سيَقْطَعُ الدائرَةَ الثانِيَةَ أيْضاً عَلَى نُقْطَةٍ D وسيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{CA}{AD} = k.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، سَيَظْهَرُ مَفْهومُ التَحاكي وتَحْديداً عَلَى هَذِهِ الصورةِ بَعْدَ ابنِ الهَيْثَمِ، وهَذا ما نَجِدُهُ مثلاً عِنْدَ فيرما (Fermat). إذ يُبَرْهِنُ هَذا الأخيرُ في القَضِيَّةِ الأُولَى مِن كِتَابِه المُعَنْوَنِ ***"استِرْجاعُ الوَضْعَيْنِ المُسْتَوِيَيْنِ مِن كِتَاب أبلونيوس"*** *(Restitution des deux lieux plans d'Apollonius de Perge)* أنَّ المُتَحاكي والمُسْتَقيمَ هُوَ مُسْتَقيمٌ مُوازٍ، وأنَّ المُتَحاكي والدائرَةَ هُوَ دائرَةٌ[١٤].

لا يُمْكِنُ إعادَةُ رَسْمِ تاريخِ تَكَوُّنِ مَفْهومِ التَحاكي، بِدْءاً مِن إقليدسَ مُروراً بابنِ الهَيْثَمِ وُصولاً إلَى فيرما، كصورَةٍ مُسْبَقَةٍ لِمَفْهومٍ ما، إنّما كَمَسارٍ ذي مَنْحَيَيْنِ، في مَنْحاه الأوّلِ نَتَلَمَّسُ تَطَوُّراً تَدريجيّاً عَلَى المُسْتَوَى التِقَنيِّ، وأمّا في مَنْحاه الثاني فَنُلاحِظُ تسارُعاً عَلَى المُسْتَوَى النَظَريِّ: يَجْري الانْتِقالُ مِن تَرابُطٍ بَيْنَ الأشْكَالِ إلَى تَحْويلٍ لشَكْلٍ ما، ومِن اسْتِعْمالٍ تِقَنيٍّ في مَعْرِضِ البُرْهانِ إلَى دِراسَةٍ لِخَواصِّ التَحْويلِ. ولَكِنْ إذا ما أرَدْنا فهمَ هَذِهِ الحَرَكَةِ الثُنائِيَّةِ، فإنّهُ يَنْبَغي لَنا الخُروجُ مِن الإطارِ الضَيِّقِ لتاريخِ المَفْهومِ. وبِمَنْأًى عَن الإسْرافِ مِن جانبِنا في تَبَنّي أساطيرَ رومانْسيَّةٍ حَوْلَ وجودِ تاريخٍ شامِلٍ، عَلَيْنا في هَذِهِ الحالَةِ أنْ نُحْسِنَ وَضْعَ التَحاكيَ في هَنْدَسَةِ التَحْويلاتِ الَّتي رَصَدْنا لها بَعْضَ الآثارِ البَعيدةِ لَدَى أرشميدسَ وأبلونيوسَ، وذَلِكَ قَبْلَ أنْ تَتَحَوَّلَ بالفِعْلِ إلَى مَيْدانٍ مِن ميادينِ الهَنْدَسَةِ في مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ، ليشهدَ هَذا المَيْدانُ لاحِقاً تَطَوُّراً مَلْموساً في القَرْنِ السابِعِ عَشَرَ، ولَكِنْ في مَكانٍ آخرَ. والجَديرُ بالذِكْرِ أنّ التَحاكيَ كَانَ حاضِراً لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ بالتَزامُنِ مَع تَحْويلاتٍ تآلُفِيَّةٍ وإسقاطِيَّةٍ أُخْرَى؛ في حينِ أنّهُ قَدْ رُصِدَ لاحِقاً، لَدَى فيرما في كِتَابِهِ السابِقِ الذِكْرِ، مُرْتَبِطاً بالمُشابَهَةِ وتَحْديداً بالتَعاكُسِ. مِنَ البَيِّنِ أنّ مَنْ يُحْسِنُ التَمْحيصَ لن يَرَى في هَذا مَشْهَداً هِلِّينِيّاً البَتَّةَ.

---

[١٤] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٣–٥ مِن:

Oeuvres de Fermat publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Charles Henry (Paris, 1896), t. III.

لنُضِفْ إلَى هَذا الاسْتِنْتاجِ اسْتِنْتاجاً آخَرَ: إذا ما كَانَ تَحْقيقُ التَقْليدِ المَخْطوطِيِّ شَرْطاً ضَروريّاً لإعادَةِ رَسْمِ مَسَارِ تَطوُّرِ مَفْهومِ التَحَاكي في القَرْنِ الحادي عَشَر لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ، فإنّ تَتابُعَ تَبَلْوُرِ المَفْهومِ هُوَ الَّذي وَفَّرَ تِلْكَ الأَجْوبَةَ عَن المَسَائِلِ حَوْلَ تاريخِ النَصِّ، إذ إنّ الأمْرَ الأكْثَرَ احْتِمالاً هُوَ أن يَكونَ مُؤَلَّفُ ***في خواصِّ الدَوائِرِ*** قَدْ وُضِعَ قَبْلَ مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومَاتِ***.

٤- تاريخُ النَصِّ المَخْطوطِيِّ

يرِدُ مُؤَلَّفُ ابنِ الهَيْثَمِ ***في خواصِّ الدَوائِرِ*** *عَلى* لائِحَةِ أعْمَالِهِ الَّتي يَسوقُها ابنُ أبي أُصَيْبِعَة[١٥]. ولقَدْ كَانَ هَذا المُؤَلَّفُ مُعْتَبَراً في عِدادِ المَفْقودِ إلَى أنْ عُثِرَ مِن فَتْرَةٍ قريبَةٍ عَلَى مَخْطوطَةِ كويبيشيف، في مَكْتَبَةِ فلاديمر ايليتش لينين. تَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَخْطوطَةُ بَعْضَ كِتاباتِ البَيْروني، وكَمالِ الدين الفارسيِّ والخفريِّ والكاشيِّ، والكَثيرَ مِن مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ، ومِن ضِمْنِها المَخْطوطَةُ الَّتي نَتَناوَلُها الآن. وقَدْ نُقِلَت هَذِهِ المَجْموعةُ النادِرَةُ إلَى بطرسبورغ وهي مَوْجودَةٌ حالِيّاً في المَكْتَبَةِ الوطنِيَّةِ تَحْتَ الرقم ٦٠٠، المَجْموعةُ العَرَبِيَّةُ الجَديدَةُ.

وقَدْ نُسِخَت المَجْموعةُ كُلُّها عَلَى وَرَقٍ رَقيقٍ وشَفَّافٍ مُلَطَّخٍ قَليلاً وباهِتِ اللّونِ. ونَظَراً إلَى شَفافِيَّةِ الوَرَقِ، فَغالِباً ما تَنْعَكِسُ كَلِمَاتُ نَصِّ صَفْحَةِ الظَهْرِ عَلَى صَفْحَةِ الوَجْهِ وبالعَكْسِ، مِمّا يَجْعَلُ القِراءَةَ أحْياناً عَسيرَةً. لقَدْ تَعَرَّضَت المَخْطوطَةُ للرُطوبةِ وتَفَتَّتَ جُزْءٌ مِن الأوْراقِ، كَما تَمَزَّقَت الزاوِيَةُ السُفْلى اليُسْرى لعَدَدٍ مِن الأوْراقِ – وتَحْديداً لتِلْكَ المُتَعَلِّقَةِ بنَصِّ المُؤَلَّفِ ***في خواصِّ الدَوائِرِ*** – كُلُّ هَذا يَجْعَلُ قِراءَةَ النَصِّ أحْياناً ضَرْباً مِن ضُروبِ المُسْتَحيلِ.

[١٥] انْظُرِ الجُزْءَ الثاني مِن هذا الكِتابِ (النسخة العربيّة)، ص ٤٨٨.

لم تُخَطّ المَجْموعةُ بِيَدٍ واحِدَةٍ، وبإمْكاننا أن نُؤَكِّدَ وُجودَ ناسِخَيْنِ مُخْتَلِفَيْنِ عَلَى الأقَلِّ، ولَكِنَّ مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ قَدْ خُطَّت بِيَدٍ واحِدَةٍ وبخَطٍّ نستعليقٍ غَيْرِ مُتْقَنٍ كما يَنْبَغي. ويُطالِعُنا نَفْسُ الخَطِّ في مَخْطوطَةِ مُؤَلَّفِ الفَلَكِيِّ الخفريّ ***زبدة المبسوطات*** الَّتي نُسِخَت في شَهْرِ رَجَب مِن سَنَةِ ١٠٦٦هـ أي في شَهْرِ أيّار (مايو) ١٦٥٦م. وبذَلِكَ تَكونُ مُؤَلَّفاتُ ابنِ الهَيْثَمِ قَدْ نُسِخَت في فَتْرَةٍ قَريبَةٍ مِن هَذا التاريخِ وعلى الأرجَحِ في أحَدِ الأصْقاعِ الإيرانيّةِ.

لقَدْ كُتِبَ النَصُّ بالحِبْرِ الأسْوَدِ بَيْنَما رُسِمَت الأشْكَالُ الهَنْدَسِيَّةُ بالحِبْرِ الأحْمَرِ. ولا يَتَضَمَّنُ النَصُّ أيَّ حواشٍ أو إضافاتٍ هامِشِيَّةٍ، ولا يوجَدُ ما يُشيرُ إلَى أنّهُ قَدْ قورِنَ بالنَصِّ الأصْلِ لَدَى الفَراغِ مِن نَسْخِه. والصَفَحاتُ كُلُّها مِن قِيَاسِ ٢٨ × ٤٢,٥ سم. ونُلاحِظُ مِن جهةٍ أُخْرَى وجودَ تَراقيمَ مُخْتَلِفَةٍ، الأمْرُ الَّذي يَشْهَدُ عَلَى أنّ المَجْموعةَ قَدْ كُوِّنَت مِن أجْزاءٍ مُتَعَدِّدةٍ جُمِعَت لاحِقاً. فبالإضافَةِ إلَى آثارِ التَرقْيمِ القَديمِ تُطَالِعُنا تَراقيمُ عَديدَةٌ إضافيَّةٌ. وتَبْدَأُ المَجْموعةُ بنَصٍّ للكاشِيِّ حَيْثُ نَتَعَرَّفُ عَلَى هَذا التَرْقيمِ القديمِ المُتَواصِلِ، بالأرقامِ العَرَبيَّةِ في أعْلَى الصَفْحَةِ. ونَجِدُ تَرْقيماً آخَرَ حَديثَ العَهْدِ بالأرقامِ الهِنْدِيَّةِ في أسْفَلِ الصَفْحَةِ وهُوَ مُتَواصِلٌ حَتَّى الصَفْحَةِ ٤٩٣ظ. وبناءً عَلَى ما رَأَيْناه لَدَى دِراسَتِنا للمَخْطوطَةِ باسْتِطاعَتِنا أنْ نَخُطَّ اللائحَةَ التالِيَةَ، وذَلِكَ وَفْقَ التَرْقيمِ الحَديث.

١ظ – ١٠ظ: الكاشيُّ، ***الرسالة الكَماليّة***

١١و: صَفْحَةٌ بَيْضاءُ

١١ظ – ٣١ظ: محمّدُ بنُ أحمد الخفريّ، ***زبدة المبسوطات***

٣٢و: صَفْحَةٌ بَيْضاءُ

٣٢ظ – ٢٧٠ظ: الفارِسِيُّ، ***تنقيح المناظر***

٢٧١و: صَفْحَةُ عُنْوَانٍ

٢٧١و – ٣٠١ظ: الفارِسِيُّ، ***ذيل تنقيح المناظر***

٣٠١ظ – ٣٠٧ظ: الفارِسِيُّ، ***تحرير مقالة في صورة الكسوف***

٣٠٨و – ٣٠٩ظ: ***فهرست مصنّفات ابن الهَيْثَمِ***

٣٠٩ظ – ٣١٠ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في حلّ شكّ في الشَكْلِ ٤ مِن المقالة ١٢ لإقليدس.***

٣١٠ظ – ٣١١و: ابنُ الهَيْثَمِ، **في قِسْمة المِقْدارَيْنِ المُخْتَلِفَيْن**

٣١١ظ: صَفْحَةٌ بَيْضاءُ

٣١٢و – ٣٢٦ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في ضوءِ القمرِ***

٣٢٦ظ – ٣٣٩ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في أضواءِ الكواكِبِ***

٣٣٩ظ – ٣٣٤ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، في ***كيفيّة الأظلال***

٣٣٥و – ٣٤٧ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في المَعْلومَات***

٣٤٨و – ٣٦٨و: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في التَحْليل والتركيب***

٣٦٨ظ – ٤٢٠ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في هيئة حركات كُلِّ واحدٍ مِن الكواكب.***

٤٢١و – ٤٣١و: ابنُ الهَيْثَمِ، ***في خواصّ الدَوائِر.***

٤٣١ظ: صَفْحَةٌ بَيْضاءُ.

٤٣٢و – ٤٣٢ظ: ابنُ الهَيْثَمِ، ***استخراج ضلع المكعّب***

٤٣٣و – ٤٨٩ظ: جُزْءٌ مِن مُؤَلَّفِ البَيْرونيِّ ***التفهيم في صناعة التنجيم*** بِيَدِ ناسِخٍ آخَرَ ويَتَضَمَّنُ هَذا الجُزْءُ تَعْليقاتٍ مَكْتوبَةً عَلَى الهَوامِشِ.

٤٩٠و – ٤٩١ظ: جُزْءٌ مِن مُؤَلَّفِ ***في خواصّ الدَوائِر.***

٤٩٢و – ٤٩٣ظ: مُؤَلَّفٌ في الجَبْرِ مَجْهولُ المُؤَلِّفِ ومَبْتورٌ (ومَوْضوعٌ بتاريخٍ مُتَأَخِّرٍ).

ونَسْتَنْتِجُ أنّ نصَّ ***في خواصِّ الدَوائِر*** يتألَّفُ مِن قِسْمَيْنِ (٤٢١و – ٤٣١و وَ ٤٩٠و – ٤٩١ظ). فَفي حينِ أنّ الجُزْءَ الأوّلَ (٤٢١و – ٤٣١و) يَحْتَوي

عَلَى عُنْوَانِ المُؤَلَّفِ وعَلَى العِبارَةِ الخِتامِيَّةِ، فإنّ الثاني (٤٩٠و — ٤٩١ظ) مَجْهولُ المُؤَلِّفِ. ولذَلِكَ فإنّ كُلَّ مَن اطّلَعَ عَلَى المَخْطوطَةِ ظَنَّ أنّ النَصَّ الكامِلَ مَوْجودٌ في الجُزْءِ الأوَّلِ، وضَمَّ الجُزْءَ الثاني إلَى نَصٍّ رياضِيٍّ مَجْهولِ المُؤَلِّفِ مَوْجودٍ في نِهايةِ المَجْموعةِ[١٦]. وبالمُحَصِّلَةِ فإنّ تَحْديدَ هَوِيَّةِ الجُزْءِ الثاني هُوَ الَّذي مَكَّنَنا مِن إكْمالِ النَصِّ وتَرْتيبِهِ وبالتالي تَحْقيقِهِ. والمُؤَلَّفُ يَقْتَضي إذاً الترتيب التالي:

٤٢١و — ٤٢١ظ، ٤٩٠و — ٤٩٠ظ، ٤٢٢و — ٤٢٨ظ، ٤٩١ظ — ٤٩١و، ٤٢٩و- ٤٣١و.

ونُشيرُ أيْضاً إلَى عَكْسِ الوَرَقةِ ٤٩١. ومِثْلُ هَذا الحادِثِ لَيْسَ نادِراً، فَكَثيراً ما يَتَكَرَّرُ في مُؤَلَّفاتٍ أُخْرَى. وهَذِهِ الحوادِثُ قَدْ وقَعَت، أغْلَبُ الظَنِّ، خِلالَ تَجْليدِ المَجْموعةِ.

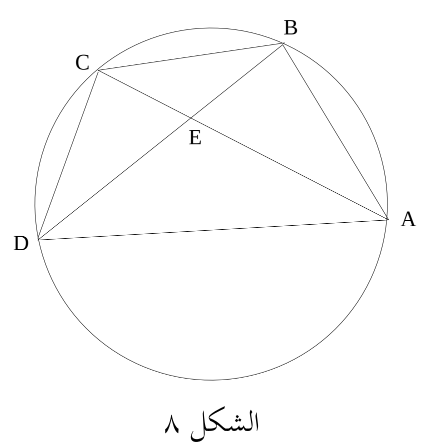
إنّ التَلَفَ الَّذي ألَمَّ بنَصِّ كِتَابِ ***في خواصّ الدَوائِر*** والَّذي ذَكَرْناه أعلاه جَعَلَ تَرْميمَهُ مُهِمَّةً غايَةً في الصُعوبةِ. فلقَدْ كَانَ عَلَينا أحْيَاناً أنْ نُرَمِّمَ مَقْطعاً كامِلاً مُسْتَندين في ذَلِكَ إلَى بِضْعِ كَلِمَاتٍ. ولذَلِكَ فقَدْ عَمَدْنا إلَى اسْتِحضارٍ شامِلٍ لِكُلِّ الوسائلِ المُتاحَةِ لَنا مِن باليوغرافيَّة*، ولُغَوِيَّةٍ ورِيَاضِيَّةٍ، وذَلِكَ فَضْلاً عَن خِبرَتِنا الشَخْصِيَّة في قِراءةِ نُصوصِ ابنِ الهَيْثَمِ. ويَبْقَى أنْ نُشيرَ إلَى أنّ إضافاتِنا الطَويلةَ والمُتَكَرِّرَةَ تَفْرِضُ عَلَيْنا أنْ نَفْصِلَها بِشَكْلٍ واضِحٍ للقارئ، وهَذا أمرٌ مُعْتَمَدٌ مُسَلَّمٌ بِهِ في مَجْرَى تَحْقيقِ النَصِّ، فقَدْ عَمَدْنا كالمُعْتادِ إلَى فَصْلِ كُلِّ مَقْطَعٍ مُدْخَلٍ بِواسِطَةِ المُزْدَوِجَيْنِ التالِيَيْنِ <...>.

---

[١٦] راجِعْ قَائِمَةَ مَكْتَبَةِ بطرسبورغ، رقم ١٥٨٨ وكذَلِكَ انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٢٤ مِن:
B.A Rosenfeld, *Nauka* (Moscow, 1974) n° 16.

* وَسَائِلُ قِراءَةِ النُصوصِ القَديمةِ (المُتَرْجِم).

قَضِيَّة ١ .– لنَأْخُذْ في دائِرَةٍ وَتَراً وَهُوَ AC وَلْيَقْطَعْهُ وَتَرٌ آخَرُ BD عَلَى نُقْطَةٍ E؛ إذا تَسَاوَت الزاوِيَتانِ BEC وَ ABC تَكونُ إذاً القَوْسانِ BC وَ CD مُتَساوِيَتَيْنِ.



الشكل ٨

يُصْبِحُ البُرْهانُ مُباشِراً إذا ما اسْتَخْدَمْنا خاصِيَّةَ الزاوِيَةِ الداخِلِيَّةِ. ولَكِنَّ هَذِهِ الخاصِيَّةَ سَوْفَ تُثْبَتُ لاحِقاً، (انْظُرِ القَضِيَّةَ ١٣). وبِانْتِظارِ ذَلِكَ، يَسْتَعْمِلُ ابنُ الهَيْثَمِ الزَوايا المُحاطَةَ. لَدَيْنا $B\widehat{E}C = A\widehat{B}C$، فالمُثَلَّثانِ BEC وَ ABC مُتَشابِهَانِ إذاً، ولِذَلِكَ فإنّ

$$(1) \qquad \frac{EC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC^2 = EC.AC.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى $B\widehat{E}C = A\widehat{B}C$، فإذاً $C\widehat{E}D = A\widehat{D}C$؛ والمُثَلَّثانِ EDC وَ ADC مُتَشابِهَانِ، ولِذَلِكَ فإنّ

$$(2) \qquad \frac{EC}{DC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow CD^2 = EC.AC;$$

ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ مِن العَلاقَتَيْنِ *(1)* وَ *(2)*.

بِواسِطَةِ خاصِيَّةِ الزاوِيَةِ المُحَاطَةِ والزاوِيَةِ الداخِلِيَّةِ، نَحْصُلُ مُباشَرَةً عَلَى

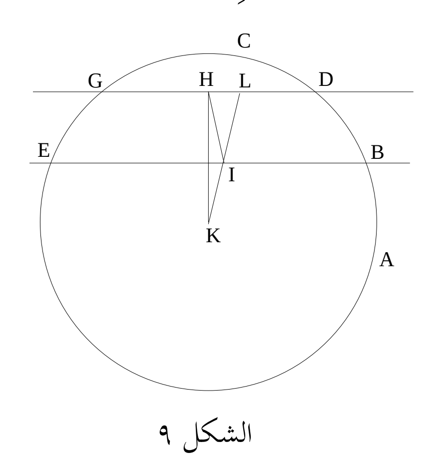
$$mes.\ A\widehat{B}C = \frac{1}{2}\left(\overparen{AD} + \overparen{DC}\right)^{*}$$

$$mes.\ B\widehat{E}C = \frac{1}{2}\left(\overparen{BC} + \overparen{AD}\right)$$

ويُفْضِي تَساوِي الزاوِيَتَيْنِ مُباشَرَةً إِلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ.

تَنْتَمي القَضِيَّةُ الأُولَى إِلَى مَجْموعَةٍ تَحْتَوي عَلَى القَضِيَّتَيْنِ ١٢ وَ ١٣ وَفْقَ ما سَنَراهُ لاحِقاً. وفي القَضايا الأَرْبَعِ اللاّحِقَةِ (القَضايا مِن ٢ حَتّى ٦)، يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ الأَوْتارَ المُتَوازِيَةَ والقِسَمَ المُتَشابِهَةَ.

قَضِيَّة ٢.– إنّ الخَطَّ المُسْتَقيمَ الواصِلَ ما بَيْنَ مُنْتَصَفَيْ وَتَرَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ يَكونُ قُطْراً وَعَموداً مُنَصِّفاً لِكِلا الوَتَرَيْنِ.



الشكل ٩

لِيَكُنِ الوَتَرانِ BE وَ DG مُتَوَازِيَيْنِ، ولْتَكُنِ النُقْطَتَانِ I وَ H مُنْتَصَفَيْهِما عَلَى التَرْتيبِ؛ يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{DH}{DG} = \frac{BI}{BE} = k = \frac{1}{2},$$

وبِالتالي يَكونُ المُسْتَقيمُ HI قُطْراً وَتَكونُ الزاوِيَةُ IHD قائِمَةً.

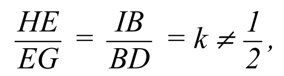
* الرَمْزُ *mes* يَدُلُّ عَلَى قِياسِ الزاوِيَةِ؛ وَيَعْتَمِدُ المؤلِّفُ هُنا وَحْدَةَ قِياسٍ مُشْتَرَكَةً للزَوايا والقُسِيِّ (المُتَرْجِم).

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ القَضِيَّةَ بِواسِطَةِ بُرْهانِ الخُلْفِ.

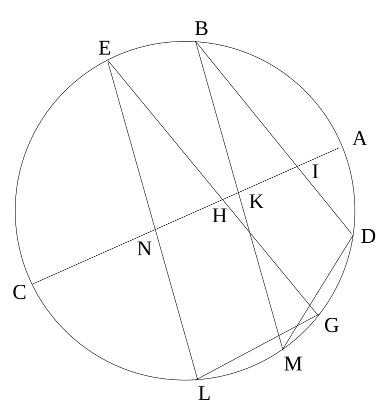
لِتَكُنِ النُقْطَةُ K مَرْكَزَ الدائِرَةِ. إذا لَمْ يَمُرَّ المُسْتَقيمُ HI بالنُقْطَةِ K، فإنّ المُسْتَقيمَ KI سَيَقْطَعُ المُسْتَقيمَ DG عَلَى نُقْطَةٍ مُخْتَلِفَةٍ عَن H، ولْتَكُنْ هَذِهِ النُقْطَةُ L. ولَكِنَّ النُقْطَةَ I هِيَ مُنْتَصَفُ القِطْعَةِ BE؛ فإذاً الزاوِيَةُ KIE قائمَةٌ وبالتالي فإنّ الزاوِيَةَ KLG قائِمَةٌ أيْضاً. وعَلَى غِرارِ ذَلِكَ، فإنّ النُقْطَةَ H هِيَ مُنْتَصَفُ القِطْعَةِ DG، فإذاً الزاوِيَةُ KHL قائِمَةٌ. وسَنَحْصُلُ إذاً عَلَى زاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ في المُثَلَّثِ KHL، وهَذا مُحَالٌ.

يَأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ اللاّحِقَةِ نِسْبَةً k، مِقْدارُها مُخْتَلِفٌ عَن النِصْفِ.

قَضِيَّة ٣.– لِيَكُنْ EG وَ DB وَتَرَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ غَيْرَ مُتَساوِيَيْنِ ومُحَقِّقَيْنِ للعَلاقَةِ



$$\frac{HE}{EG} = \frac{IB}{BD} = k \neq \frac{1}{2},$$



الشكل ١٠

فإذاً لا يُمْكِنُ للمُسْتَقيمِ HI أنْ يَكونَ قُطْراً للدائِرَةِ.

لِنَفْتَرِضْ أنّ الوَتَرينِ غَيْرُ مُتَساوِيَيْنِ وأنّ المُسْتَقيمَ HI يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَتَيْنِ A وَ C. لنُخْرِجِ العَمودَيْنِ EN و BK عَلَى المُسْتَقيمِ AC، ولْيَقْطَعا الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَتَيْنِ L وَ M عَلَى التَرْتيب. المُثَلَّثانِ EHN وَ BIK مُتَشابِهَانِ، فيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{IB}{BK} = \frac{HE}{EN};$$

ولَكِنْ وَفْقاً لِلْفَرَضِيَّةِ

$$\frac{IB}{BD} = \frac{HE}{EG},$$

فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{BD}{BK} = \frac{EG}{EN}.$$

وإذا ما كَانَ المُسْتَقيمُ AC قُطْراً فَسَيَكونُ لَدَيْنا $EL = 2.EN$ وَ $BM = 2.BK$، وبِالتالي فإنّ

$$\frac{DB}{BM} = \frac{EG}{EL},$$

والمُثَلَّثانِ DBM وَ GEL اللّذانِ تَتَساوَى زاوِيَتاهُما E وَ B سَيَكونانِ مُتَشابِهَيْنِ؛ وسيَكونُ لَدَيْنا إذاً $E\hat{L}G = B\hat{M}D$ أي أنّ $\widehat{EAG} = \widehat{BAD}$، وهَذا مُحالٌ. ولذَلِكَ فإنّ القِطْعَةَ AC لَيْسَت بِقُطْرٍ.

مُلاحَظَات

١) يَفْتَرِضُ الاسْتِدْلالُ أنّ النُقْطَتَيْنِ E وَ B مَوْجودَتانِ مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ HI، أي أنّ نِصْفَيِ المُسْتَقيمَيْنِ $(EG]$ وَ $(BD]$ مُوَجَّهانِ ولَهُما نَفْسُ المَنْحَى.

٢) يَنْطَلِقُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن العَلاقَةِ $B\hat{D}M = E\hat{G}L$، الّتي تَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ $\widehat{BAM} = \widehat{EAL}$ وهَذا مُحالٌ. وبِالفِعْلِ، لَدَيْنا

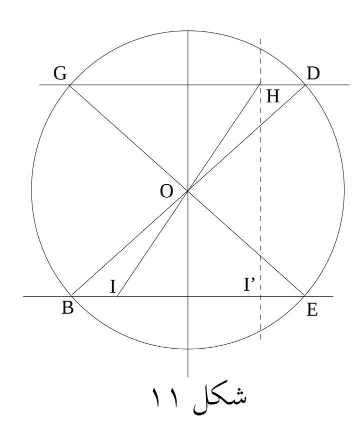
$$\widehat{BAM} = \widehat{BAD} + \widehat{DM}, \ \widehat{EAL} = \widehat{EAG} + \widehat{GL}$$

وَبما أنّ $\widehat{BAD} \neq \widehat{EAG}$ وذَلِكَ وَفْقاً للمُعْطَيات، وَ $\widehat{DM} = \widehat{GL}$ لِكَوْنِ $\widehat{B} = \widehat{E}$، فإنّ

$$\widehat{BAM} \neq \widehat{EAL} .$$

٣) إذا ما كَانَ الوَتَرانِ DG وَ BE مُتَساوِيَيْنِ ومُتَوَازِيَيْنِ، فإنّهُما سيَكونانِ مُتَنَاظِرَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى مَرْكَزِ الدائِرَةِ. لتَكُنِ النُقْطَتانِ B وَ E صورَتَي النُقْطَتَيْنِ D وَ G عَلَى التَرْتيبِ في التَحَاكي $h(O; -1)$، فَسَيَكونُ لَدَيْنا:

- إذا تَحَقَّقَت العَلاقَةُ $\frac{\overline{DH}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{BI}}{\overline{BE}} = k \neq \frac{1}{2}$، تَكونُ النُقْطَةُ I صورَةً لِلنُقْطَةِ H ويَكونُ HI* قُطْراً.



شكل ١١

- إذا تَحَقَّقَت العَلاقَةُ $\frac{\overline{DH}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{EI'}}{\overline{EB}} = k \neq \frac{1}{2}$، يَكونُ $HI' \perp DG$ وَ $HI' \perp BE$ ولن يَكونُ HI' قُطْراً.

* المَقْصودُ هُنا القِطْعَةُ المُسْتقيمَةُ الحادِثَةُ عَن تَقاطُعِ المُسْتَقِمِ HI والدائِرَةِ، ولَنْ نَشيرَ إلَى مِثْلِ هَذِهِ الحالاتِ لاحِقاً (المُتَرْجِم).

قَضِيَّة ٤.– لنأْخُذْ دائِرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ M وَلْيَكُنْ BD وَ EG وَتَرَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ فيها مُنْقَسِمَيْنِ عَلَى التَرْتيبِ بالنُقْطَتَيْنِ K وَ I، بحَيْثُ تَتَحقَّقُ العَلاقَةُ $\frac{DB}{KB} = \frac{GE}{IE} = k \neq \frac{1}{2}$. وَلْيَتَقاطَعِ المُسْتَقيمانِ BE وَ KI عَلَى النُقْطَةِ H، فيَكونُ المُسْتَقيمُ HM إذاً مُتَعامِداً وَكِلا الوَتَرَيْنِ.

وَفْقَاً لِلْمُعْطَى لَدَيْنا

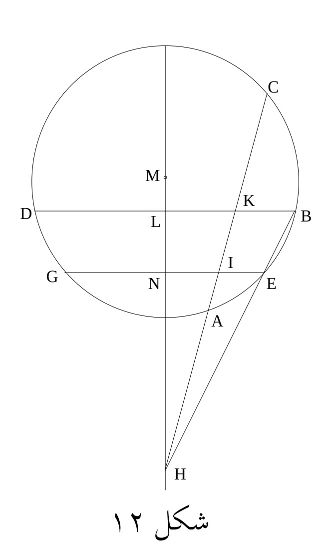
$$\frac{BK}{BD} = \frac{EI}{EG}.$$

وتُحْدِثُ الخُطوطُ المُسْتَقيمةُ المُتَقاطِعَةُ BE وَ KI وَ HM قِسْمَتَيْنِ مُتَشابِهَتَيْنِ

$$\frac{BL}{BK} = \frac{EN}{EI}.$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{BL}{BD} = \frac{EN}{EG}.$$



شكل ١٢

وقَدْ قَطَعَ القُطْرُ الوَتَرَيْنِ المُتَوَازِيَيْنِ عَلَى نَفْسِ النِسْبَةِ، فإذاً، وَفْقَ القَضِيَّتَيْنِ الثانِيَةِ والثالِثَةِ، سَيَكونُ هَذا القُطْرُ مُتَعامِداً والوَتَرَيْنِ.

مُلاحَظات

١) الاسْتِدْلالُ صالِحٌ لِلتَطْبيقِ في كِلْتا الحالتَيْنِ: عِنْدَما تَكونُ النُقْطَتانِ E وَ B مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ IK؛ أو عِنْدَما تَكونانِ مِن جِهَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ مِنْهُ.

٢) يُفْضِي الأمْرُ في كِلْتا الحالتَيْنِ إلَى تَحاكٍ مُمَرْكَزٍ في النُقْطَةِ H تَكونُ فيهِ النُقْطَةُ B صورَةً لِلنُقْطَةِ E، كَما تَكونُ النُقْطَةُ K صورَةً لِلنُقْطَةِ I.

٣) إذا تَساوَت القِطْعَتانِ EG وَ DB، تَتَساوَى إذاً القِطْعَتانِ EI وَ BK، وبالتالي يَكونُ الخَطّانِ المُسْتَقيمانِ EB وَ IK مُتَوازِيَيْنِ، ويَنْعَدِمُ وُجودُ النُقْطَةِ H. ويَكونُ المُسْتَقيم المارُّ بالنُقْطَةِ M والمُوازِي للمُسْتَقيمِ EB عَموداً مُنَصِّفاً لكِلْتا القِطْعَتَيْنِ EG وَ BD، وَتَكونُ القِسْمَتانِ E, I, N, G وَ B, K, L, D مُتَساوِيَتَيْنِ تَتَطابَقان بالانْسِحابِ الخَطِّيِّ المُحْدَثِ بِواسِطَةِ المُتَّجِهِ $\overline{BE}$.

قَضِيَّة ٥.– لنَأْخُذْ في دائِرَةٍ وَتَرَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ BH وَ DI وَلْيَقْطَعْهُما، عَلَى قَوائِمَ، وَتَرٌ AC غَيْرُ القُطْرِ، عَلَى النُقْطَتَيْنِ E وَ G عَلَى التَرْتيبِ. ولْنَفْتَرِضْ أنّ القِطْعَتَيْنِ BE وَ DG غَيْرُ مُتَساوِيَتَيْن، فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

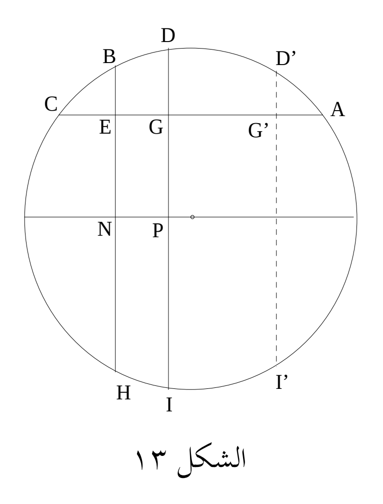
$$\frac{BE}{EH} \neq \frac{DG}{GI}$$

كان بإمْكانِنا أن نَصوغَ هَذِهِ القَضِيَّةَ بشَكْلٍ مُتَكافِئٍ كَما يَلي: الوَتَرانِ غَيْرُ المُتَساوِيَيْنِ المُتَوازِيَان يَنْقَسِمَان عَلَى نِسْبَتَيْنِ غَيْرِ مُتَساوِيَتَيْنِ بوَتَرٍ، غَيْرِ القُطْرِ، قائِمٍ عَموداً عَلَى كِلَيْهِما. وَتَكونُ النِسْبَتانِ مُتَساوِيَتَيْنِ إذا ما كَانَ الوَتَرُ قُطْراً.

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ القَضِيَّةَ بِواسِطَةِ بُرْهانِ الخُلْفِ: نُخْرِجُ القُطْرَ PN مُوازِياً للمُسْتَقيمِ AC فيَقْطَعُ BH وَ DI عَلَى مُنْتَصَفَيْهِما N وَ P عَلَى التَرْتيبِ.

إذا كَانَ

$$\frac{BE}{EH} = \frac{DG}{GI},$$



الشكل ١٣

فيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{BE}{BH}=\frac{DG}{DI}\Rightarrow\frac{BE}{BN}=\frac{DG}{DP}\Rightarrow\frac{BE}{EN}=\frac{DG}{GP};$$

وهَذا مُحالٌ، لأنّ $EN = GP$ وَ $BE \neq DG$.

مُلاحَظَة

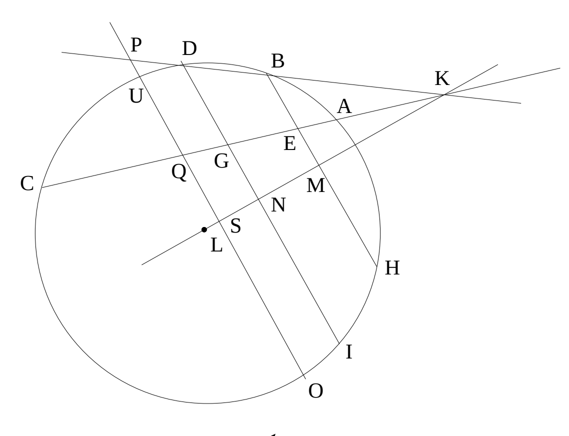
لقَد اعْتَبَرْنا أنّ $BE \neq DG$، وهَذا يَعْني أنّنا نَفْتَرِضُ الوَتَرَيْنِ الُمتَوازِيَيْنِ غَيْرَ مُتَساوِيَيْنِ. لا يُمْكِنُ تَحَقُّقُ العَلاقَةِ $BE = DG$ إلاّ إذا كَانَ الوَتَرانِ BH وَ DI مُتَناظِرَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى العَمودِ الُمنَصِّفِ للقِطْعَةِ AC، كَما هِيَ عليه صورَةُ القِطْعَتَيْنِ BH وَ $D'I'$؛ وفي هَذِهِ الحالَةِ، سيَكونُ لَدَيْنا $BH = D'I'$ و $BE = D'G'$.

قَضِيَّة ٦.– لنَأْخُذْ في دائِرَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في النُقْطَةِ L وَتَرَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ BH وَ DI، مُنْقَسِمَيْنِ بالُمسْتَقيمِ AC عَلَى النُقْطَتَيْنِ E وَ G عَلَى التَرْتيبِ، عَلَى نِسْبَتَيْنِ مُتَساوِيَتَيْن:

$$\frac{DG}{DI} = \frac{BE}{BH} = k.$$

إذا كَانَ OU وَتَراً ثالِثاً مُوازِياً للوَتَرَيْنِ الأوّلَيْنِ ومُنْقَسِماً بالمُسْتَقيمِ AC عَلَى النُقْطَةِ Q فإنّ

$$\frac{UQ}{UO} \neq k.$$



شكل ١٤

لِيَتَقاطَعِ المُسْتَقيمانِ BD وَ AC عَلَى النُقْطَةِ K. اسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ٤، يُنَصِّفُ القُطْرُ KL القِطَعَ المُسْتَقيمَةَ BH وَ DI وَ UO عَلَى النِقاطِ M وَ N وَ S عَلَى التَرْتيبِ. ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{ND}{DI} = \frac{SU}{UO}.$$

فإذا تَحَقَّقَت العَلاقَةُ

$$\frac{DG}{DI} = \frac{UQ}{UO},$$

سَنَحْصُلُ عَلَى

$$\frac{ND}{DG} = \frac{SU}{UQ},$$

وبِالتالي سيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{NG}{GD} = \frac{QS}{QU}.$$

ولَكِنَّ المُسْتَقيمَ BD يُلاقي المُسْتَقيمَ OU عَلَى نُقْطَةٍ P خارِجَ الدائِرَةِ ونَحْصُلُ عَلَى قِسْمَتَيْنِ مُتَشابِهَتَيْنِ N, G, D وَ S, Q, P، ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$\frac{NG}{GD} = \frac{QS}{PQ};$$

ويَصيرُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{QS}{PQ} = \frac{QS}{QU},$$

وهَذا مُحالٌ لأنّ القِطْعَةَ PQ أكبرُ مِن القِطْعَةِ UQ.

مُلاحَظات:

١) يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ إذاً بِقِسَمٍ مُتَشابِهَةٍ للوَتَرَيْنِ، إنْ يَكُنْ في مُعْطَياتِ المَسأَلَةِ أو ضِمْنَ البُرْهانِ.

٢) إذا ما وُضِعَ الوَتَرُ OU بَيْنَ الوَتَرَيْنِ BH وَ DI ستَكونُ النُقْطَةُ P داخِلَ الدائِرَةِ؛ وَسَيَبْقَى الاسْتِدْلالُ عَلَى حالِهِ مَشْروطاً بِالتَبايُنِ $PQ < UQ$.

٣) يَرْتَكِزُ الاسْتِدْلالُ عَلَى كَوْنِ المُسْتَقيمِ BD الَّذي يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَةِ B وعَلَى النُقْطَةِ D لن يَسْتَطيعَ مُلاقاتَها عَلَى نُقْطَةٍ ثالِثَةٍ مُخْتَلِفَةٍ عَنْهُما.

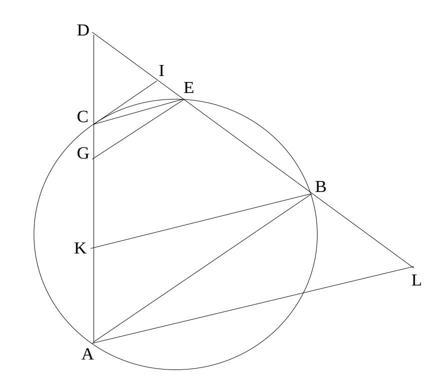
قَضِيَّة ٧.– لتَكُنْ D نُقْطَةً خارِجِيَّةً أو داخِلِيَّةً بِالنِسْبَةِ إِلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ. إذا ما أخْرَجْنا مِن تِلْكَ النُقْطَةِ قاطِعَيْنِ DEB وَ DCA، ومِن طَرَفِ أحَدِ الوَتَرَيْنِ المَفْصولَيْنِ بِهذَيْنِ المُسْتَقيمَيْنِ مُسْتَقيماً مُوازِياً للوَتَرِ الآخَرِ، ولْيَكُنْ هَذا المُسْتَقيمُ EG، $(EG // AB)$، فَسَيَكونُ لَدَيْنا إذاً:

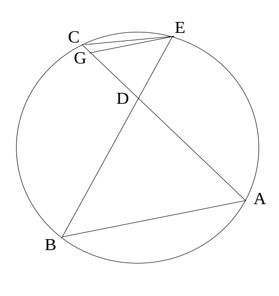
$$GD \,.\, DC = DE^2.$$

لَدَيْنا

$$DA \,.\, DC = DE \,.\, DB$$ (قُوَّةُ النُقْطَةِ D)،

وهَذا يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ





شكل ١٥

$$\frac{DA}{DB} = \frac{DE}{DC}.$$

ولَكِنْ، مِن ناحِيَةٍ أُخْرَى $EG // BA$، فإذاً

$$\frac{DA}{DB} = \frac{DG}{DE}.$$

ونَحْصُلُ عَلَى

$$\frac{DE}{DC} = \frac{DG}{DE},$$

وبِالتالي نَجِدُ

$$DE^2 = DG \,.\, DC.$$

وعَلَى نَفْسِ المِنْوالِ:

إذا كَانَ $CI // AB$ فَسَيَكونُ لَدَيْنا $DC^2 = DE \,.\, DI$؛

وإذا كَانَ $BK // EC$ فَسَيَكونُ لَدَيْنا $DB^2 = DA \,.\, DK$؛

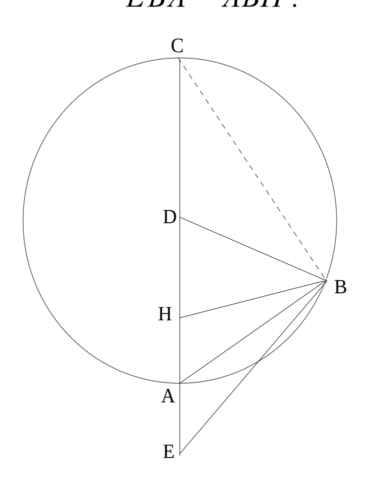
وإذا كَانَ $AL // EC$ فَسَيَكونُ لَدَيْنا $DA^2 = DB \,.\, DL$

ويَكونُ الاسْتِدْلالُ مُتَطابِقاً في كِلْتا الحالتَيْنِ، أكانَت النُقْطَةُ D داخِلِيَّةً أم خارِجيَّةً بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ؛ يَسْتَعْمِلُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا قُوَّةَ النُقْطَةِ D بِالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ، فَضْلاً عَن المُثَلَّثاتِ المُتَحاكِيَةِ.

في القَضايا الثلاثِ اللاّحِقَةِ مِن ٨ حَتَّى ١٠ ستَكونُ المُعْطَياتُ مُتَطابِقَةً.

قَضِيَّة ٨.– لنَأْخُذْ دائِرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ D ولْيَكُنْ نصْفُ قُطْرِها R.
ولْتَكُنْ A نُقْطَةً ما عَلَى هَذِهِ الدائِرَةِ؛ إذا ما أخَذْنا عَلَى نصْفِ المُسْتَقيمِ DA، نُقْطَتَيْنِ E وَ H بحَيْثُ يَكونُ $DE \,.\, DH = R^2$، فإنّه لِكُلِّ نُقْطَةٍ B تَقَعُ عَلَى مُحيطِ الدائِرَة، مُخْتَلِفَةٍ عَن كِلْتا النُقْطَتَيْنِ A وَ C، سيَكونُ لَدَيْنا

$$E\hat{B}A = A\hat{B}H \,.$$



شكل ١٦

اسْتِناداً إلَى المُعطى، لَدَيْنا

$$DE \,.\, DH = DB^2,$$

ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَة

$$\frac{DE}{DB} = \frac{DB}{DH},$$

ولذَلِكَ يَكونُ المُثَلَّثانِ BED وَ DBH مُتَشابِهَين؛ وبالتالي نجد أنّ

$$\frac{DB}{DH} = \frac{DE}{DB} = \frac{EB}{BH}.$$

ولَكِنَّ $DB = DA$، فإذاً

$$\frac{EB}{BH} = \frac{DA}{DH} = \frac{DE}{DA} = \frac{AE}{AH},$$

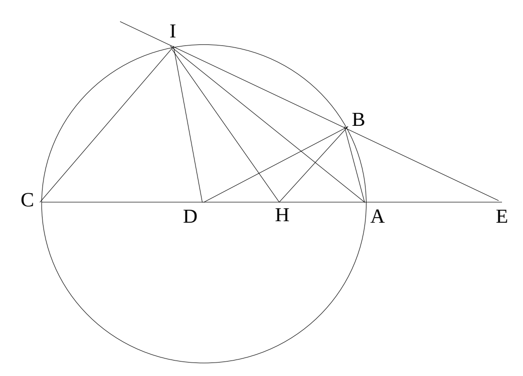
وَتَكونُ النُقْطَةُ A إذاً مسقطَ مُنَصِّف الزاوِيَةِ EBH.

مُلاحَظَة

النُقْطَتانِ E وَ H هما نُقْطَتانِ مُترافِقَتانِ تَوافُقِيَّتانِ بالنسْبَةِ إلَى النُقْطَتَيْنِ A وَ C. وحُزْمَةُ الخُطوطِ المُسْتَقيمَةِ $B(C, A, H,E)$ هِيَ حُزْمَةٌ تَوافُقِيَّةٌ. وتُبَيِّنُ هَذِهِ القَضِيَّةُ إذاً، أنّه في الحُزْمَةِ التَوافُقِيَّةِ إذا ما تَعامَدَ شُعاعانِ، فإنّهما يُنَصِّفان زاوِيَتَي الشُعاعَيْنِ الآخَرَيْنِ.

قَضِيَّة ٩.– لنَأْخُذْ مِن جَديدٍ الشَكْلَ الهَنْدَسِيَّ للقَضِيَّةِ السابقَةِ وَلْنُسَمِّ I النُقْطَةَ الثانِيَةَ المُحْدَثَةَ عَن تَقاطُعِ المُسْتَقيمِ EB والدائِرَةِ، عِنْدَها سيَكونُ لَدَيْنا

$$B\widehat{D}I = B\widehat{H}I .$$



شكل ١٧

لقَدْ حُدِّدَت النُقْطَتانِ E وَ H عَلَى غِرارِ ما جَرَى في القَضِيَّةِ السابِقَةِ:

$$DH \,.\, DE = DA^2.$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$E\widehat{B}A = A\widehat{B}H = \frac{1}{2} E\widehat{B}H ,$$

$$E\widehat{I}A = A\widehat{I}H = \frac{1}{2} E\widehat{I}H .$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$B\widehat{A}I = \frac{1}{2} B\widehat{D}I, E\widehat{B}H = E\widehat{I}H + B\widehat{H}I,$$

وَ

$$E\widehat{B}A = E\widehat{I}A + B\widehat{A}I,$$

وإذا ما ضاعَفْنا الحُدودَ، نَحْصُلُ عَلَى

$$E\widehat{I}H + B\widehat{D}I = E\widehat{B}H = E\widehat{I}H + B\widehat{H}I;$$

وبِالتالي نجد أنّ

$$B\widehat{D}I = B\widehat{H}I$$

يَرْتَكِزُ الاسْتِدْلالُ في هَذِهِ القَضِيَّةِ عَلَى الاسْتِدْلالِ في القَضِيَّةِ السابِقَةِ، فَضْلاً عَن اسْتِخْدامِ الخاصِيَّةِ التالِيَةِ: الزاوِيَةُ المُحَاطةُ تُساوي نِصْفَ ما تُساوِيَهُ الزاوِيَةُ المُمَرْكَزَة.

مُلاحَظَة

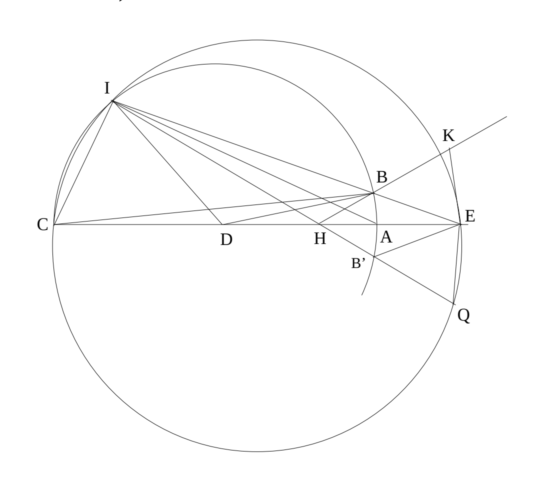
يُسْتَنْبَطُ مِن هَذِهِ القَضِيَّةِ أنّ النِقاطَ B وَ I وَ D وَ H مَوْجودَةٌ عَلَى دائِرَةٍ واحِدَةٍ. وهَذِهِ الدائِرَةُ الَّتي تَجوزُ عَلَى تِلْكَ النِقاطِ هِيَ صورةُ المُسْتَقيمِ BE المُحْدَثَةُ بِواسِطَةِ تَعاكُسٍ مَرْكَزُه النُقْطَةُ D، يَتْرُكُ نِقاطَ الدائِرَةِ ABI ثابِتَةً. وبِالفِعْلِ فالنُقْطَتانِ E وَ H تَتَرابَطانِ في هَذا التَعاكُس في حينِ تَبْقَى النُقْطَتانِ B وَ I ثابِتَتَيْنِ.

يُمْكِنُ تَأْويلُ هَذِهِ القَضِيَّةِ بِلُغَةٍ مُخْتَلِفَةٍ عَن تِلْكَ الَّتي يَعْتَمِدُها ابنُ الهَيْثَم، وذَلِكَ كَما يَلي: يُحَوِّلُ التَعاكُسُ الَّذي مَرْكَزُه في النُقْطَةِ D وقُوَّتُهُ DA^2 الوَتَرَ BI مِن الدائِرَةِ الَّتي مَرْكَزُها D ونِصْفُ قُطْرِها DA، إلَى دائِرَةٍ مُحيطةٍ بالمُثَلَّث BID.

قَضِيَّة ١٠.– في ظِلِّ نَفْسِ المُعْطَياتِ المَأخوذَةِ في القَضِيَّتَيْنِ السابِقَتَيْنِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$(EB + BH) . HI = CH . HE.$$

لِنَجْعَلِ القِطْعَةَ BK عَلَى الامْتِدادِ المستقيم لِ HB ولْتَكُنْ مُساوِيَةً لِ BE.



شكل ١٨

وَلْنُشِرْ في البَدْءِ إلَى أنّه تُوجَدَ نِهايَةٌ مَبْتورَةٌ لسَطْرٍ مِن النَصِّ المَخْطوطِيِّ، وقَدْ رمَّمْناها كَما يَلي: < Q النَظير لِلنُقْطَةِ >. وبِشَكْلٍ عامٍّ، لا تَجوزُ الدائِرَةُ[١٧] المُحيطَةُ بالمُثَلَّثِ ECI عَلَى النُقْطَةِ K. ولَكِنَّها تَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ Q المُتَناظِرَةِ والنُقْطَةَ K وَفْقَ ما سَيُبَيِّنُهُ البُرْهانُ اللاَّحِقُ. لِنَنْتَقِلِ الآنَ إلَى البُرْهانِ.

لَدَيْنا

$$BE = BK \Rightarrow \widehat{K} = \widehat{E} = \frac{1}{2}\, H\widehat{B}E = A\widehat{B}E.$$

ولَكِنَّ رُباعِيَّ الأضْلاعِ $ABIC$ مُحَاطٌ بالدائِرَةِ المُعْطاةِ، فإذاً $I\widehat{C}A = A\widehat{B}E$ ويَكونُ لَدَيْنا إذاً $H\widehat{K}E = I\widehat{C}A$.

واسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ السابِقَةِ، في رُباعِيِّ الأضْلاعِ $BHDI$ يَكونُ لَدَيْنا $I\widehat{D}B = I\widehat{H}B$ ، فإذاً

$$D\widehat{H}I = D\widehat{B}I = D\widehat{I}B = B\widehat{H}A\,.$$

[١٧] لا تَجوزُ هَذِهِ الدائِرَةُ عَلَى النُقْطَةِ K إلاّ إذا كانَت القِطْعَةُ CE قُطْراً لَها، أي، إذا كانَت الزاوِيَةُ CIE قائِمَةً.

ولِنَجْعَلِ القِطْعَةَ HQ عَلَى امْتِدادِ IH وَلْتَكُنْ مُساوِيَةً لِ HK؛ والنُقْطَتانِ K وَ Q تَكونان مُتَنَاظِرَتَيْنِ إذاً بالنسْبَةِ إلَى ED؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $I\widehat{Q}E = H\widehat{K}E = I\widehat{C}E$، وبالتالي فإنّ الدائِرَةَ المُحيطَةَ بالمُثَلَّثِ ICE تَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ Q، وتُعْطي قُوَّةُ النُقْطَةِ H بالنسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ العَلاقَةَ

$$HE \,.\, HC = HI \,.\, HQ = HI \,.\, HK^{*}.$$

مُلاحَظَة

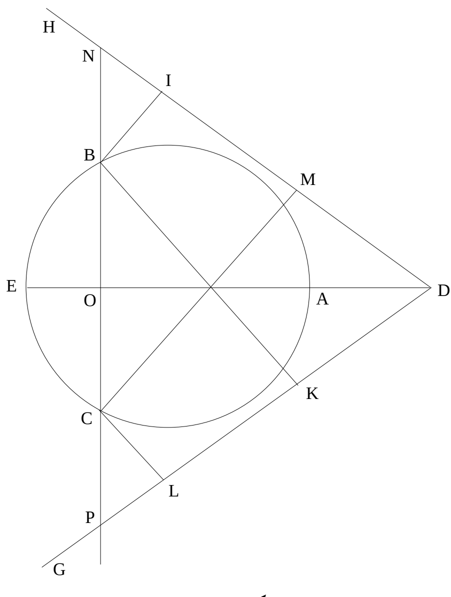
عَلَى غِرارِ القَضِيَّةِ ٨ ووَفْقَ الفَرَضِيَّةِ، القِسْمَةُ (C, A, H, E) تَوافُقِيَّةٌ، فإذاً حُزْمَةُ الخُطوطِ المُسْتَقيمةِ $B(C, A, H, E)$ تَوافُقِيَّةٌ، فَضْلاً عَن كَوْنِ الشُعاعَيْنِ BC وَ BA مِن هَذِهِ الحُزْمَةِ مُتَعامِدَيْن؛ ولذَلِكَ فإنّ الشُعاعَيْنِ المَذْكورَيْنِ يَكونانِ المُنَصِّفَيْنِ الداخِلِيَّ والخارِجِيَّ لزاوِيَةِ الشُعاعَيْنِ الآخَرَيْنِ مِن الحُزْمَةِ. وَتَبْقَى المُلاحَظَةُ قائِمَةً بِعَيْنِها بِالنِسْبَةِ إلَى الحُزْمَةِ $I(C, A, H, E)$.

قَضِيَّة ١١.– لنَأْخُذْ دائِرَةً قُطْرُها EA وَلْيَكُنْ نِصْفا المُسْتَقيمَيْنِ DG وَ DH مُتَنَاظِرَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى AE. وَلْنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ B وَ C بحَيْثُ يَكونُ $\widehat{BE} = \widehat{EC}$ (ولذَلِكَ فإنّ $BC \perp AE$ وَ $OB = OC$) وَلْيَقْطَعِ المُسْتَقيمُ BC المُسْتَقيمَيْنِ DG وَ DH عَلَى النُقْطَتَيْنِ P وَ N عَلَى التَرْتيبِ. وَلْنُخْرِجْ مِن النُقْطَةِ B المُسْتَقيمَيْنِ BI وَ BK ومِن النُقْطَةِ C المُسْتَقيمَيْنِ CL وَ CM المُوازِيَيْنِ للمُسْتَقيمَيْنِ السابِقَيْنِ عَلَى التَرْتيبِ.

فيَكونُ لَدَيْنا

* (المُتَرْجِم): لدينا $HK = EB + BH$، لأنّ $EB = BK$، ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ المَطْلوبَةَ $(EB + BH) \,.\, HI = CH \,.\, HE.$

$$BI \,.\, BK = CM \,.\, CL.$$



شكل ١٩

وبِالفِعْلِ

$$ON = OP, \; BN = CP, \; CN = BP$$

فإذاً

$$\frac{CN}{BN} = \frac{BP}{PC}.$$

ولَكِنَّ

$$BI \,/\!/\, CM \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CM}{BI}$$

(تَحاكِي مُمَرْكَز في النُقْطَةِ N)،

وَ

$$BK \,/\!/\, CL \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{BK}{CL}$$

(تحاكي مُمَرْكَز في النُقْطَةِ P)،

فإذاً

$$\frac{CM}{BI} = \frac{BK}{CL},$$

وتُسْتَنْبَطُ النتيجةُ المَطْلوبَةُ.

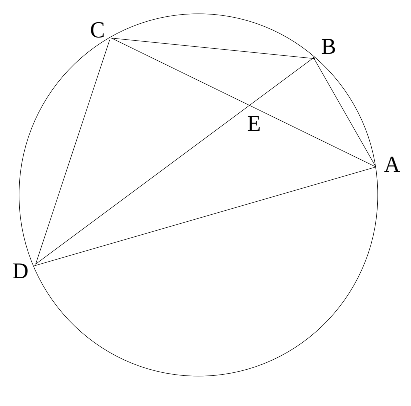
مُلاحَظَة

وَفْقَ صيغَةِ القَضِيَّةِ، فإنّ المُسْتَقيمَ EA هُوَ مِحْوَرُ تناظُرٍ لِلدائِرَةِ وللمُثَلَّثِ NDP. ويَرْتَكِزُ البُرْهانُ عَلَى هَذا التَناظُرِ وعَلَى المُثَلَّثَيْنِ المتحاكِيَيْنِ اللَّذَيْنِ رَأْساهما N وَ P.

قَضِيَّة ١٢.– لنَأْخُذْ قَوْسَيْ دائِرَةٍ مَفْصولَتَيْنِ بالوَتَرِ AC ولْتَنْقَسِمْ هاتانِ القَوْسانِ عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ D بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{\widehat{BA}}{\widehat{BC}} = \frac{\widehat{DC}}{\widehat{DA}} \qquad (1)$$

وعِنْدَها فإنّ القِطْعَةَ BD سَوْفَ تَقْطَعُ القِطْعَةَ AC عَلَى نُقْطَةٍ E بحَيْثُ يَكونُ



شكل ٢٠

$$\frac{A\widehat{E}B}{B\widehat{E}C} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{CB}}.$$

لَدَيْنا

$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{BC}} = \frac{A\widehat{C}B}{B\widehat{A}C}$$

وَ

$$\frac{\overset{\frown}{DC}}{\overset{\frown}{AD}} = \frac{D\widehat{A}C}{D\widehat{B}A} = \frac{D\widehat{B}C}{D\widehat{B}A}$$

ولذَلِكَ فإنّ

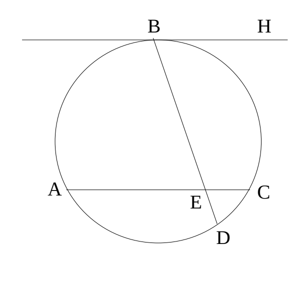
$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{BC}} = \frac{A\widehat{C}B}{B\widehat{A}C} = \frac{D\widehat{B}C}{D\widehat{B}A} = \frac{A\widehat{C}B + D\widehat{B}C}{B\widehat{A}C + D\widehat{B}A} = \frac{A\widehat{E}B}{B\widehat{E}C}.$$

يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا البُرْهانِ الخاصَّتَيْنِ التالِيَتَيْن:

١) نِسْبَةُ القَوْسَيْنِ مُساوِيَةٌ لِنسْبَةِ الزاوِيَتَيْنِ المُحاطَتَيْنِ اللّتَيْنِ تَحْصُرانِ هاتَيْنِ القَوْسَيْن.

٢) القَضِيَّةُ ٣٢ مِن الكِتابِ الأوَّلِ مِن ***أصول*** إقليدسَ: مَجْموعُ زاوِيَتَي المُثَلَّثِ مُساوٍ للزاوِيَةِ الخارِجِيَّةِ غَيْرِ المُجاوِرَةِ.

قَضِيَّة ١٣.– إذا تَقَاطَعَ وَتَرانِ في دائِرَةٍ، فإنّ كُلَّ واحِدَةٍ مِن الزَوايا الَّتي يَتَقاطَعُ الوَتَرانِ تِبْعَها تَكونُ مُساوِيَةً للزاوِيَةِ الَّتي تَحْصُرُ مَجْموعَ القَوْسَيْنِ



شكل ٢١

الواقِعَتَيْنِ بَيْنَ الوَتَرَيْن.

تَفْتَرِضُ الصِياغَةُ الوارِدَةُ هُنا أنّ نُقْطَةَ التَقاطُعِ تَقَعُ داخِلَ الدائِرَةِ.

يَبْدَأُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن هَذِهِ الحالَةِ بالذات. لنُخرِجِ المُستَقيمَ BH مُوازِياً للمُستَقيمِ AC (انْظُرِ الشَكْلَ ٢١).

وَتَتَبَدَّى حالتان: المُستَقيمُ BH يَكونُ مُماسّاً للدائِرَةِ أو أنّ BH يَقْطَعُ الدائِرَةَ؛ وفي الحالتَيْنِ سيَكونُ لَدَيْنا $H\widehat{B}E = B\widehat{E}A$.

إذا كَانَ المُستَقيمُ BH مُماسّاً للدائِرَةِ ومُوازِياً للمُستَقيمِ AE فإنّ $\widehat{BA} = \widehat{BC}$. والزاوِيَةُ HBD تُساوي الزاوِيَةَ المُحَاطةَ الَّتي تَحْصُرُ القَوْسَ BCD. ولَدَيْنا

$$\widehat{BCD} = \widehat{BC} + \widehat{CD} = \widehat{AB} + \widehat{CD}.$$

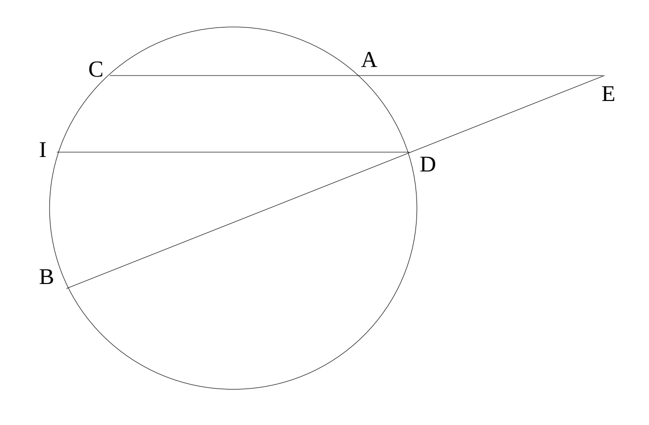
إذا قَطَعَ المُستَقيمُ BH الدائِرَةَ، فإنّ $\widehat{HC} = \widehat{BA}$. والزاوِيَةُ HBD تَحْصُرُ القَوْسَ HCD. ولَدَيْنا

$$\widehat{HCD} = \widehat{HC} + \widehat{CD} = \widehat{AB} + \widehat{CD}$$

نَستَنْتِجُ إذاً، أنّ الزاوِيَةَ الداخِلِيَّةَ AEB مُساوِيَةٌ لزاوِيَةٍ مُحَاطةٍ تَحْصُرُ قَوْساً مُساوِيَةً لَمجْموعِ القَوْسَيْنِ AB وَ CD.

وبِنَفْسِ الطَريقَةِ نُبَيِّنُ أنّ الزاوِيَةَ BEC مُساوِيَةٌ لزاوِيَةٍ مُحَاطةٍ تَحْصُرُ قَوْساً مُساوِيَةً لَمجْموعِ القَوْسَيْنِ AD وَ BC.

ومِن ثَمَّ يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ الحالَةَ الأُخْرَى، حَيْثُ تَكونُ نُقْطَةُ التَقاطُعِ خارِجَ



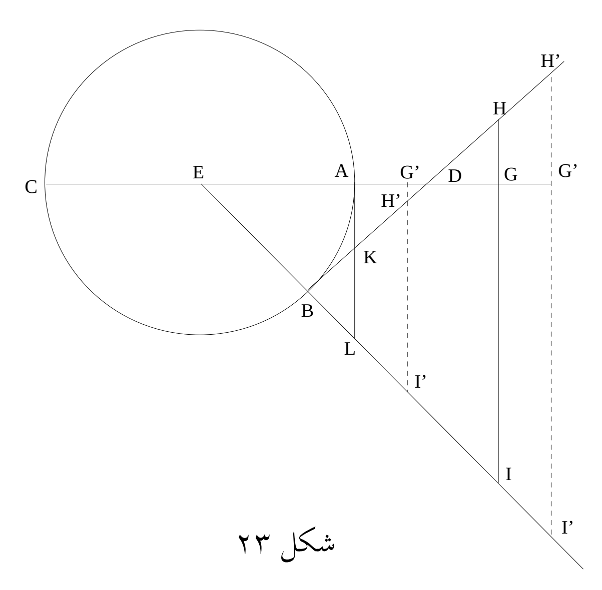
شكل ٢٢

الدائِرَة ويُبَيِّنُ أنّ الزاوِيَةَ الخارجيّةَ AEB مُساوِيَةٌ لزاوِيَةٍ مُحاطَةٍ تَحْصُرُ قَوْساً مُساوِيَةً لفَرْقِ ما بَيْنَ القَوْسيْنِ CB وَ AD (انْظُرِ الشَكْلَ ٢٢).

تَتَناوَلُ القَضايا الثلاثُ (مِن ١٤ حَتَّى ١٦) العَلاقَاتِ المِتْرِيَّةَ.

قَضِيَّة ١٤.– لتَكُنْ ABC دائِرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ E ولْيَكُنْ AC قُطْرَها وَ AL مُماسّاً لها عَلَى النُقْطَةِ A وَ BD مُماسّاً لها عَلَى النُقْطَةِ B. ولْيَقْطَعِ المُسْتَقيمُ BD المُسْتَقيمَ AL عَلَى النُقْطَةِ K والمُسْتَقيمَ EA عَلَى النُقْطَةِ D. فيَكونُ لَدَيْنا

$$BK \,.\, DB = BL \,.\, BE.$$



شكل ٢٣

وبِالفِعْلِ، المُثَلَّثانِ AKD وَ BED مُتَشابِهَانِ، فإذاً $\frac{AD}{BD} = \frac{AK}{EB}$؛ ولَدَيْنا $AK = BK$ فإذاً

$$BK \,.\, DB = AD \,.\, BE.$$

والمُثَلَّثانِ AEL وَ BED مُتَشابِهَانِ وَ $AE = EB$، فَهُما إذاً مُتَقايِسانِ ويَكونُ لَدَيْنا $LB = AD$، ولذَلِكَ فإنّ

$$DA \,.\, BE = LB \,.\, BE.$$

وبالتالي نَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ

$$KB \cdot BD = EB \cdot BL \qquad (1)$$

لِنُخْرِجْ EA إلَى G وَلْنَرْسُمْ HGI عَموداً عَلَى EA بِحَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ H عَلَى المُماسِّ BD والنُقْطَةُ I عَلَى المُسْتَقيمِ EB. واسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ الثانِيَةِ مِن الكِتابِ السادِسِ مِن ***الأصول*** يَكونُ لَدَيْنا:

$$\frac{HB}{BK} = \frac{BI}{BL}$$

ونَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ

$$\frac{HB \cdot BD}{BK \cdot BD} = \frac{BI \cdot BE}{BL \cdot BE};$$

واسْتِناداً إلَى العَلاقَةِ *(1)*، يُصْبِحُ لَدَيْنا

$$BH \cdot BD = BI \cdot BE. \qquad (2)$$

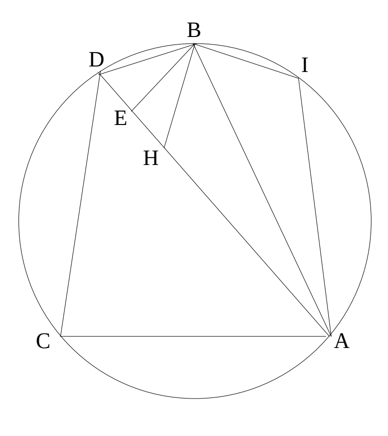
وَتَكونُ النَتيجَةُ صحيحَةً لِكُلِّ مُسْتَقيمٍ GHI يَتَعامَدُ والمُسْتَقيمَ AC، وذَلِكَ لأنّ تطبيقَ القَضِيَّةِ الثانِيَةِ مِن الكِتابِ الخامِسِ مِن ***الأصول*** مُسْتَقِلٌّ عَن وَضْعِ النُقْطَةِ G.

وَلْنُشِرْ إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ، بُغْيَةَ إثْباتِ العَلاقَةِ *(1)*، يَسْتَخْدِمُ مُثَلَّثاتٍ مُتَشابِهَةٍ ومُثَلَّثاتٍ مُتَقايِسَةٍ؛ وبُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى العَلاقَةِ *(2)*، يَسْتَخْدِمُ العَلاقَةَ *(1)* فَضْلاً عَن اسْتِخْدامِهِ لِمُثَلَّثاتٍ مُتَحاكِيَةٍ.

يُتْبِعُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ القَضِيَّةَ بقَضِيَّتَيْنِ أُخْرَيَيْنِ يَتَناوَلُ فيهما أيْضاً الخَواصَّ المِتْرِيَّةَ في الدائِرَةِ. وبُرْهانا هاتَيْنِ القَضِيَّتَيْنِ مُباشِران، ولا يَبْدُوانِ بِحاجَةٍ لأيِّ تَفْسيرٍ. وسَوْفَ نَكْتَفي بِذِكْرِ صيغَتَيْ هاتَيْنِ القَضِيَّتَيْنِ.

قَضِيَّة ١٥.– لِنَأْخُذْ دائِرَةً $ABCD$، وَلْتَكُنْ B مُنْتَصَفَ القَوْسِ AC، وَ D نُقْطَةً ما عَلَى هَذِهِ القَوْسِ، فَيَكونُ لَدَيْنا

$$DA \cdot DC + DB^2 = AB^2.$$



شكل ٢٤

لِنُخرِجْ BE عَموداً عَلَى AD. ولْتَكُنْ H نُقْطَةً عَلَى EA مُحَقِّقَةً العَلاقَةَ $ED = EH$ وَ I نُقْطَةً عَلَى مُحيطِ الدائِرَةِ بِحَيْثُ يَكونُ $\widehat{BI} = \widehat{BD}$.

لَدَيْنا $BD = BH = BI$ وَ $B\widehat{D}A = B\widehat{H}D$، فإذاً $B\widehat{I}A = B\widehat{H}A$ وَ $B\widehat{A}H = B\widehat{A}I$. والمُثَلَّثانِ ABH وَ ABI مُتَقَايِسانِ، فإذاً $AH = AI$. ولَكِنَّ $\widehat{IA} = \widehat{CD}$، فإذاً $AI = CD$ وَ $AH = CD$. ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$AE = AH + HE = CD + DE$$

وَ

$$AD = CD + 2.ED;$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$AD \,.\, DC + DE^2 = CD^2 + 2.ED \,.\, CD + DE^2 = (CD + DE)^2 = AE^2$$

وَ

$$AD \,.\, DC + DE^2 + EB^2 = AE^2 + EB^2,$$

وبِالتالي نَحْصُلُ عَلَى

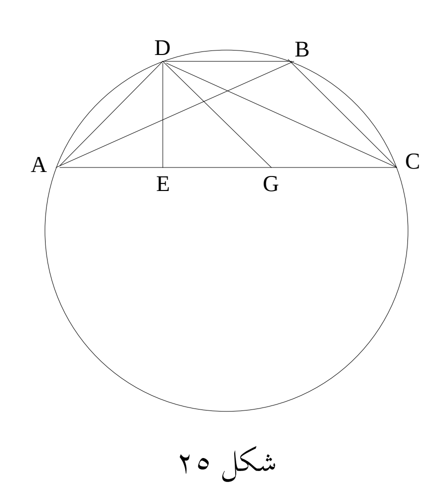
$$AD \,.\, DC + DB^2 = AB^2.$$

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ العَلاقَةَ المِتْرِيَّةَ مُنْطَلِقاً إذاً مِن تَساوِي أقْوَاسٍ، ويَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ تَساوِيَ أوْتارٍ وتَقَايُسَ مُثَلَّثاتٍ.

مُلاحَظَة

لا تَضَعُ القَضِيَّةُ أيَّ شُروطٍ عَلَى القَوْسِ المَأْخوذَةِ AC. فالاسْتِدْلالُ صالِحٌ لأيِّ قَوْسٍ، أكانَت مُساوِيَةً لِنصْفِ دائِرَةٍ أم أكبرَ أو أقلَّ.

قَضِيَّة ١٦.– إذا كَانَ في دائِرَةٍ وَتَرانِ AB وَ AC بحَيْثُ يَكونُ $\overset{\frown}{AC} < \overset{\frown}{AB}$ ؛ وكُلُّ واحِدَةٍ مِن القَوْسَيْنِ أصْغَرُ مِن نِصْفِ دائِرَةٍ، وَإذا كانَت



شكل ٢٥

النُقْطَةُ D مُنَصِّفَةً للقَوْسِ AB وكان $DE \perp AC$، فإنّ

$$AC \,.\, CB + BD^2 = CD^2.$$

إنّ العَلاقَةَ $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ تَفْرِضُ العَلاقَةَ $D\hat{C}A = D\hat{C}B$. لِنَرْسُمْ EA مُساوِياً لِـ EG ؛ المُثَلَّثُ ADG مُتَساوِي الساقَيْنِ ولَدَيْنا $AD = DG = DB$. والزاوِيَتانِ DBC وَ DGC لهُما زاوِيَتانِ مُكَمِّلَتانِ مُتَساوِيَتانِ $D\hat{A}G$ وَ $D\hat{G}A$، فإذاً $D\widehat{B}C = D\widehat{G}C$. وزَوايا المُثَلَّثَيْنِ BDC وَ CDG مُتَساوِيَةٌ ولَدَيْنا $DB = DG$، فإذاً $CB = CG$. وَبِما أنّ النُقْطَةَ E تُنَصِّفُ GA، فإنّ

$$CA \,.\, CG = CE^2 - EG^2$$

وَ

$$CA\,.\,CG + GD^2 = CE^2 + DG^2 - EG^2 = CE^2 + ED^2 = CD^2;$$

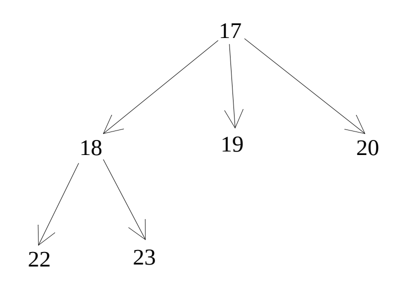
ويُصبِحُ لَدَيْنا

$$AC\,.\,CB + BD^2 = CD^2.$$

مُلاحَظَة

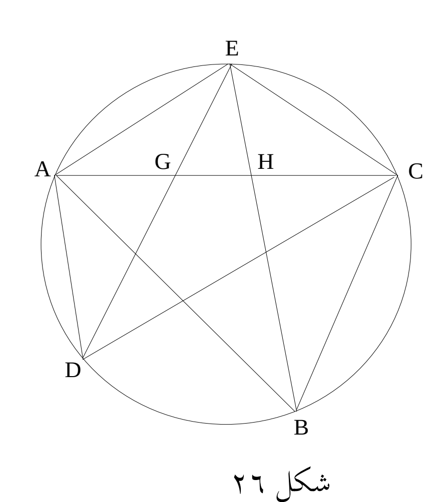
في القَضِيَّةِ ١٦، النُقْطَةُ D تُنَصِّفُ الصُغْرَى مِن القَوْسَيْنِ المأخوذتَيْنِ في حينِ أنّ هَذِهِ النُقْطَةَ تُنَصِّفُ كُبْرَى تَيْنكَ القَوْسَيْنِ في القَضِيَّةِ ١٥. القَضِيَّتانِ ١٥ وَ ١٦ هُما نَظيرَتا القَضِيَّةِ الخامِسَةِ مِن الكِتابِ الثاني من ***الأُصول*** حَيْثُ عِوَضاً عَن قِسْمَةِ قِطْعَةٍ مِن مُسْتَقيمٍ تَجْري قِسْمَةُ قَوْسِ دائِرَةٍ؛ ويُسْتَبْدَلُ في هَذِهِ الحالَةِ إذاً جُزْءَا القِطْعَةِ المُسْتَقيمَةِ بوَتَرَي الدائِرَةِ المناسِبَيْن.

يُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ مَجْموعَةً جَديدَةً مِن القَضايا تَتَضَمَّنُ القَضايا مِن ١٧ حَتَّى ٢٣ باسْتِثْناءِ القَضِيَّةِ ٢١. وَتَبدأُ هَذِهِ المَجْموعَةُ بِاسْتِحْضارِ القَضِيَّةِ الرابِعَةِ والتِسْعينَ مِن ***مُعْطَياتِ*** إقليدسَ (القَضِيَّة ١٧ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ). أمّا قَضايا هَذِهِ المَجْموعَةِ فَمُتَرابِطَةٌ وَفْقَ التَرْسيمَةِ التالِيَةِ:



قَضِيَّة ١٧.– لنَأْخُذْ دائِرَةً ABC وَلْتُنَصِّفِ النُقْطَةُ E الوَتَرَ AC وليَقْطَعِ الوَتَرَانِ ED وَ EB القِطْعَةَ AC عَلَى النُقْطَتَيْنِ G وَ H تَرْتيباً، فإذاً سيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{AB + BC}{AD + DC} = \frac{BE}{DE}.$$



شكل ٢٦

لَدَيْنا، العَلاقَةُ $\widehat{AE} = \widehat{EC}$ تَفْرِضُ العَلاقَةَ

$$E\widehat{A}C = E\widehat{C}A = E\widehat{D}C = E\widehat{C}G = E\widehat{D}E$$

والمُثَلَّثانِ ECG وَ ECD مُتَشابِهَانِ، ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{ED}{EC} = \frac{EC}{EG} = \frac{DC}{CG}.$$

ولَكِنَّ DG يُنَصِّفُ الزاوِيَةَ ADC؛ فإذاً

$$\frac{DC}{CG} = \frac{DA}{AG} = \frac{DC + DA}{CG + AG} = \frac{DC + DA}{AC},$$

فإذاً

$$\frac{DC + DA}{DE} = \frac{AC}{EC}.$$

ونُبَيِّنُ بِنَفْسِ الطَرِيقَةِ أنّ

$$\frac{AB + BC}{BE} = \frac{AC}{CE};$$

وبِالتالي نَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.

مُلاحَظات

يَرِدُ البُرْهانُ نَفْسُهُ في مؤلَّفِ ***في المعلومات*** (الجُزْء الثاني، القَضِيَّة ١٨).

ومِن ناحِيَةٍ أُخرَى تُطالِعُنا في ***مُعْطَيات*** إقليدسَ، القَضِيَّةُ ٩٤ [١٨]:

١) $$\frac{BA + BC}{BE} = \frac{AC}{CE}$$

وهَذا ما يَسْتَتْبِعُ النَتيجَةَ المَطْلوبَةَ.

٢) $(BA + BC) . EH = AC . CE$ أو $(AD + DC) . EG = AC . CE$

ولا يَخْتَلِفُ هُنا المَسارُ الَّذي يَسْلُكُهُ ابنُ الهَيْثَمِ عَن مَسارِ إقليدسَ: تُستَعْمَلُ نِسْبَةُ المُشابَهَةِ بَيْنَ المُثَلَّثَيْنِ وخاصِيَّةُ مَسْقَطِ مُنَصِّفِ الزاوِيَةِ، نَعْني القَضِيَّةَ الثالِثَةَ مِن الكِتابِ السادِسِ مِن ***الأصول***.

قَضِيَّة ١٨.– لنَأْخُذْ دائِرَةً ABC، ولْتَكُنِ القِطْعَةُ AC قُطْراً لهَذِهِ الدائِرَةِ، ولْتُنَصِّفِ النُقْطَةُ D إحْدَى القَوْسَيْنِ اللَّتَيْنِ يُوَتِّرُهُما القُطْرُ AC. إذا كانَت B نُقْطَةً ما عَلَى القَوْسِ الأُخْرَى الَّتي يُوَتِّرُها AC، فإنّ

$$(AB + BC)^2 = 2BD^2.$$

وعَلَى غِرارِ ما فَعَلْنا في القَضِيَّةِ السابِقَةِ، لَدَيْنا

$$\frac{AB + BC}{BD} = \frac{AC}{CD};$$

ونَسْتَنْتِجُ العَلاقَةَ

$$\frac{(AB + BC)^2}{BD^2} = \frac{AC^2}{CD^2}.$$

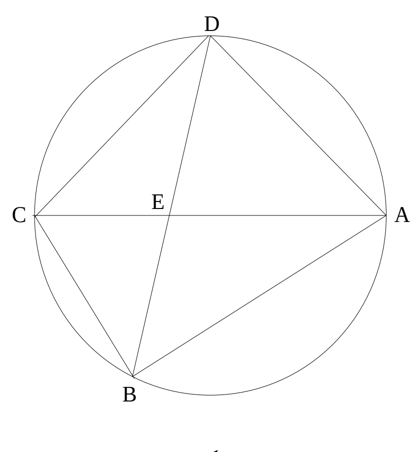
ولَكِنَّ $AC^2 = 2.CD^2$، ونَحْصُلُ بالتالي عَلَى المَطْلوب.

يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ إذاً بِحالَةٍ خاصَّةٍ لِلقَضِيَّةِ السابِقَةِ، حَيْثُ يَكونُ الوَتَرُ AC قُطْراً.

---

[١٨] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٥٩٩ مِن

Les Œuvres d'Euclide, Traduites littéralement par F. Peyrard (Paris, 1819); nouveau tirage, augmenté d'une importante Introduction par M. Jean Itard (Paris, 1966).



شكل ٢٧

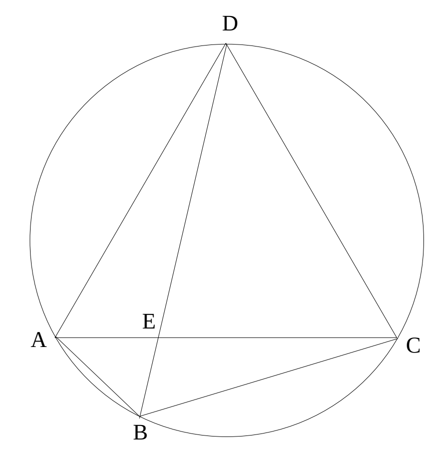
قَضِيَّة ١٩.– لنَأْخُذْ مُثَلَّثاً ADC مُتَساوِيَ الأضْلاعِ مُحَاطاً بالدائِرَةِ $ABCD$؛ لنُخرْجِ الخُطوطَ المُسْتَقيمَةَ DEB وَ AB وَ BC؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$AB + BC = BD.$$

اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ السابِقَةِ، لَدَيْنا

$$\frac{AB + BC}{BD} = \frac{AC}{CD}.$$

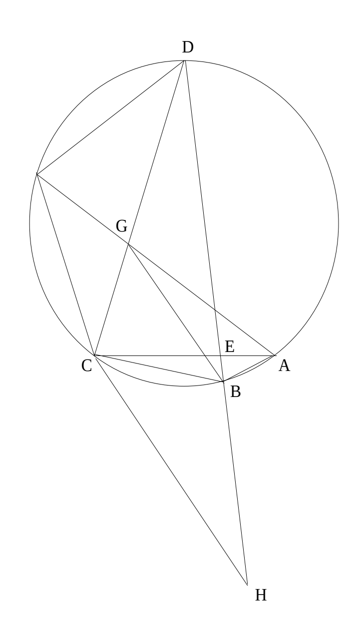
ولَكِنْ، $AC = CD$، ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.



شكل ٢٨

وَيُفْضِي الأمْرُ هُنا إلَى حالَةٍ خاصَّةٍ مِن القَضِيَّةِ ١٧ حَيْثُ يَكونُ AC ضِلْعاً لِمُثَلَّثٍ مُتَساوِي الأضْلاعِ.

قَضِيَّة ٢٠.– لنَأْخُذْ دائِرَةً $ABCD$ بحَيْثُ يَكونُ AC ضِلْعَ مُخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ المُحاطِ بالدائِرَةِ. ولْتَكُنِ النُقْطَةُ D مُنْتَصَفَ القَوْسِ ADC؛ لنَرْسُمِ المُسْتَقيمَ DEB ولْيَقْطَعِ الضِلْعَ AC عَلَى النُقْطَةِ E ولْنَصِلْ AB وَ BC وَ BD، فيَكونُ لَدَيْنا إذاً



شكل ٢٩

$$\frac{AB + BC + BD}{BD} = \frac{BD}{AB + BC}$$

يَوَدُّ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا أن يُبَيِّنَ أنّ القِطْعَةَ BD هِيَ وَسَطٌ في النِسْبَةِ بَيْنَ المَجْموعِ $(AB + BC + BD)$ والمَجْموعِ $(AB + BC)$.

وبِالفِعْلِ، فاسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٧، لَدَيْنا

$$\frac{AB + BC}{BD} = \frac{AC}{CD}$$

ولَكِنْ، وَفْقَ القَضِيَّةِ الثامِنَةِ مِن المقالةِ الثالِثة عَشَرة مِن ***الأصول***، فإنّ الخَطَّ المُسْتَقيمَ الواصِلَ ما بَيْنَ النُقْطَةِ A ومُنْتَصَفِ القَوْسِ DC يَقْسِمُ القِطْعَةَ DC عَلَى نُقْطَةٍ G بحَيْثُ يَكونُ

$$DC . CG = DG^2 \qquad (1)$$

ويَكونُ لَدَيْنا

$$DG = CA,$$

فإذاً

$$\frac{AB + BC}{BD} = \frac{DG}{CD};$$

ولَكِنَّ العَلاقَةَ *(1)* تَقْتَضي أنْ يَكونَ

$$\frac{DG}{CD} = \frac{CG}{DG}. \qquad (2)$$

فإذا أخْرَجْنا DB على استِقامة حَتَّى النُقْطَةِ H، حَيْثُ $BH = AB + BC$، يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{HB}{BD} = \frac{AB + BC}{BD} = \frac{CG}{DG},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{HD}{BD} = \frac{AB + BC + BD}{BD} = \frac{CG + GD}{DG} = \frac{DC}{DG};$$

ويَكونُ لَدَيْنا استِناداً إِلَى العَلاقَةِ *(2)*

$$\frac{HB}{BD} = \frac{BD}{HD},$$

ما يَعْني أنّ

$$\frac{AB + BC}{BD} = \frac{BD}{AB + BC + BD};$$

ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.

نُشيرُ إِلَى أنّ العَلاقَةَ $\frac{DC}{DG} = \frac{DH}{DB}$ تَقْتَضي تَوازِيَ CH وَ BG.

مُلاحَظَة

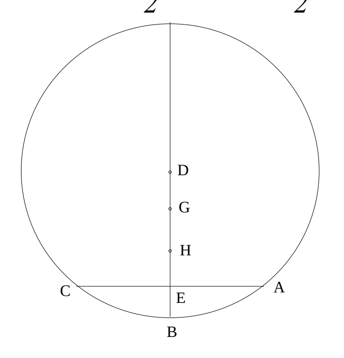
في هَذِهِ المَرَّةِ، الوَتَرُ AC هُوَ ضِلْعُ مُخَمَّسِ أضْلاعٍ مُحَاطٍ بدائِرَةٍ. يَنْطَلِقُ ابنُ الهَيْثَمِ إذاً مِن القَضِيَّةِ ١٧، مُسْتَخْدِماً الخاصِيَّةَ الَّتي يُثْبِتُها إقليدسُ في القَضِيَّةِ الثامِنَةِ مِن المقالةِ الثالِثة عَشَرة مِن ***الأصول***، وذَلِكَ بُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى ما يَلي: إذا كانَت قِطْعَةُ المُسْتَقيمِ مُساوِيَةً لـ $(BA + BC + BD)$، فإنّها تَنْقَسِمُ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى وَوُسْطَى، وتُشَكِّلُ القِطْعَةُ DB قِسْمَها الأكْبَرَ.

قَضِيَّة ٢١.– لنَأْخُذْ دائِرَةً ABC مَرْكَزُها في النُقْطَةِ D، ولْيَكُنْ AC ضِلْعَ مُخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ المُحَاطِ بالدائِرَةِ؛ لِيُنَصِّفْ نِصْفُ القُطْرِ DB القِطْعَةَ AC عَلَى النُقْطَةِ E؛ ولْيَكُنْ $DG = BE$، فإذاً يَكونُ لَدَيْنا $EG = P_{10}$ (حَيْثُ يدلُّ الرَمْزُ P_{10} عَلَى ضِلعِ مُعَشَّرِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ المُحَاطِ). لتُنَصِّفِ النُقْطَةُ H القِطْعَةَ DB، فَهِيَ تُنَصِّفُ أيْضاً القِطْعَةَ GE.

اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ $I - 1$ لَدَى أبسقلوس نَعْلَمُ أنّ

$$DE = \frac{1}{2}(P_6 + P_{10}),$$

حَيْثُ نُشيرُ بِـ P_6 إلَى ضِلْعِ سُداسِيِّ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ المُحَاطِ. ولَكِنَّ $P_6 = DB$ وَ $DH = \frac{1}{2}P_6$ ، فإذاً $HE = \frac{1}{2}P_{10}$ وَ $GE = P_{10}$.



شكل ٣٠

مُلاحَظَة

وهُنا أيْضاً مِن الصَحيحِ أنّه وَفْقاً لِلْفَرَضِيَّةِ يَكونُ الوَتَرُ AC ضِلْعاً لُمخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ، ولَكِنَّ هَذِهِ القَضِيَّةَ مُسْتَقِلَّةٌ عَن سابِقَتِها. فابنُ الهَيْثَمِ يَنْطَلِقُ هُنا مِن القَضِيَّةِ $1 - I$ الّتي تَعودُ إلَى أبسقلوس. ووَفْقَ هَذِهِ القَضِيَّةِ الأخيرَةِ، إذا ما أخَذْنا الضِلْعَيْنِ P_{10} وَ P_6 لُمَعَشَّرِ الأضْلاعِ وسُداسِيِّ الأضْلاعِ المُنْتَظِمَيْنِ المُحاطَيْنِ بِنَفْسِ الدائِرَةِ الَّتي تُحيطُ بِمُخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ الَّذي يَكونُ AC ضِلْعَه و DE عامِدَه، فإنّ

$$DE = \frac{1}{2}\ (P_6 + P_{10}).$$

وبِالتالي، تُفْضي العَلاقَةُ $DB = P_6$ إلَى صِيَغِ التَضَمُّنِ الَّتي يَتَوَصَّلُ إلَيْها ابنُ الهَيْثَمِ.

تَتَناوَلُ القَضِيَّةُ ٢٠ حالَةً خاصَّةً مِن القَضِيَّةِ ١٧: وهِيَ مُرْتَبِطَةٌ بضِلْعِ مُخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ. أمّا القَضِيَّةُ ٢١ الَّتي لا تَحْتَلُّ مَوْقِعَها الطَبيعِيَّ في إطارِ هَذا المُؤَلَّفِ، فلا يُمْكِنُ تَعْليلُها هُنا إلاّ كَخاصِيَّةٍ جَديدَةٍ لِضِلْعِ مُخَمَّسِ الأضْلاعِ.

قَضِيَّة ٢٢.– لنَأْخُذْ شَكْلَ القَضِيَّةِ ١٨، فَضْلاً عَن اعْتِمادِنا لُمعْطَياتِ هَذِهِ القَضِيَّةِ بالذاتِ.

نَسْتَطيعُ أن نُبَرْهِنَ إذاً، أنّ *

$$aire\ (ABCD) = \frac{1}{2} BD^2$$

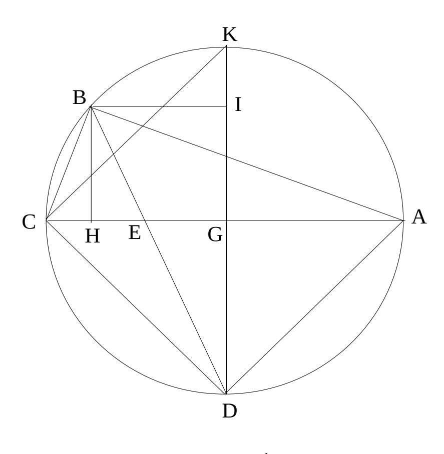
وبِالفِعْلِ، لَدَيْنا

$$(AB + BC)^2 = 2BD^2,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$AB^2 + BC^2 + 2AB\ .\ BC = 2BD^2;$$

* الرَمْزُ $aire\ (X)$ يَعْني مِساحَةَ الشَكْلِ X. (المُتَرْجِم)



شكل ٣١

ولَكِنَّ

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 2.AD^2,$$

فإذاً

$$AD^2 + AB \,.\, BC = BD^2.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$aire(ABCD) = aire(ABC) + aire(ACD) = \frac{1}{2} AB \,.\, BC + \frac{1}{2} AD^2,$$

فإذاً

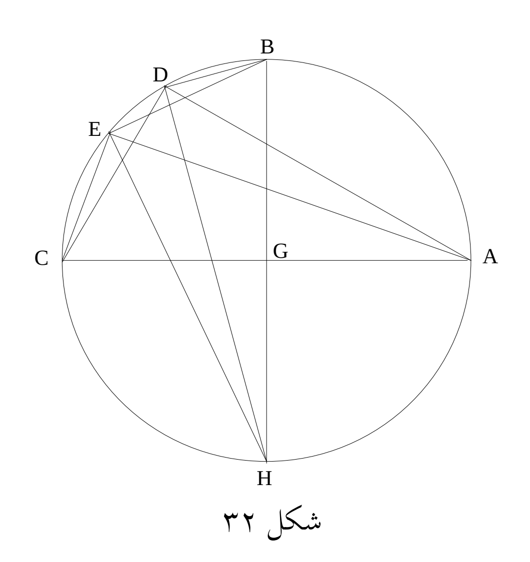
$$aire(ABCD) = \frac{1}{2} BD^2.$$

وباسْتِطاعَتِنا أن نَصوغَ هَذِهِ القَضِيَّةَ كَلازِمَةٍ للقَضِيَّةِ ١٨ كَالتالي: إذا كانَت القِطْعَةُ المُسْتَقيمَةُ AC قُطْراً، فإنّ

$$aire(ABCD) = \frac{1}{2} BD^2.$$

قَضِيَّة ٢٣.– لنَأْخُذْ دائِرَةً ABC وَلْيَكُنْ AC قُطْرَها وَ B نُقْطَةً مُنَصِّفَةً لإحْدَى قَوْسَيْها المُحْدَثَتَيْنِ بالقُطْرِ، وَلْتَكُنِ النُقْطَتانِ D وَ E عَلَى القَوْسِ BC، فإذاً يَكونُ لَدَيْنا

$$(DA + DC)^2 - (EA + EC)^2 = 2(EB^2 - DB^2).$$



شكل ٣٢

وبِالفِعْلِ، استْنِاداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٨، لَدَيْنا

$$(DA + DC)^2 = 2\,DH^2$$

وَ

$$(EA + EC)^2 = 2\,EH^2;$$

ولَكِنَّ

$$HD > HE \Rightarrow (DA + DC)^2 - (EA + EC)^2 = 2(DH^2 - EH^2);$$

وَبِما أنّ

$$DH^2 = HB^2 - DB^2$$

وَ

$$EH^2 = HB^2 - EB^2,$$

فإذاً

$$DH^2 - EH^2 = EB^2 - DB^2;$$

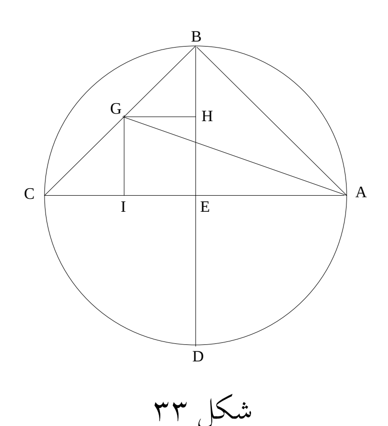
ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.

لِنُلاحِظْ أنّ الاستِدْلالَ البُرْهانِيَّ يَجْري عَلَى نَفْسِ النَسَقِ إذا ما كانَت النُقْطَتانِ D وَ E مِن جِهَةٍ وأُخْرَى بِالنِسْبَةِ إِلَى B.

تَتَناوَلُ القَضِيَّتانِ التالِيَتانِ – وهُما ٢٤ وَ ٢٥ – حِساباتِ المِساحاتِ للمُثَلَّثاتِ المُحاطَةِ.

قَضِيَّة ٢٤.– لنَأْخُذْ دائِرَةً $ABCD$ وَلْيَكُنْ AC وَ BD قُطْرَيْنِ مِن أقْطارِها مُتَقاطِعَيْنِ عَلَى النُقْطَةِ E. إذا كَانَ المُسْتَقيمان AC وَ BE مُتَعامِدَيْنِ وكانَت النُقْطَتانِ G عَلَى CB وَ H عَلَى EB بحَيْثُ يَكونُ $GH \perp DB$، فإنّ

$$EB \,.\, BH = aire(ABG).$$



شكل ٣٣

لنُخرِجْ GI عَموداً عَلَى AC، وَبِما أنّ $GH /\!/ AC$ فإنّ $GI = HE$، فإذاً*

$$AC \,.\, GI = 2\,\mathcal{A}(AGC),$$
$$AC \,.\, HE = 2\,\mathcal{A}(AGC),$$
$$AC \,.\, BE = 2\,\mathcal{A}(ABC);$$

وبِالطَرْحِ، نَحْصُلُ عَلَى

$$AC \,.\, BH = 2[\,\mathcal{A}(ABC) - \mathcal{A}(AGC)] = 2\,\mathcal{A}(ABG)$$

ولَكِنْ $AC = 2\,EB$، ولذَلِكَ فإنّ

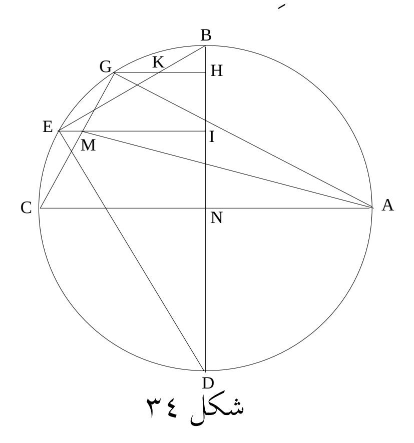
$$EB \,.\, BH = \mathcal{A}(ABG).$$

* الرَمزُ $\mathcal{A}(F)$ يَدُلُّ عَلَى مِساحَةِ الشَكْلِ F (المُتَرْجِم)

قَضِيَّة ٢٥.– لنَأْخُذِ الشَكْلَ السابِقَ مِن جَديدٍ ولْنَجْعَلْ مَرْكَزَ الدائِرَةِ N ولْتَكُنْ E وَ G نُقطَتَيْنِ عَلَى القَوْسِ CB وَ H وَ I نُقْطَتَيْنِ عَلَى BN بحَيْثُ يَكونُ $GH \perp BN$ وَ $EI \perp BN$؛ ولْيَقْطَعِ المُسْتَقيمان EB وَ GC القِطْعَتَيْنِ GH وَ EI، عَلَى التَرْتيبِ، عَلَى النُقْطَتَيْنِ K وَ M، فإذاً يَكونُ لَدَيْنا

$$BE \,.\, EK = 2\, \mathcal{A}\,(AMG).$$

المُثَلَّثانِ BKH وَ BDE مُتَشابِهَانِ، فإذاً



شكل ٣٤

$$\frac{EB}{BH} = \frac{ED}{HK} = \frac{BD}{BK},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$EB \,.\, HK = ED \,.\, BH$$

وَ

$$(1) \quad BE \,.\, BK = BD \,.\, BH;$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ الثامِنَةِ مِن المقالةِ السادِسَةِ مِن ***الأصول*** لَدَيْنا

$$(2) \quad EB^2 = BD \,.\, BI;$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن العَلاقَتَيْنِ (1) وَ (2) أنَّ

$$BE \,.\, EK = BD \,.\, HI.$$

ولَكِنْ لَدَيْنا

$$(3) \quad DB \,.\, NH = AC \,.\, NH = 2\,\mathcal{A}(AGC)$$

وَ

$$(4) \quad DB \,.\, NI = AC \,.\, NI = 2\,\mathcal{A}(AMC);$$

فمِن *(3)* وَ *(4)* نَسْتَنْبِطُ العَلاقَةَ

$$DB\,.\,HI = 2[\mathcal{A}(AGC) - \mathcal{A}(AMC)] = 2\,\mathcal{A}(AGM)$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

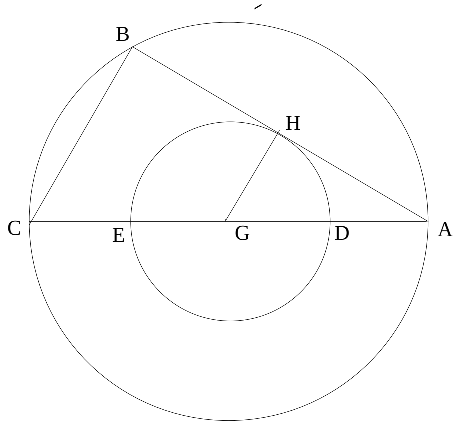
$$BE\,.\,EK = 2\,\mathcal{A}(AGM).$$

وَتَتَأَلَّفُ المَجْموعَةُ التالِيَةُ مِن ستِّ قَضايا – مِن القَضِيَّةِ ٢٦ حَتَّى القَضِيَّةِ ٣١ – وَتَتَناوَلُ هَذِهِ القَضايا الدَوائرَ المُتَمَرْكِزَةَ.

قَضِيَّة ٢٦.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَمَرْكزتَيْنِ في النُقْطَةِ G وَلْيَكُنْ $AC = 2R$ وَ $DE = 2r$، عَلَى التَرْتيبِ، قُطْرَيِ الدائِرَةِ الكُبْرَى والدائِرَةِ الصُغْرَى، وَلْيَكُنِ المُسْتَقيمُ AHB مُماسّاً عَلَى النُقْطَةِ H للدائِرَةِ الصُغْرَى، فيَكونُ لَدَيْنا

$$AB^2 + 4r^2 = 4R^2.$$

القِطْعَةُ AC قُطْرٌ للدائِرَةِ الكُبْرَى والزاوِيَةُ AHG قائِمَةٌ، فإذاً $HG \,//\, BC$ ويَكونُ



شكل ٣٥

لَدَيْنا

$$\frac{AC}{AG} = \frac{AB}{AH} = \frac{BC}{GH};$$

وَبِما أنّ النُقْطَةَ G هِيَ مُنْتَصَفُ القِطْعَةِ AC، فإنّ H تُنَصِّفُ AB وَ $CB = 2.GH = 2r$، ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ.

مُلاحَظَة

يَوَدُّ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا أن يُثْبِتَ أنّه إذا أُخْرِجَ قُطْرٌ مِن أحَدِ طَرَفَيْ مُماسٍّ للدائِرَةِ (G, r) ، فإنّ قَوْسَ الدائِرَةِ (G, R)، المَحْصورَةَ بَيْنَ المُماسِّ والقُطْرِ المَذْكورِ (نَعْني القَوْسَ النَظيرَةَ للقِطْعَةِ المُسْتَقيمَةِ BC) يوتِّرُها وَتَرٌ طولُهُ $2r$.

فَكُلُّ وَتَرٍ مِن (G, R) مُماسٍّ للدائِرَةِ (G, r) يَكونُ طولُهُ مُساوِياً لِ $2l$ حَيْثُ

$$l^2 + r^2 = R^2$$

لِنُلاحِظْ أنّ النَتيجَةَ القائِلَة بِأنّ "النُقْطَةَ H تُنَصِّفُ AB" قَدْ وَرَدَت في مَجْموعَةِ بابوسَ (القَضِيَّة ٧٧)[١٩].

ولِنُلاحِظْ أيْضاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَسْتَخْدِمُ تَحاكِيَ المُثَلَّثَيْنِ AHG وَ ABC.

قَضِيَّة ٢٧.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ (G, R) وَ (G, r) مُتَمَرْكِزَتَيْنِ في النُقْطَةِ G وَلْنَأْخُذْ مُسْتَقيماً قاطِعاً يُلاقي الدائِرَةَ (G, R) عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ H والدائِرَةَ (G, r) عَلَى النُقْطَتَيْنِ E وَ D. وَلْيَكُنْ IEK مُسْتَقيماً مُماسّاً للدائِرَةِ (G, r) عَلَى النُقْطَةِ E ومُلاقِياً للدائِرَةِ (G, R) عَلَى النُقْطَتَيْنِ K وَ I. فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$(1) \qquad IK^2 + DE^2 = BH^2.$$

وقُوَّةُ النُقْطَةِ E بالنسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى تُعطي

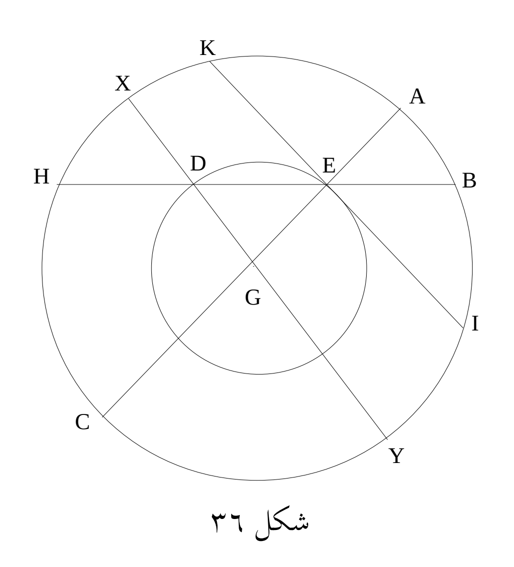
$$EI \,.\, IK = EI^2 = EC \,.\, EA = EB \,.\, EH.$$

وإذا أخْرَجْنا مِن النُقْطَةِ D القُطْرَ XY، فيَكونُ لَدَيْنا

$$DX = EA,\ DY = EC,$$

---

[١٩] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦١٢ من تَرْجَمَةِ فير إيك (Ver Eecke) الفَرَنْسيَّةِ.



شكل ٣٦

فإذاً

$$DX \,.\, DY = DH \,.\, DB = EA \,.\, EC = EI^2,$$

فإذاً

$$DH \,.\, DB = EB \,.\, EH,$$

ولَدَيْنا

$HE = DB$ وَ $HD = EB$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا $KI = 2.EI$، ولذَلِكَ فإنّ $4.HE.EB = IK^2$ وبِالتالي فإنّ $4.DB \,.\, BE = IK^2$.

ولَكِنَّ

$$DE = DB - BE$$

وَ

$$DE^2 = DB^2 + BE^2 - 2.DB \,.\, BE,$$

فإذاً

$$DE^2 + 4.DB \,.\, BE = (DB + BE)^2 = BH^2;$$

ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.

مُلاحَظات

١) إذا اعْتَمَدْنا التَرْميزَ السابِقَ $2l$ لِلدَلالةِ عَلَى طولِ المُماسِّ فإنّ العَلاقَةَ *(1)* سَتُكْتَبُ كالتالي:

$$(2) \quad 4l^2 + DE^2 = BH^2$$

وتُبَيِّنُ العَلاقَةُ *(2)* أنّ ما قَدْ أُثْبِتَ في القَضِيَّةِ ٢٦ للقُطْرِ $ADEC$ قابِلٌ لِلتَعْميمِ عَلَى حالَةِ وَتَرٍ، كَما هُوَ الأمْرُ بِالنِسْبَةِ إلَى الوَتَر $BEDH$.

٢) تَساوي القِطْعَتَيْنِ EB وَ DH مَرَدُّهُ إلَى أنّ القِطْعَتَيْنِ DE وَ HB لهُما عَمودٌ مُنَصِّفٌ مُشْتَرَكٌ.

٣) يُسَلِّمُ ابنُ الهَيْثَمِ بالعَلاقَتَيْنِ $EB = HD$ وَ $BD = HE$ اللّتَيْنِ يُثْبِتُهُما بابوسُ في مَجْموعَتِهِ (القَضِيَّة ٧٩)[٢٠]. ولَكِنَّ بُرْهانَ هاتَيْنِ العَلاقَتَيْنِ لا يَتَعَدَّى كَوْنَهُ مُباشِراً، ويكاد يكون بديهيّاً. وبِهَذا المَعْنَى، لا نَسْتَطيعُ، مُسْتَنِدينَ إلَى هَذا الأمرِ وَحْدَهُ، أن نَجْزِمَ بإمْكانِيَّةِ أيِّ اطّلاعٍ أكيدٍ لابنِ الهَيْثَمِ على أعْمالِ بابوسَ.

قَضِيَّة ٢٨.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ BD وَ EI مُتَمَرْكِزَتَيْنِ مُمَرْكَزتَيْنِ في النُقْطَةِ H وخَطّاً مُسْتَقيماً $BEID$ يَقْطَعُ هاتَيْنِ الدائِرَتَيْنِ بدونِ أن يَجوزَ عَلَى النُقْطَةِ H، وَلْيَكُنْ $IG \perp BD$[*]، يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$BD^2 + GI^2 = 4R^2.$$

(حَيْثُ يَكونُ R نِصْفَ قُطْرِ الدائِرَة الكُبْرَى)

لَدَيْنا

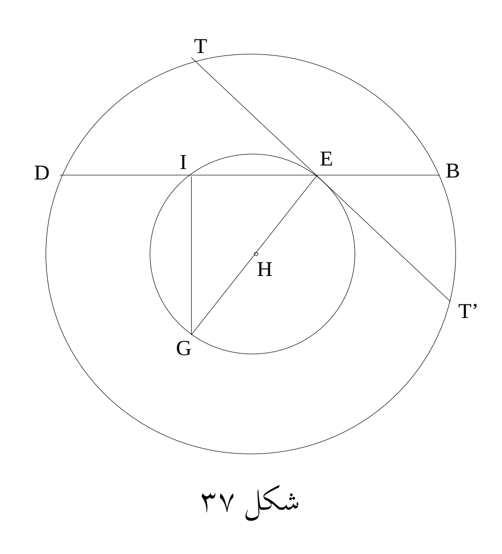
$$BD = EI + 2.BE;$$

ولذَلِكَ نَحْصُلُ بعدَ الحِساب اللاّزِمِ عَلَى

$$BD^2 = EI^2 + 4.EB \,.\, ED$$

[٢٠] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦١٣ من تَرْجَمَةِ فير إيبكي (Ver Eecke) الفَرَنْسِيَّةِ.

[*] G نُقْطَةٌ عَلَى مُحيطِ الدائِرَةِ IE (المُتَرْجِم).



شكل ٣٧

وَ

$$BD^2 + GI^2 = 4.EB \, . \, ED + EG^2.$$

لِنَرْسُمِ الْمُماسَّ TT' عَلَى النُقْطَةِ E. لَدَيْنا (قُوَّةُ النُقْطَةِ E)

$$ET \, . \, ET' = ET^2 = EB \, . \, ED.$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$TT'^2 = 4.EB \, . \, ED.$$

ولَدَيْنا إذاً

$$BD^2 + GI^2 = TT'^2 + EG^2;$$

ولَكِنْ، استِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٢٦

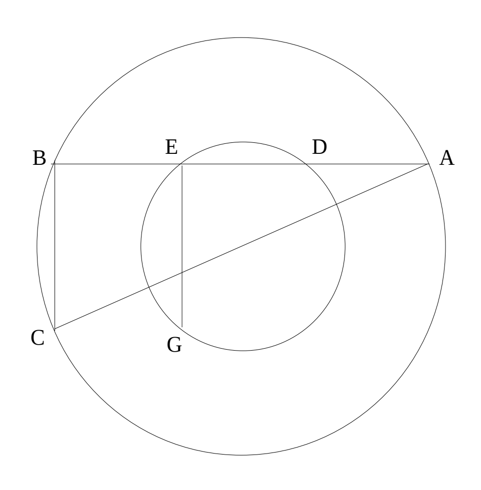
$$TT'^2 + EG^2 = 4.R^2$$

(أي مُرَبَّعُ قُطْرِ الدائِرَةِ الكُبْرَى)

ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ.

قَضِيَّة ٢٩.– إذا تَبَنّينا فَرضِيّات القَضِيَّةِ السابِقَةِ، يَكونُ العَمودُ القائِمُ، المُخرَجُ مِن النُقْطَةِ E مِن الدائِرَة الصُغْرَى وَهُوَ EG، مُساوِياً للعَمودِ القائِمِ المُخرَجِ مِن النُقْطَةِ B مِن الدائِرَة الكُبْرَى وَهُوَ BC.

استِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٢٨ لَدَيْنا



شكل ٣٨

$$AB^2 + EG^2 = 4.R^2;$$

ومِن جهَةٍ أُخْرَى فالمُثَلَّثُ ABC قائمُ الزاوِيَةِ B، فإذاً تَكونُ القِطْعَةُ AC قُطْراً ويَكونُ لَدَيْنا

$$AB^2 + BC^2 = 4.R^2,$$

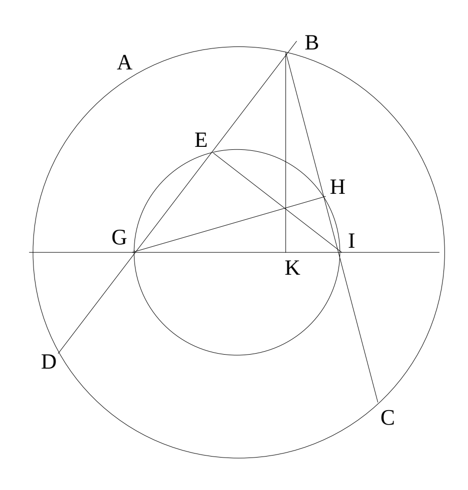
ولذَلِكَ فإنّ

$$EG = BC.$$

مُلاحَظَة

يَتعَلَّقُ الأمْرُ في الواقِعِ بلازِمَةٍ لِلقَضِيَّةِ السابِقَةِ.

قَضِيَّة ٣٠.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَمَرْكِزَتَيْنِ، ولْيَكُنْ GI قُطْرَ الدائِرَةِ الصُغْرَى مِنهُما، ولْنُخرِجْ مِن نُقْطَةِ B المَأْخوذَةِ عَلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى مُسْتَقيمَيْنِ BI وَ BG يَقْطَعانِ الدائِرَةَ الصُغْرَى، عَلَى التَرْتيبِ، عَلَى نُقطَتَيْنِ H وَ E، كَما يَقْطَعانِ أيْضاً الدائِرَةَ الكُبْرَى تَرْتيباً عَلَى نُقطَتَيْنِ C وَ D؛ فيَكونُ لَدَيْنا: مَجْموعُ القَوْسَيْنِ $\widehat{IH} + \widehat{GE}$ مُتَشابِهاً والقَوْسَ $\widehat{DC}$.



شكل ٣٩

الخُطوطُ المُسْتَقيمةُ BK وَ GH وَ EI هِيَ الارْتِفاعاتِ الثَلاثَةُ الخاصَّةُ بالمُثَلَّثِ BGI. ولَدَيْنا $I\hat{B}K = I\hat{G}H$ وَ $G\hat{I}E = G\hat{B}K$، فإذاً $I\hat{G}H + G\hat{I}E = I\hat{B}G$. والزَوايا IGH وَ GIE وَ IBG تَحْصُرُ، عَلَى التَرْتيبِ، الأقْواسَ IH وَ GE مِن الدائِرَةِ الصُغْرَى والقَوْسَ CD مِن الدائِرَة الكُبْرَى؛ ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.

مُلاحَظات

يَجْري الاسْتِدْلالُ في الحالَةِ الَّتي تَكونُ فيها النُقْطَتانِ E وَ H مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ GI. في هَذِهِ الحالَةِ تَقَعُ النُقْطَةُ K، وهِيَ مَسْقَطُ الارْتِفاعِ المُخْرَجِ مِن النُقْطَةِ B في المُثَلَّثِ GBI، ما بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ I وَ G، وذَلِكَ لأنَّ مُلْتَقَى الارْتِفاعاتِ في المُثَلَّث BGI يَقَعُ داخِلَ المُثَلَّثِ المَذْكورِ.

وبِالمُقابِلِ إذا كانَت النُقْطَتانِ E وَ H مِن جِهَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ بِالنسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ GI، فإنَّ مُلْتَقَى ارْتِفاعاتِ المُثَلَّث GBI يَقَعُ خارِجَ المُثَلَّثِ وَتَكونُ النُقْطَةُ K عَلَى امْتِدادِ القِطْعَةِ GI.

وتُطالِعُنا إذاً عِدَّةُ حالاتٍ:

أ) الحالةُ الَّتي ترِدُ في النَصِّ:

$$D\widehat{B}C = G\widehat{B}I = G\widehat{I}E + H\widehat{G}I .$$

الزاوِيَة المُحاطَةُ DBC في الدائِرَةِ الكُبْرَى تُساوي مَجْموعَ زاوِيَتَيْنِ مُحاطَتَيْنِ في الدائِرَةِ الصُغْرَى، ولذَلِكَ فإنّ القَوْسَ $\widehat{DC}$ تكونُ مُتَشابِهَةً ومَجموعَ القَوْسَيْنِ $\widehat{GE}$ + $\widehat{IH}$.

ب) الحالاتُ الأُخْرَى: إذا كانَت النُقْطَتانِ E وَ B مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ GI وكانَت النُقْطَةُ H مِن الجِهَةِ الأُخْرَى مِنْهُ، تَكونُ النُقْطَةُ K فيما بَعْدَ النُقْطَةِ I

$$G\widehat{B}I = G\widehat{B}K - K\widehat{B}I = G\widehat{I}E - H\widehat{G}I .$$

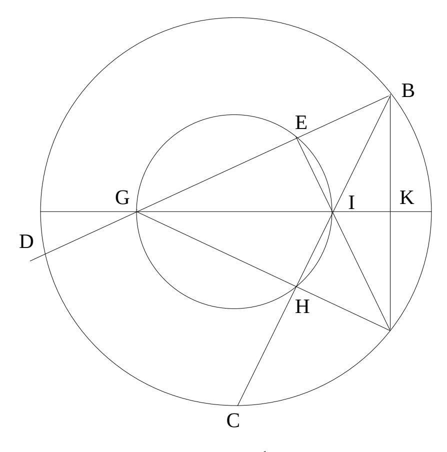
وإذا كانَت النُقْطَتانِ H وَ B مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ GI وكانَت النُقْطَةُ E مِن الجِهَة الأُخْرَى، فَسَتَقَعُ K فيما بعدَ النُقْطَةِ G وسيَكونُ لَدَيْنا

$$G\widehat{B}I = K\widehat{B}I - G\widehat{B}K = H\widehat{G}I - G\widehat{I}E .$$

وفي كِلْتا الحالتَيْنِ سيَكونُ لَدَيْنا إذاً

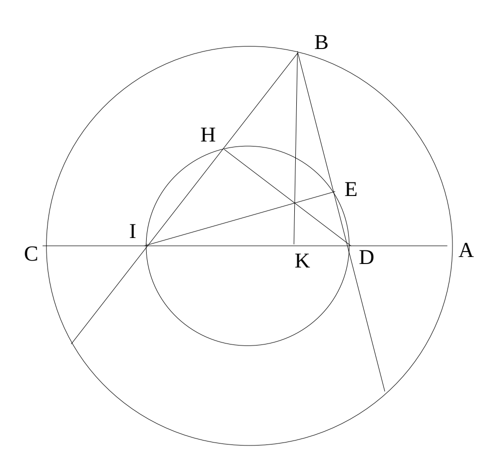
$$D\widehat{B}C = \left| G\widehat{I}E - H\widehat{G}I \right|,$$

ولذَلِكَ فإنّ القَوْسَ $\widehat{DC}$ ستَكونُ مُتَشابِهَةً والقَوْسَ $\widehat{IH}$ - $\widehat{GE}$، أو والقَوْسَ $\widehat{GE}$ - $\widehat{IH}$.



شكل ٤٠

قَضِيَّة ٣١.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَمَرْكِزَتَيْنِ لهما القُطْرَان AC وَ DI عَلَى التَرْتيبِ؛ وَلْتَكُنِ النِقاطُ A وَ D وَ I وَ C مُتَسَامِتَةً. إذا كَانَ DI قُطْرَ الدائِرَةِ الصُغْرَى (تَبادُلِيّاً، الدائِرَةِ الكُبْرَى) وإذا كانَت النُقْطَةُ B عَلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى (تَبادُلِيّاً، عَلَى الدائِرَةِ الصُغْرَى)، فَسَيَكونُ لَدَيْنا



شكل ٤١

$$BD^2 + BI^2 = AD^2 + DC^2.$$

تَمُرُّ الدائِرَةُ ذاتِ القُطْرِ IB بالنُقْطَتَيْنِ E وَ K، فإذاً (قُوَّة النُقْطَةِ D)

$$DB . DE = DI . DK.$$

وَتَمُرُّ الدائِرَةُ ذات القُطْرِ BD بالنُقْطَتَيْنِ H وَ K، فإذاً (قُوَّة النُقْطَةِ I)

$$IB . IH = ID . IK.$$

وإذا جَمَعْنا التساوِيَيْنِ السابقَيْنِ طَرَفاً طَرَفاً نَحْصُلُ عَلَى

$$DB . DE + IB . IH = ID^2. \quad (1)$$

وَتَقَعُ النُقْطَتانِ B وَ A عَلَى مَسافةٍ مُتَساوِيَةٍ مِن المَرْكَزِ، فإذاً قُوَّتاهُما بِالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ الصُغْرَى (تَبَادُلِيّاً، بِالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَة الكُبْرَى) مُتَساوِيَتان:

$$BD . BE = BH . BI = AD . AI,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$BD . BE + BH . BI = 2.AD . AI. \quad (2)$$

إذا كانَت القِطْعَةُ DI قُطْرَ الدائِرَةِ الصُغْرَى، وكانَت B نُقْطَةً عَلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى، فإنّ جَمْعَ التساوِيَيْنِ (1) وَ (2) طَرَفاً طَرَفاً يُفْضِي إلَى العَلاقَةِ

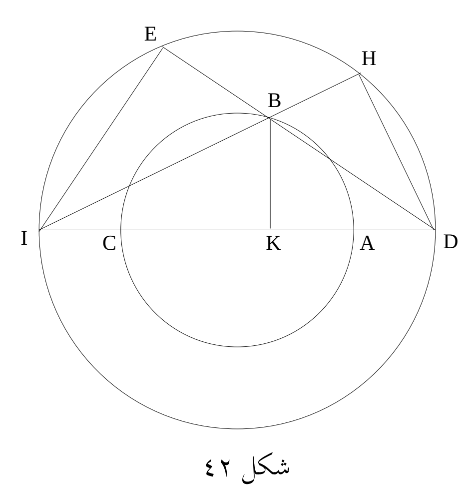
$$BD^2 + BI^2 = ID^2 + 2AD \cdot AI;$$

ولَكِنَّ $AI = AD + DI$، فإذاً

$$ID^2 + 2AD \cdot AI = DI^2 + 2 \cdot AD^2 + 2AD \cdot DI = AD^2 + AI^2 = AD^2 + CD^2;$$

ونَحْصُلُ عَلَى ما هُوَ مَطْلوبٌ

والآن، إذا كانَت القِطْعَةُ DI قُطْرَ الدائِرَةِ الكُبْرَى، وكانَت B نُقْطَةً عَلَى الدائِرَةِ الصُغْرَى، سنَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ عَبْرَ طَرْحِ التَساوي (2) مِن التَساوي (1) طَرَفاً طَرَفاً.

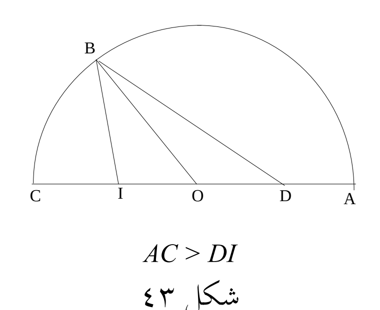


شكل ٤٢

مُلاحَظَة

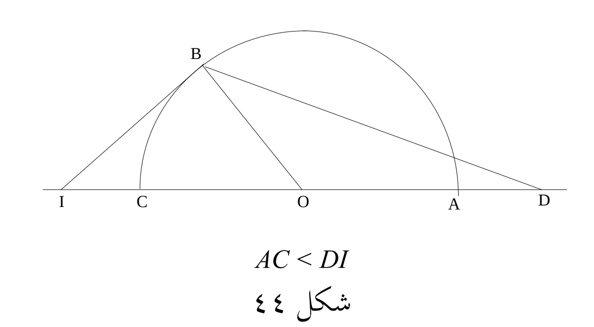
لا يُمْكِنُ تَطْبيقُ الطَريقَةِ المُسْتَعْمَلَةِ في إثْباتِ القَضِيَّةِ ٣١ إذا ما كانَت النُقْطَتانِ H وَ E مِن جِهَةٍ وأُخْرَى مِن المُسْتَقيمِ AC. غَيْرَ أنّ النَتيجَةَ عامَّةٌ وَيُمْكِنُ صِياغَتَها كَما يَلي، وبِمَعْزِلٍ عَن إدْخالِ الدائِرَةِ (DI) والنُقْطَتَيْنِ H وَ E:

إذا كَانَ لَدَيْنا عَلَى مُسْتَقيمٍ قُطْعَتانِ AC وَ DI لهُما نَفْسُ المُنْتَصَفِ O، فَلِكُلّ نُقْطَةٍ B مِن الدائِرَةِ (O, OA) يَكونُ لَدَيْنا



$AC > DI$

شكل ٤٣



$AC < DI$

شكل ٤٤

$$BD^2 + BI^2 = AD^2 + DC^2.$$

اسْتِناداً إلَى مُبَرْهَنَةِ الوَسيطِ، لِكُلِّ نُقْطَةٍ B، يَكونُ لَدَيْنا

$$BI^2 + BD^2 = 2(BO^2 + OD^2)$$

ولَمّا كانَتِ النُقْطَة A تُحَقِّقُ العَلاقَةَ

$$AI^2 + AD^2 = 2(AO^2 + OD^2)$$

وَبِما أنّ لَدَيْنا وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ $AI = DC$ وَ $OB = OA$، فإنَّ

$$BD^2 + BI^2 = AD^2 + DC^2$$

مُلاحَظَة

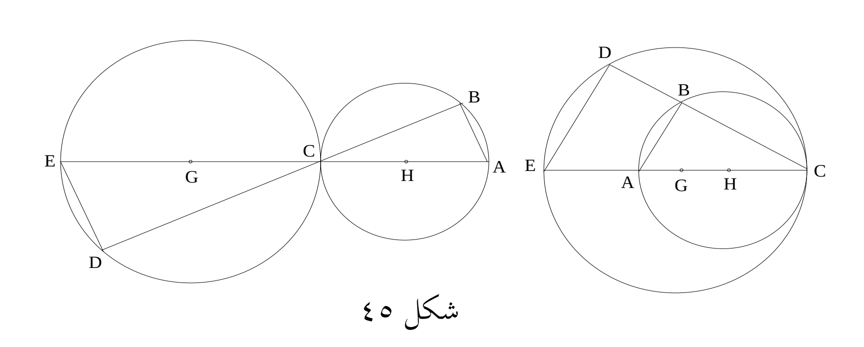
إنّ الخاصيَّةَ المُثْبَتَةَ هُنا، تَرِدُ وتُثْبَتُ بِنفْسِ الطَريقَةِ في مؤلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ ***في المعلومات*** ، وذَلِكَ في القَضِيَّةِ ٢٢[٢١]. ونَتيجَةُ ابنِ الهَيْثَمِ مُعَادِلَةٌ لِمُبَرْهَنَةِ الوَسيطِ.

تَتَناوَلُ المَجْموعَةُ الأخيرَةُ مِن قَضايا هَذا الكِتابِ، وهِيَ مِن القَضِيَّةِ ٣٢ حَتّى القَضِيَّةِ ٤٣، الدَوائِرَ المُتَماسَّةَ وَتَحويلاتِ التَحاكي. وبِالفِعْلِ، بَدْءاً مِن القَضِيَّةِ ٣٢، كُلُّ القَضايا، بِاسْتِثْناءِ القَضِيَّةِ ٣٣، تَتَناوَلُ دائِرَتَيْنِ، وبِشَكْلٍ عامٍّ يَتَناوَلُ الاسْتِدْلالُ في هَذِهِ القَضايا تَحاكِياً يَرْبُطُ ما بَيْنَ الدائِرَتَيْنِ المَذْكورَتَيْن.

[٢١] انْظُرْ أدناه الصَفَحاتِ ٤١٧ – ٤١٨؛ ٥١٠ – ٥١١.

قَضِيَّة ٣٢.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ ABC وَ CDE مُتَماسَّتَيْنِ عَلَى النُقْطَةِ C، يَفْصِلُ المُسْتَقيمُ BCD المُخْرَجُ في الدائِرَتَيْنِ إذاً قَوْسَيْنِ مُتَشابِهَتَيْنِ، ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}.$$



شكل ٤٥

نَسْتَنْبِطُ مِن تَساوي الزاوِيَتَيْنِ الـــمَثيلَتَيْنِ BAC وَ DEC أنّ القَوْسَيْنِ BC وَ CD مُتَشابِهتان. والمُثَلَّثانِ CBA وَ CDE مُتَشابِهانِ، ولذَلِكَ يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}.$$

مُلاحَظات

لا تُورِدُ الصِياغَةُ مَعْلوماتٍ مُحَدَّدَةً حَوْلَ الدائِرَتَيْنِ؛ فَالتَماسُّ قَدْ يَكونُ داخِلِيّاً أو خارِجيّاً. وفي الحالَةِ الأخيرةِ يُمْكِنُ للدائِرَتَيْنِ أن تَتَساوَيا أو أن تَتَبايَنا.

وَيُمْكِنُ إعادَةُ صِياغَةِ القَضِيَّةِ كَما يَلي: لتَكُنِ القِطْعَتانِ AC وَ CE القُطْرَيْنِ المُخْرَجَيْنِ مِن نُقْطَةِ التَماسِّ C وَلْيَكُنِ المُسْتَقيمُ CBD قاطِعاً، فيَكونُ لَدَيْنا

- القَوْسانِ BC وَ CD مُتَشابِهَتان.
- القَوْسانِ AB وَ DE مُتَشابِهَتان.
- $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}$.

يُبَيِّنُ الاسْتِدْلالُ في البَدْءِ تَوازِيَ المُسْتَقيمَيْنِ AB وَ ED وتُسْتَنْبَطُ مِن ذَلِكَ النَتائجُ مُباشَرَةً.

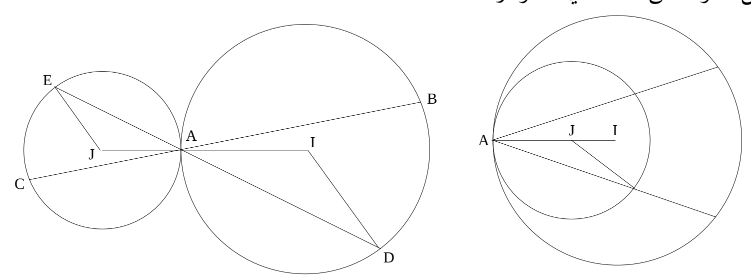
إذا رَمَزْنا الآن، وعَلَى التَرْتيبِ، بِ R_H وَ R_G إلَى نِصْفَيْ قُطْرَيِ الدائِرَتَيْنِ المُتَماسَّتَيْنِ، فإنّه بِكُلِّ مُسْتَقيمٍ قاطِعٍ مارٍّ بالنُقْطَةِ C سَتَرْتَبِطُ نُقْطَتانِ B وَ D بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CE}} = \pm\frac{R_H}{R_G},$$

وهَذا يَتوافَقُ والتَحاكِيَ $h(C, k)$ حَيْثُ يَكونُ $k = \pm\frac{R_H}{R_G}$ ($k = +\frac{R_H}{R_G}$ إذا كَانَ التَماسُّ داخِلِيّاً وَ $k = -\frac{R_H}{R_G}$ إذا كَانَ التَماسُّ خارِجِيّاً) [٢٢]

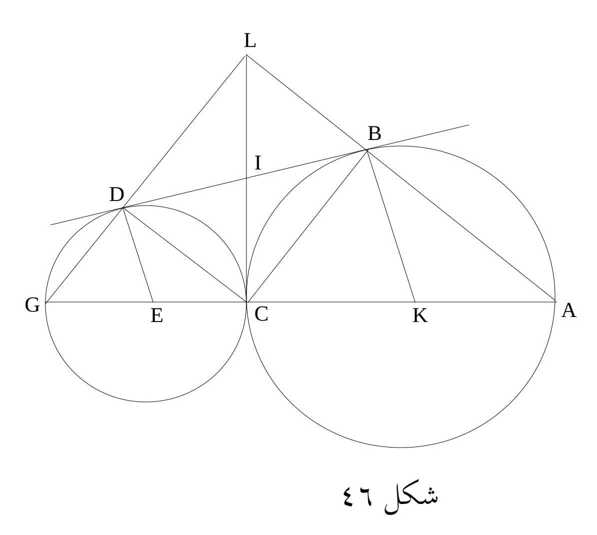
---

[٢٢] في مُؤَلَّفِهِ المُعَنْوَنِ ***"في تسهيل القوانين الهندسيّة المحدودة"***، يُورِدُ السِجْزِيُّ صيغَةَ هَذِهِ القَضِيَّةِ ويُذَكِّرُ بأنّه قَدْ سَبَقَ لَهُ أن أَثْبَتَها في مُؤَلَّفِه ***"في الدوائر المتماسّة"*** الّذي ما زالَ مَفْقوداً. لنُورِدْ نَصَّ السِجْزِيِّ (مخطوطة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٨، ص ٣و؛ رشيد ١١٩١، ص ٧١و – ظ): "وفي تماسّ الدائرتين على نقطة وإخراج الخطوط المُسْتَقيمَة إلى مُحيطَي الدائرتين، يحدث أيضاً مناسبة. فليكن الدائرتان المتماسّتان في الصورتين عليهما **أب أج** ونقطة تماسّهما **ا**؛ وقد أُخرج خطّاً (كتب في المخطوطة: خطّي) **ب أج د أه** فيحدث نسبة **أب** إلى **أج** كنسبة **أد** إلى **أه**. وقد بيّنّا ذلك في الشكل الأوّل من كتابنا في الدوائر"



تَتَّفِقُ نَتيجَةُ السِجْزِيِّ مع التَحاكي $\left(A, \frac{AI}{AJ}\right)$. ولنُشِرْ هنا إلى أنّ السِجْزِيَّ، خِلافاً لابنِ الهَيْثَمِ، لا يأتي عَلَى ذِكْرِ نِسْبَةِ الوَتَرَيْنِ BD وَ CE ولا عَلَى التَشَابُهِ بَيْنَ القَوْسَيْنِ BD وَ CE.

قَضِيَّة ٣٣.– لتَكُنْ ABC وَ CDG دائِرَتَيْنِ مُتَماسَّتَيْنِ خارِجيّاً عَلَى النُقْطَةِ C وَلْيَكُنِ المُسْتَقيمُ BD مُماسَّهُما المُشْتَرَكَ. إذا وَصَلْنا BC وَ DC وَ GD وَ AB فإنّ الزاوِيَةَ BCD سَتَكونُ قائِمَةً والخَطّانِ المُسْتَقيمانِ GD وَ BA سَيَتَقاطَعان عَلَى قَوائِمَ.



شكل ٤٦

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ القَضِيَّةَ أكانَت الدائِرَتانِ مُتَساوِيَتَيْنِ أم لا. وبُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى أنّ الزاوِيَةَ BCD قائِمَةٌ، يُؤخَذُ العَمودُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ C عَلَى المُسْتَقيمِ EK، فَهُوَ يَقْطَعُ المُماسَّ المُشْتَرَكَ عَلَى النُقْطَةِ I؛ والمُسْتَقيمُ IC يُماسُّ الدائِرَتَيْنِ عَلَى النُقْطَةِ C فإذاً

$$IB = IC = ID$$

ولذَلِكَ فإنّ المُثَلَّثَ BCD قائِمُ الزاوِيَةِ C.

وبُغْيَةَ إقامَةِ الدليلِ عَلَى تَقاطُعِ GD وَ AB وَتَعامُدِهما، يُسْتَنْبَطُ مِمّا مَرَّ أنّ المَجْموعَ $B\hat{C}A + D\hat{C}G$ مساوٍ لزاوِيَةٍ قائِمَةٍ، ولذَلِكَ فإنّ المَجْموعَ $D\hat{G}A + B\hat{A}G$ مساوٍ لزاوِيَةٍ قائِمَةٍ، وبِالتالي فإنّ المُسْتَقيمَيْنِ GD وَ AB يَتَقاطَعان عَلَى نُقْطَةِ L عَلَى قَوائِمَ.

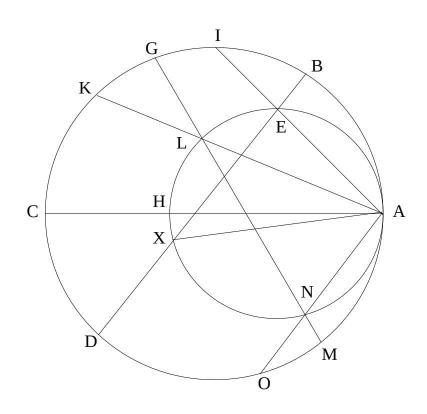
ومِن ثَمَّ يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ النُقْطَةَ L تَقَعُ عَلَى المُماسِّ CI وذَلِكَ عَبْرَ طَريقَةٍ طويلةٍ بَعْضَ الشَيْءِ – يُمْكِنُ قراءَتُها لاحِقاً. وكان يُمْكِنُ عِوَضاً عَن ذَلِكَ أن يُلاحِظَ أنّ رُباعِيَّ الأضْلاعِ $CDLB$ هُوَ مُسْتَطيلٌ، ونَعْلَمُ أنّ $IB = IC = ID$: فإذاً، النُقْطَةُ I هِيَ نُقْطَةُ تَقاطُعِ القُطْرَيْنِ CL وَ BD. وإذا كانَت الدائِرَتانِ مُتَساوِيَتَيْنِ يُصْبِحُ رُباعِيُّ الأضْلاعِ مُرَبَّعاً.

قَضِيَّة ٣٤.– لنَأْخُذِ الدائِرَتَيْنِ C_1 وَ C_2 المُتَماسَّتَيْنِ داخِلِيّاً عَلَى النُقْطَةِ A وَلْتَكُنْ C_2 صُغْراهُما وَ AC وَ AH قُطْرَيْهِما عَلَى التَرْتيبِ. وَلْتَكُنِ النُقْطَتانِ L وَ E عَلَى الدائِرَةِ C_2 وَلْيَقْطَعْ مُسْتَقيمٌ قاطِعٌ مارٌّ بالنُقْطَةِ L الدائِرَةَ C_2 عَلَى النُقْطَةِ N، والدائِرَةَ C_1 عَلَى النُقْطَتَيْنِ G وَ M وَلْيَقْطَعْ مُسْتَقيمٌ قاطِعٌ آخَرُ مارٌّ بالنُقْطَةِ E، الدائِرَةَ C_1 عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ D. فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{EB \,.\, ED}{EA^2} = \frac{LG \,.\, LM}{LA^2} = \frac{NG \,.\, NM}{NA^2}.$$

وبالفِعْلِ، استِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٣٢ يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{AC}{AH} = \frac{AK}{AL} = \frac{AI}{AE} = \frac{AO}{AN}, \quad (1)$$



شكل ٤٧

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$\frac{IE}{EA} = \frac{KL}{LA} = \frac{ON}{NA},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{KL \,.\, LA}{LA^2} = \frac{EI \,.\, EA}{EA^2} = \frac{ON \,.\, NA}{NA^2},$$

ولَكِنَّ

$$KL \,.\, LA = LG \,.\, LM,\ EI \,.\, EA = EB \,.\, ED,\ ON \,.\, NA = NG \,.\, NM;$$

ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ.

مُلاحَظَات

١) يُمْكِنُنا أن نُعيدَ صِياغَةَ ما يُورِدُه ابنُ الهَيْثَمِ كَما يَلي:

إنّ نسْبَةَ قُوَّةِ النُقْطَةِ (بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى)، أيْنَما وَقَعَت عَلَى الدائِرَةِ الصُغْرَى، إلَى مُرَبَّعِ المسافَةِ ما بَيْنَ تِلْكَ النُقْطَةِ ونُقْطَةِ التَماسِّ هُوَ مِقْدارٌ لا يَتَغَيَّرُ.

وَبِلُغَةٍ أُخْرَى، لتَكُنْ X النُقْطَةَ الثانِيَةَ الحادِثَةَ عَن تَقاطُعِ EB مَع الدائِرَةِ الصُغْرَى، فَسَيَكونُ لَدَيْنا أيْضاً

$$\frac{EB \,.\, ED}{EA^2} = \frac{XB \,.\, XD}{XA^2},$$

فإذاً المِقْدارُ المُشْتَرَكُ بَيْنَ هاتَيْنِ النِسْبَتَيْنِ المُرْتَبِطَتَيْنِ بِقاطِعٍ واحِدٍ هُوَ مِقْدارٌ مُسْتَقِلٌّ عَن القاطِعِ المَأْخوذِ.

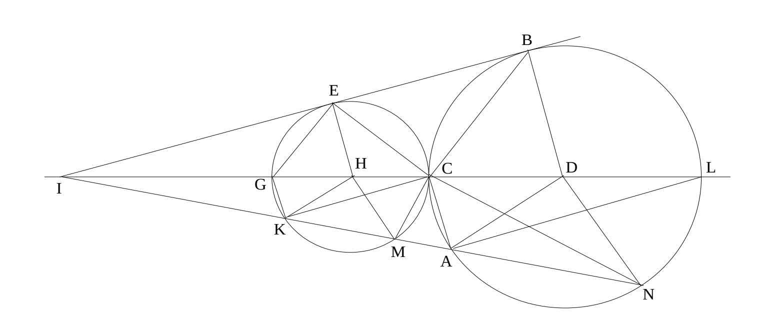
وبِالفِعْلِ، لِيَكُنْ k مِقْدارَ تِلْكَ النِسْبَةِ؛ إذا جَعَلْنا $AC = 2R$ وَ $AH = 2\,r$، سَيَكونُ لَدَيْنا

$$k = \frac{HC \,.\, HA}{HA^2} = \frac{HC}{HA} = \frac{R - r}{r}.$$

٢) وتُبْرِزُ هَذِهِ العَلاقَةُ التحاكِيَ $h(A, \frac{R}{r})$ المُمَرْكَزَ في النُقْطَةِ A.

٣) ونجدُ مِن جَديدٍ نَفْسَ الخاصِيَّةِ، ونَفْسَ البُرْهانِ في مؤلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ ***في المعلومات*** (الجُزْء الأوَّل، القَضِيَّة ١٨).

قَضِيَّة ٣٥.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ $C_1\ (D,\ DC)$ وَ $C_2(H,\ HG)$ غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْنِ مُتَماسَّتَيْنِ عَلَى النُقْطَةِ C. وَلْيَكُنْ BE المُماسَّ المُشْتَرَك الَّذي يَقْطَعُ عَلَى النُقْطَةِ I امْتِدادَ القُطْرِ الَّذي يجوزُ عَلَى النُقْطَتَيْنِ D وَ H، وَلْنَأْخُذْ قاطِعاً مُسْتَقيماً يَمُرُّ بالنُقْطَةِ I ويَقْطَعُ الدائِرَةَ C_1 عَلَى النُقْطَتَيْنِ N وَ A والدائِرَةَ C_2 عَلَى النُقْطَتَيْنِ M وَ K؛ فتَكونُ القَوْسانِ $\widehat{ABN}$ وَ $\widehat{KEM}$ إذاً مُتَشابِهَتَيْن.



شكل ٤٨

بِما أنّ الزاوِيَتَيْنِ $D\widehat{B}I$ وَ $H\hat{E}I$ قائِمَتان، فإنّ المُسْتَقيمَيْنِ DB وَ HE مُتَوَازِيَان، ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{DB}{HE} = \frac{ID}{IH}, \qquad (1)$$

ولَكِنَّ

$$DB = DA = DN$$

وَ

$$HE = HK = HM,$$

فإذاً

$$\frac{DI}{IH} = \frac{DA}{HK} = \frac{DN}{HM}, \qquad (2)$$

ولذَلِكَ فإنّ $DA \,//\, HK$ وَ $DN \,//\, HM$. ويَكونُ لَدَيْنا إذاً $A\widehat{D}N = K\widehat{H}M$ ، فإذاً، القَوْسانِ ABN وَ KEM مُتَشابِهَتان.

مُلاحَظَتان

١) لِيَكُنْ R_D وَ R_H نِصْفَيْ قُطْرَيِ الدائِرَتَيْن. تَكونُ النُقْطَةُ I مَوْجودَةً إذا كَانَ $R_H \neq R_D$. يَسْعَى ابنُ الهَيْثَمِ في هَذِهِ الحالَةِ إلى تَحْديد وَضْعِ النُقْطَةِ I. وَهُوَ يَنْطَلِقُ في ذَلِكَ مِن التَوازي القائِمِ بَيْنَ DB وَ HE، والَّذي يُؤدِّي إلَى التَساوي *(1)*، وهَذا ما يُبْرِزُ التَحاكِيَ $h(I, \frac{R_D}{R_H})$ المُمَرْكَزَ في النُقْطَةِ I والَّذي تَكونُ فيهِ النِقاطُ N وَ A وَ C وَ B وَ L مِن C_1 مَثيلَةً للنِقاطِ M وَ K وَ G وَ E وَ C مِن C_2، وذَلِكَ عَلَى التَرْتيبِ، كَما تَكونُ الخُطوطُ المُسْتَقيمَةُ HM وَ HK وَ HG وَ HE وَ HC مُتَوَازِيَةً، عَلَى التَرْتيبِ، ومَثَائِلَها مِن الخُطوطِ المُسْتَقيمَة DN وَ DA وَ DC وَ DB وَ DL. ويَسْتَنْبِطُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن ذَلِكَ تَساويَ الزَوايا الَّتي رأسُها في النُقْطَةِ H مَع مَثيلاتِها الَّتي يَكونُ رَأْسُها في النُقْطَةِ D؛ ويَسْتَنْتِجُ بِالتالي أنّ الأقْوَاسَ KM وَ MG وَ KE وَ EM وَ KC مُتَشابِهَةٌ والأقْوَاسَ AN وَ NC وَ AB وَ BN وَ AL الَّتي تَكونُ مَثيلَةً لها عَلَى التَرْتيبِ.

بَيْدَ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لَمْ يُلاحِظْ أنّ أوْتارَ الأقْوَاسِ المُتَماثِلَةِ مُتَوَازِيَةٌ، وهَذا ما يُسْتَنْبَطُ مُباشَرَةً مِن تَساوي الزَوايا المُتَماثِلَةِ.

فالعَلاقَة: "الزاوِيَةُ ACK قائِمَةٌ" تُسْتَنْبَطُ مُباشَرَةً.

وبِالفِعْلِ، لَدَيْنا

$$AL // KC \Rightarrow A\hat{C}K = C\hat{A}L$$

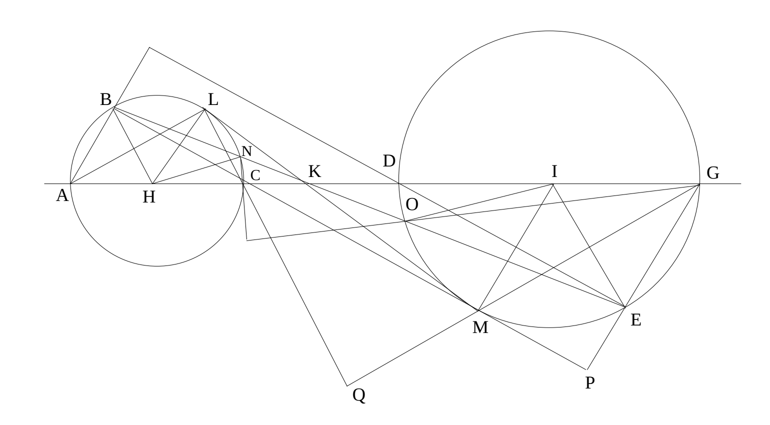
(لِكَوْنِهِما زاوِيَتَيْنِ داخِلِيَّتَيْنِ مُتَبادِلَتَيْن)

ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ مُباشَرَةً لِكَوْنِ الزاوِيَةِ CAL قائِمَةً. وكَذَلِكَ الأمْرُ فالزاوِيَة NCM قائِمَةٌ أيْضاً.

٢) هَذِهِ القَضِيَّةُ مُهِمَّةٌ وَتَسْتَدْعي الكَثيرَ مِن الشُروحاتِ. لَنَرْسُمْ إذاً بدِقَّةٍ مَسارَ ابنِ الهَيْثَمِ. يَبْدَأُ مِن دائِرَتَيْنِ غَيْرِ مُتَساوِيَتَيْنِ مُتَماسَّتَيْنِ خارِجيّاً. ومِن ثَمَّ يُخْرِجُ المُماسَّ المُشْتَرَكَ الخارِجِيَّ ويُحَدِّدُ مُثَلَّثَيْنِ مُتَحَاكِيَيْنِ، الأمْرُ الَّذي يُمَكِّنُهُ مِن

تَوْصيفِ وَضْعِ نُقْطَةِ تَقاطُعِ المُماسِّ مَع خَطِّ المَراكِزِ بِواسِطَةِ نِسْبَةٍ؛ وذَلِكَ فَضْلاً عَن تَمَكُّنه مِن إيجادِ مَرْكَزِ ونِسْبَةِ التَحاكي، واسْتِنْباطِ تَوازي أنْصافِ الأقْطارِ المُتَماثِلَةِ وتَشابُهِ الأقْوَاسِ المُتَماثِلَةِ. ويَسْتَخْلِصُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن ذَلِكَ مَفْهومَي المَرْكَزِ ونِسْبَةِ التَحاكي اللَّذَيْنِ سَيَعْمَدُ إلى اسْتِخْدامِهِما لاحِقاً.

قَضِيَّة ٣٦.– لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ $C_1(I, ID)$ وَ $C_2(H, HC)$، كلٌّ واحِدَةٍ مِنهما خارِجيَّةٌ بِالنِسْبَةِ إلَى الأُخْرَى، ومُتَساوِيَتَيْنِ أو غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْن. ولْتَكُنْ K نُقْطَةً مِن القِطْعَةِ المُسْتَقيمةِ CD بِحَيْثُ يَكونُ



شكل ٤٩

$$\frac{KC}{KD} = \frac{AC}{DG} = \frac{R_H}{R_I}.$$

إذا كَانَ المُسْتَقيمُ KL مُماسّاً للدائِرَةِ C_2 فَهُوَ مُماسٌّ أيْضاً للدائِرَةِ C_1. لَدَيْنا $HL \perp KL$؛ والمُسْتَقيمُ المُوازِي لِـ HL والمُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ I يَقْطَعُ KL عَلَى النُقْطَةِ M. ولَدَيْنا

$$\frac{KC}{KD} = \frac{CH}{DI} = \frac{KH}{KI},$$

فإذاً

$$\frac{KH}{KI} = \frac{HL}{DI} \Rightarrow \frac{\overline{KH}}{\overline{KI}} = -\frac{R_H}{R_I}.$$

ولَكِنْ $IM // HL$، فإذاً

$$\frac{KH}{KI} = \frac{HL}{IM},$$

ولذَلِكَ فإنّ $IM = ID$ وَ M تَكونُ مَوْجودَةً عَلَى C_I.

مِن جِهَةٍ أُخْرَى، $HL \perp LM$، فإذاً $IM \perp LM$ وَ LM مُماسٌّ للدائِرَةِ C_I عَلَى النُقْطَةِ M.

مُلاحَظات

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذِهِ القَضِيَّةِ، أنّ النُقْطَةَ M مِن الدائِرَةِ $C_I(I, R_I)$ مَثيلَةٌ لِلنُقْطَةِ L مِن الدائِرَةِ $C(H, R_H)$ في التَحاكي $h(K, -\frac{R_I}{R_H})$. إذا تَساوَت الدائِرَتانِ C_I وَ C_2 فإنّ التَحاكي يُصْبِحُ تَناظُراً مَرْكَزِيّاً؛ والدِراسَةُ الكامِلَةُ لهاتَيْنِ الحالتَيْنِ مَوْجودَةٌ ***في المعلومات*** (الجزء الثاني، القَضِيَّة ٢٤).

قَضِيَّة ٣٧.– لنَأْخُذْ شَكْلَ القَضِيَّةِ ٣٦ مِن جَديدٍ وَلْنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ KN الَّذي يَقْطَعُ الدائِرَةَ C_2 عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ N؛ فَهُوَ يَقْطَعُ كذَلِكَ الدائِرَةَ C_I، والأقْوَاسُ المَفْصولَةُ عَلَى كلٍّ مِن الدائِرَتَيْنِ مِن جِهَةٍ وأُخْرَى مِن المُسْتَقيم KN تَكونُ مُتَشابِهَةً (انْظُرِ الشَكْلَ ٤٩).

يَقَعُ المُسْتَقيمُ KN في الزاوِيَةِ LKH، فَهُوَ يَقْطَعُ إذاً المُماسَّ LK. وامْتِدادُ KN يَقَعُ في الزاوِيَةِ MKI، فإذاً هُوَ يَقْطَعُ الدائِرَةَ C_I. لتَكُنْ B وَ N وَ O وَ E نِقاطَ التَقاطُعِ مَع C_2 وَ C_I وَفْقَ هَذا التَرْتيب. لَدَيْنا

$$\frac{HK}{KI} = \frac{HB}{IE} = \frac{HN}{IO},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$HB \parallel IE$ وَ $HN \parallel IO$.

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، كَانَ لَدَيْنا $HL \parallel IM$. فكلٌّ واحِدَةٍ مِن الزَوايا الَّتي رأسُها في النُقْطَةِ H تَكونُ إذاً مُتَساوِيَةً والزاوِيَةَ المَثيلَةَ لها والّتي رأسُها في النُقْطَةِ I، والأقْوَاسُ

CN وَ NL وَ LB وَ NB وَ AB

تَكونُ عَلَى التَرْتيبِ مُتَشابِهَةً والأقْوَاسَ المَثيلَةَ لها

DO وَ OM وَ ME وَ OE ، GE،

فإذاً القَوْسُ NLB مُتَشابِهَةٌ والقَوْسَ OME.

مُلاحَظَة

الخَواصُّ الَّتي يُبْرِزُها ابنُ الهَيْثَمِ تَتَوافَقُ وخَواصَّ التَحاكي$\left(h(K, -\frac{R_I}{R_H}\right)$:
فالنِقاطُ A وَ B وَ L وَ N وَ C، مِن C_2 تَتَماثَلُ، عَلَى التَرْتيبِ، والنِقاطَ G وَ E وَ M وَ O وَ D، فإذاً الأقْواسُ AB وَ BL وَ LN وَ NC وَ BN مُتَماثِلَةٌ، عَلَى التَرْتيبِ، والأقْوَاسَ GE وَ EM وَ MO وَ OD وَ EO ومُتَشابِهَةٌ وإيّاها. لِنُلاحِظْ أنّ قَوْسَيْنِ مُتَماثِلَتَيْنِ، BN وَ EO مَثَلاً، تَكونانِ مِن جِهَةٍ وأُخْرَى بِالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ الَّذي يَصِلُ الأطْرافَ.

قَضِيَّة ٣٨.– لنَأْخُذْ مرّةً أُخْرَى ومِن جَديدٍ نَفْسَ الشَكْلِ السابِقِ، لَدَيْنا $CL \perp GM$ وَ $CB \perp GE$ وَ $AB \perp ED$ (انْظُرِ الشَكْلَ ٤٩)

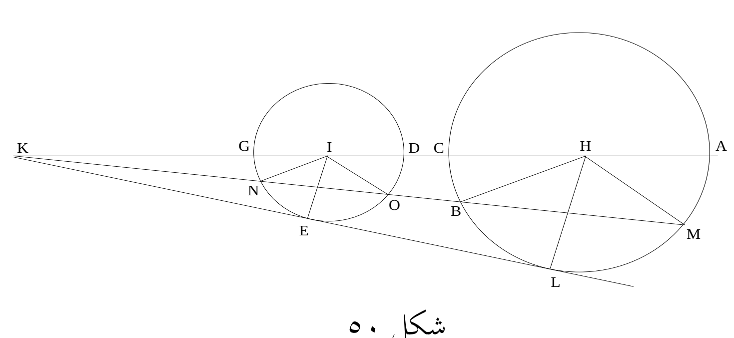
اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٣٧، القَوْسُ $\widehat{AL}$ مُتَشابِهَةٌ وَالقَوْسَ $\widehat{GM}$ ولذَلِكَ فإنّ $A\widehat{C}L = M\widehat{D}G$ ، فإذاً المَجْموعُ $L\widehat{C}A + M\widehat{G}D$ مُساوٍ لزاوِيَةٍ قائِمَةٍ ويَكونُ $CL \perp GM$. ونُطَبِّقُ نَفْسَ الطَريقَةِ عَلَى الحالاتِ الأُخْرَى.

مُلاحَظَة

في التَحاكي $h(K, -\frac{R_I}{R_H})$، تَقَعُ النِقاطُ A وَ C وَ D وَ G عَلَى مُسْتَقيمِ المَراكِزِ حَيْثُ $G = h(A)$ وَ $D = h(C)$، فإذا كانَت X نُقْطَةً ما مَوْجودَةً عَلَى الدائِرَةِ C_2 وإذا كانَت النُقْطَةُ X' مُساوِيَةً لِـ $h(X)$، فإنّ X' تَقَعُ عَلَى الدائِرَةِ C_1، وَ $AX // GX'$ وَ $CX // DX'$، ولذَلِكَ فإنّ $AX \perp DX'$ وَ $CX \perp GX'$.

هَذا هُوَ بِالضَبْطِ مَسارُ ابنِ الهَيْثَمِ، مُعَبَّراً عَنْهُ بِلُغَةٍ مُخْتَلِفَةٍ ولكن تَتَكافَأُ ولُغَتَه.

قَضِيَّة ٣٩.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ $C_1(H, HC)$ وَ $C_2(I, IG)$، كُلٌّ واحِدَةٍ مِنهُما خارِجيَّةٌ بالنِسْبَةِ إلَى الأُخْرَى، ولْيَلْتَقِهِما مُسْتَقيمُ المَراكِزِ HI عَلَى النقاطِ A وَ C وَ D وَ G بِهَذا التَرْتيبِ وحَيْثُ يكونُ $AC > DG$، ولْتَكُنْ K نُقْطَةً عَلَى امْتِدادِ AG بحَيْثُ يَكونُ $\frac{AC}{DG} = \frac{KH}{KI}$، ولْيَكُنْ KE مُسْتَقيماً مُماسّاً للدائِرَةِ C_2؛ فإذاً KE يُماسّ أيْضاً الدائِرَةَ C_1، ولْيَكُنْ ذَلِكَ عَلَى النُقْطَةِ L. وبِالعَكْسِ، إذا كَانَ KL مُماسّاً للدائِرَةِ C_1، فإنّه سيُماسُّ أيْضاً الدائِرَةَ C_2.



شكل ٥٠

لَدَيْنا $IE \perp KE$؛ لنُخْرِجْ مِن النُقْطَةِ H مُسْتَقيماً مُوازِياً لِـ IE، ولْيَقْطَعْ KE عَلَى النُقْطَةِ L فيَكونُ $HL \perp KL$. لَدَيْنا $HL // IE$، فإذاً

$$\frac{KH}{KI} = \frac{HL}{IE}.$$

ولَكِنَّ

$$\frac{HK}{KI} = \frac{AC}{DG} = \frac{\frac{1}{2}AC}{IE},$$

ولذَلِكَ فإنّ $HL = \frac{1}{2}AC$ وتَقعُ النُقْطَةُ L عَلَى الدائِرَة C_1، والزاوِيَةُ $H\hat{L}K$ قائِمَةٌ، فإذاً KL مُماسٌّ للدائِرَةِ C_1.

وكذَلِكَ أيْضاً، إذا أخْرَجْنا مِن النُقْطَةِ K مُسْتَقيماً مُماسّاً للدائِرَةِ C_1، نُبيِّنُ بِنَفْسِ الطَريقَةِ أنّه مُماسٌّ أيْضاً للدائِرَةِ C_2.

مُلاحَظَات:

١) هُنا، وعَلَى غِرارِ القَضِيَّةِ ٣٥، يُبيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ تَكَافُؤَ خاصِيَّتَيْنِ لِلنُقْطَةِ K الَّتي هِيَ مَرْكَزُ التَحاكي الموجِبِ $h(K, \frac{R_H}{R_I})$.

- تَحْدُثُ النُقْطَةُ K عَن تَقاطُعِ مُسْتَقيمِ المَراكِزِ والمُماسِّ المُشْتَرَكِ الخارِجيِّ للدائِرَتَيْنِ المُتَماسَّتَيْنِ خارِجِيّاً.
- تَقَعُ النُقْطَةُ K عَلَى المُسْتَقيم IH بحَيْثُ تَتَحقَّقُ العَلاقَةُ

$$\frac{\overline{KH}}{\overline{KI}} = \frac{R_H}{R_I}.$$

٢)كَما سَبَقَ وذَكَرْنا، يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ ٢٤ مِن الجُزْءِ الثاني ***في المعلومات***، حالَتَي الدوائِرِ المُتَساوِيَةِ وغَيْرِ المُتَساوِيَةِ.

٣) وهُنا، كما هُوَ مُبَيَّنٌ، تُطالِعُنا دِراسَةُ خَواصِّ التَحاكي كَتَحْويلٍ يُحَوِّلُ الدائِرَةَ إلَى دائِرَةٍ أُخْرَى.

قَضِيَّة ٤٠.– لنَأْخُذْ شَكْلَ القَضِيَّةِ السابِقَةِ. إذا أُخْرِجَ مُسْتَقيمٌ مِن النُقْطَةِ K وقَطَعَ الدائِرَةَ C_2 عَلَى النُقْطَتَيْنِ N وَ O، فإنّه يَقْطَعُ أيْضاً الدائِرَةَ C_1 عَلَى نُقْطَتَيْنِ

اثْنَتَيْنِ، لِتَكونا B وَ M، وَتَكونُ الأقْوَاسُ المَفْصولَةُ عَلَى الدائِرَتَيْنِ والواقِعَةُ مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ مِن المُسْتَقيمِ القاطِعِ مُتَشابِهَةً ثُناءً (انْظُرِ الشَكْلَ ٥٠)

لَدَيْنا

$$\frac{HK}{KI} = \frac{HB}{IN} = \frac{HM}{IO},$$

فإذاً $IN \parallel HB$ وَ $IO \parallel HM$. ولَدَيْنا أيْضاً $IE \parallel HL$. فإذاً كُلُّ واحِدَةٍ مِن الزَوايا الَّتي رأسُها في النُقْطَةِ I تُساوي مَثيلَتَها الَّتي رأسُها في النُقْطَةِ H، وَتَكونُ الأقْوَاسُ AB وَ BL وَ LM وَ MC مُتَشابِهَةً مَع مَثيلاتِها مِن الأقْوَاسِ، وهِيَ عَلَى التَرْتيبِ DN وَ NE وَ EO وَ OG. وَتَكونُ إذاً الأقْوَاسُ المَفْصولَةُ بالمُسْتَقيمِ KO والواقِعَةُ مِن نَفْسِ الجِهَةِ مِن المُسْتَقيمِ مُتَشابِهَةً. فتَكونُ القَوْسُ NEO مُتَشابِهَةً والقَوْسَ BLM، والقَوْسُ $NGDO$ تَكونُ مُتَشابِهَةً والقَوْسَ $BCAM$؛ وهَذِهِ هِيَ النَتيجَةُ الوارِدَةُ في صيغَةِ القَضِيَّةِ.

مُلاحَظات:

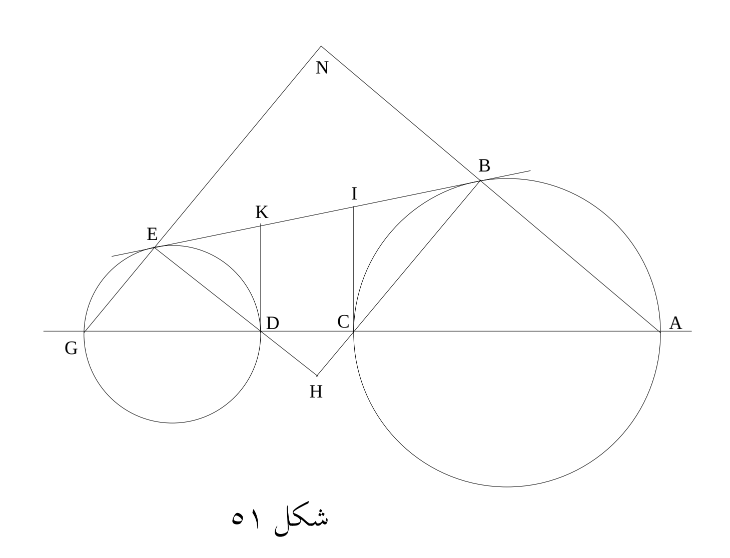
١) يُثْبتُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ الأقْوَاسَ المُتَماثِلَةَ مُتَشابِهَةٌ. ولَكِنَّهُ لا يُثْبتُ أنّ الأوْتارَ المُرْتَبِطَةَ بِتِلْكَ الأقْوَاسِ مُتَوَازِيَةٌ: $AB \parallel DN$ وَ $BL \parallel NE$ الخ، الأمْرُ الَّذي لَوْ حَدَثَ لَخَفَّفَ مِن وَطْأَةِ البُرْهانِ في بَعْضِ الحالاتِ (مَثَلاً في القَضِيَّةِ ٤٢ للدَوائِرِ غَيْرِ المُتَساوِيَةِ وفي القَضِيَّةِ ٤٣)

٢) يُطَبِّقُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا الطَرِيقَةَ الَّتي يَتَّبِعُها في القَضِيَّةِ ٣٧. في التَحاكي $h(K, \frac{R_H}{R_I})$، تَكونُ النِقاطُ B وَ L وَ M مِن الدائِرَةِ C_1 مُتَماثِلَةً والنِقاطَ N وَ E وَ O مِن الدائِرَةِ C_2،عَلَى التَرْتيبِ؛ وَتَكونُ أنْصافُ الأقْطارِ HB وَ HL وَ HM مُتَماثِلَةً عَلَى التَرْتيبِ وأنْصافَ الأقْطارِ IN وَ IE وَ IO، الّتي توازيها؛ وَتَكونُ الأقْوَاسُ BL وَ LM وَ BM مُتَماثِلَةً والأقْوَاسَ NE وَ EO وَ NO ومُتَشابِهَةً وإيّاها

عَلَى التَرْتيبِ؛ وأخيراً، قَوْسانِ مُتَماثِلَتان، مَثَلاً القَوْسانِ NEO وَ BLM، تكونان مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ بِالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ الَّذي يَصِلُ أطْرافَهُما.

قَضِيَّة ٤١.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ C_1 وَ C_2 مُتَساوِيَتَيْنِ أو غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْنِ، قُطْرَاهما AC وَ DG حَيْثُ تَكونُ النقاطُ A وَ C وَ D وَ G وَفْقَ هَذا التَرْتيب، وَلْيَكُنِ المُسْتَقيمُ BE مُماسّاً مُشْتَرَكاً خارِجيّاً و $B \in C_1$ وَ $E \in C_2$. فيَكونُ لَدَيْنا

$$GE \perp AB \text{ و } DE \perp BC$$



شكل ٥١

في البَدْءِ، لَدَيْنا $B\widehat{C}A + E\widehat{D}G < \pi$ وهَذا صَحيحٌ أيْضاً بِالنِسْبَةِ إلَى مَجْموعِ الزاوِيَتَيْنِ المُقابِلَتَيْن؛ ويَلْتَقِي إذاً المُسْتَقيمان BC وَ ED، وَلْيَكُنِ التِقاؤهُما عَلَى نُقْطَةِ H. لنُخْرِجِ المُسْتَقيمَيْنِ المُماسَّيْنِ DK وَ CI، فيَكونُ لَدَيْنا $KD = KE$ و $IB = IC$، فإذاً $D\widehat{K}I = 2.D\widehat{E}K$ وَ $C\widehat{I}K = 2.C\widehat{B}I$. وَبِما أنّ $D\widehat{K}I + C\widehat{I}K = \pi$، فإنّ $D\widehat{E}K + C\widehat{B}I < \frac{\pi}{2}$، ولذَلِكَ فإنّ المُسْتَقيمَيْنِ يَلْتَقِيان، ويَكونُ لَدَيْنا $D\hat{H}C = \frac{\pi}{2}$؛ ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا $B\hat{A}G + E\hat{G}A < \pi$، إذاً المُسْتَقيمان AB وَ GE يَلْتَقِيان

وَلْيَكُنِ التِقاؤهُما عَلَى النُقْطَةِ N. الزاوِيَةُ N هِيَ الزاوِيَةُ الرابِعَةُ في رُباعِيِّ الأضْلاعِ $NBHE$ الَّذي لَهُ ثَلاثُ زَوايا قائِمَةٍ $\hat{H}$ وَ $\hat{E}$ وَ $\hat{B}$، إذاً الزاوِيَةُ الرابِعَةُ قائِمَةٌ.

مُلاحَظات

إذا رَمَزْنا بِـ J إلَى نُقْطَةِ تَقاطُعِ المُسْتَقيمَيْنِ BE وَ AG، فَفي حالَةِ الدائِرَتَيْنِ غَيْرِ المُتَساوِيَتَيْنِ، يُسْتَنْبَطُ مِن التَحاكي $h(J, \frac{AC}{DC})$ أنّ

$GE // CB$، لِذَلِكَ فإنّ $GE \perp AB$

وَ

$ED // BA$، لذَلِكَ فإنّ $ED \perp BC$؛

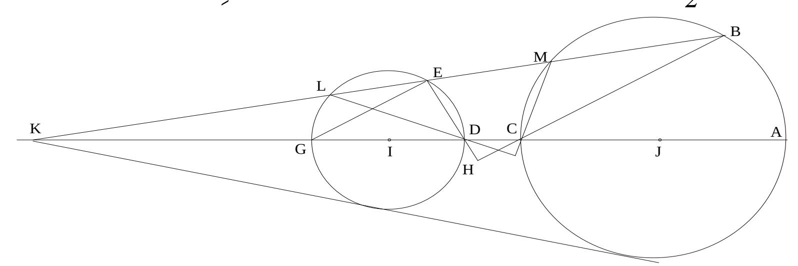
في الحالَةِ الخاصَّةِ للدائِرَتَيْنِ المُتَساوِيَتَيْنِ، سيَكونُ لَدَيْنا مُثَلَّثانِ ABC وَ DEG قائِمَا الزاوِيَةِ مُتَساوِيَا الساقَيْنِ، وَتَكونُ النَتيجَةُ مُباشِرَةً إذ إنّ التَرابُطَ بَيْنَ الدائِرَتَيْنِ يَكونُ انْسِحاباً خِطِّيّاً.

يُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ بُرْهاناً صالِحاً للحالَتَيْنِ أكانَت الدائِرَتانِ مُتَساوِيَتَيْنِ أم لا، والمَسْأَلَةُ مُشابِهَةٌ للقَضِيَّةِ ٣٣. ولَرُبَّما كانَ هَذا هُوَ السَبَبُ – نَعْني عَرْضَ البُرْهانِ العامِّ لِكِلْتا الحالَتَيْنِ – الَّذي حالَ هُنا دونَ اسْتِحْضارِ التَحاكِي بِشَكْلِهِ الظاهِرِ.

قَضِيَّة ٤٢.– لنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْنِ، كُلٌّ واحِدَةٍ مِنهُما خارِجيّةٌ بالنسْبَةِ إلَى الأُخْرَى، وَلْيَكُنْ قُطْرَاهُما عَلَى التَرْتيب AC وَ DG، $AC > DG$. وَلْيَكُنْ تَرْتيبُ النقاطِ (A, C, D, G) كَما هُوَ مُبَيَّنٌ. وَلْتَكُنِ النُقْطَةُ K عَلَى الامْتِدادِ المستقيم AG وَلْنُخرِجْ مِنها مُماسّاً مُشْتَرَكاً عَلَى الدائِرَتَيْنِ. إذا أخْرَجْنا مِن K قاطِعاً مُسْتَقيماً يَقْطَعُ الدائِرَتَيْنِ عَلَى النِقاطِ B, M, E, L وَفْقَ التَرْتيبِ المُبَيَّنِ، فإنّه يَكونُ لَدَيْنا

$DE \perp CB$ وَ $DL \perp CM$

اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٤٠، القَوْسانِ AB وَ DE مُتَشابِهَتان، فإذاً $B\hat{C}A = E\hat{G}D$ ولذَلِكَ فإنّ $D\widehat{C}H + C\widehat{D}H = \frac{\pi}{2}$ ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ.



شكل ٥٢

وكذَلِكَ أيْضاً، فإنّ المُسْتَقيمَيْنِ DL وَ CM يَتَقاطَعانِ وَيَتَعامَدَان.

مُلاحَظَات:

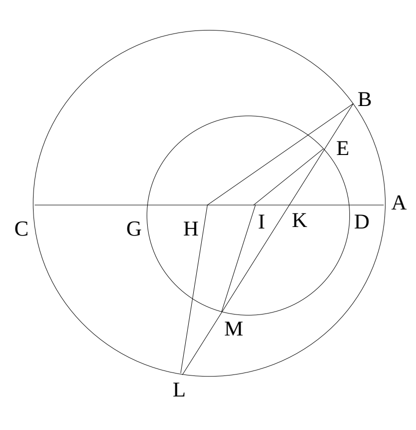
١) في التَحاكي $h(K, \frac{R_I}{R_J})$، تَكونُ النِقاطُ D, C, B, A عَلَى مُسْتَقيمِ المَراكِزِ بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا $G = h(C)$ وَ $D = h(A)$، فإذاً، أيْنَما تَكونُ النُقْطَةُ M عَلَى الدائِرَةِ $\mathcal{C}(J, JC)$، إذا كَانَ $M' = h(M)$، فَسَيَكونُ لَدَيْنا $M' \in \mathcal{C}(I, IG)$ وَ $AM // DM'$ وَ $CM // CM'$؛ ولذَلِكَ فإنّ $AM \perp GM'$ وَ $CM \perp DM'$. لقَد اخْتَرْنا في المَثَلِ $M = B$ وَ $M' = E$.

٢) يُحَدِّدُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا النُقْطَةَ K الخاصَّةَ بالقَضِيَّتَيْنِ ٣٩ و٤٠ كنُقْطَةٍ عَلَى خَطِّ المَراكِزِ يُمْكِنُ أن نُخْرِجَ مِنها مُماسّاً خارِجيّاً للدائِرَتَيْن. ولَكِنَّهُ مِن الواضِحِ أيْضاً أنّه يَعْتَبِرُ هَذِهِ النُقْطَةَ مُحَدَّدَةً بِواسِطَةِ نِسْبَةٍ، وذَلِكَ لأنّهُ يَسْتَنِدُ إلَى الخاصِيَّةِ المُتَعَلِّقَةِ بالأقْواسِ المُتَشابِهَةِ المُثْبَتَةِ في القَضِيَّةِ ٤٠.

٣) إنّ الخاصِيَّةَ المُثْبَتَةَ هُنا انْطِلاقاً مِن النُقْطَةِ K كَمَرْكَزٍ لتَحاكٍ مُوجِبٍ، تَتَّفِقُ والخاصِيَّةَ المُثْبَتَةَ في القَضِيَّةِ ٣٨، حَيْثُ تَكونُ K مَرْكَزاً لتَحاكٍ سالِبٍ. وهِيَ نَتيجَةٌ مُباشَرَةٌ لتَوازي الأوْتارِ المُتَماثِلَةِ الّتي لا يَأْتي ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى ذِكْرِها.

قَضِيَّة ٤٣.– لنَأْخُذِ الدائِرَتَيْنِ $C_1(I, IG)$ وَ $C_2(H, HC)$، $(C_1 \subset C_2)$؛ وَلْيَكُنْ AC وَ DG قُطْرَيْهما عَلَى التَرْتيب حَيْثُ $AC > DG$. وَلْتَكُنِ النقاطُ وَفْقَ التَرْتيبِ A وَ D وَ I وَ H وَ G وَ C. وَلْتَكُنْ K عَلَى GD بحَيْثُ تَتحَقَّقُ العَلاقَةُ $\frac{AD}{GC} = \frac{KD}{KG}$، وَلْنَأْخُذْ مُسْتَقيماً مارّاً بِـ K يَقْطَعُ C_1 عَلَى E وَ M، وَ C_2 عَلَى B وَ L، وذَلِكَ وَفْقَ التَرْتيبِ B وَ E وَ K وَ M وَ L. فتَكونُ الأَقْوَاسُ CB وَ BA وَ AL مُتَشابهَةً تَرْتيباً مَع الأَقْوَاسِ GE وَ ED وَ DM. لَدَيْنا

$$\frac{DK}{KG} = \frac{AD}{GC} \Rightarrow \frac{AD}{DK} = \frac{GC}{KG} \Rightarrow \frac{AK}{DK} = \frac{KC}{KG} = \frac{AC}{DG} = \frac{CH}{GI} = \frac{HK}{IK}.$$



شكل ٥٣

وَتَقسِمُ، إذاً، النُقْطَةُ K خارِجِيّاً القِطْعَةَ HI عَلَى نِسْبَةِ نصْفَيِ القُطْرَينِ

$$\frac{\overline{KI}}{\overline{KH}} = \frac{R_I}{R_H}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا

$$\frac{HK}{IK} = \frac{HB}{IE} \Rightarrow HB \,//\, IE$$

وَ

$$\frac{HK}{IK} = \frac{HL}{IM} \Rightarrow HL \,//\, IM;$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ تَساويَ الزَوايا المَرْكَزِيَّةِ الَّتي رُؤوسُها في H وَ I وَتَكونُ الأقْوَاسُ إذاً مُتَشابِهَةً.

مُلاحَظَات:

١) كَانَ بِاسْتِطاعَتِنا أن نَسْتَنْبِطَ مِن ذَلِكَ تَوازيَ الأوْتارِ المُتَماثِلَةِ

$AL // DM$ ،$AB // DE$؛

وهَذا الأمْرُ لا يَأْتِي ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى ذِكْرِهِ.

٢) النُقْطَةُ K هِيَ مَرْكَزُ تَحاكٍ مُوجِبٍ. والطَريقَةُ المُتَّبَعَةُ هُنا تَتَطابَقُ مَع تِلْكَ الَّتي تُطالِعُنا في القَضِيَّتَيْنِ ٣٨ وَ ٤١.

في التَحاكي $h(K, \frac{R_I}{R_H})$، النِقاطُ D وَ E وَ B وَ M مُتَماثِلَةٌ عَلَى التَرْتيبِ مَع النِقاطِ A وَ B وَ C وَ L؛ ونِصْفا القُطْرَيْنِ IE وَ IM يَتَماثَلانِ مَع نِصْفَيِ القُطْرَيْنِ HB وَ HL ويُوازِيانِهِما، عَلَى التَرْتيب؛ والأقْوَاسُ GE وَ ED وَ DM تَتَماثَلُ والأقْوَاسَ CB وَ BA وَ AL وهِيَ مُتَشابِهَةٌ وإيّاها.

النَصُّ المَخْطوطِيُّ:

مَقالَةٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ
في خَواصِّ الدَوائِرِ

٤٢١ – و

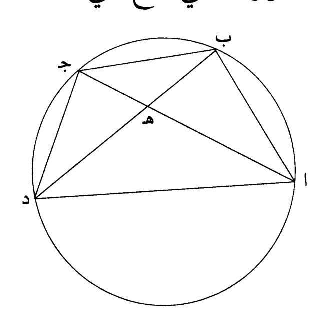
ليس شكل من الأشكال الهندسية أكثرَ خواصًا، ولا أوسع نقبًا، ولا أعجب تصرفًا،
5 من شكل الدائرة. وللمتقدمين والمتأخرين ضروب من الكلام في خواصها وفي فنون تصرفها؛ إلا أن جميع ما وجدناه من كلام أصحاب هذه الصناعة في خواص الدائرة لم نجده مستوعبًا لجميع ما يمكن أن يعرض فيها من الخواص. ولما كان ذلك كذلك، رأينا أن ننظر في خواص هذا الشكل، وتتبعَ جميع ما يمكن أن يعرض فيه، وتثبيتَ كل ما لم نجد أصحاب هذه الصناعة ذكروه، ولم يثبت فيما وقع إلينا من كتبهم. فأنعمنا النظر في ذلك
10 وألفنا فيه هذه المقالة.

وقد يمكن أن يكون للمتقدمين كلام في خواص الدوائر لم يقع إلينا، إلا إنما لا يتيقن ذلك؛ ولا يجب علينا من أجل إمكان ذلك أن نمسك عن ذكر ما وجدناه مما لم يقع إلينا. فإن وجد أحد في كلام أحد ممن تقدمنا شيئًا مما ذكرناه في هذه المقالة، فليعلم أنه ما وقع إلينا ولا وقفنا عليه، وليتيقن أن ما ذكرناه من ذلك إنما هو بالاتفاق: فكثيرًا ما
15 يتوارد الناس المعنى الواحد من غير قصد ولا تعمد، ومع ذلك فلسنا نقول إن ما استخرجناه مع ما استخرجه جميع من تقدمنا من خواص الدوائر مستوعبًا لجميع خواص الدوائر، وذلك أن خواص الدوائر كثيرة وتكاد أن تكون بغير نهاية، أعني أن كلَّ ما وجد منها، ويوجد، يمكن أن يوجد من بعد ذلك زيادة عليه؛ إلا أن الذي تضمنته هذه المقالة هو الذي انتهى إليه نظرنا، ولم نجده فيما وقع إلينا من كتب من تقدمنا. ومن الله فنستمدّ
20 المعونة في جميع الأمور.

2 للحسن بن الحسن: للحسين بن الحسين – 4 نقبًا: مفعول مطلق من نقب، بمعنى «بحث» – 8 كل ما: كلما – 10 وألفنا: ولفنا – 14 وقفنا: قد تقرأ «وقعنا» – 15 تعمد: تعمل – 16 مع ما: معما – 18 تضمنته: تضمنه.

‹آ› كل دائرة يخرج فيها وتر كيفما اتفق، ويخرج فيها وتر آخر يقطع ذلك الوتر ويحيط معه بزاوية مساوية للزاوية التي تقع في القطعة التي فصلها الوتر الأول، فإن الوتر الثاني يفصل عن جنبتي الوتر الأول قوسين متساويتين.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ، وخرج فيها وتر ا جـ، وخرج فيها أيضًا وتر ب هـ د، 5 فكانت زاوية ب هـ جـ مساوية للزاوية التي تقع في قطعة ا ب جـ.



فأقول: إن قوس ب جـ مثل قوس جـ د.

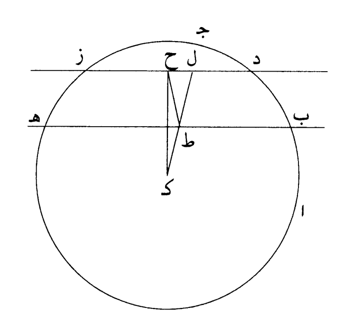
برهان ذلك: أنا نصل ا ب ب جـ جـ د د ا. فلأن زاوية ب هـ جـ مثل زاوية ا ب جـ، يكون ضرب ا جـ في جـ هـ مثل مربع جـ ب. ولأن زاوية ب هـ جـ مثل زاوية ا ب جـ، يكون زاوية جـ هـ د مثل زاوية ا د جـ، ولأن زاوية جـ هـ د مثل زاوية ا د جـ، 10 يكون ضرب ا جـ في جـ هـ مثل مربع جـ د، فمربع جـ ب مثل مربع جـ د، فـ ب جـ مثل جـ د، فقوس ب جـ / مثل قوس جـ د؛ وذلك ما أردنا أن نبين. ٤٢١ - ظ

‹بَ› كل دائرة يخرج فيها وتران متوازيان، ويُقسم كل واحد منهما بنصفين، ويوصل بين موضعي القسمة بخط مستقيم، فإن ذلك الخط إذا خرج على استقامة، فإنه يمرّ بمركز الدائرة.

15 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ مركزها كـ، وخرج فيها وترا ب هـ د ز متوازيين. وقسم ب هـ بنصفين على نقطة ط، وقسم د ز بنصفين على نقطة ح، ووصل ح ط.

فأقول: إن ح ط إذا خرج على استقامة، فإنه يمرّ بنقطة كـ.

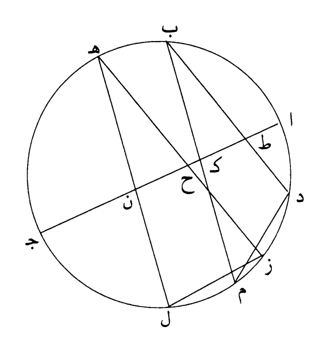
1 كيفما: كيف ما، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد.



برهان ذلك: أنه لا يمكن غيره، فإن أمكن فلا يمرّ بالمركز. ونصل كـ ط، فهو يقطع خط ح ط لأنه لا يتصل به على استقامة، فليقطعه. ونخرجه على استقامة، فهو يقطع خط د ز، فليقطعه على نقطة ل. فلأن ب هـ مقسوم بنصفين على نقطة ط، تكون زاوية كـ ط هـ قائمة ‹و›زاوية كـ ل ز قائمة. ونصل كـ ح، فتكون زاوية كـ ح ل قائمة، فزاويتا ل ح من مثلث كـ ل ح قائمتان؛ وهذا محال. فخط ح ط يمرّ بمركز الدائرة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹جـ› كل دائرة يخرج فيها وتران متوازيان، ويقسم الوتران على نسبة واحدة غير نسبة النصف، ويوصل بين موضعي القسمة بخط مستقيم، فإن ذلك الخط إذا خرج على استقامة، لا يمرّ بمركز الدائرة.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ خرج فيها وترا ب د هـ ز متوازيين. وقسما على نقطتي ط ح على نسبة واحدة غير نسبة النصف، ووصل ط ح.



5 قائمتان: قائمتين، وهو جائز على تقدير عمل كان.

فأقول: إن ط ح لا يمرّ بمركز الدائرة.

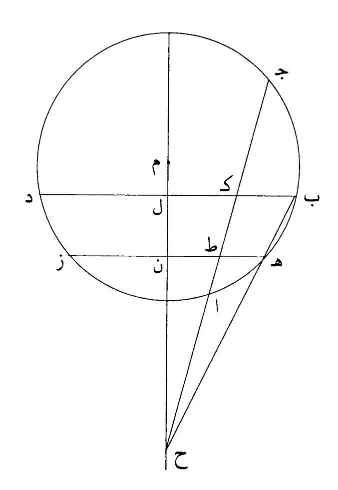
برهان ذلك: أنه لا يمكن، فإن أمكن فليمرّ بالمركز. ونخرجه في الجهتين إلى نقطتي ا جـ، فيكون ا جـ قطر الدائرة، وتكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ح ط غير قائمتين. ونخرج من نقطتي ب هـ عمودي ب كـ هـ ن وننفذهما إلى م ل، ونصل د م ز ل. فلأن نسبة د ط إلى ط ب كنسبة ز ح إلى ح هـ، يكون نسبة د ب إلى ب ط كنسبة ز هـ إلى هـ ح. ونسبة ط ب إلى ب كـ كنسبة ح هـ إلى هـ ن، لأن مثلثي ط ب كـ ح هـ ن متشابهان، فنسبة د ب إلى ب كـ كنسبة ز هـ إلى هـ ن. وب م ضعف ب كـ ول هـ ضعف هـ ن، لأن ب م هـ ل عمودان على القطر. فنسبة د ب إلى ب م كنسبة ز هـ إلى هـ ل؛ وزاويتا د ب م ز هـ ل متساويتان، فمثلثا د ب م ز هـ ل متشابهان، فزاوية ب د م مساوية لزاوية هـ ز ل، / فقطعتا ب ا م ٤٩٠-و هـ ا ل متشابهتان، وهذا محال. فخط ط ح لا يمرّ بمركز الدائرة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وقد تبين من هذا البيان أن كل وترين متوازيين ‹مختلفين› يقطعان قطر الدائرة ولا يكونان عمودين على القطر، فليس ينقسمان بالقطر على نسبة واحدة.

‹د› إذا خرج في دائرة وتران متوازيان، وقسما على نسبة واحدة، ووصل بين موضعي القسمة بخط مستقيم، فأحاط مع الوترين بزاويتين غير قائمتين، ثم أخرج الخط الذي وصل بين موضعي القسمة على استقامة، ثم وصل بين طرفي الوترين بخط مستقيم، وأخرج على استقامة، فلقي الخط الذي مرّ بموضعي القسمة، ثم أخرج من نقطة الالتقاء خط إلى مركز الدائرة، فإنه يكون عمودًا على الوترين.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ فيها وترا ب د هـ ز، وقسما على ‹نسبة› واحدة غير نسبة الضعف على نقطتي ط كـ. ووصل كـ ط، وأخرج على استقامة ‹ووصل ب هـ وأخرج على استقامة›، فلقي خط كـ ط ‹على› نقطة ح، ووصل بين نقطة ح وبين مركز الدائرة، وليكن م، ‹بخط مستقيم›، وليقطع وتري ب د هـ ز على نقطتي ل ن.

6 ط ب: ط ر / ح هـ: د هـ – 10 ب ا م: ب ا د – 17 بخط: متآكلة – 18 أخرج (الثانية): متآكلة – 22 كـ ط: كـ ط ح.



فأقول: إن خط ‹ح ن ل› عمود على وتري ب د هـ ز.

برهان ذلك: أن نسبة د ب إلى ‹ب ك كنسبة› ز هـ إلى هـ ط، ونسبة ك ب إلى ب ل كنسبة ط هـ إلى هـ ن. فنسبة ‹د ب› إلى ب ل كنسبة ز هـ إلى هـ ن. فإن لم يكن خطا ب د هـ ز ‹عمودين› على قطر م ن، فقد قطع القطر خطين متوازيين على

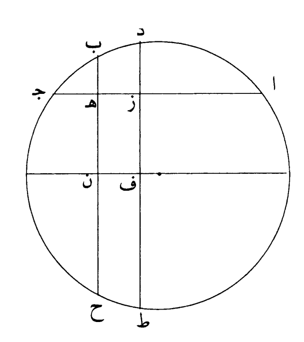
5 نسبة واحدة ‹من غير أن يكونا› عمودين عليه، وهذا محال. فخط ح م عمود على خطي ب د هـ ز؛ ‹وذلك ما أردنا أن نبين›.

‹هـ› إذا خرج في دائرة وتر كيفما اتفق يفصل من الدائرة ‹قطعتين، وخرج› عمودان مختلفان، وانتهيا إلى محيط الدائرة في الجهتين، فليس ‹يقسمهما› الوتر على نسبة واحدة.

10 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ فيها ‹وتر ا جـ، وأخرجنا› عمودي ب هـ د ز، فكانا مختلفين، ثم خرج هذان العمودان ‹على استقامة إلى ح ط.

أقول:› إن خط ا جـ ليس يقسم عمودي ب ح د ط على نسبة ‹واحدة›.

3 فنسبة: فـ، متأكلة – 4 م ن: هـ ن – 6 هـ ز: متأكلة – 7 يفصل: نفصل / قطعتين: تآكل آخر الكلمة – 8 فليس: تآكل آخر الكلمة.

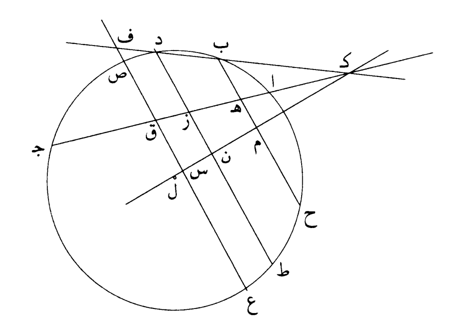


‹برهان ذلك›: أنه لا يمكن؛ فإن أمكن، فليكن نسبة ب هـ إلى هـ ح ‹كهذه النسبة›. ولنتخذ مركز الدائرة، ونخرج منه قطرًا موازيًا لوتر ا جـ، وليكن ‹القطر ف ن›، فالقطر يكون عمودًا على الخطين المتوازيين. ‹فتكون نسبة ن ب إلى› / ب هـ كنسبة ٤٩٠-ظ
ف د إلى د ز. فنسبة ن هـ إلى هـ ب كنسبة ف ز إلى ز د. ‹و›ن هـ مثل ف ز، فخط
5 هـ ب مثل خط ز د؛ وقد كانا بالفرض مختلفين، ‹و›هذا محال. فليس ينقسم عمودا ب ح د ط بوتر ا جـ على نسبة واحدة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹و› إذا خرج في دائرة وتر كيفما اتفق، ثم خرج في الدائرة وتران متوازيان وانقسما بالوتر الأول على نسبة واحدة، فإنه ليس يخرج في الدائرة وتر آخر موازٍ للوترين وينقسم بالوتر الأول على نسبة الوترين الموازيين له.

10 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ خرج فيها وتر كيفما اتفق، وهو ا جـ. ثم خرج فيها وتران متوازيان، وهما ب هـ ح د ز ط، وانقسما بالوتر الأول على نسبة واحدة.

فأقول: إنه ليس يخرج في الدائرة وتر ثالث موازٍ للوترين الأولين وينقسم بالوتر الأول على نسبة الوترين الأولين.



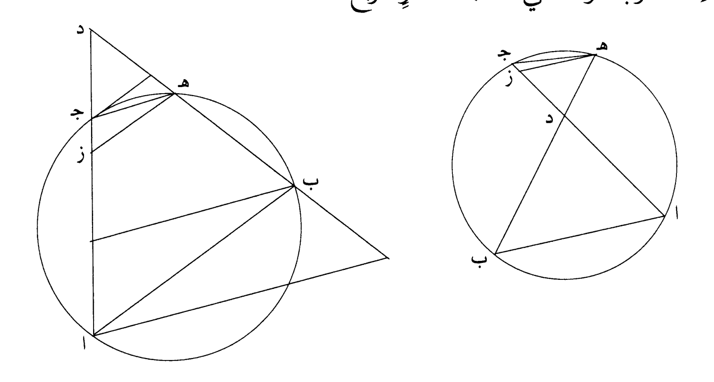
3 فالقطر: القطر، الفاء متآكلة / المتوازيين: تآكل آخر الكلمة – 4 ن هـ (الأولى): ب هـ – 6 د ط: ب ط.

برهان ذلك: أنه لا يمكن؛ فإن أمكن، فلنخرج وتر ص ق ع ينقسم على نقطة ق، وتكون نسبة ص ق إلى ق ع كنسبة د ز إلى ز ط. ‹ويخرج› د ب، ويخرج على استقامة في جهة ب، ويخرج ا جـ؛ وليلتقيا ‹على نقطة› كـ. و‹نتعلم› مركز الدائرة وليكن ل، ونصل كـ ل، فخط كـ ل يكون عمودًا على الأوتار المتوازية، كما تبين في الشكل د، 5 وليقطع الأوتار المتوازية على نقط م ن س، فيقسم الأوتار بنصفين نصفين، فيكون نسبة ن د إلى د ط كنسبة س ص إلى ص ع ونسبة د ط إلى د ز كنسبة ع ص إلى ص ق، فنسبة ن د إلى د ز كنسبة س ص إلى ص ق، فنسبة ن ز إلى ز د كنسبة س ق إلى ق ص. ونخرج خط كـ ب د على استقامة في جهة د، فهو يلقى خط ق ص، فليلقه على نقطة ف، فنقطة ف خارج الدائرة؛ وتكون نسبة ن ز إلى ز د كنسبة س ق إلى 10 ق ف. وقد كانت نسبة ن ز إلى ز د كنسبة ‹س ق› إلى ق ص، فنسبة س ق إلى ق ص كنسبة س ق ‹إلى ق ف›، وهذا محال. فليس يخرج في الدائرة وتر ثالث ينقسم بخط ‹ا جـ على نسبة الوترين› ب ح د ط؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹ز› ‹كلُّ دائرة يُخرج من نقطة كيفما اتفق› / خطان يقطعان الدائرة، ونوتر القوسين ٤٢٢-و اللذين ينفرزان بين الخطين. ثم نخرج من طرف أحد الوترين خطًا موازيًا للوتر الآخر. فإن 15 الخط الموازي يفصل من الخط الذي انتهى إليه خطًا يكون ضربه في الخط الذي بين النقطة وبين طرف القوس مساويًا لمربع الخط الذي بين النقطة وبين الطرف الآخر من القوس.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ ونقطة د مفروضة؛ وخرج من نقطة د خطا د هـ ب د جـ ا، ووصل ا ب جـ هـ وأخرج هـ ز موازيًا لـ ب ا.

فأقول: إن ضرب ز د في د جـ مساوٍ لمربع د هـ.



2 كنسبة د ز إلى ز ط: وهي كنسبة ب هـ إلى هـ ح بالفرض – 4 د: ر – 6 د ط (الأولى): ر ط – 10 ن ز إلى ز د: ن د إلى ر هـ – 13 القوسين: يذكرها أحيانًا ويؤنثها أحيانًا، وسنتبعه في هذا، وهو جائز، دون الإشارة.

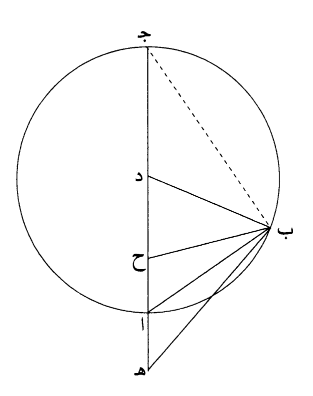
برهان ذلك: أن ضرب ا د في د جـ مثل ضرب ب د في د هـ، فنسبة ا د إلى د ب كنسبة هـ د إلى د جـ، ‹ونسبة ا د إلى د ب كنسبة د ز إلى د هـ›، فنسبة ز د إلى د هـ كنسبة هـ د إلى د جـ، فضرب ز د في د جـ مثل مربع د هـ.

وكذلك إن أخرجنا من نقطة جـ خطًا موازيًا لخط ب ا، تبين بمثل هذا البيان أن 5 ضرب هـ د في الخط الذي يفصله الموازي من خط هـ د مثل مربع د جـ.

وكذلك إن أخرجنا من نقطة ب خطًا موازيًا لخط هـ جـ يقطع خط د ا، وكذلك إن أخرجنا من نقطة ا خطًا موازيًا لخط هـ جـ ‹يقطع خط د ب›، لزم منه هذا المعنى بعينه؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹ح› كل دائرة يُخرج فيها قطر من أقطارها، ثم يخرج إلى خارج الدائرة، ويفرض 10 عليه نقطة كيفما اتفق؛ ثم نجعل ضرب الخط الذي بين النقطة الخارجة وبين مركز الدائرة في بعض هذا الخط مثل مربع نصف القطر، فإن النقط الثلاث – التي هي النقطة الخارجة والنقطة الداخلة وطرف القطر – إذا ‹أخرج› منها ثلاثة خطوط، التقت على نقطة من محيط الدائرة، أي نقطة كانت، فإن الزاويتين اللتين تحدثان بين الثلاثة خطوط تكونان متساويتين.

15 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ وقع فيها قطر ا جـ، ونخرج القطر إلى نقطة هـ وجعل ضرب هـ د في ‹د ح الذي هو بعض خط د هـ مثل مربع نصف القطر، فإذا أخرج من نقط› هـ ا ح ثلاثة خطوط هـ ب ا ب ‹ح ب، فأقول: إن زاويتي هـ ب ا ا ب ح› متساويتان.



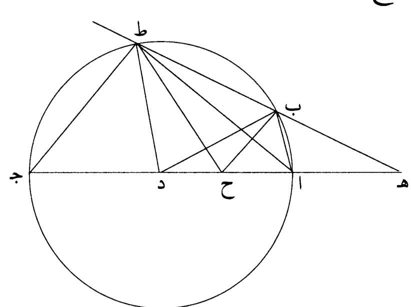
4 وكذلك: ولذلك – 11 هذا: كررها في بداية السطر التالي – 12 القطر: للقطر / إذا: كررها في بداية السطر التالي – 17 ح: د.

برهان ذلك: أنا نصل ‹د ب، فيكون ضرب هـ د في د ح مثل› مربع د ب، فيكون نسبة هـ د ‹إلى د ب كنسبة د ب إلى د ح، فمثلث› ب هـ د شبيه بمثلث ‹د ب ح›، ونسبة ب د إلى ‹د ح كنسبة هـ ب› إلى ب ح، ‹و›كنسبة ‹د ا› إلى د ح وكنسبة هـ ا ‹إلى ا ح. فتكون نسبة ا هـ إلى ا ح كنسبة› هـ ب إلى ب ح، ‹فزاويتا هـ ب ا وا ب ح
5 متساويتان؛ وذلك ما أردنا أن نبين›./

‹ط› إن كل خط يخرج من النقطة الخارجة، ويقطع الدائرة، ويفصل منها قوسًا أقل ٤٢٢-ظ من نصف دائرة، ثم يوصل بين طرفي القوس وبين النقطة الداخلة، ونوصل أيضًا بين طرفي القوس ومركز الدائرة، فإن الزاويتين اللتين تحدثان تكونان متساويتين.

‹مثال ذلك›: ولنخرج من نقطة هـ خط هـ ب ط، ونصل خطوط ب ح ط ح ب د
10 ط د.

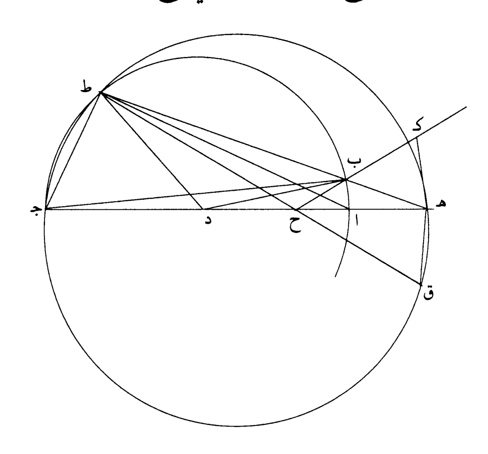
فأقول: إن زاويتي ب ح ط ب د ط متساويتان.



برهان ذلك: أنا نصل خطي ا ب ا ط، فتكون زاويتا هـ ب ا ح ب ا متساويتين، وتكون زاويتا هـ ط ا ح ط ا متساويتين. وزاوية هـ ب ح تزيد على زاوية هـ ط ح بزاوية ب ح ط، وزاوية هـ ب ا تزيد على زاوية هـ ط ا بزاوية ب ا ط. وزيادة النصف على
15 النصف هي نصف زيادة الكل على الكل. فزاوية ب ا ط نصف زاوية ب ح ط، وزاوية ب ا ط وزاوية ب د ط قاعدتها قوس واحدة وهي ب ط، وزاوية ب د ط على المركز، وزاوية ب ا ط على المحيط، فزاوية ب ا ط نصف زاوية ب د ط، فزاويتا ب ح ط ب د ط متساويتان؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

3 كنسبة ‹د ا› إلى د ح: وهذه النسبة مساوية لنسبة د هـ إلى د ا، فبالتفصيل تكون كنسبة هـ ا إلى ا ح – 4 ب ح: الحاء متآكلة – 8 القوس: لقوس – 9-10 ب ح ط ح ب د ط د: ب ح ط ط ح ب و ط د – 16 قاعدتها: وهو جائز – 17 فزاويتا: فزاويتان.

‹يَ› وأيضًا فلنعد الصورة، ونخرج خط من جـ إلى ط.
فأقول: إن ضرب هـ ب ب ح مجموعين في ح ط مثل ضرب جـ ح في ح هـ.

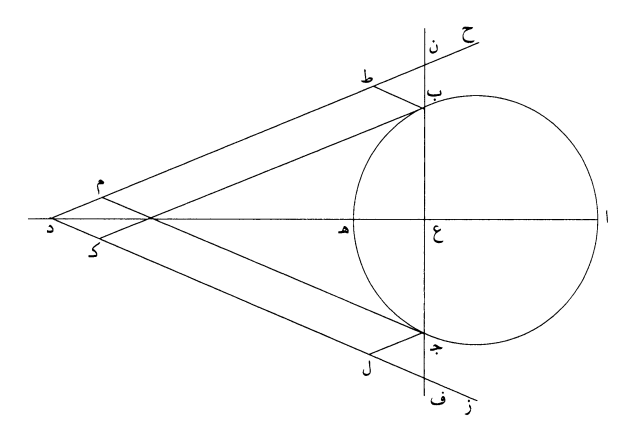


برهان ذلك: أنا نخرج ح ب في جهة ب، ونفصل ب كـ مثل ب هـ، ونصل هـ كـ هـ ط جـ ط. فلأن هـ ب مثل ب كـ، تكون زاوية هـ مثل زاوية كـ، فزاوية هـ ب ح
5 ضعف زاوية كـ، فزاوية كـ مثل زاوية ا ب ح. وزاوية ا ب ح مثل ‹زاوية ا ب هـ›، فزاوية كـ مثل زاوية جـ، فالدائرة التي تدار على مثلث هـ جـ ط تمرّ بنقطة ‹قَ النظيرة لنقطة› كـ، فضرب كـ ح في ح ط مثل ضرب جـ ح في ح هـ ‹الذي هو مثل ضرب ق ح في ح ط›. وكـ ح مثل مجموع هـ ب ب ح، فضرب هـ ب ب ح مجموعين في ح ط مثل ضرب جـ ح في ح هـ؛ وذلك ما أردنا ‹أن نبين›.

10 ‹يَا› إن كلّ دائرة يُخرج فيها قطر من أقطارها، ويُخرج إلى خارج ‹الدائرة، ونفرض› عليه نقطة كيفما اتفق، ونخرج خطين ‹لا يلقيان محيط الدائرة ويحدثان زاويتين› متساويتين عن جنبتي القطر، فإن كل ‹نقطتين فرضتا على› محيط الدائرة، وتكونان عن جنبتي ‹طرف القطر، ويكون بعداهما من› طرف القطر بعدين متساويين، ‹إذا خرج من إحدى› النقطتين خطان إلى الخطين ‹وأخرجنا من النقطة› الأخرى خطين ‹موازيين لهما؛
15 كان ضرب الخطين› الأولين أحدهما / في الآخر مثل ضرب الخطين الآخرين أحدهما في الآخر. ٤٢٣-و

1 من: غير واضحة – 15 الأولين: الاولى / الآخر: الاخرى.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ خرج فيها قطر ا هـ د، وفرض عليه نقطة د خارج الدائرة، وخرج منها خطا د ز د ح لا يلقيان الدائرة، وكانت زاويتا ز د هـ ح د هـ متساويتين. وفرض على محيط الدائرة نقطتا ب جـ، وبعداهما من نقطة هـ متساويان، وخرج من نقطة ب خطا ب ط ب كـ، وخرج من نقطة جـ خطا جـ م جـ ل موازيين
5 لخطي ب ط ب كـ.



فأقول: إن ضرب ب ط في ب كـ مثل ضرب جـ ل في جـ م.

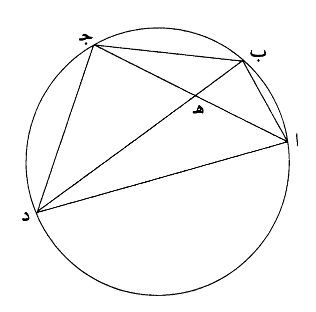
برهان ذلك: أنا نصل ب ع جـ، فيكون عمودًا على قطر هـ ا، لأن قوس ب هـ مثل قوس هـ جـ. ونخرج ب جـ في الجهتين إلى ن ف، فيكون ن ع مثل ع ف لأن زاويتي ن د ع ف د ع متساويتان؛ ويكون ب ع مثل ع جـ، لأن قوسي ب هـ جـ هـ متساويتان،
10 فبقي ب ن مثل جـ ف، فنسبة جـ ن إلى ن ب كنسبة ب ف إلى ف جـ. ونسبة جـ ن إلى ن ب كنسبة جـ م إلى ب ط، لأنهما متوازيان؛ ونسبة ب ف إلى ف جـ كنسبة ب كـ إلى جـ ل، فنسبة جـ م إلى ب ط كنسبة ب كـ إلى جـ ل، وضرب ب ط في ب كـ مثل ضرب جـ ل في جـ م؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹**يب**› كل دائرة يخرج فيها وتر كيفما اتفق، ويُقسم القوسان اللذان ينقسمان بالوتر
15 على نسبة واحدة على التبادل، ويوصل بين طرفي القوسين، فإن نسبة الزاويتين اللتين

6 جـ م: جـ كـ – 8 قوس: قوسا / ن ع: ب ع – 9 متساويتان: متساويتين – 14 القوسان اللذان: يذكّرها أحيانًا ويؤنثها أحيانًا، وسنتبعه في ذلك قدر الإمكان.

تحدثان عند نقطة التقاطع، إحداهما إلى الأخرى، كنسبة القوسين ⟨اللذين⟩ وترناهما من إحدى النقطتين، إحداهما إلى الأخرى.

مثال ذلك: دائرة ⟨ا ب جـ، ونقطتا ب د عن جنبتي⟩ وتر ا جـ، وجُعل نسبة قوس ا ب إلى قوس ب جـ كنسبة ⟨قوس جـ د إلى قوس⟩ د ا. ووصل ب هـ د.



5 فأقول: إن نسبة زاوية ا هـ ب إلى ⟨زاوية ب هـ جـ كنسبة⟩ قوس ا ب إلى قوس ب جـ.

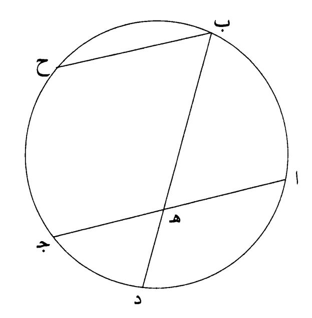
برهان ذلك: أنا نصل ⟨خطوط جـ ب ب ا جـ ا ا د د جـ⟩، فتكون نسبة قوس ا ب إلى قوس ب جـ كنسبة ⟨زاوية ا جـ ب إلى زاوية⟩ جـ ا ب. وكذلك نسبة قوس جـ د إلى قوس ⟨ا د كنسبة زاوية جـ ا د إلى زاوية⟩ ا جـ د. فنسبة زاوية ا جـ ب إلى زاوية ⟨جـ ا ب

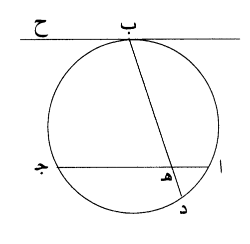
10 كنسبة زاوية د ا جـ إلى زاوية⟩ ا جـ د. وزاوية د ا جـ مثل زاوية ⟨د ب جـ وزاوية ا جـ د مثل زاوية⟩ ا ب د، فنسبة زاوية ا جـ ب ⟨إلى زاوية جـ ا ب⟩ كنسبة زاوية جـ ب هـ إلى ⟨زاوية د ب ا وكنسبة زاوية ا هـ ب إلى زاوية⟩ ب هـ جـ، وكنسبة الجميع إلى الجميع، ⟨فنسبة زاوية ا هـ ب⟩ إلى زاوية ب هـ جـ ⟨كنسبة قوس⟩ ا ب إلى قوس ب جـ؛ وذلك ما ⟨أردنا أن نبين⟩.

15 ⟨**يجـ**⟩ إن كل دائرة ⟨خرج فيها وتران وتقاطعا داخل الدائرة، فإن كل زاوية من الزاويتين اللتين يتقطعان عليها⟩ مساوية ⟨للزاوية التي يوترها القوسان اللذان يقعان بين الوترين.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ⟩ / وتقاطع فيها وترا ا جـ ب د على نقطة هـ. ٤٢٣ – ظ

1 وترناهما: وترانهما – 4 ب هـ د: ب هـ جـ – 7 خطوط: تآكل آخر الكلمة – 12 ب هـ جـ: ب ا د – 15 دائرة: دائرتين – 18 وتقاطع: والتقاطع.





فأقول: إن زاوية ا هـ ب مساوية للزاوية التي يوترها قوسا ا ب جـ د.

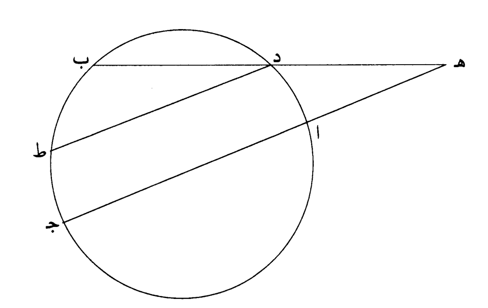
برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة ب خطًا موازيًا لخط ا جـ، وليكن ب ح، فخط ب ح إما أن يكون مماسًا للدائرة وإما قاطعًا لها. فإن كان ب ح مماسًا للدائرة، فإن زاوية ح ب هـ مساوية للزاوية التي تقع في قطعة ب ا د، وهي التي يوترها قوس ب جـ د. وإذا 5 كان ب ح مماسًا للدائرة، فإن نقطة ب هي وسط قوس ا ب جـ، فقوس ب جـ مثل قوس ا ب، فقوسا ا ب جـ د مساويان للقوس التي يوترها زاوية ح ب هـ المساوية لزاوية ا هـ ب. وتكون زاوية ب هـ جـ أيضًا مساوية للزاوية التي يوترها القوسان الباقيان من الدائرة، اللذان هما قوسا ا د جـ ب.

وإن كان خط ب ح قاطعًا للقوس التي توتر زاوية ب هـ جـ، ‹فإن زاوية ح ب د 10 هي التي توترها قوس ح جـ د. وقوس ح جـ د مساوية لقوسي ح جـ جـ د، وقوس ح جـ مساوية لقوس ا ب، وزاوية ح ب د مساوية لزاوية ا هـ ب، فزاوية ا هـ ب مساوية للزاوية التي توترها قوسا ا ب جـ د. وتكون زاوية ب هـ جـ أيضًا مساوية للزاوية التي توترها القوسان الباقيتان من الدائرة اللتان هما قوسا ا د جـ ب›، وذلك ما أردنا أن نبين.

ونقول أيضًا: إنه إذا خرج في دائرة وتران، وتقاطعا خارج الدائرة، فإن الزاوية التي 15 يتقاطعان عليها مساوية للزاوية التي توترها زيادة أعظم القوسين اللتين تقعان بين الخطين على أصغرهما.

فلتكن الدائرة دائرة ا ب جـ، وليخرج فيها وترا ا جـ د ب، وليلتقيا خارج الدائرة على نقطة هـ.

5 هي: هو – 8 اللذان: اللتين – 9-13 ‹فإن ... جـ ب›: هذه الفقرة ناقصة في النص، ومن الواضح أن هذا النقص يرجع لأحد النساخ – 17 وليلتقيا: وليلقيا.

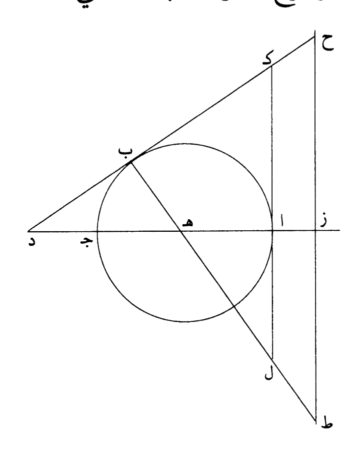


فأقول: إن زاوية ب هـ جـ مساوية للزاوية ‹التي› توترها زيادة قوس ب جـ على قوس د ا.

برهان ذلك: أنا نخرج خط د ط موازيًا لخط ا جـ، فتكون زاوية ب د ط مساوية لزاوية ب هـ جـ. وزاوية ب د ط هي التي توترها قوس ب ط، وقوس ب ط ‹هي زيادة قوس› جـ ب على قوس د ا، لأن قوس د ا مساوية لقوس ‹ط جـ›؛ وذلك ما أردنا أن نبين›.

5 ‹يد› كل دائرة يخرج فيها قطر من أقطارها، ثم يخرج ‹من طرفه خط يماس الدائرة في إحدى› الجهتين، ثم يخرج خط آخر يماس الدائرة ‹ثم يخرج القطر المار بنقطة التماس فيلقى الخط الأول، فيكون ضرب› قسميه أحدهما في الآخر ‹مثل› ضرب ‹ما فصله الخط الأول من الخط الثاني› في الخط المتصل به الذي بين ‹نقطة التماس ونقطة تقاطع الخط الثاني مع القطر الأول›.

10 ‹مثال› ذلك: دائرة ا ب جـ، خرج فيها ‹قطر ا هـ جـ وفرض عليه نقطة د خارج الدائرة، وخرج خط يماس الدائرة على طرفه› كـ ا ل، وخرج خط د ب ‹يماس الدائرة على ب ولقي ا ل على كـ، وخرج قطر هـ ب، فلقي ا ل على ل.



1 د ا: د ا هـ.

فأقول: إن ضرب› كـ ب في ب د ‹مساوٍ لضرب هـ ب في ب ل.

برهان ذلك: أن خط د ب يماس الدائرة على نقطة ب، فزاوية› ب قائمة. / فمثلث ٤٢٤-و
ا كـ د شبيه بمثلث هـ ب د، فنسبة ا كـ إلى هـ ب كنسبة ا د إلى د ب، فضرب ا كـ في
د ب مثل ضرب ا د في هـ ب. وا كـ مثل كـ ب وهـ ب مثل هـ ا، ومثلثا ا هـ ل
5 هـ ب د متشابهان؛ وا هـ مثل هـ ب، فـ ل هـ مثل هـ د ول ب مثل ا د، فضرب د ا
في ب هـ مثل ضرب هـ ب في ب ل، فضرب كـ ب في ب د مثل ضرب هـ ب في
ب ل؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ولنعد الدائرة والقطر، ونخرج القطر في جهة ا أيضًا. ونفرض عليه نقطة ز، ونقيم
عليها عمود ح ز ط، ونخرج ح ب مماسًا ونخرج هـ ب وننفذه إلى ط.

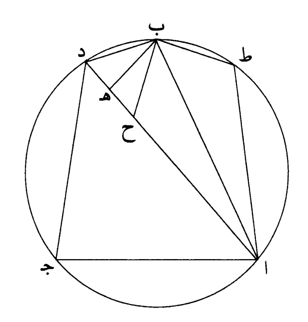
10 فأقول: إن ضرب ح ب في ب د مثل ضرب هـ ب في ب ط.

برهان ذلك: أنا نخرج ا كـ مماسًا للدائرة، وننفذه إلى ل، فيكون ضرب كـ ب في
ب د مثل ضرب هـ ب في ب ل، ونسبة ح ب إلى ب كـ كنسبة ط ب إلى ب ل،
فنسبة ضرب ح ب في ب د إلى ضرب كـ ب في ب د كنسبة ضرب ط ب في ب هـ
إلى ضرب ل ب في ب هـ. وإذا بدلنا، كانت نسبة ضرب ح ب في ب د إلى ضرب
15 ط ب في ب هـ كنسبة ضرب ب كـ في ب د إلى ضرب ل ب في ب هـ. وضرب
ب كـ في ب د مساوٍ لضرب ل ب في ب هـ، فضرب ح ب في ب د مساوٍ لضرب
‹ط ب في ب هـ؛ وذلك› ما أردنا أن نبين.

‹**يه**› كل دائرة يخرج فيها وتر كيفما اتفق، ثم نقسم القوس التي يوترها ذلك
الوتر ‹بنصفين› وبقسمين مختلفين، ونوتر ‹الأقسام، فإن› ضرب وتر أعظم القسمين ‹في
20 وتر أصغرهما مع مربع› وتر القوس التي بين موضعي ‹القسمة، مساوٍ لمربع وتر نصف
القوس›.

‹مثال ذلك: دائرة ا ب جـ› خرج فيها وتر ا جـ وقسم ‹قوس ا جـ بنصفين على نقطة
ب وبقسمين مختلفين› على نقطة د. ووصلت خطوط ‹ا ب ا د د جـ د ب.

4 وا كـ: ول كـ – 6 ب د: ب ر – 9 ح ب مماسًا: ح ب ومماسا – 13 إلى ضرب كـ ب: غير واضحة، فضرب عليها بالقلم وأعاد كتابتها – 14 ب هـ: ب جـ.



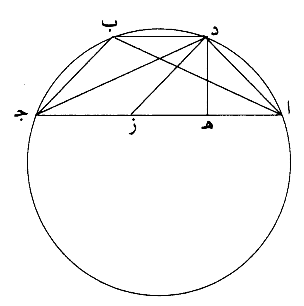
فأقول: إن ضرب د ا في د جـ› مع مربع د ب ‹مثل مربع ا ب.

برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة ب عمود ب هـ على خط د ا، فخط› ا ب أعظم ‹من خط ا هـ›. / ونفصل هـ ح مثل هـ د، ونصل ب ح، فيكون مثل ب د. ونفصل قوس ب ط مثل قوس ب د، ونصل ا ط ط ب، فيكون زاوية ط مع زاوية جـ قائمتين. وزاوية د مثل زاوية ح، فزاوية ط مثل زاوية ا ح ب. وزاوية ب ا ط مثل زاوية ح ا ب، وخط ا ب مشترك، فمثلث ا ط ب مثل مثلث ا ح ب، فخط ا ط مثل خط ا ح؛ وا ط مثل د جـ، لأن القوس مثل القوس، فخط ا ح مثل خط د جـ؛ وح هـ مثل هـ د، فـ ا هـ مثل هـ د د جـ مجموعين، فضرب ا د في د جـ مع مربع د هـ مثل مربع ا هـ. ونأخذ مربعًا مشتركًا، فيكون ضرب ا د في د جـ مع مربعي د هـ هـ ب مثل مربعي ا هـ هـ ب، فضرب ا د في د جـ مع مربع د ب مثل مربع ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

٤٢٤-ظ

‹يو› كل دائرة نخرج فيها وترين، ونقسم القوس الصغرى بنصفين، ونوصل الأوتار، فإن ضرب وتر القوس العظمى في وتر زيادة العظمى على الصغرى مع مربع وتر نصف القوس الصغرى مساوٍ لمربع وتر القوس المركب من نصف الصغرى مع زيادة العظمى على الصغرى.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ خرج فيها وترا ا ب ا جـ. وقسمت قوس ا ب بنصفين على نقطة د ووصلت الأوتار.



6-5 ح ا ب وخط: ا ح ر خط – 7 هـ د: هـ و – 8 هـ د د جـ: هـ و وجـ – 9 مربعًا: مربع – 14 مثال: مثل.

فأقول: إن ضرب ا جـ في جـ ب مع مربع ب د مثل مربع د جـ.

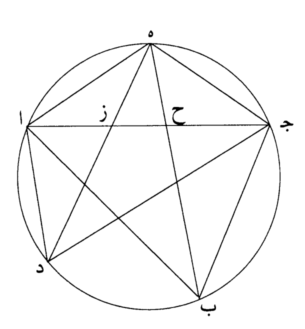
برهان ذلك: أنا نخرج عمود د هـ، ونفصل هـ ز مثل هـ ا ونصل د ز، فتكون زاوية ز مثل زاوية ا، وزاوية ا مع زاوية د ب جـ مثل قائمتين. فزاوية د ب جـ مثل زاوية د ز جـ؛ وزاوية ب جـ د مثل زاوية د جـ ز. فمثلث د ب جـ مثل ‹مثلث د ز جـ› وب جـ

5 مثل جـ ز. فضرب ا جـ في جـ ب مثل ضرب ا جـ ‹في جـ ز. وز د› مثل د ا ود ا مثل د ب، فـ ز د مثل د ب. ولأن مثلث ا د ز متساوي الساقين، يكون ضرب ا جـ ‹في› جـ ز ‹مثل مربع جـ هـ منقوصًا منه مربع هـ ز، فيكون ضرب ا جـ في جـ ز› مع مربع ز د مثل مربع جـ د، فضرب ا جـ ‹في ب جـ الذي هو مثل ضرب ا جـ في جـ ز› مع مربع ب د مثل مربع جـ د؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

10 ‹**يز**› ‹كل دائرة› يخرج فيها وتر كيفما اتفق، ويُقسم أحد القوسين ‹اللذين يوترهما› بالوتر بنصفين، ويُخرج من موضع ‹القسمة خطان› يقطعان الوتر كيفما اتفق، ‹ثم يوصل أطراف الخطين بطرفي الوتر› بخطوط مستقيمة، فإن الخطين ‹اللذين بين طرفي الوتر وبين طرف أحد الخطين مجموعين› إلى الخطين اللذين ‹بين طرفي الوتر وبين طرف الخط الآخر مجموعين، كأحد الخطين إلى› الآخر.

15 مثال ذلك: ‹دائرة ا ب جـ، قسم قوس› ا جـ بنصفين على نقطة / هـ. وخرج من نقطة هـ خطا هـ ح ب هـ ز د كيفما اتفق، ووصل خطوط ا ب جـ ب ا د جـ د. ٤٢٥-و

فأقول: إن نسبة ا ب ب جـ مجموعين إلى ا د د جـ مجموعين كنسبة ب هـ إلى هـ د.

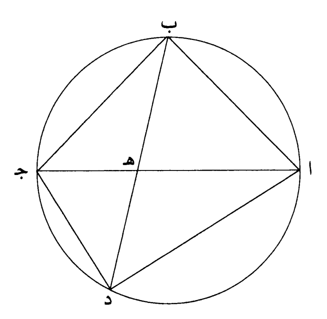


4-3 زاوية د ز جـ: مكررة وأضاف قبلها حرف الواو – 16 هـ ح ب هـ ز د: هـ ح د هـ ز و – 19 هـ د: هـ و.

برهان ذلك: أنا نصل ا هـ هـ جـ، فيكونان متساويين، فيكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ا جـ من مثلث ا ب جـ متساويتين وزاوية هـ ا جـ مثل زاوية هـ د جـ، فزاوية هـ د جـ مثل زاوية هـ جـ ز، فمثلث هـ د جـ شبيه بمثلث هـ جـ ز، فنسبة هـ د إلى هـ جـ كنسبة جـ هـ إلى هـ ز وكنسبة د جـ إلى جـ ز. ونسبة د جـ إلى جـ ز كنسبة د ا إلى ا ز 5 لأن الزاويتين عند نقطة د متساويتان. ‹فنسبة› ا د د جـ مجموعين إلى ا جـ كنسبة د هـ إلى هـ جـ. فنسبة ا د د جـ إلى د هـ كنسبة ا جـ إلى جـ هـ. وبمثل هذا البرهان بعينه، يتبين أن نسبة ا ب ب جـ إلى ب هـ كنسبة ا جـ إلى جـ هـ. فنسبة ا ب ب جـ مجموعين إلى ا د د جـ مجموعين كنسبة ب هـ إلى هـ د؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹**يح**› كل دائرة يخرج فيها قطر من أقطارها، ثم يقسم أحد نصفي الدائرة بنصفين، 10 ويخرج من موضع القسمة خط يقطع القطر كيفما اتفق، ويوصل بين طرفي القطر وبين طرف الخط بخطين مستقيمين، فإن مربع الخطين إذا صارا كخط واحد ضعف مربع الخط القاطع للقطر.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ د خرج فيها قطر ا جـ، ‹وقُسم نصفُ دائرة› ا د جـ بنصفين على نقطة د، وخرج خط د هـ ب ليقطع ‹الدائرة على ب، ووصل› خطا ا ب 15 ب جـ.

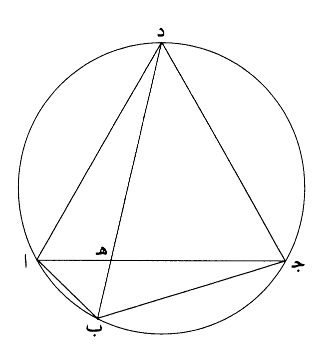


فأقول: إن مربع خطي ا ب ‹ب جـ مجموعين إذا صارا كخطٍ› واحدٍ ضعف مربع ب د.

برهان ذلك: أنا نصل ‹خطي› ا د د جـ، فيكون نسبة ا ب ب جـ مجموعين ‹إلى ب د› كنسبة ا جـ إلى جـ د، كما تبين من قبل. ‹فنسبة مربع› ا ب ب جـ إذا صارا كخطٍ واحدٍ ‹إلى مربع ب د كنسبة› مربع ا جـ إلى مربع جـ د. ومربع ا جـ ‹ضعف مربع 20 جـ د، فمربع› ا ب ب جـ ضعف ‹مربع ب د؛ وذلك ما أردنا أن نبين›.

‹يط› ‹كل دائرة يرسم فيها ضلع مثلث› متساوي الأضلاع، ‹ثم يقسم القوس التي يوترها هذا الضلع على نقطة، ونخرج من موضع القسمة خط يقطع الضلع› الذي يوتر تلك ‹القوس وينتهي إلى الدائرة، ثم يُخرج من طرف الخط إلى طرفي› الضلع خطان، ‹فإن هذين الخطين مجموعين مساويان لذلك الخط›./

5 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ د يرسم فيها مثلث ا د جـ، وخرج من نقطة د خط د هـ ب، ووصل ا ب ب جـ. ٤٢٥-ظ



فأقول: إن ا ب ب جـ مجموعين مساويان لخط ب د.

برهان ذلك: أن نسبة ا ب ب جـ إلى ب د هي كنسبة ا جـ إلى جـ د، كما تبين من قبل. لأن قوس ا د مثل قوس د جـ وا جـ مثل جـ د، فـ ا ب ب جـ مجموعين مثل

10 ب د؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

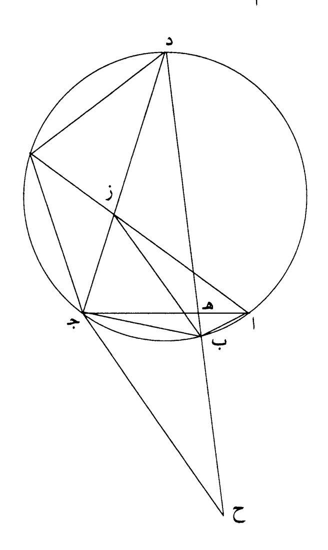
‹كـ› كل دائرة يخرج فيها ضلع المخمس، ثم يقسم بقية الدائرة بنصفين، ويخرج من موضع القسمة خط يقطع ضلع المخمس ينتهي إلى الدائرة، ثم يوصل بين طرفي ضلع المخمس وبين طرف الخط بخطين مستقيمين، فإن مجموع الخطين مع الخط الأول، إذا اتصلت الثلاث على استقامة وصارت خطًا واحدًا، فهو مقسوم على نسبة ذات وسط

15 وطرفين، والقسم الأعظم هو الخط القاطع.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ د فيها ضلع المخمس وهو ا جـ، وقسم قوس ا د جـ بنصفين على نقطة د، وخرج خط د هـ ب يقطع ا جـ ووصل ا ب ب جـ.

10 ب د: ب و – 16 ا جـ: ا د.

فأقول: إن ا ب ب جـ ب د إذا اتصلت على استقامة، فهي مقسومة على نسبة ذات وسط وطرفين ‹والقسم الأعظم هو د ب›.



برهان ذلك: أنا نصل د جـ، فيكون نسبة ا ب ب جـ إلى ب د كنسبة ا جـ إلى جـ د، كما تبين من قبل. ود جـ يوتر قسي الدائرة، فإذا قسم د جـ على نسبة ذات وسط وطرفين، كان الضلع الأعظم مثل ‹ا جـ›. ونقسم د جـ على ز، فيكون د ز مثل ا جـ، 5
فيكون نسبة ا ب ‹ب جـ إلى› ب د كنسبة ز د إلى جـ د.

ونخرج د ب على استقامة ‹إلى نقطة ح ويكون ب ح› مثل ا ب ب جـ، فيكون نسبة ح ب إلى د ب كنسبة ‹جـ ز إلى ز د›، فنسبة ح د إلى ب د ‹كنسبة جـ د إلى د ز وكنسبة د ب إلى ب ح. ‹فنسبة ح د إلى د ب كنسبة د ب إلى ب ح›. 10

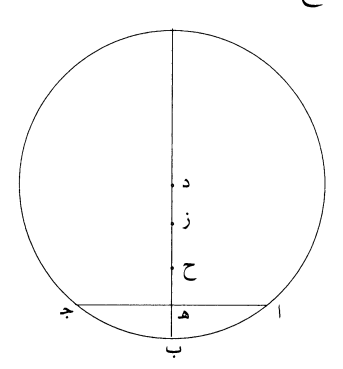
‹فنسبة› ا ب ب جـ ب د ‹إلى ب د كنسبة ب د إلى ا ب› ب جـ، فخطوط ا ب ب جـ ‹ب د إذا اتصلت الثلاثة على استقامة وصارت خطًا واحدًا›، فهي مقسومة على نسبة ‹ذات وسط وطرفين›؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

6 جـ د: ممحوة – 7 د ب: جـ د / ا ب ب جـ: مطموسة – 8 ح ب: ح و / د ب: وحـ / ح د: ح حـ / ب د: حـ و – 9 د ز: ب د – 10 هناك بعض العبارات الممحوة ونظن – تخمينًا – أنها تتعلق بتفصيل علاقات التناسب للوصول إلى النتيجة، وهي لا تغير شيئًا من المعنى.

⟨كا⟩ كل دائرة يخرج فيها ضلع المخمس، ويخرج من المركز عمود على ضلع المخمس، ٤٢٦-و
وينفذ على استقامة إلى محيط الدائرة، ويفصل منه مما يلي المركز مثل سهم القوس التي
هي الخمس، فإن الباقي من العمود هو مساوٍ لضلع المعشر.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ خرج فيها ضلع المخمس وهو ا جـ. وخرج من المركز، وهو
5 د، عمود د هـ ونفذ إلى ب، وفصل ز د مثل ب هـ.

فأقول: إن هـ ز مساوٍ لضلع المعشر.

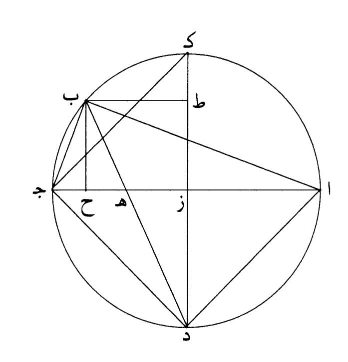


برهان ذلك: أنا نفصل د ب بنصفين على نقطة ح، فيقسم خط ز هـ بنصفين على
نقطة ح. وقد تبين في المقالتين الملحقتين بكتاب أقليدس أن عمود د هـ مساوٍ لنصف ضلع
المسدس ونصف ضلع المعشر؛ وخط د ح نصف ضلع المسدس، فخط هـ ح نصف ضلع
10 المعشر، فخط هـ ز هو ضلع المعشر؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

⟨كب⟩ كل دائرة يخرج فيها قطر من أقطارها، ويقسم أحد نصفيها بنصفين، ويخرج
من موضع القسمة خط كيفما اتفق يقطع القطر وينتهي إلى المحيط، ويخرج من طرفه
خطان إلى طرفي القطر، ويخرج من موضع القسمة أيضًا خطان إلى طرفي القطر، فإن
المنحرف الذي يحدث نصف مربع الخط الذي خرج من موضع القسمة.

15 مثال ⟨ذلك⟩: دائرة ا ب جـ د فيها قطر ا جـ. وقسم قوس ا د جـ بنصفين على نقطة
د وخرج خط د هـ ب كيفما اتفق، ووصلت خطوط ا ب ب جـ جـ د د ا.

2 محيط: المحيط – 7 ز هـ: د هـ.



فأقول: إن مربع ‹ا ب جـ د مساوٍ› لنصف مربع خط ب د.

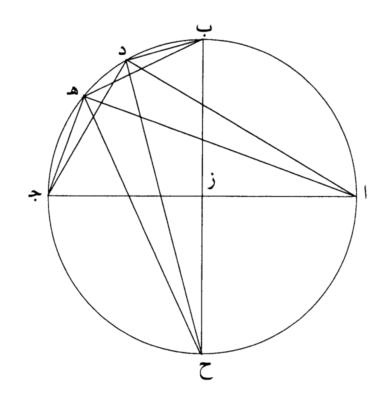
برهان ذلك: أنا نحدّ المركز ‹ز ونصل› د ز وننفذه إلى كـ، فيكون د ز كـ عمودًا ‹على ا جـ. ونخرج من نقطة› ب عمودي ب ح ب ط، فيكون ا جـ في ‹ب ح› ضعف مثلث ا ب جـ، ‹وضرب ا جـ في د ز› ضعف مثلث ا د جـ. فضرب ‹ا جـ› في ب ح ‹مثل ضرب ا جـ في ز ط، وضرب ا د في د جـ مثل› ضعف مربع د ز. وز جـ مثل ز د، فضرب ‹ز جـ في د ط مثل مربع› ا ب جـ د. وا جـ ‹مثل د كـ› وضرب كـ د ‹في د ط مثل مربع ب د›، فمربع ‹ا ب جـ د مثل نصف مربع ب د؛ وذلك ما أردنا أن نبين.›/

‹**كجـ**› كل دائرة يخرج فيها قطر من أقطارها، ويقسم أحد نصفيها بنصفين، ثم يفرض على أحد أرباعها نقطتان، ويخرج من كل واحدة منهما خطان إلى طرفي القطر وخط إلى نقطة النصف، فإن مربع أعظم الخطين، إذا صارا خطًا واحدًا، يزيد على مربع أصغر الخطين، إذا صارا خطًا واحدًا، بضعف زيادة مربع أعظم الخطين اللذين يصلان بين النقطتين وبين منتصف القوس على مربع أصغرهما. ٤٢٦-ظ

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ، خرج فيها قطر ا جـ، وقسمت قوس ا ب جـ بنصفين على نقطة ب، وفرض على قوس ب جـ نقطتا د هـ ووصلت خطوط ا د د جـ ا هـ هـ جـ هـ ب د ب.

فأقول: إن زيادة مربع ا د د جـ، إذا صارا خطًا واحدًا، على مربع ا هـ هـ جـ، إذا صارا خطًا واحدًا، ضعف زيادة مربع هـ ب على مربع د ب.

1 لنصف: نصف – 2 نحدّ: نجد – 9 طرفي: طرف.



برهان ذلك: أنا نحدّ المركز وليكن ز، ونصل ب ز وننفذه إلى ح، فينقسم قوس ا ح جـ بنصفين على نقطة ح. ونصل ح د، فيكون مربع ا د د جـ، إذا صارا خطًا واحدًا، ضعف مربع ح د؛ وكذلك يكون مربع ا هـ هـ جـ، إذا صارا خطًا واحدًا، ضعف مربع هـ ح، كما تبين في الشكل يح. فزيادة مربع ا د د جـ على مربع ا هـ هـ جـ

5 هي زيادة ضعف مربع ح د على ضعف مربع ح هـ. وزيادة الضعف على الضعف هي ضعف ‹زيادة› النصف على النصف. فزيادة مربع ا د د جـ على مربع ا هـ هـ جـ هي ضعف ‹زيادة مربع ح د› على مربع ح هـ. وزيادة مربع ح د على مربع ح هـ هي زيادة ‹مربع هـ ب على مربع› ب د.

فزيادة مربع ا د د جـ على مربع ا هـ هـ جـ هي ضعف ‹زيادة مربع هـ ب على مربع›

10 د ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

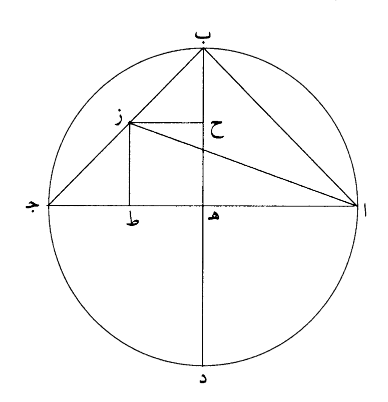
‹**كد**› كل دائرة يخرج فيها ‹قطران يتقطعان على زوايا قائمة، ثم يوصل› بين طرفي أحد القطرين وبين طرف ‹القطر الآخر؛ ويخرج من أحد طرفي› القطر الأول إلى الوتر المقابل له خط كيفما ‹اتفق، ويخرج من نقطة التقاطع عمود على› القطر الآخر، فإن ضرب نصف القطر ‹في الخط الذي فصله منه العمود مثل› المثلث الذي يلي طرف القطر

15 ‹والذي قاعدته هي الخط الخارج من طرف القطر الأول›.

1 نحدّ: نجد / ز ونصل: ا د نصل – 2 ح د: حـ ر ح ر – 3 وكذلك: ولذلك – 5 ح د: ح و – 6 د جـ: و حـ / هي: هو – 7 ح د: ح و – 9 د جـ: ح و.

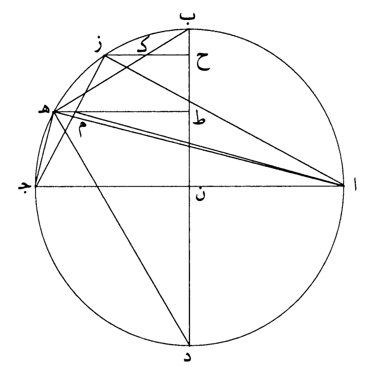
‹مثال ذلك: دائرة ا ب جـ د›، فيها قطرا ا جـ ب د يتقاطعان ‹على نقطة هـ، ووصل جـ ب، وخرج من نقطة ا خط يقطع جـ ب على نقطة› ز كيفما اتفق وخرج ‹من ز عمود ز ح على ب د.

أقول: إن ضرب هـ ب في ب ح› مثل مثلث / ا ب ز. ٤٢٧-و



5 برهان ذلك: أنا نخرج عمود ز ط، فيكون ضرب ا جـ في ط ز ضعف مثلث ا ز جـ. وز ط مثل ح هـ، فضرب ا جـ في هـ ح ضعف مثلث ا ز جـ؛ وضرب ا جـ في هـ ب ضعف مثلث ا ب جـ، فيبقى ضرب ا جـ في ب ح ضعف مثلث ا ب ز؛ وا جـ ضعف هـ ب، فضرب هـ ب في ب ح مثل مثلث ا ب ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹**كه**› وأيضًا فلنعد الدائرة والقطرين، وليكن بالمركز ن، ونفرض على قوس ب جـ 10 نقطتي ز هـ، ونصل خطوط ا ز زجـ ا هـ هـ جـ هـ ب، ونخرج عمودي ز ح هـ ط؛ وليقطع عمود ز ح خط هـ ب على نقطة ك، وليقطع عمود هـ ط خط ز جـ على نقطة م، ونصل ا م.

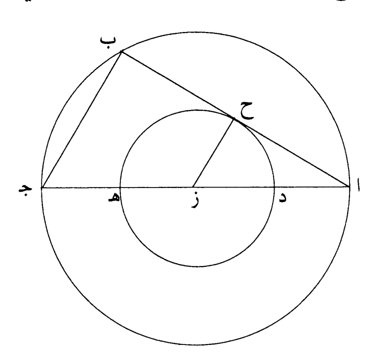


فأقول: إن ضرب ب هـ في هـ ك ضعف مثلث ا ز م.

برهان ذلك: أنا نصل د هـ، فيكون ضرب د ب في ب ح مثل ضرب هـ ب في ب ك لأن مثلثي ب هـ د ب ح ك متشابهين، لأن زاويتي هـ ح كل واحدة منهما قائمة. وضرب د ب في ب ط مثل مربع ب هـ، فيبقى ضرب د ب في ح ط مثل ضرب ب هـ في هـ ك. وأيضاً، فإن ضرب د ب في ن ح ضعف مثلث ا ز جـ، لأن ن ح مساوٍ للعمود الواقع من نقطة ز على خط ا جـ، وب د مثل ا جـ، وضرب ب د في ن ط ضعف مثلث ا م جـ، فضرب د ب في ح ط هو زيادة ضعف مثلث ا ز جـ على ضعف مثلث ا م جـ. فضرب د ب في ح ط هو ضعف زيادة مثلث ا ز جـ على مثلث ا م جـ. وضرب ب هـ في هـ ك ‹مثل ضرب د ب في ح ط›، فضرب ب هـ في هـ ك هو ضعف زيادة مثلث ا ز جـ على مثلث ا م جـ. وزيادة مثلث ا ز جـ على مثلث ا م جـ مثل مثلث ‹ا م ز، لأن خطي ز ح م ط يكونان› متوازيين، فضرب ب هـ ‹في هـ ك هو ضعف مثلث ا م ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين›.

‹كو› كل دائرتين على مركز ‹واحد يخرج فيهما خط يقطع الدائرتين ويجوز على المركز، ويخرج من إحدى نقطتي التقاطع خط يماس الدائرة الصغرى ثم يخرج حتى يلقى الدائرة الكبرى، فوتر القوس التي تنفصل من الدائرة› الكبرى تكون مساوية ‹لقطر الدائرة الصغرى، وينقسم الخط المماس بنصفين على نقطة التماس، ويكون مربع المماس مع مربع قطر الدائرة الصغرى مثل مربع الدائرة الكبرى›.

مثال ذلك: دائرتا ‹ا ب جـ د ح هـ ومركزهما ز، ويخرج من نقطة ا› خط ا ح ‹يماس الدائرة الصغرى على ح، وننفذه إلى نقطة ب› التي تقع ‹على الدائرة الكبرى.



7 ا م جـ: ا هـ جـ – 8 ا م جـ: ا هـ جـ / ا م جـ: ا هـ جـ – 10 ا م جـ: ا هـ جـ / ا م جـ: ا هـ جـ.

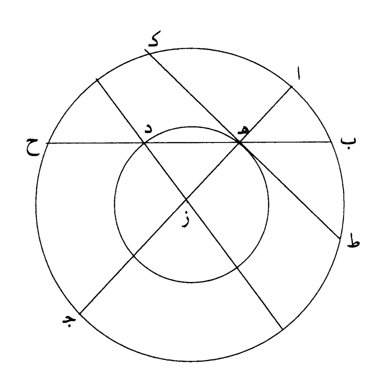
فأقول: إن وتر قوس ب جـ مساوٍ لقطر دائرة د ح هـ، وخط ا ب ينقسم بنصفين على ح، وإن مربع ا ب›/ مع مربع قطر دائرة د ح هـ مثل مربع قطر دائرة ا ب جـ. ٤٢٧ – ظ

برهان ذلك: أنا نصل ا ز وننفذه إلى جـ، وليقطع دائرة د ح هـ على نقطتي د هـ، فيكون ا جـ قطر الدائرة الكبرى ويكون د هـ قطر الدائرة الصغرى. ونصل ز ح جـ ب، فيكون زاوية ح قائمة وزاوية ب قائمة، فيكون خط جـ ب موازيًا لخط ز ح، فنسبة ب ا إلى ا ح كنسبة جـ ا إلى ا ز. وجـ ا ضعف ا ز، فـ ب ا ضعف ا ح. فقد انقسم المماس بنصفين بنقطة التماس. ولأن جـ ا ضعف ا ز، يكون جـ ب ضعف ز ح وز ح نصف قطر دائرة د ح هـ. فخط جـ ب مثل قطر دائرة د ح هـ ومربع ا ب مع مربع ب جـ مثل مربع ا جـ.

وكل خط يماس دائرة د ح هـ، إذا خرج من أحد طرفيه قطر للدائرة ووصل بين الطرف الآخر وبين طرف القطر، كان الخط الواصل مساويًا لقطر الدائرة الصغرى، فيكون القسي التي تنفصل بالخط المماس النظائر لقوس ب جـ أبدًا متساوية. فيكون القسي التي تنفصل بالخطوط المماسة متساوية، فيكون الخطوط المماسة متساوية؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹كز› كل دائرتين على مركز واحد يخرج فيهما خط يقطع الدائرتين، فإن الجزئين منه اللذين يقعان فيما بين الدائرتين يكونان متساويين، ويكون مربع الذي في داخل الدائرة الصغرى مع مربع الخط المماس، مساويًا لمربع جميع الخط.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ، مركزهما ز، وخرج فيهما خط ب هـ د ح قطع الدائرتين.



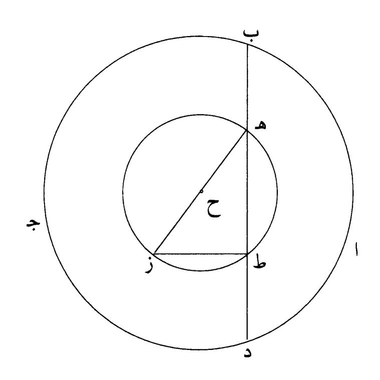
2 د ح هـ: وح هـ – 10 د ح هـ: وح هـ.

فأقول: إن ‹مربع› د هـ ‹مع مربع› المماس مثل مربع ب ح.

برهان ‹ذلك: أنا نخرج من مركز الدائرتين›، وليكن ز، خط ز هـ ا، وننفذه ‹إلى نقطة جـ ونخرج المماس› للدائرة الصغرى، وليكن هـ ط، ‹فضرب جـ هـ في هـ ا مثل مربع هـ ط؛ وضرب جـ هـ في› هـ ا مثل ضرب ح هـ في هـ ب ‹وهو مثل مربع هـ ط.
5 ونخرج من› نقطة ز خطًا إلى نقطة د وأنفذناه، ‹فنقطة د تقسم القطر بخطين› مثل خطي ا هـ هـ جـ، ‹ويكون ضرب ح د في› د ب مثل ضرب ‹ح هـ في هـ ب، فخط ح د مساوٍ لخط ب هـ؛ وضرب ح هـ في هـ ب مثل مربع هـ ط، و›أيضًا كان ضرب / جـ هـ [٤٢٨-و] في هـ ا مثل مربع هـ ط. وهـ ط مثل هـ ك. فضرب جـ هـ في هـ ا أربع مرات مثل مربع ط ك، فضرب ح هـ في هـ ب أربع مرات مثل مربع ط ك. وح د مثل هـ ب، فـ ح هـ
10 مثل د ب، فضرب د ب في ب هـ أربع مرات مثل مربع ط ك. وضرب د ب في ب هـ أربع مرات مع مربع هـ د مثل مربع د ب ب هـ الذي هو ب ح، فمربع المماس مع مربع هـ د مثل مربع ب ح؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹**كح**› كل دائرتين على مركز واحد يخرج فيهما خط يقطع الدائرتين ولا يجوز على المركز، ثم يخرج من إحدى نقطتي التقاطع بين الخط القاطع وبين الدائرة الصغرى عمود
15 على الخط القاطع، فإن مربع الخط القاطع مع مربع العمود مساوٍ لمربع قطر الدائرة الكبرى.

مثال **ذلك**: دائرتا ا ب جـ هـ ط ز، مركزهما ح. وخرج فيهما خط ب هـ ط د يقطع الدائرتين ولا يجوز على المركز، وخرج من نقطة ط عمود ط ز.



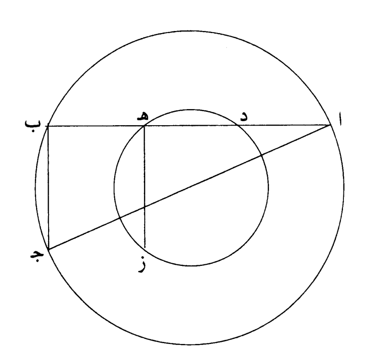
1 د هـ: ب هـ – 11 هـ د: هـ و – 12 هـ د: هـ و.

فأقول: إن مربع ب د ومربع ط ز مساوٍ لمربع قطر الدائرة الكبرى.

برهان ذلك: أنا نصل هـ ز، فيكون قطرًا، لأن زاوية هـ ط ز قائمة، فقوس هـ ط ز نصف دائرة، فخط هـ ز قطر دائرة ط ز. ومربع ب د هو ضرب د هـ في هـ ب أربع مرات ومربع هـ ط، فمربع ب د ومربع ط ز هو ضرب د هـ في هـ ب أربع مرات ومربع هـ ط ومربع ط ز؛ ومربع هـ ط ومربع ط ز هو مربع هـ ز. وضرب د هـ في هـ ب أربع مرات هو مربع الخط المماس، فمربع ب د مع مربع ط ز هو مربع المماس مع مربع هـ ز، الذي هو قطر الدائرة الصغرى. ومربع المماس مع مربع قطر الدائرة الصغرى هو مربع قطر الدائرة الكبرى، كما تبين في الشكل كو؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

⟨كط⟩ كل دائرتين على مركز واحد يخرج فيهما خط يقطع الدائرتين ولا يجوز على المركز، ويخرج من طرفه الذي على الدائرة الكبرى ومن نقطة التقاطع بينه وبين الدائرة الصغرى عمودان يقعان في داخل الدائرتين، فإن العمودين متساويان.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز مركزهما واحد، وخرج فيهما خط ا د هـ ب يقطع الدائرتين وخرج من نقطتي ب هـ عمودا ب جـ هـ ز.



فأقول: إن عمودي ب جـ هـ ز متساويان.

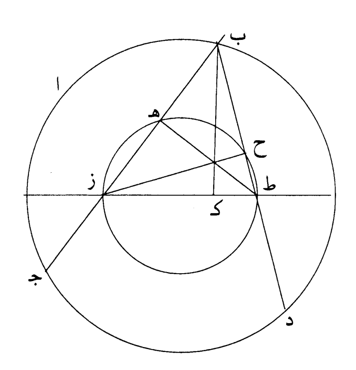
برهان ذلك: أن زاوية ا ب جـ قائمة، فالخط الذي يصل بين نقطتي ا جـ هو قطر الدائرة، فمربع ا ب ومربع ب جـ مثل مربع قطر الدائرة الكبرى. وقد تبين في الشكل ⟨الذي⟩ قبل هذا الشكل أن مربع / ا ب مع مربع هـ ز مثل مربع قطر الدائرة الكبرى، ٤٢٨-ظ

3 ب د: ب و – 5 ومربع ط ز: فمربع هـ ز – 6 ب د: ب و – 13 الدائرتين: ربما كرر آخر الكلمة السابقة في أول السطر التالي – 16 تبين: يتبين.

فمربع ا ب مع مربع ب جـ مثل مربع ا ب مع مربع هـ ز، فخط ب جـ مثل خط هـ ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹ل› كل دائرتين على مركز واحد يخرج فيهما قطر للدائرة الصغرى، ويخرج من طرفي القطر خطان يقطعان الدائرة الصغرى ويلتقيان على محيط الدائرة الكبرى، ثم يخرجان حتى يلقيان الدائرة الكبرى في الجهة الأخرى، فإن القوس التي تنفصل بين هذين الخطين من الدائرة الكبرى شبيهة بمجموع القوسين اللتين تنفصلان من الدائرة الصغرى.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د ط ح هـ ز خرج فيهما قطر ط ز، وخرج من نقطتي ط ز خطا ط ح ب ز هـ ب، ونفذا إلى جـ د.



فأقول: إن قوسي ط ح ز هـ مجموعين شبيه بقوس د جـ.

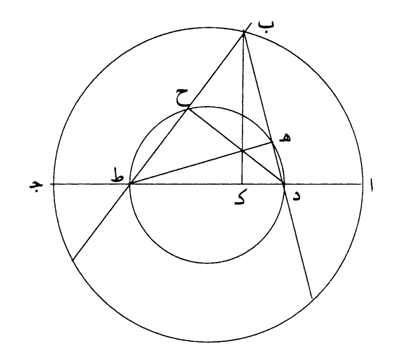
برهان ذلك: أنا نصل خطي ز ح ط هـ ونخرج عمود ب ك، فيكون مثلث ب ط ك شبيهًا بمثلث ز ح ط، فزاوية ط ب ك مثل زاوية ط ز ح ومثلث هـ ز ط شبيهًا بمثلث ب ك ز، فزاوية ز ط هـ مثل زاوية ك ب ز، فمجموع زاويتي ز ط هـ ط ز ح مثل زاوية جـ ب د، فمجموع قوسي ط ح ز هـ شبيه بقوس د جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

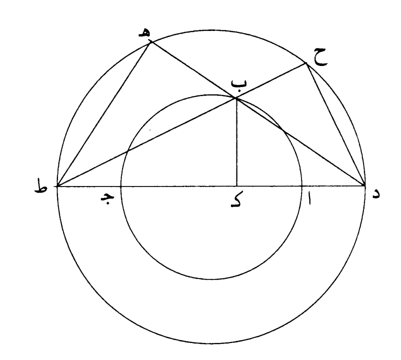
‹لا› كل دائرتين على مركز واحد يخرج فيهما قطر من أقطارهما، ثم يخرج من طرفي قطر إحداهما خطان يلتقيان على محيط الدائرة الأخرى، فإن مربعيهما مجموعين مثل مربعي قسمي قطر الدائرة العظمى.

4 ويلتقيان: ويلقيان – 6 شبيهة: شبيه / اللتين تنفصلان: اللذين ينفصلان، وهذا جائز إلا أنه أخذ بالتأنيث في الجملة نفسها – 9 شبيه: يقصد «المجموع» – 12 ك ب ز: ك ب ا – 15 يلتقيان: يلقيان.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ط، مركزهما نقطة واحدة، خرج فيهما قطر ا د ط جـ، وخرج من نقطتي د ط خطا د هـ ط ح، والتقيا على نقطة ب.

فأقول: إن مربعي د ب ب ط مثل مربعي ا د د جـ.





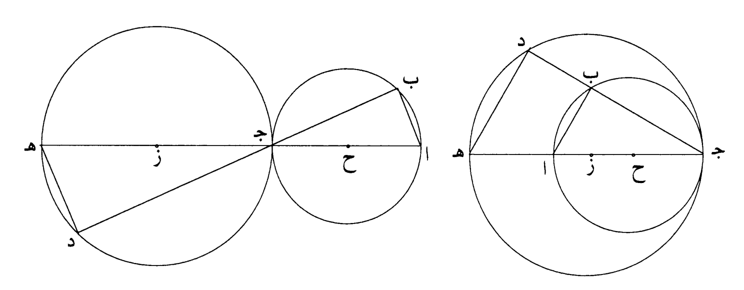
برهان ذلك: أنا نصل خطي د ح ط هـ ونخرج عمود ب ك. فيكون الزاويتان اللتان
5 عند نقطتي هـ ح قائمتين، فكل واحدة منهما مساوية لزاوية ك، فتكون الدائرة التي تدار على مثلث ط هـ ب تمر بنقطة ك، فضرب ب د في د هـ مثل ضرب ط د في د ك. وكذلك يتبين أن ضرب ب ط في ط ح مثل ضرب د ط في ط ك. فمربع د ط مثل ضرب ب د في د هـ مع ضرب ب ط في ط ح. فإن كان الالتقاء على محيط الدائرة الكبرى على ما في الصورة الأولى، زدنا ضرب د ب في ب هـ مع ضرب ط ب في
10 ب ح اللذين هما مثل ضرب ط ا في ا د مرتين، لأنا إذا أخرجنا ب د إلى أن ينتهي إلى الدائرة الكبرى، كان الجزء الخارج مثل ب هـ، فمربعا د ب ب ط مثل ضرب ط ا في ا د مرتين مع مربع د ط؛ وضرب ط ا في ا د مرتين مع مربع د ط هو مربعا ا د ا ط، أعني د جـ. وإن كان الالتقاء على محيط الدائرة الصغرى، كما في الصورة الثانية، نقصنا ضرب د ب في ب هـ وط ب في ب ح اللذين هما ضرب د ا في ا ط
15 مرتين، فيبقى مربعا د ب ب ط مثل مربع د ا ومربع ا ط، فمربعا د ب ب ط مثل مربعي قسمي القطر؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

2 والتقيا: وايضا – 4 ب ك: ر ك – 5 قائمتين: قائمتان – 6 ط د: ط هـ – 7 د ط: و ط / د ط: و ط – 9 ب هـ: د هـ.

〈لب〉 وكل دائرتين تتماسان ويخرج من موضع التماس خط يقطع الدائرتين، فإن القطعتين / المتبادلتين من الدائرتين متشابهتان من داخل التماس أو من خارج، ويكون نسبة الخطين أحدهما إلى الآخر كنسبة القطر إلى القطر. ٤٩١-ظ

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ جـ د هـ تتماسان على نقطة جـ، وخرج فيهما خط ب جـ د.

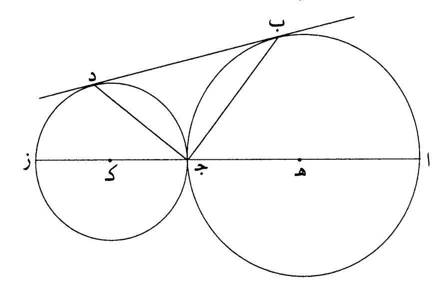
5 〈فأقول: إن قوسي جـ ب جـ د〉 متشابهان 〈ونسبة جـ ب إلى جـ د كنسبة القطر إلى القطر〉.



برهان ذلك: أنا نحد المركزين وليكونا ح ز، ونصل ح ز، فهو يمرّ بنقطة جـ، وننفذ ح ز إلى ا هـ، 〈و〉نصل ا ب هـ د، فيكون زاويتا ب د قائمتين، فيكون خطا ا ب هـ د متوازيين، فيكون زاويتا ب ا جـ جـ هـ د متساويتين، فيكون قوسا ب جـ د جـ متشابهتين، 10 ويكون قوسا ا ب هـ د الباقيتان أيضًا متشابهتين، ويكون نسبة ب جـ إلى جـ د كنسبة ا جـ إلى جـ هـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

〈لجـ〉 كل دائرتين تتماسان من خارج، ويخرج خط يماس الدائرتين، ويوصل بين طرفيه وبين نقطة التماس، فإن الزاوية التي تحدث قائمة.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ جـ د ز تتماسان على نقطة جـ، ومركزاهما هـ كـ؛ وخرج 15 خط ب د يماس الدائرتين على نقطتي ب د، ووصل 〈ب جـ〉 د جـ.



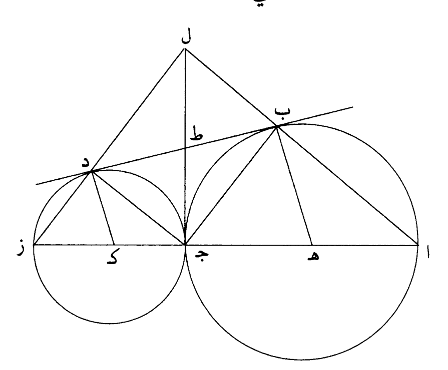
2 متشابهتان: متشابهتين – 3 القطر (الثانية): القطره – 4 فيهما: منهما – 8 هـ: ر / هـ د (الثانية): هـ و – 9 جـ هـ د: حـ هـ و / قوسا: فقوسا / متشابهتين: متشابهتان – 10 جـ د: حـ ر – 13 التماس: مكررة.

فأقول: إن زاوية ب جـ د قائمة.

برهان ذلك: أنا نصل هـ ك، فهو يمر بنقطة جـ، ‹ونخرج› خط جـ ط عمودًا على خط هـ ك، فيكون جـ ط مماسًا للدائرتين. ولأن خطي جـ ط ب ط يماسان دائرة ا ب جـ، يكون ب ط جـ ط متساويين؛ ولأن خطي جـ ط د ط يماسان دائرة جـ د ز، 5 يكون جـ ط د ط متساويين، فخطوط ب ط ط جـ ط د الثلاثة متساوية، فالدائرة التي قطرها ب د تمر بنقطة جـ، فزاوية ب جـ د قائمة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ولنعد الصورة، ونخرج هـ ك في الجهتين إلى ا وإلى ز، ونصل ا ب ز د ونخرجهما على استقامة.

فأقول: إنهما يلتقيان وإن الزاوية التي يلتقيان عليها قائمة.

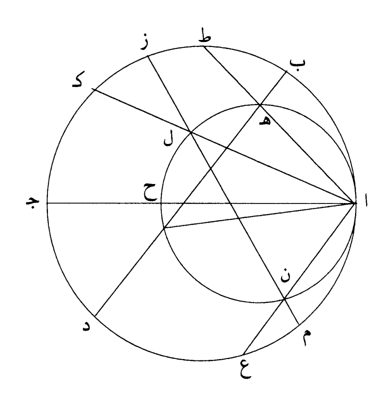


10 برهان ذلك: أن زاويتي ب د ز د ب ا كل واحدة منهما أعظم من قائمة، فالزاويتان اللتان عند نقطتي ب د – فوق خط ب د – أقل من قائمتين، فالخطان يلتقيان، فليلتقيا على نقطة ل. فلأن زاوية ب جـ ط مع زاوية ب جـ ا قائمة وزاوية جـ ب ط مع زاوية ل ب ط قائمة، وزاوية ب جـ ط مثل زاوية جـ ب ط، يكون زاوية ب جـ ا مثل زاوية ل ب ط. وكذلك يتبين أن زاوية د جـ ز مثل زاوية ل د ط؛ وزاويتا ب جـ ا د جـ ز 15 مجموعتين مثل زاوية قائمة، لأن زاوية ب جـ د قائمة، فزاويتا د ب ل ل د ب مجموعتين مثل زاوية قائمة، فزاوية ل قائمة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹لد› كل دائرتين تتماسان من داخل، ويخرج / ‹خطان› يقطعان الدائرتين على أي موضع خرجا، ووصل بين نقطة التماس وبين موضعي التقاطع بخطين، فإن نسبة ضرب ٤٩١-و

2 هـ ك: هـ ط – 7 ولنعد: فوق السطر / ز: ر د / ا ب ز د: ب ر د – 9 إنهما: لانهما / يلتقيان (الأولى): يلتقيا – 10 د ب ا: د ب – 11 فليلتقيا: فليلتقيان – 13 وزاوية: متآكلة – 15 زاوية (الأولى): متآكلة / د ب ل: ر ب د.

قسمي أحد الخطين أحدهما في الآخر إلى مربع الخط الذي بين موضع التقاطع وبين نقطة التماس كنسبة ضرب قسمي الخط الآخر أحدهما في الآخر إلى مربع الخط الذي بين موضع التقاطع وبين موضع التماس.



مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ ا هـ ح تتماسان على نقطة ا. وخرج فيهما خطا ب هـ د ز ل م، ووصل ا هـ ا ل.

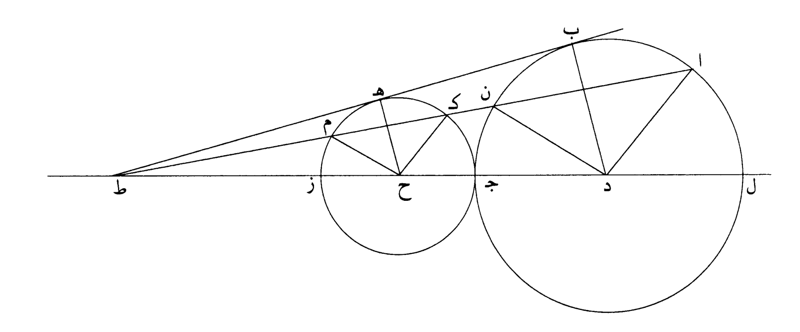
فأقول: إن نسبة ضرب ب هـ في هـ د إلى مربع ا هـ كنسبة ضرب ز ل في ل م إلى مربع ل ا، وإن نسبة ضرب ز ل في ل م إلى مربع ل ا كنسبة ضرب ز ن في ن م إلى مربع ن ا.

برهان ذلك: أنا نخرج خطوط ا هـ ا ل ا ن إلى نقط ط كـ ع ونخرج القطر المشترك، وليكن ا ح جـ. فيكون نسبة جـ ا إلى ا ح كنسبة كـ ا إلى ا ل وكنسبة ط ا إلى ا هـ وكنسبة ع ا إلى ا ن، كما تبين في الشكل الثاني والثلاثين، فنسبة ط ا إلى ا هـ كنسبة كـ ا إلى ا ل وكنسبة ع ا إلى ا ن، فنسبة ط هـ إلى هـ ا كنسبة كـ ل إلى ل ا وكنسبة ع ن إلى ن ا. فنسبة ضرب كـ ل ‹في› ل ا إلى مربع ا ل كنسبة ضرب ط هـ في هـ ا إلى مربع هـ ا، وكنسبة ضرب ع ن في ن ا إلى مربع ن ا، فنسبة ضرب ب هـ في هـ د إلى مربع هـ ا كنسبة ضرب ز ل في ل م إلى مربع ل ا، وكنسبة ضرب ز ن في ن م إلى مربع ن ا؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

4 مثال: مثل – 5 ا هـ ا ل: ا هـ ل – 6 ب هـ: ر هـ / ا هـ: ب هـ – 7 ز ل: ن ل – 10 ا ل وكنسبة: ا ل د كنسبة / ط ا: ط – 11 ا ن: م ن – 12 ل ا: متآكلة – 13 ل ا: ح ل – 14 هـ ا (الأولى): ح هـ.

‹له› كل دائرتين تتماسان من خارج، ويخرج خط يماس الدائرتين ويلقى القطر الذي يمر بمركزي ‹الدائرتين›، ويخرج من نقطة الالتقاء خط يقطع الدائرتين كيفما اتفق، فإنه يفصل منهما مما يلي نقطتي التماس قطعتين متشابهتين.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ جـ هـ ز تتماسان على نقطة جـ، ومركزاهما نقطتا د ح، والقطر المارّ بالمركزين ‹ل› د جـ ح ز ط، وخرج ب هـ ط يماس الدائرتين ويلقى القطر على نقطة ط، وخرج من نقطة ط خط قطع الدائرتين على نقطتي كـ ن.



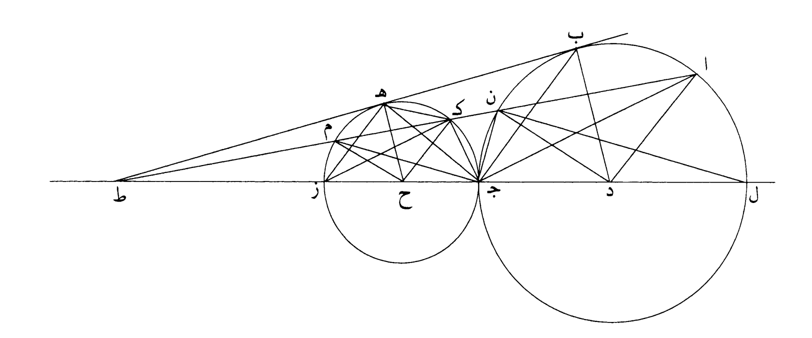
فأقول: إن قطعتي / ا ب ن كـ هـ م متشابهتان. ٤٢٩ - و

برهان ذلك: أنا نصل خطوط د ا د ب د ن ح كـ هـ ح ح م. فلأن زاويتي د ب ط ح هـ ط قائمتان، يكون خطا د ب ح هـ متوازيين، فنسبة د ب إلى ح هـ كنسبة د ط إلى ط ح؛ ود ب مثل د ا وح هـ مثل ح كـ. كذلك د ن مثل د ب وح م مثل ح هـ، فنسبة د ط إلى ط ح كنسبة د ا إلى ح كـ، وكنسبة د ن إلى ح م، فخط د ا موازٍ لخط ح كـ ود ن موازٍ لخط ح م، فزاوية ا د ن مساوية لزاوية كـ ح م، ‹و›قوس ا ب ن شبيهة بقوس كـ هـ م. ولأن الزوايا التي عند نقطة د مساوية للزوايا التي عند نقطة ح، يكون قوس ن جـ أيضًا شبيهة بقوس م ز وقوس ا ب شبيهة بقوس كـ هـ وقوس ب ن شبيهة بقوس ‹هـ م وقوس ا ل شبيهة بقوس› كـ جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ولنعد الصورة ونصل خطي ا جـ كـ جـ.

فأقول: إن زاوية ا جـ كـ قائمة.

5 ‹ل› د جـ ح ز ط وخرج: د جـ ح ز ط د خرج – 8 ح م: م – 10 ح كـ: هـ كـ – 12 ح م: في م.

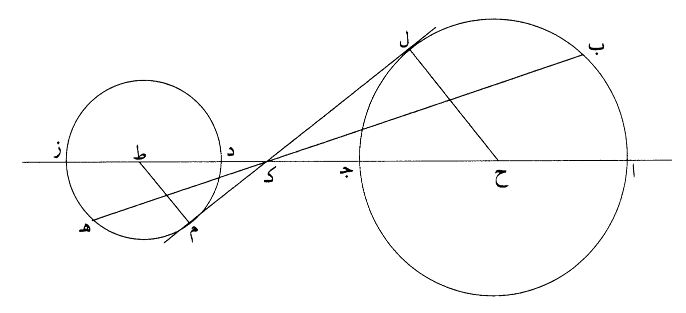


برهان ذلك: أنا نصل ب جـ جـ هـ، فيكون زاوية ب جـ هـ قائمة، كما تبين في الشكل لجـ. ولأن قوس ا ب شبيهة بقوس ‹ك هـ›، يكون زاوية ا جـ ب مساوية لزاوية هـ ز ك، وزاوية هـ جـ ك مشتركة، فزاوية ا جـ ك مثل زاوية ب جـ هـ؛ وزاوية ب جـ هـ قائمة، فزاوية ا جـ ك قائمة.

5 وكذلك يتبين: إن وصلنا بين نقطتي ن م وبين نقطة جـ بخطين، كان الزاوية التي تحدث عند نقطة جـ قائمة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹لو› ‹كلُّ› دائرتين مفترقتين يوصل بين مركزيهما بخط مستقيم، ثم يقسم الجزء الذي يحصل بين الدائرتين بقسمين نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة القطر إلى القطر، فإن الخط الذي يخرج من موضع القسم ويماس إحدى الدائرتين، فإنه يماس الأخرى، والخط الذي
10 يخرج من موضع القسمة ويقطع إحدى الدائرتين، فإنه [يماس] يقطع الدائرة الأخرى ويفصل من الدائرتين قطعتين متشابهتين متبادلتين.

‹مثال› ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز مفترقتان ومركزاهما ح ط، وأخرج القطر الذي يمرّ بمركزيهما وليكن ا ح جـ د ط ز، ونجعل ‹نسبة› جـ ك إلى ك د كنسبة ا جـ إلى د ز ولنخرج خط ك ل مماسًا لدائرة ا ب جـ ويخرج على استقامة في جهة ك.



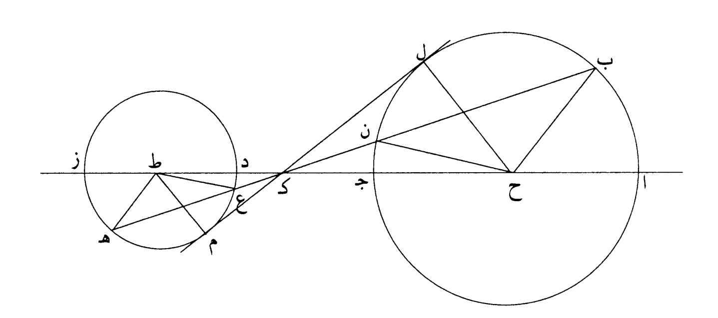
1 نصل ب جـ جـ هـ: يصر ب حـ حـ هـ هـ – 3 هـ ز ك: هـ جـ ك / هـ جـ ك: ب جـ ك – 5 وصلنا: صلنا – 10 إحدى: احد – 13 ك د: ك و – 14 ك ل مماسًا: أعاد ك ل، ثم رجع وكتب عليها «ماسا».

فأقول: إنه يماس دائرة د هـ ز.

برهان ذلك: أنا نصل ح ل ونخرج ط م موازيًا لـ ل ح، فهو يلقى خط ل كـ، فليلقه على نقطة م. فلأن نسبة جـ كـ إلى كـ د كنسبة القطر إلى القطر، يكون نسبة جـ كـ إلى كـ د كنسبة ح جـ إلى د ط وكنسبة الجميع إلى الجميع، فنسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة نصف القطر إلى نصف القطر، فنسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ح ل إلى نصف 5 القطر. ولأن ط م موازٍ لـ ح ل، / يكون نسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ح ل إلى ط م، ٤٢٩-ظ فخط ط م هو نصف قطر دائرة د هـ ز، فنقطة م على محيط الدائرة. ولأن ط م موازٍ لـ ح ل وزاوية ح ل كـ قائمة، يكون زاوية ط م كـ قائمة، فخط كـ م يماس الدائرة.

‹لز› وأيضًا، فإنا نخرج من نقطة كـ خطًا يقطع دائرة ا ب جـ، وليكن خط كـ ن ب، 10 فهو يقطع دائرة د هـ ز، لأنه يقطع الخط المماس، فليقطع دائرة د ز هـ على نقطتي ع هـ.

فأقول: إن قطعة ب ل ن شبيهة بقطعة ع م هـ.



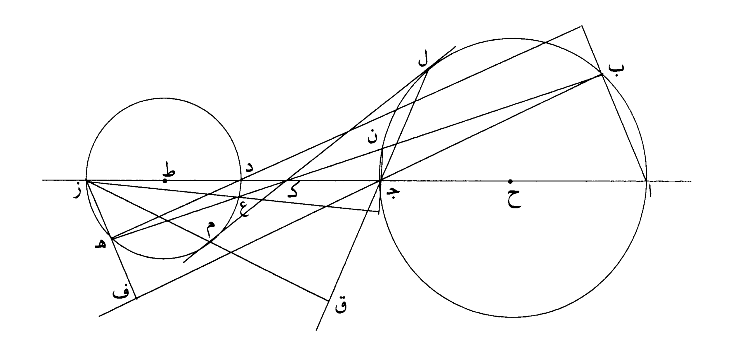
برهان ذلك: أنا نصل خطوط ح ب ح ن ط ع ط هـ، فيكون نسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ح ب إلى ط هـ وكنسبة ح ن إلى ط ع، فخط ح ب موازٍ لخط ط هـ وخط ح ن موازٍ لخط ط ع وح ل موازٍ لـ ط م، فالزوايا التي عند نقطة ح مساوية للزوايا 15 التي عند نقطة ط، كل زاوية مساوية لنظيرتها، فالقسي التي توتر الزوايا المتساوية متشابهة، فقوس جـ ن شبيهة بقوس د ع وقوس ن ل شبيهة بقوس ع م وقوس ل ب شبيهة بقوس م هـ وقوس ن ب شبيهة بقوس ع هـ وقوس ا ب شبيهة بقوس ز هـ، فخط ب ن كـ ع هـ قد قسم الدائرتين بقسي متشابهة متبادلة؛ و‹ذلك› ما أردنا أن نبين.

2 لـ ل ح: لح – 4 كـ د: كـ و – 6 لـ ح ل: لـ حـ ل – 8 فخط: لخط – 10 د ز هـ: د ز ح – 12 ح ن: جـ ن – 13 ح ب: جـ ب / ط ع: ط ح – 16 د ع: و ع.

‹لح› ولنعد الصورة ونصل خطي ل جـ ز م.

فأقول: إنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

برهان ذلك: أن قوس ا ل شبيهة بقوس ز م، فزاوية ل جـ ا مع زاوية م ز د قائمة. فإذا خرج خط ل جـ في جهة جـ، كانت الزاوية التي تحت خط ز جـ مع زاوية م ز د قائمة، فالخطان يلتقيان، فليلتقيا على نقطة ق، فيكون زاوية ق قائمة. 5



وأيضًا، فإنا نصل ب جـ ز هـ.

فأقول: إنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

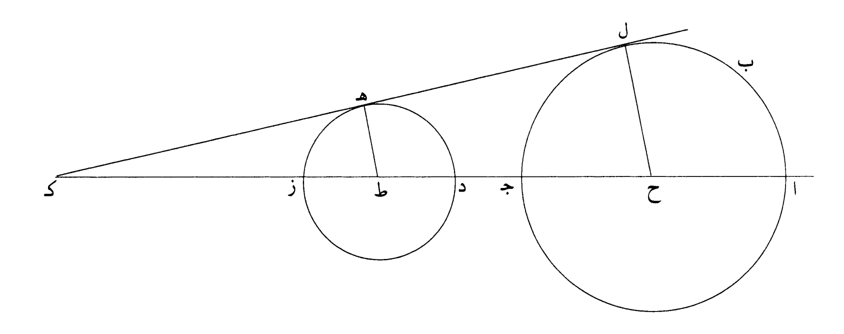
برهانه: أن قوس ا ب شبيهة بقوس ز هـ، فزاوية ب جـ ا مع زاوية هـ ز د قائمة. فإذا خرج خطا ب جـ ز هـ فهما يلتقيان، فليلتقيا على نقطة ف، فيكون زاوية ف قائمة.

10 وكذلك يتبين: إن وصلنا خطي ا ب هـ د، فإنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة. وكذلك يتبين: إن وصلنا خطي ن جـ ع ز، فإنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹لط› كل دائرتين مفترقتين مختلفتين يخرج فيهما القطر الذي يمرّ بمركزيهما، وينفذ على استقامة في جهة أصغر الدائرتين، ويؤخذ عليه نقطة خارج الدائرة الصغرى، ‹و›يكون نسبة 15 الخط الذي بين مركز الدائرة الكبرى وبين تلك النقطة إلى الخط الذي بين تلك النقطة وبين مركز الدائرة الصغرى ‹كنسبة القطر إلى القطر›، فإن الخط الذي يخرج من تلك النقطة ويماس إحدى الدائرتين، / فإنه يماس الدائرة الأخرى، فأيّ خط يخرج من تلك النقطة ويقطع إحدى الدائرتين، فإنه يقطع الدائرة الأخرى ويفصل من الدائرتين قسيًا متشابهة. ٤٣٠-و

3 ز م: ا م – 5 فليلتقيا: فيلقيا – 6 ب جـ ز هـ: جـ ز هـ – 10 وكذلك: ولذلك – 11 ن جـ ع ز: ن جـ ع – 18 الدائرتين: الدائرة.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز، مركزاهما نقطتا ح ط، وأكبرهما ا ب جـ، وخرج فيهما قطر ا جـ د ز ونفذ إلى كـ، وجعل نسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ا جـ إلى د ز، وخرج خط كـ هـ يماس دائرة د ز هـ.



فأقول: إنه إذا خرج على استقامة، فإنه يماس دائرة ا ب جـ.

برهان ذلك: أنا نصل ط هـ، فيكون زاوية هـ قائمة. ونخرج من نقطة ح خطًا موازيًا لخط ط هـ، فهو يلقى خط كـ هـ، فليلقه على نقطة ل. فلأن ح ل يوازي ط هـ، يكون نسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ح ل إلى ط هـ، ونسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة قطر ا جـ إلى قطر د ز، فهي كنسبة نصف قطر ا جـ إلى نصف قطر د ز، فنسبة ح ل إلى ط هـ كنسبة نصف قطر ا جـ إلى نصف قطر د ز. وط هـ نصف د ز، فخط ح ل نصف ا جـ، فنقطة ل على محيط دائرة ا ب جـ. وزاوية ح ل كـ قائمة، فخط كـ ل يماس دائرة ا ب جـ.

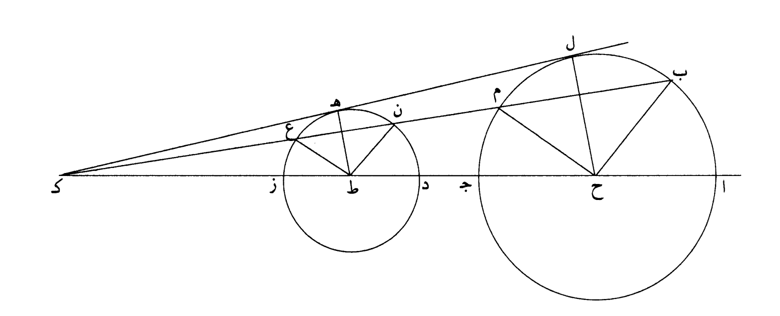
وكذلك يتبين: إن كان كـ ل يماس دائرة ا ب جـ، فإنه يماس دائرة د هـ ز.

‹م› وأيضًا فإنا نخرج خط كـ ع ن يقطع دائرة د هـ ز ويخرج على استقامة، فهو بيّنٌ أنه يقطع أيضًا دائرة ا ب جـ، لأنه فيما بين القطر والمماس، فليقطعها على نقطتي ب م.

وكذلك يتبين: إن كان خط كـ ب يقطع دائرة ا ب جـ، فهو بيّن أنه يقطع أيضًا دائرة د هـ ز.

فأقول: إن هذا الخط يفصل من الدائرتين قسيًا متشابهة.

2 كـ: كـ و – 12 كـ ل: ا ل – 14 والمماس: والسماس – 17 الدائرتين: الدائرة.



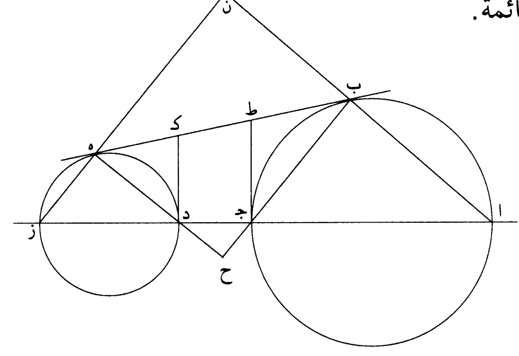
برهان ذلك: أنا نصل خطوط ح ب ح م ط ن ط ع، فيكون نسبة ح ك إلى ك ط كنسبة ح ب إلى ط ن وكنسبة ح م إلى ط ع، فيكون ‹ح ب› موازيًا لـ ط ن، وح م موازٍ لـ ط ع. وقد كان تبين أن ح ل موازٍ لـ ط هـ، فالزوايا التي عند نقطتي ح ط متساوية، كل واحدة مساوية لنظيرتها، فقسي ا ب ب ل ل م م جـ شبيهة بقسي د ن
5 ن هـ هـ ع ع ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹ما› ‹كل› دائرتين مفترقتين يخرج خط يماسهما، ويخرج القطر الذي يمرّ بمركزيهما، ويوصل بين نقطتي التماس ونقطتي التقاطع بخطين مستقيمين، فإنهما إذا خرجا على استقامة، التقيا وأحاطا بزاوية قائمة.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز دائرتان مفترقتان، وخط ب هـ يماسهما، وخط
10 ا جـ د ز يمرّ بالمركزين، ونصل خطي ب جـ هـ د.

فأقول: إن خطي ب جـ هـ د يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

برهان ذلك: أن كل واحدة من زاويتي ب جـ ا هـ د ز / أقل من قائمة، فمجموعهما ٤٣٠-ظ أقل من قائمتين؛ والزاويتان المقابلتان لهما اللتان تحت خط جـ د مساويتان لهما، فهما أقل من قائمتين، فخطا ب جـ هـ د يلتقيان تحت خط جـ د، فليلتقيا على نقطة ح؛ فأقول:
15 إن زاوية ب ح هـ قائمة.



10 هـ د: هـ و – 14 فخطا ب جـ هـ د: فخط ب جـ هـ و.

فلنخرج من نقطتي جـ د عمودي جـ ط د كـ، فهما يماسان الدائرتين، فيكون خط
جـ ط مثل خط ط ب وخط د كـ مثل خط كـ هـ، فيكون زاوية ط جـ ب مثل زاوية
ط ب جـ، فيكون زاوية جـ ط كـ ضعف زاوية جـ ب ط. وكذلك يتبين أن زاوية د كـ ط
ضعف زاوية د هـ كـ، فزاويتا جـ ط كـ ‹د كـ ط› مجموعتين ضعف زاويتي جـ ب ط
5 د هـ كـ، وزاويتا جـ ط كـ د كـ ط مساويتان لزاويتين قائمتين، فزاويتا جـ ب ط د هـ كـ
مساويتان بمجموعهما لزاوية قائمة، فيبقى زاوية جـ ح د قائمة.

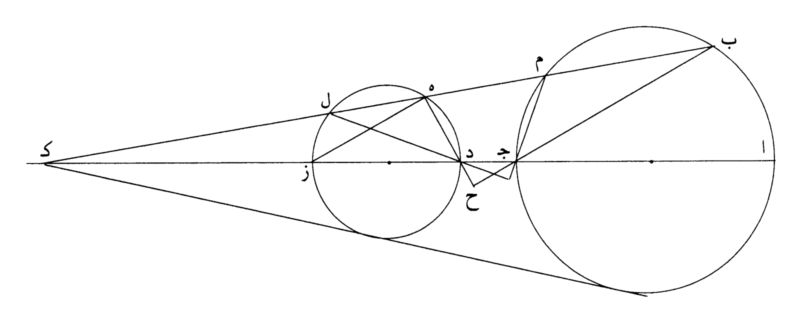
وأيضًا فإنا نصل خطي ا ب ز هـ.

فأقول: إنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

برهان ذلك: أن زاويتي ب ا ز ا ز هـ أقل من قائمتين، فخطا ا ب ز هـ يلتقيان،
10 فليلتقيا على نقطة ن. فلأن ن ب ح هـ مربع، يكون زواياه الأربع مساوية لأربع زوايا
قائمة. والزوايا التي عند نقط ب ح هـ كل واحدة منها قائمة، فيبقى زاوية ن قائمة؛
وذلك ما أردنا أن نبين.

‹**مب**› كل دائرتين مفترقتين يخرج فيهما القطر الذي يمرّ بمركزيهما، وينفذ على
استقامة، ويستخرج النقطة التي منها يخرج الخط المماس للدائرتين، ويخرج من تلك
15 النقطة خط يقطع الدائرتين، ويخرج من طرفي القطعتين المتشابهتين اللتين تنفصلان بذلك
الخط خطان إلى طرفي القطرين وينفذان على استقامة، فإنهما يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز خرج فيهما قطر ا جـ د ز، وينفذ إلى كـ؛ ولتكن
نقطة كـ النقطة التي منها يخرج الخط المماس للدائرتين. ونخرج خط كـ ل هـ م ب يقطع
الدائرتين، فهو بيّن أن قسي ا ب م جـ شبيهة بقسي د هـ ل ز، كما تبين في الشكل م.
20 ونصل ب جـ هـ د.



7 ز هـ: د هـ – 10 فليلتقيا: فيلتقيا / ن: ر ن – 11 والزوايا: وزوايا – 17 ا جـ د ز وينفذ: ا جـ د ز د ينفذ –
19 ل ز: هـ ل ر.

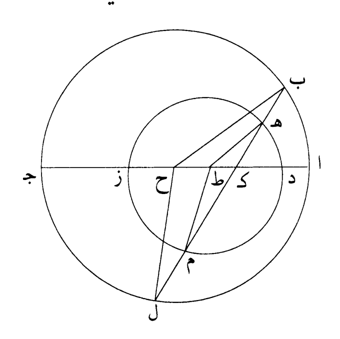
فأقول: إن خطي ب جـ هـ د يلتقيان ويحيطان بزاوية قائمة.

برهان ذلك: أن قوس ا ب شبيهة بقوس د هـ، فزاوية ب جـ ا مع زاوية هـ د ز قائمة. فإذا خرج خطا ب جـ هـ د على استقامة، كانت الزاويتان اللتان تحدثان تحت خط جـ د قائمة، فالخطان يلتقيان تحت خط جـ د، فليلتقيا على نقطة ح، فيكون زاوية جـ ح د قائمة. وكذلك إن وصلنا خطي د ل م جـ، التقيا وأحاطا بزاوية قائمة؛ وذلك ما أردنا أن نبين. 5

‹مجـ› كل دائرتين تحيط إحداهما / بالأخرى، ويكون مركزاهما مختلفين، وتكونا غير متماستين. ويخرج فيهما القطر المشترك، ويقسم قطر الدائرة الصغرى بقسمين، يكون نسبة أحدهما إلى الآخر ‹كنسبة› الفضلتين اللتين عن جنبتي قطر الدائرة الصغرى إحداهما إلى الأخرى، فإن كل خط يخرج من نقطة القسمة ويقطع الدائرتين، فإنه يفصل من الدائرتين قسيًا متشابهة. 10 ٤٣١-و

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د هـ ز، ومركزاهما ح ط، وخرج فيهما قطر ا د ز جـ، وقسم د ز بقسمين على نقطة كـ، وجعل نسبة د كـ إلى كـ ز كنسبة ا د إلى ز جـ، وخرج خط كـ هـ ب، ونفذ إلى م ل.

15 فأقول: إن قسي جـ ب ب ا ا ل شبيهة بقسي ز هـ هـ د د م.



برهان ذلك: أنا نصل ط هـ ح ب ط م ح ل. فلأن نسبة د كـ إلى كـ ز كنسبة ا د إلى ز جـ، يكون نسبة ا د إلى د كـ كنسبة جـ ز إلى ز كـ، فنسبة ا كـ إلى كـ د كنسبة

2 ب جـ ا: ب د ا – 4 فليلتقيا: فليلقيا / ح: كـ – 5 جـ ح د: جـ د كـ / د ل م جـ: ط جـ ح ل – 12-13 ا د ز جـ وقسم: ا د ز جـ ر قسم – 17 كـ د: كـ ر.

جـ ك إلى كـ ز وكنسبة الجميع إلى الجميع ، أعني نسبة ا جـ إلى د ز. و‹نسبة› جـ كـ إلى كـ ز كنسبة قطر ا جـ إلى قطر د ز، فهي كنسبة جـ ح إلى ز ط وكنسبة الباقي – وهو ح كـ – إلى الباقي وهو ط كـ، فنسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة نصف القطر إلى نصف القطر، فنسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ب ح إلى هـ ط ، فـ ب ح ط هـ متوازيان، فزاويتا ب ح جـ هـ ط ز متساويتان، فقوس ب جـ شبيهة بقوس هـ ز، ويبقى قوس ب ا شبيهة ‹بقوس› هـ د. ونسبة ح كـ إلى كـ ط كنسبة ح ل أيضًا إلى ط م، فخطا ح ل ط م متوازيان، فزاويتا ا ح ل د ط م متساويتان، فقوسا ا ل د م متشابهتان، ويبقى قوسا ل جـ م ز متشابهتين، فيكون قوس ب ا ل شبيهة بقوس هـ د م وقوس ب جـ ل شبيهة بقوس هـ ز م؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وهذا حين نختم هذه المقالة بحمد الله وحسن توفيقه والصلاة والسلام على محمد وآله أجمعين.

2 د ز: كـ ر – 4 ط هـ: ط – 6 هـ د: هـ كـ – 7 ا ح ل د ط م: ا ح كـ ز ط م – 8 هـ د م: هـ كـ م / ب جـ ل: ب جـ ز

الفَصْلُ الثاني

الصَناعَةُ التَحْليلِيَّةُ في القَرْنَيْنِ العاشِرِ والحادِي عَشَرَ

مَقَدِّمَةٌ

١– وِلادَةٌ ثانِيَةٌ لَمبْحَثٍ

مِن بَيْنِ الكِتاباتِ العَديدَةِ الَّتي وَصَلَتْ إلينا والَّتي كَرَّسَها رِياضِيُّو حِقْبَةِ ما قَبْلَ مُنْتَصَفِ القَرْنِ الثاني عَشَرَ لَمَوْضوعِ *"التَحْليلِ والتَرْكيبِ"*، يُطالِعُنا عَمَلان اثْنانِ لا رَيْبَ في أنّهما يَتَمايَزانِ مِنَ الأعْمالِ الأُخْرَى، وهُما: مؤلَّفٌ لابراهيمَ بنِ سِنانٍ (٢٩٦هـ/٩٠٩م – ٣٣٥هـ/٩٤٦م)، عُنْوانُهُ ***في طَريقِ التَحْليلِ والتَرْكيبِ في المَسائِلِ الهَنْدَسيَّةِ***، ومؤلَّفٌ لابنِ الهَيْثَمِ عُنْوانُهُ أيْضاً ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***، وقَد حَقَّقْناهُ في هَذا الكِتابِ. ويَخْتَلِفُ هَذانِ المُؤَلَّفانِ شَكْلاً ومَضْموناً عن كافَّةِ الكِتاباتِ الَّتي عَرَفْناها حَوْلَ هَذا المَبْحَثِ. فَفي حينِ أنّ الفَلاسِفَةَ والرياضِيِّين والأَطِبّاءَ اليونانيِّين مِمَّن أثاروا نِقاشَ هَذا المَبْحَثِ مُنْذُ القَرْنِ الرابعِ قَبْلَ الميلادِ، قَد فَعَلوا ذَلِكَ بِشَكْلٍ مُوجَزٍ لِلغايَةِ، وبدونِ أن يَتْرُكوا سِوَى بَعْضِ المَقاطِعِ، فقَد أَلَّفَ كُلٌّ مِن ابراهيمَ بنِ سِنانٍ وابنِ الهَيْثَمِ عَمَلاً جَوْهَرِيّاً مُخَصَّصاً بِأكْمَلِهِ *لِلتَحْليلِ والتَرْكيبِ*. فلا يَتَعَدَّى عَدَدُ الرياضِيِّين اليونانيِّين الَّذين ناقَشوا هَذا المَبْحَثَ أصابعَ اليَدِ الواحِدَةِ: إذ إنّنا نَجِدُ بِضْعَةَ سُطورٍ مَنْسوبَةٍ إلَى إقليدسَ–المَنْحولِ[1]، ومَقْطَعاً

---

[1] أُدْرِجَ هَذا المَقْطَعُ المَنْحولُ بعدَ القَضِيَّةِ الخامِسَةِ في المقالةِ الثالِثَةِ عَشَرَةَ مِن ***الأصولِ***. انْظُرِ الصَفْحَةَ ٤٨٦ مِن التَرْجَمَةِ الفَرَنْسيَّةِ:

F. Peyrard, *Les Œuvres d'Euclide,* Nouveau tirage, introduit par J. Itard (Paris, 1966).

مُوجَزاً لبابوسَ (Pappus)[٢] وآخرَ لبرقلسَ (Proclus)[٣]. ورُبَّما لا يَكونُ صَحيحاً أنّ مُصْطَلَحَي "التَحْليلِ" و "التَرْكيبِ" قَد كانا مَجْهولَيْنِ لَدَى الرياضِيِّين اليونانيِّين – أرشميدس، وأبلونيوس، وديوفنطس الخ–، لَكِنَّ أيّاً مِن هَؤُلاءِ لَمْ يَتَلَمَّسِ الحاجَةَ إلى شَرْحِهِما. إنّهُ لأمرٌ أن نَتَّفِقَ عَلَى تَطْبيقِ عَمَلِيَّةٍ ما، وأن نَلْتَزِمَ في ذَلِكَ مَساراً ما، لَكِنَّهُ أمرٌ آخَرُ، مُخْتَلِفٌ جداً عن سابقِهِ، أن نَعْمَدَ إلَى عَرْضِ الأفْكارِ الَّتِي يُبْنَى مِنْها المَوْضوعُ، سَواءٌ أكانَ ذَلِكَ عَلَى مُسْتَوَى المَنْهَجِ أو عَلَى صَعيدِ المَيْدانِ. في الحالَةِ الأُولَى، إذا أخَذْنا أرشميدسَ مَثَلاً، فَسنَجدُ أنّهُ يَكْتَفي بتَعْدادِ مَراحِلِ العَمَلِيَّةِ. أمّا في الحالَةِ الثانيَةِ فسنَجدُ أنّهُ يَجْري شَرْحٌ موجَزٌ لِمَا يَتَلاءَمُ والعَمَلِيَّةَ، وذَلِكَ بُغْيَةَ التَحْديدِ اللاّحِقِ لكَيْفِيَّةِ الاسْتِخْدامِ وإمْكانيّاتِ التَطْبيقِ: هَذا ما يَقومُ به بابوسُ وبرقلسُ بالنِسْبَةِ إلَى *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*. وبهَذا المَعْنَى، يَبْذُلُ بابوسُ جُهْدَه عَلَى نَصٍّ قَصيرٍ يَعْرِضُ فيهِ المَسارَ الَّذي اتَّبَعَهُ إقليدسُ وأريستي القَديمُ وأبلونيوسُ، مُذَكِّراً بمَعْنَى التَحْليلِ والتَرْكيبِ وبِمَعْكوسِيَّتِهِما، ومُمَيِّزاً بَيْنَ التَحْليلِ النَظَريِّ والتَحْليلِ المَسائِليِّ، لِيَصِلَ أخيراً إلَى ذِكْرِ شُروطِ التَطْبيقِ. ولم يَحْتَجْ بابوسُ لأكْثَرَ مِن صَفْحَةٍ لِيَصِلَ إلَى نِهايَةِ جَميعِ هَذِهِ

---

[٢] انْظُرْ:

Pappi Alexandrini Collectionis ... quae supersunte libris manu scriptis edidit Latina interpretatione et commentariis instruxit F. Hultsch (Berlin, 1876 – 1878);

انْظُرْ أيضاً الصَفَحاتِ ٤٧٧ – ٤٧٨ في المُجَلَّدِ الثاني مِن التَرْجَمَةِ الفَرَنْسيَّةِ:

Pappus d'Alexandrie, *La Collection mathématique,* trad. P. ver Eecke (Paris, 1982).

ولقد أُعيدَتْ طِباعَةُ النَصِّ الَّذي يُمَثِّلُ بِدايَةَ المَدْخَلِ إلَى الكِتابِ السابِعِ، انْظُر بِهَذا الخُصوصِ:

A. Jones, *Book 7 of the Collection*, Parts 1 & 2 (New York, 1986).

[٣] انْظُرِ الأسْطُرَ ٨ – ٢٦ مِن الصَفْحَةِ ٢٥٥ مِن:

Proclus, *In Primum Euclidis Elementorum librum Commentarii*, éd. G. Friedlein (Leipzig, 1873, reprod. Olms, 1967).

انْظُر أيضاً الصَفَحاتِ ٢٢٠ – ٢٢١ مِن التَرْجَمَةِ الفَرَنْسيَّةِ:

P.V. Eecke, *Proclus: Les Commentaires sur le premier livre des* Éléments *d'Euclide* (Bruges, 1948).

الشُروحاتِ. ومُنْذُ ذَلِكَ الحِينِ أُدْرِجَ الخِلافُ في التَفْسيرِ الَّذي لَمْ يَفُتِ الرِياضِيَّ الإسكندرانِيَّ بابوسَ[٤] أن يُثيرَهَ.

فَهَلْ تُرْجِمَ مَقْطَعا كُلٍّ مِن بابوسَ وبرقلسَ إلَى اللُّغَةِ العَرَبِيَّةِ؟ وهَلْ عَرَفَ الرِياضِيُّون المُتأخّرون، ولو بِشَكْلٍ غَيْرِ مُباشِرٍ، النُصوصَ اليونانيّةَ الَّتِي تَتَناوَلُ هَذا المَبْحَثَ؟ نَحْنُ نَجْهَلُ ذَلِكَ. والنَصُّ الوَحيدُ الَّذي نَعْرِفُهُ حَتَّى الوَقْتِ الحاضِرِ هُوَ نَصُّ جالينوسَ الَّذي يَتَناوَلُ مِن جَديدٍ تَعْريفَ *التَحْليلِ والتَرْكيب*[٥]. وبالمُقابِلِ، نَحْنُ نَعْرِفُ أنّ الرِياضِيِّينَ والفَلاسِفَةَ الرِياضِيِّينَ قَد عالَجوا هَذا المَبْحَثَ خِلالَ التَفكُّرِ في العُلومِ الرِياضِيَّةِ المُخْتَلِفَةِ. ولقَد وَضَعَ الرِياضِيُّ ثابتٌ بنُ قُرَّة (تُوُفِّيَ سَنَة ٩٠١) مُؤَلَّفاً صَغيراً عُنْوانُهُ ***في التَأَتّي لاسْتِخْراجِ عَمَلِ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ***[٦]. وبالرَّغْمِ مِن أنّهُ لا يَأتِي قَطُّ عَلَى ذِكْرِ مُصْطَلَحَي "التَحْليلِ" و "التَرْكيب"، إلا أنّ عَمَلَهُ يَقَعُ فِعْلاً في حَقْلِهِما أو عَلَى الأقَلِّ في حَقْلٍ مُجاوِرٍ. وبالمُقابِلِ، فإنّ الفارابِيَّ قَد كانَ أكْثَرَ وُضوحاً: ذَلِكَ أنّهُ رَغْمَ ذِكْرِه للمَوْضوعِ بِشَكْلٍ عابِرٍ في كِتابِهِ

---

[٤] انْظُر عَلَى سَبيلِ المِثالِ:

J. Hintikka et U.Remes, *The Method of Analysis* (Dordrecht, 1974); M. Mahoney, Another Look at Geometrical Analysis", *Archive of History of Exact Sciences,* vol. V, n° 3-4 (1968), p.318-348; R. Rashed, "L'analyse et la synthèse selon Ibn al-Haytham", dans R.Rashed (ed.), *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique: Hommage à Jules Vuillemin* (Paris, 1991), p. 131-162; reprod. dans *Optique et mathématiques: recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe,* Variorum Reprints (Aldershot, 1992), XIV; et A. Behhoud, «Greek Geometrical Analysis», *Centaurus,* 37 (1994), p. 52-86.

[٥] حولَ نَصِّ جالينوسَ انْظُر:

R. Rashed, "La philsophie mathématique d'Ibn al-Haytham. II: *«Les Connus», Mélanges de l'Institut Dominicain d'Etudes Orientales du Caire (MIDEO)*, 21 (1993), p.87-275, Appendice: «Un fragment de l'*Ars medica* de Galien sur l'analyse et la synthèse», p.272-275.

[٦] كِتابُ ثابتٍ بنِ قُرَّة إلَى ابنِ وهب ***في التَأَتّي لاسْتِخْراجِ عَمَلِ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ*** (انْظُرْ لاحِقاً، المُلْحَقَ ١).

إحْصاء العُلوم[٧]، فإنّهُ لَمْ يُغْفِلْ شَرْحَهُ في مُؤَلَّفِهِ الضَخْمِ ***كِتابُ الموسيقَى الكبير***[٨].
إنّ البَحْثَ في *التَحْليلِ والتَرْكيب* خِلالَ القَرْنِ العاشِرِ قَد تَوَسَّعَ وتَجَدَّدَ. وفَضْلاً عن الكِتاباتِ المُوجَزَةِ المُخَصَّصَةِ لِهَذا المَوْضوعِ والَّتي تُطالِعُنا هُنا وهُناكَ، فإنّنا نَشْهَدُ انتِشارَ ثَلاثَةِ أشْكالٍ إضافِيَّةٍ في البَحْثِ، مُرْتَبِطَةٍ بِكُلِّ وُضوحٍ بثَلاثَةِ أهْدافٍ مُتَمَيِّزَةٍ.

تُطالِعُنا مَجْموعاتٌ لَمسائِلَ مُخْتارَةٍ عُولِجَت *بالتَحْليلِ والتَرْكيبِ*، أو بواحِدَةٍ مِن الطَريقَتَيْنِ فَقَط. وقَد اخْتارَ ابنُ سِنانٍ[٩] وابنُ سهلٍ[١٠] والسِجْزيُّ[١١] ... هَذا الشَكْلَ مِن التَأليفِ، وتَرَكوا لَنا كِتاباتٍ أساسِيَّةً مُخَصَّصَةً لِلبَحْثِ. وَعَلَى نَقيضِ ذَلِكَ، نَجِدُ كِتاباتٍ مُكَرَّسَةً حَصْراً للتَعْليمِ وللمُبْتَدِئين، حَيْثُ يُظْهِرُ الكُتَّابُ رَغْبَةً، مِن خِلالِ أمْثِلَةٍ، في تَوْضيحِ كَيْفِيَّةِ العَمَلِ بواسِطَةِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*. ويَبْدو أنّ هَذا الهَدَفَ التَعْليميَّ بالذات هُوَ الَّذي كانَ وراءَ وَضْعِ أحدِ مؤلَّفاتِ الفيلسوفِ الرِياضِيِّ محمّدٍ بنِ الهَيْثَمِ (الَّذي لا يَنْبَغي الخَلْطُ بَيْنَهُ وبَيْنَ

[٧] الفارابيّ، ***إحْصاء العلوم***، تَحْقيقُ عثمان أمين، طَبْعَة ثالِثة (القاهرة، ١٩٦٨)، الصَفَحَتان ٩٩-١٠٠- يُذَكِّرُ الفارابيُّ بأنّ إقليدسَ في كِتاب ***الأصول***، يَعْمَلُ مِن خلالِ *التَرْكيبِ* فقَط، في حينِ أنّ رياضِيِّينَ قُدامَى آخَرين يَعْمَلون مِن خِلالِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*.

[٨] الفارابيّ، ***كِتابُ الموسيقَى الكبير***، حَقَّقَهُ غطَّاس عبد الملك خشبة، راجَعَهُ ومَهَّدَ لَهُ محمود أحمد الحفني (القاهرة، بدون تأريخ)؛ انْظُر: مِن الصَفْحَةِ ١٨٥ إلَى الصَفْحَةِ ١٨٧ والصَفْحَةَ ٢٠٥.

[٩] ابنُ سنانٍ، ***المَسائلُ المُخْتارةُ***، انْظُر في:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān, Logique et géométrie au Xᵉ siècle* (Leiden, E.J. Brill, 2000), Chap. V.

[١٠] انْظُرْ:

Livre sur la synthèse des problèmes analysés par Abū Saʿd al-ʿAlāʾ Ibn Sahl, dans R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au Xᵉ siècle, Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham* (Paris, 1993).

[١١] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٣٥-٥٢ مِن مَخْطوطَةِ السِجْزِيِّ، ***في المسائلِ المختارةِ الَّتي جَرَت بَيْنَهُ وبَيْنَ مُهَنْدسي شيراز وخراسان وتَعْليقاتها***:

Ms. Dublin, Chester Beatty 3652/7.

الحَسَنِ بن الهَيْثَمِ)، وعُنْوانُ المؤلَّفِ ***كِتابٌ في التَحْليلِ والتَرْكيبِ الهَنْدَسِيَّيْنِ عَلَى جِهَةِ التمثيلِ لِلمُتَعَلِّمين، وَهُوَ مَجْموعُ مَسائِلَ هَنْدَسِيَّةٍ وعَدَدِيَّةٍ حَلَّلتُها ورَكَّبْتُها***. وتُطالِعُنا أخيراً كِتاباتٌ تَتَّخِذُ مِن مَوْضوعِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ* مادّةً لِلدِراسَةِ. وهَذِهِ النُصوصُ مُخَصَّصَةٌ للباحِثينَ في الرِياضِيّاتِ، سَواءٌ أكانوا يافِعين أم مُسنِّين، وَهِيَ تَتَمَيَّزُ عن الصِنْفَيْنِ السابِقَيْنِ. وتَنْتَمي كِتاباتُ ابنِ سِنانٍ وابنِ الهَيْثَمِ إلَى هَذا الصِنْفِ الثالِثِ. ويُمْكِنُ أن نُضيفَ إلَيْها نَصَّ السجْزِيِّ، فَضْلاً عن نَصٍّ آخَرَ وَضَعَهُ السموألُ[12] لاحِقاً. ونُؤَكِّدُ مَرَّةً أُخرَى عَلَى الأمْرِ التالي: إنّ دِراسَةً بسيطةً لِهَذِهِ المؤلَّفاتِ كافيةٌ للاقتِناعِ بأنّها لَيْسَت بمَوْضوعَةٍ لِطُلاّبِ الرِياضِيّاتِ المُبْتَدِئين فَقَط، إنّما قَد وُضِعَت في الأصْلِ لرِياضِيِّينَ تَشَكَّلَت ثَقافَتُهُم الرِياضِيَّةُ وهم يَهْتَمُّون بأُسُسِ عِلْمِهِم وبنَظَرِيَّةِ البُرْهانِ. وَسَنَرَى أنّ الأمْثِلَةَ الَّتي اخْتارَها ابنُ الهَيْثَمِ كانَت تَتَضَمَّنُ مَسائِلَ مُرْتَبِطَةً بالبَحْثِ الأكْثَرِ تَقَدُّماً آنذاك: عَلَى سَبيلِ المِثالِ، مَسْأَلَةُ أبلونيوسَ في بناءِ دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لِثَلاثِ دَوائِرَ مَعْلومَةٍ.

يَبْدو هَذا التَنَوُّعُ في الكِتاباتِ المُخَصَّصَةِ في القَرْنِ العاشِرِ *للتَحْليلِ والتَرْكيبِ* انْعِكاساً لوَضْعٍ جَديدٍ ما زالَ يُثيرُ دَهْشَتَنا ويَفْرِضُ عَلَيْنا أن نَتَلَمَّسَ دَوافِعَهُ ورِهاناتِهُ. فنَحْنُ هُنا أمامَ مَوْضوعٍ عَلَى حُدودِ الرِياضِيّاتِ والمَنْطِقِ والفَلْسَفَةِ، دَرَسَهُ الرِياضِيّونَ اللاّحِقونَ، لَكِنْ عَلَى قاعِدَةِ مُمارَسَةٍ قَديمَةٍ — عُمْرُها أَلْفُ سَنَةٍ تَقْريباً؛ وأَشارَ بابوسُ إلَيْهِ بعُنْوانِ: *مَيْدانُ التَحْليلِ* وقَد أعادَ الرِياضِيّونَ في القَرْنَيْنِ التاسِعِ والعاشِرِ تَنْشيطَ البَحْثِ في هَذا المَوْضوعِ، مع حِفاظِهِم في ذَلِكَ عَلَى مَسافَةٍ مِن الرِياضِيّاتِ الهِلِّينِيَّة: فقَد اغْتَنَت الرِياضِيّاتُ في القَرْنِ العاشِرِ بعُلومٍ جَديدَةٍ كالجَبْرِ، وأُدْخِلَت أبْحاثٌ غَيْرُ مَسْبوقَةٍ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ، مِنْها عَلَى سَبيلِ

---

[12] نَقْصِدُ هنا ***كِتابَ في تَسْهيلِ السُبُلِ لاسْتِخْراجِ الأشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ*** (انْظُر لاحِقاً المُلْحَقَ الأوّلَ)، كَما نَقْصِدُ كِتاباً مَفْقوداً للسَمَوْأَل ذَكَرَهُ في مُؤَلَّفِهِ ***الباهِرِ في الجَبْرِ***، تَحْقيق صلاح أحمد و رُشْدي راشِد (دِمَشق ١٩٧٢)، صَفْحَة ٧٤ مِن النَصِّ العربيّ.

المِثال، الإسْقاطاتُ والتَحْويلاتُ. ومِمّا لا شَكَّ فيهِ أنّهُ، في ظِلِّ هَذِهِ السِمَةِ المُفارِقَةِ إلَى حَدٍّ ما، يَنْبَغي البَحْثُ عن أسبابِ إعادَةِ تَنْشيطِ البَحثِ في هَذا المَوْضوعِ.

لِنَبْدَأ مِن ابنِ سِنانٍ. إنّ مُساهَمَتَهُ كَبيرَةٌ، وتُوَفِّرُ لَنا شَهادَتُهُ نَفْسُها المَعْلوماتِ عن هَذا العَصْرِ الّذي شَهِدَ وِلادَةً جَديدَةً للاهْتِمامِ *بالتَحْليلِ والتَرْكيبِ*. ووَفْقاً لابنِ سِنانٍ، بَدَأَ هَذا الأمْرُ في الثُلْثِ الأوّلِ مِن القَرْنِ العاشِرِ، فَفي تِلْكَ المَرْحَلَةِ باشَرَ الرياضِيّونَ مُجَدَّداً نِقاشَ هَذا المَوْضوعِ، وبِشَكْلٍ خاصٍّ، نِقاشَ مَسْأَلَةِ مَعْرِفَةِ ما إذا كانَ *التَرْكيبُ* هُوَ بِالضَبْطِ عَكْسَ *التَحْليلِ*. يَكْتُبُ ابراهيمُ بنُ سِنانٍ:

"أمّا طَريقُ التَحْليلِ الّذي يَسْتَعْمِلُهُ المُهَنْدِسون وما يُطْعَنُ عَلَيْهِم فيه، وما في الطَعْنِ من باطِلٍ، وما في فِعْلِ المُهَنْدِسين مِمّا فيهِ اخْتِصارٌ، وما يَنْبَغي أن يَجْري عَلَيْهِ الأمْرُ في شَرْحِ اخْتِصارِهِم وتَلافيهِ، فَقَد قُلْنا فيهِ قَوْلاً كافياً"[١٣].

يُفيدُنا ابراهيمُ بنُ سِنانٍ ضِمنيّاً في مُقَدِّمَةِ مؤلَّفِهِ أنّ بَعْضَ الكُتّابِ يَنْتَقِدونَ تَحْليلَ عُلَماءِ الهَنْدَسَةِ ويَأْخُذون عَلَيْهِ أنّهُ يُقَدِّمُ تَرْكيباً لا يُشَكِّلُ مَعْكوساً لَهُ. ورُبَّما يُشيرُ إلَى أولئكَ الرياضِيِّينَ أنْفُسِهِم الّذينَ يَذْكُرُهُم في مُؤَلَّفِهِ ***المَسائِلِ المُخْتارَةِ***[١٤]. ويَبْقَى أن نُشيرَ إلَى أنّ ابراهيمَ بن سِنانٍ يُذَكِّرُ بأنّ هَذا النِقاشَ كانَ قَد ابْتَدأ وأنّ مَوْضوعَ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ "لَمْ يَخْطُرْ ... الخوض فيه"*[١٥].

---

[١٣] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٢٢٤ مِن:

Traité sur la méthode de l'analyse et de la synthèse dans les problèmes de géométrie, dans R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e siècle*.

[١٤] إنَّهُم الرياضِيُّون أمْثالُ أبي العلاء بن كرنيب، وآخرَ يُدْعَى بأبي يَحْيَى مع آخَرين، ذَكَرَهم ابنُ سِنانٍ في مُؤَلَّفِه ***مسائل مختارة***.

[١٥] انْظُرِ السَطْرَ ١٢ مِن الصَفْحَةِ ٩٩ مِن:

Traité sur la méthode de l'analyse et de la synthèse dans les problèmes de géométrie, R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e siècle*.

باختِصارٍ، وانْطِلاقاً مِن بِدايَةِ القَرْنِ العاشِرْ – وَفْقَ شاهِدِ عِيانٍ –، جَرَى الرُجوعُ مُجَدَّداً إلَى مَوْضوعِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*: فقَد تَناوَلَتْهُ طائِفَةُ عُلَماءِ الهَنْدَسَةِ جاعِلةً مِنْهُ مَسْأَلَةً خِلافِيَّةً لِلنقاشِ.

فَضْلاً عن هَذِهِ الشَهادَةِ التاريخِيَّةِ مِن الدَرَجَةِ الأُولَى، يُوحي إلَيْنا ابنُ سِنانٍ، مِن خِلالِ كِتابِهِ، بِمَعْلَمَيْنِ مَعْرِفِيَّيْنِ مُعَبِّراً عن أحِدِهِما بِوُضوحٍ في مَعْرِضِ تَعْريفِهِ مَشْرُوعَ كِتابِهِ: حَيْثُ يُشيرُ إلَى أنّهُ في آنٍ واحِدٍ رَدٌّ عَلَى الاعْتِراضاتِ الَّتِي كانَ يُوَجِّهُهَا البَعْضُ إلَى عُلَماءِ الهَنْدَسَةِ مُتَّهِمين إيّاهُم بالإسْرافِ في اخْتِصارِ التَحْليلِ، كَما أنّهُ أيْضاً تَصْويبٌ للمَسارِ نَفْسِهِ بِهَدَفِ وَضْعِ قواعِدَ، يَنْبَغي عَلَى المُبْتَدِئين احْتِرامُها حَتَّى لا يَضِلّوا سواءَ السَبيلِ. إلاّ أنّ هَؤُلاءِ المُبْتَدِئينَ لَيْسوا مُجَرَّدَ تلامِذَةٍ، بَلْ هُم باحِثون مُبْتَدِئون تَبَلْوَرَت لَدَيْهِم القُدْرَةُ عَلَى التَفْكيرِ في الاسْتِدْلالاتِ الرِياضِيَّةِ. ويَتَجَسَّدُ إذاً البُعْدُ التَعْليمِيُّ لِمَشْروعِ ابراهيمَ بنِ سِنانٍ بِهَذِهِ الصورةِ وَفْقَ ما يَبْدو لَنا. أمّا المَعْلَمُ الآخَرُ فَهُو غَيْرُ مُباشِرٍ، إنّهُ كامِنٌ في كِتابِ ابراهيمَ بنِ سِنانٍ، كَما في أعْمالِ خُلَفائِه، وَهُوَ يُحيلُنا إلَى السِياقِ الرِياضِيِّ في القَرْنِ العاشِرِ.

إنّ مَن يَتَتَبَّعُ تَطَوُّرَ الرِياضِيّاتِ بَيْنَ القَرْنَيْنِ التاسِعِ والحادي عَشَرَ سَيَكونُ عُرْضَةً لِدَهْشَةٍ ناتِجَةٍ مِن انْبِهارِه بِتَنَوُّعٍ صارِخٍ غَيْرِ مَسْبوقٍ في التاريخِ. وإذا لَمْ يَكُنْ هَذا المُتَتَبِّعُ مُتَحَسِّساً لِهَذا التَنَوُّعِ ومُدْرِكاً أسْبابَهُ، فإنّهُ سيَبْقَى، لا رَيْبَ في ذَلِكَ، مَحْكوماً بِجَهْلٍ عَميقٍ لتاريخِ رِياضِيّاتِ ذَلِكَ العَصْرِ، فَضْلاً عن أنّهُ سَيَضيعُ في مُحاوَلاتٍ اخْتِزالِيَّةٍ يُجْريها عَبَثاً بِهَدَفِ تَصْويبِ سُوءِ الفَهْمِ هَذا.

مِن الطَبيعِيِّ أن يُراكِمَ وَرَثَةُ الرِياضِيّاتِ الهِلِّينِيَّة طُرُقاً ونَتائِجَ عَلَى امْتِدادِ أكْثَرَ مِن قَرْنَيْنِ مِن البَحْثِ الدَؤوبِ، فَتَوَصَّلوا إلَى اكْتِشافِ عُلومٍ لَمْ تَكُنْ مَعْروفَةً لَدَى اليونانِيِّين: الجَبْرِ، والتَحْليلِ الديوفانطِيِّ الصَحيحِ، والنَظَرِيَّةِ الجَبْرِيّةِ للمُعادَلاتِ التَكْعيبيّةِ، إلخ. مِن جِهَةٍ أُخْرَى، وَعَلَى خَلْفِيَّةِ انْجِذابِهِم إلَى أعْمالِ ومَسائِلِ عُلومِ الفَلَكِ والبَصَرياتِ والسُكونِ، جَدَّدَ هَؤُلاءِ الرِياضِيُّون، بِشَكْلٍ ما،

الهَنْدَسَةَ الهِلّينيَّة وأغْنوها بفُصُولٍ جَديدَةٍ. ومِن بَيْنِ العُلومِ الّتي جُدِّدَت، نَجِدُ — وَفْقَ ما ذَكَرْنا سابِقاً — هَنْدَسَةَ اللاّمُتَناهِيَةَ في الصِغَرِ، والهَنْدَسَةَ الكُرَوِيَّةَ، إلخ. وتَرْتَبِطُ الفُصُولُ الجَديدَةُ بِهَنْدَسَةِ الوَضْعِ والشَكْلِ، أي أنّها تَرْتَبِطُ خاصّةً بدِراسَةِ التَحْويلات الهَنْدَسِيَّةِ.

مِن البَديهيِّ أنّ لُغَةَ *العُلومِ الأرْبَعَةِ* (*quadrivium*)* لَمْ تَكُنْ مُؤَهَّلَةً لاسْتيعابِ مِثْلِ هَذا التَنَوُّعِ، لا سِيَّما وأنّ الرياضِيّاتِ كانَت تُعاني آنذاك ضيقاً إضافيّاً أكيداً يَعودُ سَبَبُهُ إلَى اللُّغَةِ المُسْتَخْدَمَةِ في نَظَرِيَّةِ النسَبِ. ولِذَلِكَ فقَد ابْتَدَأَ التَوَجُّهُ نَحْوَ أشْكالٍ أُخْرَى للبُرْهانِ، جَبْرِيَّةٍ أحْياناً وبِواسِطَةِ نَظَرِيَّةِ النسَبِ أحْياناً أُخْرَى، ولَكِنْ أيْضاً بِواسِطَةِ انطِباقِ الأسْطُحِ بالنِسْبَةِ إلَى الإسْقاطاتِ. وهذا المَشْهَدُ الإجْمالِيُّ — أي: تَنَوُّعٌ مُتَزايِدٌ مُضافٌ إلَى لُغَةٍ جامِدَةٍ مَحْدودَةٍ — كانَ يَتَطَلَّبُ بِشَكْلٍ ضَروريٍّ، إذا جازَ القَوْلُ، تَفَحُّصاً مَنْطِقِيّاً وتَوْضيحاً فَلْسَفِيّاً للأُمورِ. ويَبْدو أنّ بَعْضَ الفَلاسِفَةِ مِثْلَ الفارابيِّ قَد اسْتَشْعَروا أنّ ثَمَّةَ مَصاعِبَ سَتَتَرَتَّبُ عَلَى هَذا الوَضْعِ القائِمِ. فقَد وَصَّفَ الفارابيُّ أونطولوجيا جَديدَةً للكائِنِ الرياضِيِّ[١٦]، وبُنْيَةً مُخْتَلِفةً عن بُنْيَةِ *العُلومِ الأرْبَعَةِ*، وذَلِكَ مِن أجْلِ تَأْليفِ المَوْسوعَةِ الرياضِيَّةِ ومَوْسوعَةِ المَعْرِفَةِ في مجموعِها[١٧]. ورَغْمَ ذَلِكَ، فَقَد كانَ عَلَى الرياضِيِّين مُنْفَرِدينَ أن يُواجِهوا هَذِهِ المَصاعِبَ، وذَلِكَ لأسْبابٍ نَظَرِيَّةٍ لا بَلْ وعَمَلِيَّةٍ أيْضاً. وهذا بِالضَبْطِ ما حَدَثَ، إذ لَمْ يَتَوانَ الرياضِيُّون في التَصَدِّي لِتِلْكَ المَصاعِبِ في مُؤَلَّفاتِهِم في *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*. وقَد أحالَت السِمَةُ المَوْسوعِيَّةُ *للتَحْليلِ والتَرْكيبِ*

---

* كَلِمَةُ *quadrivium*: مُفْرَدَةٌ لاتينيَّةٌ تَعْني، في نَظَرِيَّةِ العُصورِ القَديمَةِ، مَجْموعَ العُلومِ الرياضِيَّةِ الأرْبَعَةِ، وهي عُلومُ الحِسابِ والموسيقَى والهَنْدَسَةِ والفَلَكِ (المُتَرْجِم).

[١٦] انْظُر الصَفَحاتِ ٢٩-٣٩ مِن:

R. Rashed, "Mathématiques et philosophie chez Avicenne", dans *Études sur Avicenne,* dirigées par J. Jolivet et R. Rashed (Paris, 1984).

[١٧] انْظُر: الفارابيّ، ***إحصاء العلوم***.

الرياضِيَّيْن، وبدونِ إبطاء، إلَى مَسْأَلَةٍ مَرْكَزِيَّةٍ غايَةً في الحَيَوِيَّةِ ولَكِنَّها مُستَتِرةٌ في هَذا السياقِ: وَهِيَ أن تُؤْخَذَ العُلومُ المُستَحْدَثَةُ بالاعْتِبارِ وأن تُرَمَّمَ وَحْدَةُ الرِياضِيّاتِ.

في نِهايَةِ القَرْنِ التاسعِ وبِدايَةِ القَرْنِ العاشِرِ، كانَ مُصْطَلَحُ "الرياضِيّ" وحَتَّى مُصْطَلَحُ "الهَنْدَسِيّ" نَفْسُهُ، يَصِفُ مَجْموعةً مِن العُلومِ المُتَفرِّقَةِ، الَّتي لَمْ يَعُدْ بالإمْكانِ حَصْرُها بعد ذَلِكَ الحينِ في الإطارِ الضَيِّقِ *للعُلومِ الأرْبَعَةِ*. كَما أنّهُ لَمْ يَعُدْ مُمْكِناً جَمْعُ هَذِهِ العُلومِ تَحْتَ تَسْمِيَةٍ واحِدَةٍ "كَنظَرِيَّةِ الأعْظام" عَلَى سَبيلِ المِثالِ. وفي ظِلِّ هَذِهِ الظُروفِ، كَيْفَ يُمْكِنُنا أن نَتَصَوَّرَ وَحْدَةَ الرياضِيّاتِ؟ ويَبْدو هَذا السُؤالُ مُهِمّاً بِقَدْرِ ما هُوَ صَعْبٌ: فَفي ذَلِكَ العَصْرِ و حَتَّى لِفَتْرَةٍ طَويلَةٍ، لَمْ تَتَوَفَّرْ أيُّ وَسيلَةٍ لِبُلوغِ هَذِهِ الوَحْدَة. ذَلِكَ أنّ الجَبْرَ كانَ ما يَزالُ بَعيداً عن أن يَكونَ عِلْمَ البُنَى الجَبْرِيَّةِ قِياساً عَلَى ما سيَكونُ عَلَيْهِ مُسْتَقْبَلاً، كَما أنّهُ لَمْ يَكُنْ قَد صيْغَ صُورِيّاً بَعْدُ. فَلَمْ يَكُنِ الجَبْرُ، إذاً، بِقادِرٍ عَلَى لَعِبِ دَوْرٍ تَوْحيدِيٍّ، باسْتِثْناءِ تَوْحيدٍ جُزْئِيٍّ لبَعْضِ الفُصولِ: في هَنْدَسَةِ المَخْروطاتِ ونَظَرِيَّةِ المُعادَلاتِ عَلَى سَبيلِ المِثالِ. وَبِما أنّ وِلادَةَ الجَبْرِ كعِلْمٍ للبُنَى الجَبْرِيَّةِ كانَت أمْراً مِن المُستَقْبَلِ، فإنّهُ لَمْ يَبْقَ أمامَ الرياضِيِّينَ إلاّ أن يَبْحَثوا عن سَبيلٍ آخَرَ: وقَد تَمَثَّلَ المَطْلوبُ هُنا في إيجادِ عِلْمٍ يَسْبِقُ مِن الناحِيَةِ المَنْطِقيَّةِ جَميعَ العُلومِ الرياضِيَّةِ الأُخْرَى – ولَكِنّهُ في نَفْسِ الوَقْتِ يَنْبَغي لَهُ أن يَكونَ مِن الناحِيَةِ التاريخِيَّةِ مُتَأَخِّراً عَنْها جَميعاً – وذَلِكَ لِكَيْ يَكونَ قادِراً عَلَى تَوْفيرِ المَبادِئِ المُوَحِّدَةِ. بَيْدَ أنّهُ لَمْ يَكُنْ مَطْروحاً مُسْبَقاً أيُّ تَحْديدٍ لطَبيعَةِ هَذا العِلْمِ وطُرُقِهِ ومَواضيعِهِ. ولقَد لَعِبَ *التَحْليلُ والتَرْكيبُ* بشَكْلٍ واضِحٍ دَوْرَ هَذا العِلْمِ المُوَحِّدِ. ولم يَهْتَمَّ ابنُ سِنانٍ بالرياضِيّاتِ كَكُلٍّ، إنّما انحَصَرَ اهْتِمامُهُ بالهَنْدَسَةِ فَقَط؛ ويَبْقَى أن نُشيرَ إلَى أنّ التَوْحيدَ الَّذي نَشْهَدُهُ في هَنْدَسَةِ ابنِ سِنانٍ إنّما مَرَدُّهُ إلَى طَبيعَةِ التَشارُكِ لعَمَلِيَّتَي *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، وإلَى اعْتِمادِ اسْتِدْلالاتٍ صالِحَةٍ للتَطْبيقِ بِمَعْزِلٍ عن مَجالاتِ الهَنْدَسَةِ

الَّتي تُطَبَّقُ فيها. وهذا العِلْمُ الَّذي يُعَلِّلُ المَنْهَجَ، نَعْني *التَحْليلَ والتَرْكيبَ* بِوَصْفِهما علماً، يُمَثِّلُ نوعاً مِن مَنْطِقٍ مُبَرْمَجٍ، بِقَدْرِ ما سَيُوَفِّرُهُ مِن إمْكانيَّةٍ لِرَبْطِ ما بَيْنَ *فَنِّ الابْتِكارِ وفَنِّ البُرْهانِ*.

تُشَكِّلُ مُساهَمَةُ ابنِ سِنانٍ أهَمِيَّةً اسْتِثْنائِيّةً: ذَلِكَ أنّها أوّلُ كِتابَةٍ جَوْهَرِيّةٍ، وَفْقَ مَعْلوماتِنا، لِهَذا النَوْعِ مِن المَنْطِقِ الفَلْسَفِيِّ في الرِياضِيّاتِ. وهَكَذا أرْجَعَ المؤلِّفُ المَسْأَلَةَ الأساسِيَّةَ لوَحْدَةِ الهَنْدَسَةِ إلَى هَذا العِلْمِ المَنْطِقِيِّ الفَلْسَفِيِّ في *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، مُدَشِّناً بذَلِكَ تَقْليداً كامِلاً نَسْتَطيعُ تَتَبُّعَهُ عَلَى امْتِدادِ القَرْنِ العاشِرِ كُلِّهِ وُصولاً إلَى عَالِمِ الجَبْرِ المَعْروفِ السَمَوْأَلِ في القَرْنِ الثاني عَشَرَ. كَما أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد أرْسَى مَشْروعَهُ عَلَى خُطَى ابنِ سِنانٍ، ولَكِنْ بِشَكْلٍ مُناقِضٍ لَهُ.

مع ابنِ سِنانٍ لم نكُن بعدُ قد بَلَغنا مُنْتَصَفَ القَرْنِ الكَبيرِ. ومع ذَلِكَ فقَد كانَ النَشاطُ الرياضِيُّ في أوْجِهِ. واسْتَمَرَّ التَفاضُلُ بَيْنَ النُظُمِ العِلْمِيَّةِ في مَسارِهِ؛ فَتَلَقَّت هَنْدَسَةُ الإسْقاطاتِ دَفْعاً قَوِيّاً مِن رِياضِيِّين من أمْثالِ القوهِيِّ وابنِ سهلٍ[18]؛ وأصْبَحَتِ التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ مَوْضوعَ تَفَكُّرٍ وتَطْبيقٍ لَدَى الرِياضِيِّين؛ كَما تَشَكَّلَ وتَطَوَّرَ فَصْلُ الأبْنِيَةِ الهَنْدَسِيَّةِ بواسِطَةِ المَخْروطاتِ[19]. وفي البَراهينِ الهَنْدَسِيَّةِ جَرَى اللُّجوءُ وبِشَكْلٍ مُتَزايِدٍ يَوْماً بَعْدَ يومٍ، إلَى اسْتِخْدامِ انْطِباقِ الأسْطُحِ، وصورةِ النِقاطِ، والخَصائصِ المُقارَبِيَّةِ للمُنْحَنَياتِ المَخْروطِيَّةِ لإثْباتِ وُجودِ نقاطِ تَقَاطُعِها. وبِكَلِمَةٍ واحِدَةٍ، نَشَأَ نوعانِ مِن المُتَطَلَّباتِ: يَنْبَغي ابْتِكارُ بُنىً بُرْهانِيَّةٍ لِلكائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ الجَديدَةِ، فَضْلاً عن ضَرورةِ مَنْحِها مُسْتَوَياتٍ مِن الوُجودِ. يَترابَطُ هَذانِ المَساراِنِ بِشَكْلٍ وَثيقٍ، ويَتَطَلَّبُ إنجازُهُما بِدَوْرِهِ أنْ يَكونَ مَنْهَجَا المَسارَيْنِ مُؤَسَّسَيْنِ عَلَى قاعِدَةِ عِلْمٍ ما. ويَنْبَغي لِهَذا العِلْمِ أن يَكونَ عامّاً

---

[18] انْظُر كِتابَ رُشْدي راشِد: ***الهَنْدَسَةُ والمَناظِرُ في ضُحَى الإسْلام***.

Géométrie et dioptrique au X^e siècle

[19] انْظُر الجُزْءَ الثالثَ من هذا الكِتاب.

بما فيهِ الكِفايَةُ، لَكِنْ بدونِ أن يُفْضِيَ إلَى مَنْطِقٍ بَحْتٍ، وذَلِكَ لِكَيْ يَستَطِيعَ أن يُوَفِّرَ مُسْتَوَياتِ الوُجودِ لِلكائناتِ الرياضِيَّةِ الجَديدَةِ؛ ولَكِنْ، يَجبُ عَلَى هَذا العِلْمِ أيْضاً أن يَسبقَ مَنْطِقِيّاً كافَّةَ العُلومِ الرياضِيَّةِ لِكَيْ يَكونَ قادِراً عَلَى تَقْديمِ أُسُسٍ للبُنَى البُرْهانيَّةِ المُتَنوِّعَةِ. لقَد انْكَبَّ ابنُ الهَيْثَم عَلَى هَذِهِ المُهِمَّةِ الضَخْمةِ مُخْتاراً، وعن تَصْميمٍ مُسْبَقٍ لا رَيْبَ في ذَلِكَ، ولَكِنْ بَسَبَبِ الضَرورةِ أيْضاً. ويَعودُ الفَضْلُ إلَى ابنِ الهَيْثَم تَحْديداً في المُضِيِّ بَعيداً في البَحْثِ العِلْمِيِّ المُجَدِّدِ في جَميعِ فُروعِ الهَنْدَسَةِ، وكذَلِكَ في عِلْمِ الحِساب، وفي النَظَرِيَّةِ الإقليدِيَّةِ للأعْدادِ. وهَذِهِ هِيَ بالتَحْديدِ المَيادينُ الَّتي شَغَلَت بالَ ابنِ الهَيْثَمِ أكْثَرَ مِن غَيْرِها.

٢– فَنُّ التَحْليلِ: عِلْمٌ ومَنْهَجٌ

كَرَّسَ ابنُ سِنانٍ مؤلَّفَهُ بأكْمَلِهِ لتَحْليلِ وتَرْكيبِ "المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ"، وذَلِكَ بالمَعْنَى الحَصْرِيِّ. ويَتَوافَقُ مَضْمونُ الكِتابِ تَماماً مع عُنْوانِهِ. ولَكِنْ يَبْدو أنّ ابنَ سِنانٍ، في خِتامِ مؤلَّفِه وفي جُمْلَةٍ تَفْتَقِرُ إلَى الوُضوحِ، يُوحي بإمْكانيَّةِ تَعْميمِ *التَحْليلِ* عَلَى عُلومٍ أُخْرَى. ونَسْتَشْهِدُ بما كَتَبَهُ: "وإذا تأمّلْتَ غَرَضَهم فيهِ تأمُّلاً شديداً، وَجَدْتَهُ يُؤَدّي إلَى طَريقِ التَحْليلِ الصَحيحِ الَّذي يُستَعْمَلُ في سائِرِ العُلومِ.."[٢٠]

لا يُقَدِّمُ ابنُ سِنانٍ المَزيدَ مِن التَوْضيحِ، ولا يَشْرَحُ ما يَعْنيهِ بعِبارَةِ "سائِرِ العُلومِ". هَلْ قَصَدَ بِبَساطَةٍ العُلومَ الرياضِيَّةَ الأُخْرَى، أَم أنّهُ أشارَ إلَى عُلومٍ أُخْرَى؟ عَلَى أيِّ حالٍ، لقَد وَعَدَ ابنُ سِنانٍ بِكِتابَةِ مُؤَلَّفٍ شامِلٍ بِصَدَدِ هَذا، بَيْدَ أنّ هَذا المُؤَلَّفَ لَمْ يرَ النورَ بسَبَبِ وفاةِ الرِياضِيِّ النابِغَةِ في الثامِنَةِ والثَلاثين مِن عُمْرِه.

---

[٢٠] انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٥٤ مِن:

Traité sur la méthode de l'analyse et de la synthèse dans les problèmes de géométrie, dans R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān, Logique et géométrie au X^e siécle*.

يَبْدو أنّ ابنَ الهَيْثَمِ دونَ سِواه هُوَ من حَقَّقَ أُمْنِيَةَ ابنِ سِنانٍ: ذَلِكَ أنّ مُؤَلَّفَهُ لا يَتَوَقَّفُ عِنْدَ حُدودِ الهَنْدَسَةِ، بَلْ يَتَخَطَّاها إلَى مَجْموعِ العُلومِ الرِياضِيَّةِ، باسْتِثْناءِ عِلْمِ الجَبْرِ. وهَكَذا، فإنّهُ يَخْتَبِرُ *التَحْليلَ والتَرْكيبَ* في عِلْمَيِ الحِسابِ والهَنْدَسَةِ وعِلْمِ الفَلَكِ وفي الموسيقَى، وكأنّهُ يَتناوَلُ تقسيمَ *العُلوم الأَرْبَعَة*[٢١] بكُلِّ حَرْفِيَّتِهِ. ويَسْتَتِرُ هُنا ضَرْبٌ مِن ضُروبِ الوَهْمِ الّذي سَيُبَدِّدُهُ التَفَحُّصُ اليَقِظُ، وسيَظْهَرُ لَنا إثْرَ ذَلِكَ أنّ الجَوْهَرِيَّ في الأمْرِ هُنا ما هُوَ إلا عِلْمُ الهَنْدَسَةِ.

إذا كانَت كِتاباتُ ابنِ سِنانٍ وابنِ الهَيْثَمِ تَخْتَلِفُ بالشَكْلِ، فإنّ أهْدافَها أيْضاً لَيْسَت هِيَ نَفْسَها: فابنُ سِنانٍ يُعالِجُ مَيْداناً، أمّا ابنُ الهَيْثَمِ فإنّهُ يُريدُ أن يَضَعَ أُسُساً لعِلْمٍ. غَيْرَ أَنَّ هَذا الفَرْقَ رَغْمَ كَوْنِه جَوْهَرِيّاً كَما هُوَ بَديهِيٌّ، فقَد تَفوتُنا مُلاحَظَتُهُ عِنْدَ القِراءَةِ الأُولَى. وبُغْيَةَ الإحاطَةِ بِهَذا الفَرْقِ، لِنَبْدَأ بِقِراءَةِ ما كَتَبَهُ ابنُ سِنانٍ عن مَشْروعِهِ الخاصِّ:

"فَرَسَمْتُ في هَذا الكِتابِ طَريقاً لِلمُتَعَلِّمين، يَشْتَمِلُ عَلَى جَميعِ ما يُحْتاجُ إلَيْهِ في اسْتِخْراجِ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ على التَمامِ. وبَيَّنْتُ فيهِ أقْسامَ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ بقَوْلٍ مُجْمَلٍ، ثُمَّ قَسَّمْتُ الأقْسامَ، وأوضَحتُ كُلَّ قِسْمٍ مِنْها بمِثالٍ، ثم أرْشَدْتُ المُتَعَلِّمَ إلَى الطَريقِ الّذي يَعْرِفُ بِهِ في أيِّ قِسْمٍ مِنْها يُدخِلُ ما يُلْقَى عَلَيْهِ مِن المَسائِلِ، ومع ذَلِكَ كَيْفَ الوَجْهُ في تَحْليلِ المَسائِلِ- وما يُحْتاجُ إلَيْهِ في التَحْليلِ مِن التَقْسيمِ والاشْتِراطِ - والوَجْهُ في تَرْكيبِها - وما يُحْتاجُ إلَيْهِ مِن الاشْتِراطِ فيهِ - ثم كَيْفَ يُعْلَمُ هل المَسْأَلَةُ مِمّا يَخرجُ مَرَّةً واحِدَةً أو مِراراً، وبِالجُمْلَةِ سائِر ما يُحْتاجُ إلَيْهِ في هَذا البابِ.

---

[٢١] وقَدكَتَبَ هينتيكّا (J. Hintikka) بِصَدَدِ إمرٍ مُشابِهٍ ما يلي: «تَفَرَّعَ هذا المَعْني لِمُصْطَلَحِ *"تَحليل"* وبِصورَةٍ طبيعِيّةٍ، على قاعِدَةِ تَحْليل التَشكيلات الهندَسِيَّةِ الّتي تَعود إلَى *"تَحْليل"* التَشكيلاتِ الفلَكِيَّة أو الفيزيائِيَّة. بِهَذا المَعْنى تَقْريباً تَكَلَّم كِبارُ العُلَماء المُحْدَثون عنِ التَحْليلِ»؛ انْظُر:

(J. Hintikka, «Kant and the Tradition of analysis», dans Paul Weingartner (ed.), *Deskription, Analytizatät und Existenz* [Salzburg – München, 1966], p.258).

وأوْمَأتُ إلَى ما يَقَعُ للمُهَنْدِسين مِن الغَلَطِ في التَحْليلِ باسْتِعْمالِهم عادَةً قَد جرَت لهم في الاختِصارِ المُسْرِفِ. وذَكَرْتُ أيْضاً لأيِّ سَبَبٍ يَقَعُ للمُهَنْدِسينَ، في ظاهِرِ الأشْكالِ والمَسائِلِ، خِلافٌ بَيْنَ التَحْليلِ والتَرْكيبِ، وبَيَّنْتُ أنّهُ لَيْسَ يُخالِفُ تَحْليلُهم التَرْكيبَ إلا في بابِ الاختِصارِ، وأنّهم لو وَفوا التَحْليلَ حَقَّهُ لَساوَى التَرْكيبَ، وَزالَ الشَكُّ عن قَلْبِ مِن يَظنُّ بهم أنهم يَأتون في التَرْكيب بأشياءَ لَمْ يَكُنْ لها ذِكْرٌ في التَحْليلِ من قبلُ: ما يُرَى في تَرْكيبِهم من الخُطوطِ والسُطوحِ وغَيْرِها مِمّا لَمْ يَكُنْ لَهُ ذِكْرٌ في التَحْليلِ. وبَيَّنْتُ ذَلِكَ، وأوْضَحْتُهُ بالأمْثِلَةِ. وأتَيْتُ بِطَريقٍ يَكونُ التَحْليلُ فيهِ عَلَى جِهَةٍ يُوافِقُ التَرْكيبَ، وحَذَّرْتُ من الأشياءِ الَّتي يَتَسَمَّحُ بها المُهَنْدِسون في التَحْليلِ، وبَيَّنْتُ ما يَلْحَقُ من الغَلَطِ إذا تُسُمِّحَ بها." [٢٢].

نِيّةُ ابنِ سِنانٍ واضِحَةٌ، ومَشْروعُهُ مُنَظَّمٌ بشَكْلٍ جَيِّدٍ: إذ إنّهُ يَتَمَثَّلُ في تَصْنيفِ المَسائِلِ الهَنْدَسيَّةِ وَفْقَ مَعاييرَ مُخْتَلِفَةٍ (عَدَدُ الشُروطِ، عَدَدُ الحُلولِ، ...) لتِبْيانِ كَيْفِيَّةِ العَمَلِ في كُلِّ فِئَةٍ بواسِطَةِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، ولإظهارِ أمْكِنَةِ الخَطَأِ بهَدَفِ التَمْكينِ من تَجَنُّبِها. يَتَعَلَّقُ الأمْرُ إذاً، وبشَكْلٍ أساسِيٍّ، بمَنْطِقٍ پراغْماتِيٍّ مُبَرْمَجٍ، حَيْثُ تَتَّسِمُ مَسْأَلَةُ اللاّمَعْكوسِيَّةِ بأهَمِيَّةٍ خاصَّةٍ. وفي هَذا الإطارِ، لرُبَّما شَكَّلَت أعْمالُ ابنِ سِنانٍ مَصْدَراً مُهِمّاً للكِتاباتِ الحَديثَةِ حَوْلَ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*.

انْطِلاقاً مِن أعْمالِ ابنِ سِنانٍ، وخِلافاً لَهُ، أَعَدَّ الرياضِيُّون بالتَتابُعِ مَشْروعَيْنِ آخرَيْنِ. يَعودُ الأوَّلُ إلَى السِجْزِيِّ الّذي كانَ مُطَّلِعاً عَلَى مُؤَلَّفاتِ ثابتٍ بنِ قُرَّة وابنِ سِنانٍ. وقَد كَتَبَ السِجْزِيُّ عَمَلاً في هَذا المَجالِ– حَقَّقْناهُ هُنا وحَلَّلْناهُ – يَتَناوَلُ فيهِ مَسْأَلَةَ الاكْتِشافِ في الهَنْدَسَةِ. فَيَتَفَحَّصُ فيهِ طُرُقَ الاكْتِشافِ العَديدَةَ، المُتَراصَّةَ إذا صَحَّ القَوْلُ حَوْلَ مَنْهَجٍ أساسِيٍّ، ألا وَهُوَ *التَحْليلُ والتَرْكيبُ*. وهذا

---

[٢٢] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٩٦–٩٨ مِن:

Traité sur la méthode de l'analyse et de synthèse.

يَعْني أنّهُ تَوَصَّلَ إلَى إرْساءِ أُسُسِ فَنٍّ مِن فنون الابْتِكارِ، بدونِ ان يُطْلِقَ عَلَيْهِ هَذِهِ التَسْمِيَةَ. أمّا المَشْروعُ الثاني فيَعودُ إلَى ابن الهَيْثَمِ؛ الَّذي انْطَلَقَ مِن أعْمالِ أسْلافِهِ، ومنهم ابنُ سِنانٍ بشَكْلٍ مُؤَكَّدٍ، وثابتٌ بنُ قُرَّة والسِجْزِيُّ عَلَى الأرْجَحِ، وكان هدفُهُ مُخْتَلِفاً: فَهُوَ يُريدُ أن يُؤَسِّسَ فَنّاً عِلْمِيّاً مع قَواعِدِهِ ولُغَتِهِ. وأخيراً، هَذِهِ المَرَّةُ وَرَدَ ذِكْرُ الكَلِمَةِ، إنّها *فَنٌّ (صَناعَةٌ)*، والحَقيقَةُ هِيَ *فَنٌّ تَحْليلِيٌّ*. وهُنا أيْضاً يظهرُ ابنُ الهَيْثَمِ كَما كانَ دائماً في مُخْتَلِف الفُصولِ الرِياضِيَّةِ، مُنْجزاً التَقْليدَ الخاصَّ به. أمّا هَذِهِ المَرَّةَ فإنّهُ يُكْمِلُ التَقْليدَ الَّذي بَدَأَه ثابتٌ بنُ قُرَّة وطَبَعَهُ العَديدُ مِن العُلَماءِ بأسْمائِهِم، ومِن بَيْنِهم ابنُ سِنانٍ والسِجْزِيُّ خاصَّةً.

يَبْدَأ ابنُ الهَيْثَمِ بالتَذْكيرِ أنّ الرِياضِيّاتِ تَسْتَنِدُ إلَى البَراهينِ. وَهُوَ يَعْني بالبُرْهانِ "القياسَ الدالَّ بالضَرورةِ عَلَى صحَّةِ نَتيجَتِهِ"[٢٣] وهذا القياسُ مركَّبٌ بدَوْرِهِ "مِن مُقَدِّمَاتٍ يَعْتَرِفُ الفَهْمُ بصِدْقِها وصِحَّتِها، ولا يَعْتَرِضُهُ شَيءٌ مِن الشُبُهاتِ فيها، ومِن نِظامٍ وتَرْتيبٍ لِهَذِهِ المُقَدِّمَات، يضطرُ سامِعُهُ إلَى تَيَقُّنِ لَوازِمَها واعتِقادِ صِحَّةِ ما يُنْتِجُهُ تَرْتيبُها"[٢٤]. تُقَدِّمُ ***صَناعَةُ*** التَحْليلِ الطَريقَةَ للحُصولِ عَلَى هَذِهِ القياسات أي "تَصَيُّدُ مُقَدِّمَاتِها وتَمَحُّلُ الحِيَلِ في تَطَلُّبِها وتَطَلُّبِ تَرْتيبِها"[٢٥] وبِهَذا المَعْنَى، فإنّ *الفَنَّ التَحْليلِيَّ* هُوَ فَنٌّ بُرْهانِيٌّ. ويَكونُ أيْضاً فَنّاً في الابْتِكارِ، بِقَدْرِ ما يَكونُ مُهَيَّأً لكي يَقودَنا "إلَى استِخْراجِ المَجْهولاتِ مِن العُلومِ التَعْليمِيَّةِ، وكَيْفِيَّةِ تَصَيُّدِ المُقَدِّمَاتِ الَّتي هِيَ مَوادُّ البَراهينِ الدَالَّةِ عَلَى صِحَّةِ ما يُسْتَخْرَجُ مِن مَجْهولاتِها، وطَريقِ التَوَصُّلِ إلَى تَرْتيبِ هَذِهِ المُقَدِّمَاتِ وهَيئَةِ تَأْليفِها"[٢٦]

[٢٣] انْظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٣٠٣.

[٢٤] انْظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٣٠٣.

[٢٥] انْظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٣٠٣.

[٢٦] انْظُرْ أدناه الصَفَحات ٣٠٣–٣٠٤.

فبالنسْبَةِ إلَى ابنِ الهَيْثَم، هَذا العِلْمُ *فَنٌّ تَحْليليٌّ (صَناعَةٌ تَحْليليّةٌ)* يَنْبَغي إرساؤهُ وبناؤهُ. وفي هَذا المَجال، لا نَعْرِفُ مؤلِّفاً قَبْلَ ابنِ الهَيْثَمِ مِمَّن اعْتَبَروا *التَحْليل والتَرْكيب* فَنّاً، أو بشَكْلٍ ادقّ، فَنّاً مُزْدَوِجاً في البُرْهان والاكْتِشافِ. وعَلَى *"المُحَلِّل"*، فيما يَخُصُّ البُرْهانَ، أن يَعْرِفَ *"أصول"* الرياضِيّاتِ. ويَنْبَغي أن تَكونَ هَذِهِ المَعْرِفَةُ مُدعَّمَةً بِ *"حَدْسٍ صَناعِيٍّ"*. وهذا الحَدْسُ، الَّذي لا بُدَّ مِنْهُ مِن أجْلِ الاكْتِشافِ، يَبْدو ضَرورِيّاً أيْضاً عِنْدَما لا يَكونُ *التَرْكيبُ* هُوَ بالضَبْطِ عَكْسَ *التَحْليلِ*، بَلْ يَتَطَلّبُ مُعْطَياتٍ وخَصائِصَ إضافِيَّةً يَنْبَغي اكتِشافُها. إذاً، مَعْرِفَةُ *"الأصول"* و*"الحَدْسُ الصَناعِيُّ"* والحدسُ هِيَ مَلَكاتٌ يَجبُ أن يَتحلَّى بها المُحَلِّلُ لِيَكْتَشِفَ المَجْهولاتِ الرياضِيَّةَ. يَبْقَى أيْضاً أن يَعْرِفَ *"قَواعِدَ"* و *"أُصولَ"* هَذا *الفَنِّ التَحْليلِيِّ*. وهَذِهِ المَعْرِفَةُ الضَروريَّةُ هِيَ مَوْضوعُ عِلْمٍ يَتَعَلَّقُ بالأُسُسِ الرياضِيَّةِ ويَتَناوَلُ *"المَعْلومات"*. والعِلْمُ نَفْسُه يَنْبَغي بناؤه. هَذِهِ السمَةُ الأخيرةُ هِيَ خاصَّةٌ بابن الهَيْثَمِ، حَيْثُ إنّ أيَّ مؤلِّفٍ قَبْلَهُ، حَتَّى ابنُ سِنانٍ نَفْسُهُ، لَمْ يُفكِّرْ بإرساءِ *فَنٍّ تَحْليلِيٍّ* يَستَنِدُ إلَى عِلْمٍ رياضِيٍّ خاصٍّ. ولقَد خصّصَ ابنُ الهَيْثَمِ لِهَذا العِلْمِ مُؤَلَّفاً ثانياً هُوَ ***في المَعْلومات***، الَّذي وعدَ به في مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليل والتَرْكيب***[٢٧]. في هَذا المُؤَلَّفِ يُقَدِّمُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا العِلْمَ الجَديدَ عَلَى أنّهُ العِلْمُ الَّذي يُوفِّرُ للمُحَلِّلِ *"قواعِدَ"* هَذا الفَنِّ و*"الأصولَ"* الَّتي عَلَيْها يُنْجَزُ اكتِشافُ الخَصائِصِ و*"تَصَيُّدِ المُقَدِّمات"*؛ وبِكَلامٍ آخَرَ، فإنّ هَذا العِلْمَ يُلامِسُ أُسُسَ الرياضِيّاتِ الَّتي قُلْنا إنّ فَهْمَها المُسْبَقَ هو، في واقِعِ الأمْرِ، ضَروريٌّ *لإنجاز فَنِّ التَحْليل*: تِلْكَ هِيَ المَفاهيمُ الَّتي سمّاها ابنُ الهَيْثَمِ *"المَعْلومات"*[٢٨]. لِنُلاحِظْ هُنا أنّهُ كُلَّما عالَجَ ابنُ الهَيْثَمِ مَسْأَلَةً

---

[٢٧] انْظُر أدناه الصَفْحَةَ ٣١٢.

[٢٨] انْظُر أدناه الصَفْحَةَ ٣١٢.

أساسِيَّةً، كَما هُوَ الحالُ في مُؤَلَّفِهِ ***في تربيع الدائِرَةِ***[29]، فإنّهُ يَعودُ أدْراجَهُ إلَى هَذِهِ *"المَعْلومات"*.

وَفْقَ ابنِ الهَيْثَمِ، يُسَمَّى المَفْهومُ "مَعْلوماً" عِنْدَما يَبْقَى لامُتَغَيِّراً ولا يَقْبَلُ التَغْييرَ، سَواءٌ أكانَ هَذا المَفْهومُ مُتَخَيَّلاً مِن كائِنٍ عاقِلٍ أم لا. تُعَبِّرُ *"المَعْلوماتُ"* عن خَصائِصَ لامُتَغَيِّرةٍ، مُسْتَقِلَّةٍ عمّا نَعْرِفُهُ عنها، وتَبْقَى هَذِهِ الخَصائِصُ بدونِ تَغْييرٍ حَتَّى ولو طَرَأَ تَغْييرٌ عَلَى عَناصِرِ الكائن الرياضِيِّ الأُخْرَى. وهَدَفُ المحلِّلِ، وَفْقَ ابنِ الهَيْثَمِ، هُوَ بالتَحْديدِ الوُصولُ إلَى هَذِهِ الخَصائِصِ اللاّمُتَغَيِّرةِ. وما أن يَصِلَ المُحَلِّلُ إلَى هَذِهِ العَناصِرِ الثابِتَةِ حَتَّى تَنْتَهيَ مُهِمَّتُهُ في *التَحْليلِ*، لِتُفْسِحَ المَجالَ أمامَ المُباشَرَةِ *بالتَرْكيبِ*. وَ*فَنُّ الابْتِكارِ* لَيْسَ آلِيّاً، كَما أنّهُ لَيْسَ خَبْطَ عَشْواءَ، إنّما يَقودُ إلَى *"المَعْلومات"* بِفَضْلِ *"الحَدْسِ الصَناعِيِّ"*.

يَحْتاجُ الفَنُّ التَحْليلِيُّ إذاً، لِكَيْ يَتَشَكَّلَ، إلَى عِلْمٍ رِياضِيٍّ، وهذا العِلْمُ بِدَوْرِهِ يَنْبَغي بناؤُهُ. وهُوَ يَتَضَمَّنُ "قَواعِدَ" و"أصولَ" *الفَنِّ*. ووَفْقَ هَذا التَصَوُّرِ، لا يُمْكِنُ اخْتِزالُ *الفَنِّ التَحْليلِيِّ* إلَى مُجَرَّدِ مَنْطِقٍ، غَيْرَ أَنَّ قِسْمَهُ المَنْطِقِيَّ البَحْتَ مَوْجودٌ في هَذا العِلْمِ الرياضِيِّ، ولِهَذا السَبَبِ يَنْبَغي عَدَمُ الإفْراطِ في اسْتِعارَةِ مُفْرَداتِ كُتُبِ أرسطو في ***المَنْطِقِ*** وبشَكْلٍ خاصٍّ كِتابِ ***الأنالوطيقا الأُولَى***. ومِنَ الآن فَصاعِداً أصْبَحْنا نَرَى حُدودَ امْتِدادِ هَذا *الفَنِّ*: إنّها مُطابِقَةٌ بِالضَبْطِ لِحُدودِ هَذا العِلْمِ الرياضِيِّ الَّذي يَجِبُ أن نَتَوَقَّفَ عِنْدَهُ الآن. كَما أنّنا نَرَى بِوُضوحٍ الفَوارِقَ الَّتي تَفْصِلُ مَشْروعَ ابنِ الهَيْثَمِ عن مَشْروعِ كُلٍّ مِن ابنِ سِنانٍ والسِجْزِيِّ. *فَفَنُّ الابْتِكارِ* نَفْسُهُ مَدْعُوٌّ لِكَيْ يُؤَسَّسَ رِياضِيّاً.

---

[29] انْظُرِ الصَفَحاتِ ١٩٣–١٩٤ مِن الجُزْءِ الثاني لهذا الكِتابِ (النُسْخَة العربيّة).

٣- *الفَنُّ التَحْليلِيُّ* والعِلْمُ الجَديدُ: *"المَعْلومات"* .

في مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، يَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ كِتابَ ***مُعْطَيــاتِ*** إقليدسَ "يَشْتَمِلُ عَلَى مَعانٍ كَثيرةٍ مِن هَذِهِ المَعْلوماتِ هِــيَ مِــن آلاتِ صَــناعَةِ التَحْليلِ". ويُتابِعُ مُؤَكِّداً:

"وأَكْثَرُ صَناعَةِ التَحْليلِ مَبْنِيَّةٌ عَلَى تِلْكَ المعاني، إلا أنّهُ قَد بَقِيَت مَعانٍ أُخَرُ مِــن المَعْلوماتِ الَّتي لا يُسْتَغْنَى عنها في صَناعَة التَحْليلِ ويُفْتَقَرُ إلَيْهــا في كــثيرٍ مِــن الجُزْئيّاتِ المُسْتَنْبَطَةِ بالتَحْليلِ، لَمْ يَتَضَمَّنْها ذَلِكَ الكِتابُ ولا وَجَدْناها في شَيءٍ مِن الكُتُبِ"[٣٠].

وَبِما أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ مُضْطَرٌّ إلَى سَدِّ هَذا النَقْصِ مِن أجْلِ تأسيسِ هَذا *الفَنِّ*، فإنّهُ يَعِدُ بكِتابَةِ "مَقالَة مُفْرَدَة مِن بعدِ فراغِنا مِن هَذِهِ المقالةِ (الّتي تَكــونُ عــن *التَحْليلِ والتَرْكيب*)، نُبَيِّنُ فيها مائيّاتِ المَعاني المَعْلومةِ الَّتي تُــسْتَعْمَلُ في عُلــومِ التَعاليمِ"[٣١] هَكَذا يَعْرِضُ في مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب*** المَفاهيمَ المَعْلومةَ الَّــتي يُحْتاجُ إلَيْها - كَما فَعَلَ ذَلِكَ في مُؤَلَّفِهِ ***في تربيعِ الدائِرَةِ***[٣٢] - قَبْــلَ أن يُكَــرِّسَ مُؤَلَّفاً بأكْمَلِهِ لدِراسَةِ المَفاهيمِ المَعْلومَةِ بالنِسْبَةِ إلَى العُلومِ الرياضِيَّةِ. وهَذِهِ العَلاقَةُ الوَثيقَةُ بَيْنَ النَصَّيْنِ – ***في التَحْليلِ والتَرْكيب*** و***في المَعْلومات*** – مِن الأمورِ الَّــتي رَكَّزَ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَيْها بِقُوَّةٍ؛ مِمّا يَدْفَعُنا إلَى التَوَقُّفِ عِنْدَها.

لقَد كَتَبَ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا المُؤَلَّفَ، ***في المَعْلوماتِ***، في ثَلاثَةِ أجْزاءٍ: تَــرِدُ في البِدايَةِ مُقَدِّمَةٌ طَويلَةٌ – تَحْتَلّ ثُلُثَ الكِتابِ تَقْريباً – حَيْثُ يُعِدُّ مَذْهَباً في "المَفاهيمِ المَعْلومَةِ"، ويَليها جُزْءٌ أوّلٌ يَتَناوَلُ الخَصائِصَ "التي لَمْ يَذْكُرْها أحَدٌ مِن المُتَقَدِّمين

[٣٠] انْظُر أدناه الصَفْحَةَ ٣١٢.

[٣١] انْظُر الصَفْحَةَ نَفْسَها.

[٣٢] انْظُر الفصلَ الأوّلَ من الجُزْءِ الثاني لهذا الكِتاب.

ولا ذَكَروا شَيئاً مِن جنْسِها"[٣٣]. وأخيراً يَأتي جُزْءٌ ثانٍ يَتَضَمَّنُ خَصائِصَ "مِن جنْسِ ما ذَكَرَهُ أقليدسُ في كِتابِ ***المُعْطَيات***، إلاّ أنّهُ لَيْسَ شَيءٌ مِنْهُ في كِتابِ ***المُعْطَيات***"[٣٤]. وإذا كانَ ابنُ الهَيْثَمِ يُقَدِّرُ أنّ إقليدسَ قَد ساهَمَ في هَذا العِلْمِ الجَديدِ في كِتابِ ***المُعْطَياتِ***، فإنّما يَعْنيهِ بِصِفَةِ السَلَفِ البَعيدِ فَقَط. إذ يَكْفي أن نَتَصَفَّحَ كِتابَ ابنِ الهَيْثَمِ لِنُلاحِظَ تَفَرُّدَهُ لا بَلْ وأصالَتَهُ إذا جَازَ لَنا القولُ. كُلُّ ما في المُقَدِّمَةِ يَهْدِفُ إِلَى تَحْديدِ مَفْهومِ "المَعْلوم"، وفي جُزْءَي الكِتابِ لا يَجْري التَرْكيزُ لا عَلَى الهَنْدَسَةِ بشَكْلِها العامِّ، ولا عَلَى فِرْعٍ أو آخَرَ مِن الفُروعِ المُحَدَّدَةِ والمُعْتَمَدَةِ في ذَلِكَ التَقْليدِ. وكُلُّ شَيءٍ هُنا، وكَما سَبَقَ وأشَرْنا، إنَّما يَهْدِفُ إِلَى تَأْمينِ حاجاتِ المُحَلِّلِ.

يَجْتَهِدُ ابنُ الهَيْثَمِ في نَصِّ مُؤَلَّفِهِ الكَبيرِ بُغْيَةَ تَحْديدِ مَفْهومِ "المَعْلومِ". وهَذِهِ الكَلِمَةُ لَيْسَت جَديدَةً، إذ إنّها تُطالِعُنا في مُفْرَداتِ أعْمالِ إقليدسَ المُتَرْجَمَةِ إِلَى العَرَبِيَّةِ. فقَد تَرْجَمَ إسحاقُ بنُ حُنَيْنٍ المُصْطَلَحَ اليونانيَّ δεδομένα بِهَذِهِ الكَلِمَةِ، فَتَبَنّاها الرياضِيّون لاحِقاً في مُؤَلَّفاتِهم بِشَكْلٍ دائِمٍ. يَعودُ ابنُ الهَيْثَمِ بالتَتابُعِ إِلَى المَفاهيمِ التالِيَةِ: "مَعْلومُ العَدَدِ" و"مَعْلومُ النِسْبَةِ" و"مَعْلومُ الوَضْعِ" و"مَعْلومُ الصورَةِ" و"مَعْلومُ القَدْرِ". وإذا ما تَوَقَّفْنا عِنْدَ المَعْنَى الإقليديّ المُبَيَّنِ في ***المُعْطَياتِ*** فَلَن نَجِدَ فيهِ شَيئاً لِمُقارَنَتِهِ بالأشْواطِ البَعيدَةِ الّتي قَطَعَها ابنُ الهَيْثَمِ وخُلَفاؤهُ في هَذا المِضْمارِ. ولِكَيْ لا نورِدَ أكْثَرَ مِن مِثالٍ، فَلْنَتَناوَلْ مَفْهومَ "مَعْلومُ الوَضْعِ"؛ فَهُنا لا يَقْصِدُ إقليدسُ بهذا المَفْهومِ سِوَى وَضْعٍ واحِدٍ يُمْكِنُ تَحْديدُهُ بِشَكْلٍ مُطْلَقٍ. فالقِطْعَةُ المُسْتَقيمةُ "المَعْلومَةُ الوَضْعِ" هِيَ قِطْعَةٌ مُسْتَقيمَةٌ تَكونُ دائماً في نَفْسِ الوَضْعِ الّذي نَسْتَطيعُ تَحْديدَهُ. وبِالمُقابِلِ، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُعَرِّفُ "الوَضْعَ" بِمُصْطَلَحِ

---

[٣٣] انْظُرْ أدناه مؤلَّفَ ***في المَعْلومات***، الصَفْحَة ٤٩٠.

[٣٤] انْظُرْ أدناه مؤلَّفَ ***في المَعْلومات***، الصَفْحَة ٥١٤.

"النَصْبة" ويُحَدّدُ هَذا المَفْهومَ بعَلاقَةٍ بِالنِسْبَةِ إِلَى شَيءٍ، سَواءٌ أكانَ ذَلِكَ بِالنِسْبَةِ إِلَى شَيءٍ ثابِتٍ أم مُتَحَرِّكٍ. وبِاخْتِصارٍ، يُدْخِلُ ابنُ الهَيْثَم بِشَكْلٍ واضِحٍ الحَرَكَةَ لِيَتَكَلَّمَ عَلَى الوَضْعِ، وأمّا إقليدسُ فَلَمْ يَكُنْ قادِراً عَلَى التَسْليمِ بِهَذا الأمْرِ. وسَنَرَى لاحِقاً ما يَنْطَوي عَلَيْهِ مَوْضوعُ إدْراجِ الحَرَكَةِ.

يَجْتَهِدُ ابنُ الهَيْثَم كَفَيْلَسوفٍ، إذا جازَ القَوْلُ، في تَحْديدِ مَعْنَى كَلِمَةِ "المَعْلوم"؛ فيَبْدَأ بالتَرْكيزِ عَلَى ما يُوَصِّفُ المَعْرِفَةَ اليَقينِيَّةَ، أي على اللاّتَغَيُّرِ والكَيْنونَةِ المُسْتَقِلَّةِ وإمْكانِيَّةِ الإدْراكِ الفِكْرِيِّ. ووَفْقاً لابنِ الهَيْثَمِ، تَنْحَصِرُ مَواضيعُ هَذا النَوْعِ مِن المَعْرِفَةِ في دائِرَةِ المَفاهيمِ اللاّمُتَغَيِّرَةِ الَّتي يَمْنَحُها الكائِنُ العاقِلُ مصداقِيّةً هِيَ بِدَوْرِها لامُتَغَيِّرَةً، ويَكونُ الكائِنُ العاقِلُ في هَذا الأمْرِ مُدْرِكاً ذَلِكَ. ومِن وِجْهَةِ نَظَرِ عالِمِنا الرِياضِيِّ، فإنّ هَذا اللاّتَغَيُّرَ للمَفاهيمِ وللأفْكارِ في الظَواهِرِ يَفْرِضُ أمْرَيْنِ آخرَيْنِ: اللاّتَغَيُّرَ في المصداقِيّةِ، والإدْراكَ الَّذي يَمْتَلِكُهُ الكائِنُ عن ذَلِكَ . وبِكَلامٍ آخرَ، يَتَقَدَّمُ لاتَغَيُّرُ المَفاهيمِ، بِبُعْدَيْهِ الوُجودِيِّ المُسْتَقِلِّ والمَنْطِقِيِّ، عَلَى لاتَغَيُّرِ المصداقِيَّة وَعَلَى الإدْراكِ بأنّ الكائِنَ العاقِلَ يَمْتَلِكُ شَيئاً مِن تِلْكَ المصداقِيَّة. وهذا تَحْديداً ما قادَ ابنَ الهَيْثَمِ نَحْوَ واقِعِيَّةٍ رِياضِيَّةٍ بدونِ تَفاصيلٍ، وَهُوَ يَكْتُبُ في هَذا السياقِ: "المَعْلومُ عَلَى التَحْقيقِ هُوَ كُلُّ مَعْنًى لا يَصحُّ فيهِ التَغْييرُ، أَعْتَقَدَ ذَلِكَ المَعْنَى مُعْتَقِدٌ أو لَمْ يَعْتَقِدْه مُعْتَقِدٌ"[٣٥].

ثُمّ يَسْتَعْرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ بَعْضَ الشُروطِ الَّتي تَسْتَوْفيها هَذِهِ المَعْرِفَةُ اليَقينِيَّةُ: لُزومُها – هو مُسْتَقِلٌّ عن الزَمانِ والمَكانِ؛ أمّا طَبيعَةُ المصداقِيَّة الَّتي يَمْنَحُها إيّاها الكائِنُ العاقِلُ – فَهِيَ مصداقِيَّةٌ مُدْرَكَةٌ. إذاً، لا يَكْفي أن نَعْرِفَ أنّ مَفْهوماً ما لامُتَغَيِّرٌ لِكَيْ نُدْرِكَ أنّنا نَعْرِفُهُ، إنّما يَنْبَغي أن تَكونَ هَذِهِ المصداقِيَّة لامُتَغَيِّرَةً وأن نَكونَ نَحْنُ مُدْرِكينَ أنّها كذَلِكَ. ويَتَأَتَّى هَذا الإدْراكُ لِلاتَغَيُّرِ المصداقِيَّة إمّا مِن

---

[٣٥] انْظُرْ أدناه مُؤَلَّفَ ***في المَعْلوماتِ***، الصَفْحَة ٤٦٨.

خِلالِ اللُّزومِ الحَدْسِيِّ - كَما هُوَ الحالُ في الحُكْمِ القائلِ: "الكُلُّ أكْبَرُ مِن الجُزْءِ"، وإمّا نَتيجَةً لقِياسٍ بُرْهانِيٍّ مُتَعَلِّقٍ بقَضِيَّةٍ رِياضِيَّةٍ. ويَنْتَمي "المَعْلومُ" إلى هَذا الصِنْفِ الأخيرِ وإلَيْهِ فقَط: فعَلَى مُسْتَوى الوُجودِ المُسْتَقِلِّ، يُشَكِّلُ المَعْلومُ مَفْهوماً لامُتَغَيِّراً مُسْتَقِلاًّ عن أيِّ كائنٍ عاقِلٍ؛ وعَلَى مُسْتَوى المَعْرِفَةِ يَتَمَيَّزُ المَفهومُ بمِصداقِيَّةٍ لامُتَغَيِّرَةٍ تَكونُ إمّا نَتيجَةً لحَدْسٍ لازمٍ، وإمّا خُلاصَةً لبُرْهانٍ.

يُضيفُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى هَذا المَذْهَبِ ذي الطابعِ الأفْلاطونيِّ تَمْييزاً أرِسْطِيَّ المَسارِ: فهُناك مَعْلومٌ بالفِعْلِ ومَعْلومٌ بالقوّةِ. ومع ذَلِكَ، لا يُوجَدُ بَيْنَ هَذَيْنِ "المَعْلومَيْنِ" أيُّ فَرْقٍ بمَعْنَى الوُجودِ المُسْتَقِلِّ، بَلْ هُناك بِبَساطَةٍ فارِقٌ مَعْرِفِيٌّ: فالمَعْلومُ بالقُوَّةِ هُوَ مَعْلومٌ واقِعِيٌّ تَماماً مِثْلُ المَعْلومِ بالفِعْلِ، إنّهُ بِبَساطَةٍ بانْتِظارِ الكائِنِ العاقِلِ ليُدْرِكَهُ.

لا يُمْكِنُ للمُؤَرِّخِ الَّذي يَقْرَأُ هَذا النَصَّ المَخْطوطِيَّ غَيْرَ مُتَعَدٍّ في مَعْرِضِ ذَلِكَ حُدودَ المُحْتَوَى الرياضِيَّ، إلاّ أن يَحْتارَ أمَامَ هَذا الاسْتِطْرادِ الفَلْسَفِيِّ الَّذي يَذْهَبُ إلَيْهِ المُؤَلِّفُ كَجُزْءٍ يَتَكامَلُ مع عَرْضِهِ الرياضِيِّ. لماذا أحَسَّ ابنُ الهَيْثَمِ بِهَذِهِ الحاجَةِ إلى إعْدادِ هَذا المَذْهَبِ الفَلْسَفِيِّ الَّذي يَبْدو خُلاصةً قَصيرةً مُقْتَضَبَةً مِن أجْلِ تَناوُلِ "المَعْلوماتِ"؟ هل يُعَبِّرُ الأمْرُ عن مُحاوَلَةٍ للإجابَةِ فَلْسَفِيّاً عن مَسْأَلَةٍ رياضِيَّةٍ لم يَجِدْ لها الرياضِيّونَ حَلاًّ رِياضِيّاً؟ يَبْدو أنّ الأمرَ كذَلِكَ، ولا سِيَّما وأنّ هَذا النَوْعَ مِن الإجاباتِ الفَلْسَفِيَّةِ ما كانَ اسْتِثْنائِيّاً قَطٌّ في تاريخِ الرياضِيّاتِ والعُلومِ. فما هُوَ الأمْرُ بالضَبْطِ؟ إنّ مَسْأَلَةَ ابنِ الهَيْثَمِ، الَّتي وَرِثَها عن أسْلافِه، لنَقُلِ ابْتِداءً مِن بَني موسَى عَلَى الأقَلِّ، والَّتي تَبَلْوَرَت واغْتَنَت لَدَيْهِ ، تَتَمَثَّلُ في تَعْليلِ ثَباتِ أو تَغَيُّرِ خَصائصِ كائنٍ هَنْدَسِيٍّ لَدَى تَحْويلِهِ أو حَرَكَتِهِ. وفي هَذِهِ الحالَةِ، كَيْفَ سيَكونُ امْتِدادُهُ ووَضْعُهُ وشَكْلُهُ ومِقْدارُهُ؟ وإذا ما تَعَلَّقَ الأمْرُ بِهَنْدَسَةٍ يَغيبُ عنها مَفْهومَا الحَرَكَةِ والتَحْويلِ، فَمِن البَديهِيِّ ألاّ يَكونَ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ أيُّ طابعٍ مُلِحٍّ. ولَكِنّ الوَضْعَ قد اخْتَلَفَ تماماً بِمُجَرَّدِ إدْخالِ الحَرَكَةِ والتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ،

الأمْرُ الَّذي قامَ بِهِ بِالفِعْلِ أسْلافُ ابنِ الهَيْثَمِ فَضْلاً عن دَوْرِهِ هُوَ بِشَكْلٍ خاصٍّ في هَذا الإطارِ. لقَد كانَ الكاتِبُ مُدْرِكاً تماماً عِنْدَما وَصَفَ، في مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، ما يَفْصِلُهُ عن إقليدسَ في مَوْضوعِ المَعْلوماتِ:

"...وجَميعُ المَعْلوماتِ الَّتي ذَكَرَها أقليدسُ في كِتابِهِ المُسَمَّى ***المُعْطَياتِ*** هِيَ داخِلَةٌ في جُمْلَةِ هَذِهِ الأقْسامِ الَّتي ذَكَرْناها؛ وفيما ذَكَرْناهُ شَيءٌ لَمْ يَذْكُرْهُ أقليدسُ: وَهِيَ الأشْياءُ المَعْلومَةُ الوَضْعِ المُتَحَرِّكَةُ"[٣٦].

بعِبارةٍ أُخْرَى، إذا كانَت المَعْلوماتُ عِنْدَ إقليدسَ تُشيرُ إلَى الوضْعِ والصورَةِ والمِقْدارِ كَخَصائِصَ مُلازِمَةٍ لِلأشْكالِ، في هَنْدَسَةٍ لا تُعْنَى إلاّ بالأشْكالِ، فإنّ مؤلَّفَ ***في المَعْلومات*** عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ يُشيرُ إلَى الخَصائِصِ نَفْسِها، ولَكِنْ لأشْكالٍ وأماكِنَ تَتَحَرَّكُ حَرَكَةً مُتَواصِلَةً، أو تَكونُ مُتَأَتِّيَةً مِن تَحْويلاتٍ هَنْدَسِيَّةٍ. ويُفْضي هَذا الاخْتِلافُ إلَى اخْتِلافاتٍ أُخْرَى أكْثَرَ عُمْقاً: الاخْتِلافِ في تَصَوُّرِ الكائنِ الهَنْدَسِيِّ، والاخْتِلافِ في مَسْأَلَةِ الفَضاءِ الهَنْدَسِيِّ. يَقْتَصِرُ البَحْثُ الهَنْدَسِيُّ عِنْدَ إقليدسَ عَلَى تَناوُلِ خَصائِصِ الأشْكالِ فَقَط، أمّا عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ وسابِقيهِ غَيْرِ البَعيدين، فقَد بَدَأَ الاهْتِمامُ بالعَلاقَاتِ بَيْنَ الأشْكالِ نَفْسِها في الفَضاءِ الهَنْدَسِيِّ — ولِهَذا السَبَبِ تَحْديداً، أحَسَّ عالِمُنا الرِياضيُّ أنّهُ مُضْطَرٌّ إلى وَضْعِ مُؤَلَّفِهِ المُعَنْوَنِ ***في المَكانِ***[٣٧]. وتَكْمُنُ الصُعوبَةُ إذاً بأكْمَلِها في تَعْليلِ هَذا التَصَوُّرِ الجديدِ *لِلمَعْلوم*، وفي إمْكانيَّةِ الحَديثِ عن خَصائِصَ لامُتَغَيِّرَةٍ للشَكْلِ والمَكانِ والكائنِ الهَنْدَسِيِّ المُتَحَرِّكِ أو الخاضِعِ لتَحْويلٍ هَنْدَسِيٍّ. لَمْ يَكُنِ ابنُ الهَيْثَمِ، ولا حَتَّى خُلَفاؤه عَلَى مَدَى ثَمَانيَةِ قُرونٍ لاحِقَةٍ، بِقادِرين عَلَى إعْطاءِ حَلٍّ رِياضِيٍّ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ الرياضِيَّةِ. ولَمْ يَكُنْ مِن النادِرِ في أوْضاعٍ مُشابِهَةٍ أن يَطْرَحَ الرِياضِيُّ حَلاًّ فَلْسَفِيّاً. مُرْتَكِزاً

---

[٣٦] وقد أُشيرَ إلَى ذَلِكَ، راجع الصَفْحَةَ ٣١٦.

[٣٧] انْظُرْ أدْناه الفَصْلَ الثالِثَ.

عَلَى هَذا التَصَوُّرِ "للمَعْلومِ"، عَمَدَ ابنُ الهَيْثَمِ إِلَى رَسْمِ جَدْوَلٍ للمَعْلوماتِ المُخْتَلِفَةِ في العُلومِ الرياضِيَّةِ. لَكِنّ مَوْقِفَهُ، في مَعْرِضِ كِتابَتِهِ لنَصِّ مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***، لَقِيَ تَعْديلاً طَفيفاً، وهذا التَعْديلُ غَنِيٌّ بالدَلالاتِ عَلَى بُعْدِ نَظَرِه.

في كِتابِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، الَّذي وُضِعَ قَبْلَ كِتابِ ***في المَعْلوماتِ*** بفَتْرَةٍ قَصيرَةٍ مِن الزَمَنِ وَفْقَ ما كَتَبَهُ ابنُ الهَيْثَمِ، بَعْدَ أن يُحَدِّدَ مَفْهومُ "المَعْلومِ" بصيغَتِهِ العامَّةِ، تُدْخَلُ عَلَى التَوالي المَفاهيمُ التالِيَة: المَعْلومُ العَدَدِ، المَعْلومُ المِقْدارِ (القَدْرِ)، المَعْلومُ النسْبَةِ (عَدَدِيَّةً كانَت أم غَيْرَ عَدَدِيَّةٍ)، المَعْلومُ الوَضْعِ، والمَعْلومُ الصورةِ. ثُمَّ يَقومُ المُؤَلِّفُ بِوَضْعِ تَصْنيفاتٍ عَديدَةٍ للمَسائِل: ومِنْها النظَرِيَّةُ والتَطْبيقِيَّةُ، والمُتَعَلِّقَةُ بِعَدَدِ حُلولِ المَسائِلِ التَطْبيقِيَّةِ، إلخ؛ وقَد وَضَعَ هَذِهِ التَصْنيفاتِ لِكُلِّ واحِدٍ مِن العُلومِ الرِياضِيَّةِ الأرْبَعَةِ. وبالرَّغْمِ مِن أنّ الوَضْعَ قَد سُوِّيَ سَريعاً بِالنِسْبَةِ إِلَى عِلْمِ الفَلَكِ والموسيقَى، لأنّ *التَحْليلَ والتَرْكيبَ* في هَذَيْنِ العِلْمَيْنِ يُفْضِيان إِلَى *التَحْليلِ والتَرْكيبِ* المُطَبَّقَيْنِ عَلَى التَوالي في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ وعِلْمِ الحِساب، إلاّ أنّ هذَيْنِ العِلْمَيْنِ حاضِرانِ في النَصِّ بشَكْلٍ مُسْتَقِلٍّ. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، اقْتَرَحَ ابنُ الهَيْثَمِ في الجُزْءِ الثاني مِن هَذا المُؤَلَّفِ مَسائِلَ في البَحْثِ، أو وَفْقَ ما يَقولُ: "مَسائِلَ مِن التَحْليلِ فيها بَعْضُ الصُعوبَةِ" — وهِيَ سِتٌّ بِمُجْمَلِها، ثلاثٌ في عِلْمِ الحِسابِ وثلاثٌ في الهَنْدَسَةِ. في هاتَيْنِ النُقْطَتَيْنِ، يَخْتَلِفُ مُؤَلَّفُ ***في المَعْلوماتِ*** عن كِتابِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***. ويَخْتَفي مُصْطَلَحُ *العُلومِ الأرْبَعَةِ* مِن مُقَدِّمَةِ ومِن جُزْءَي الكِتاب. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، فإنّنا نَجدُ في جُزْءَي الكِتابِ أنّ الأساسِيَّ في هَذِا العِلْمِ الجَديدِ، أي "المَعْلومات"، يَتَناوَلُ عِلْمَ الهَنْدَسَةِ. لنُرَكِّزْ قليلاً عَلَى هَذِهِ النُقْطَةِ الَّتي تَبْدو لَنا أساسِيَّةً.

في المُقَدِّمَةِ الطَويلَةِ لكِتابِهِ ***في المَعْلوماتِ***، يَتَخَلَّى ابنُ الهَيْثَمِ عن لُغَةِ *العُلومِ الأرْبَعَةِ* ليَسْتَخْدِمَ لُغَةَ "المقولاتِ". فيَبْدَأ بالتَذْكيرِ بالتَقْسيمِ الأرِسْطِيِّ لِلْكَمِيَّةِ، وذَلِكَ لِكَوْنِهِ يَحْصُرُ عَرْضَهَ فَقَط بِـ"المَعْلوماتِ" الخاصَّةِ بالكَمِيَّةِ. فيُذَكِّرُ بعَناصِرِ

الكَمِيَّةِ المُتَقَطِّعَةِ: الأصواتِ في اللُّغَةِ، والأعْدادِ. وتَتَعَلَّقُ "المَعْلومــاتُ" في الحالَــةِ الأُولَى بِجَوْهَرِ الصَوْتِ وبعَدَدِ وتَوافُقِيَّةِ الأصْواتِ. وبالنِسْبَةِ إلَى الأعْــدادِ، فــإنّ "المَعْلوماتِ" هي: الجَوْهَرُ، والكَمِيَّةُ، وخَصائِصُ طَبيعَتِها (تامّةٌ، ناقِصةٌ، مُرَبَّعَــةٌ، ...)، واقترانُها (التشارُكُ، النسْبَةُ، الجَمْعُ، الطَرْحُ، الجُزْءُ، ...)، وبَعْدَ أن يَعْرِضَ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ التَقْسيماتِ لِلْكَمِيَّةِ المُتَقَطِّعَةِ، فإنّهُ لا يَعودُ إلَيْها مُطْلَقاً، ولا يَدْرُسُ أيَّ أمْثالٍ عَنْها في الأقْسامِ الأُخْرَى مِن الكِتاب. ويَعْرِضُ بَعْدَ ذَلِكَ التَقْــسيماتِ لِلْكَمِيَّةِ المُتَّصِلَةِ: القِطَعَ المُسْتَقيمَةَ، الــسُطوحَ، المُجَــسَّماتِ، الأوْزانَ والزَمــانَ. ويَجْري فَقَط تَناوُلُ المَقولاتِ الثَلاثِ الأُولَى في مَعْرِضِ الدِراسَةِ.

مِمّا لا شَكَّ فيهِ أنّ هَذا التَصْنيفَ تَقْليدِيٌّ. أمّا مَضْمونُهُ فَلَيْسَ بتَقْليدِيٍّ إلَى حَدٍّ كَبيرٍ. قَبْلَ كُلِّ شَيءٍ، لا يُمْكِنُنا فِعْلاً، إذا جازَ القَوْلُ، إلاّ أن نَكونَ مُتَأَثِّرينَ بالهَمِّ الجامِعِ والرابِطِ الّذي يُحَرِّكُ كُلَّ ما يَعْرِضُهُ ابنُ الهَيْثَمِ: فَهُوَ عِنْدَما يُعالِجُ أحَدَ عَناصِرِ شَكْلٍ ما، فإنّهُ لا يَتَناوَلُ هَذا العُنْصُرَ كَمِقْدارٍ فَحَسْب، بَلْ أيْضاً كَمُتَنَوِّعَةٍ مِن المَجْموعَةِ الّتي يَنْتَمي إلَيْها هَذا العُنْصُرُ. فإذاً، تَتَناوَلُ مَعْرِفَةُ هَذا العُنْصُرِ، وهذا هُوَ الأساسُ هُنا، مِقْدارَهُ ووَضْعَهُ وصورَتَهُ فَضْلاً عن العَلاقَاتِ القائِمَةِ فيما بَيْنَــهُ وبَيْنَ العَناصِرِ الأُخْرَى: وباخْتِصارٍ، تَتَناوَلُ المَعْرِفَةُ هُنا خَصائِصَ الفَضاءِ الهَنْدَسِيِّ. لا شَكَّ بأنّ الخُطْوَةَ الّتي قامَ بها ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا المَيْدانِ تَكْتَسِبُ أهَمِيَّةً كُبْــرَى، ويُكَرِّسُ العالِمُ جُزْءاً كَبيراً مِن مُقَدِّمَتِهِ لِتَوْضيحِ هَذِهِ المَفاهيمِ. لنَأخُذْ، عَلَى سَبيلِ المِثالِ، المَفْهومَ المَرْكَزِيَّ للوَضْعِ.

يُحَدِّدُ ابنُ الهَيْثَمِ الوَضْعَ بواسِطَةِ ثَلاثَةِ مَفــاهيمَ: الحَرَكَــةِ، والتَرْتيــبِ، والعَلاقَةِ. وهَكَذا، فإنّ وَضْعَ نُقْطَةٍ (يَعْتَبِرُها المُؤَلِّفُ نِهايَةَ خَطٍّ) يَكــونُ مَعْلومــاً عِنْدَما يَبْقَى بُعْدُها (أو أبْعادُها) عن نُقْطَةٍ أُخْرَى (أو عن نِقاطٍ أُخْرَى) لامُتَغَيِّراً. هُنا يَنْبَغي أن تُتَناوَلَ عِدَّةُ حالاتٍ: حَيْثُ النُقْطَةُ P ثابِتَةٌ والنِقاطُ الأُخْرَى عَلَــى غِرارِها ثابِتَةٌ أيْضاً؛ حَيْثُ النُقْطَةُ P تَتَحَرَّكُ حَرَكَةً دائِرِيَّةً حَوْلَ نُقْطَةٍ ثابِتَةٍ، بدونِ

أن تَتَغَيَّرَ المَسافَةُ بَيْنَهُما؛ حَيْثُ النُقْطَةُ P والنقاطُ الأُخْرَى كُلُّها تَخْضَعُ للحَرَكَةِ نَفْسِها الَّتي لا تُغَيِّرُ المَسافاتِ بَيْنَ P وأيٍّ مِن تِلْكَ النقاطِ.

كَذَلِكَ يَتَحَدَّدُ وَضْعُ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى نِقاطٍ ثابِتَةٍ؛ في هَذِهِ الحالَةِ لا يَأْتي الخَطُّ بأيِّ حَرَكَةٍ، باسْتِثْناءِ الزِيادَةِ والنُقْصانِ، والمَسافاتُ بَيْنَ نِقاطِه ونُقْطَتَيْن، أو أكْثَرَ، لا تَتَغَيَّرُ. هَذا الخَطُّ سَيُسَمَّى الخَطَّ *المَعْلومَ الوَضْعِ عَلَى الإطْلاقِ*. يُمْكِنُ أيْضاً تَحْديدُ وَضْعِ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ ثابِتَةٍ، وفي هَذِهِ الحالَةِ فإنَّ المَفاهيمَ المَعْلومَةَ هِيَ المَسافاتُ اللاّمُتَغَيِّرَةُ بَيْنَ أيِّ نُقْطَةٍ مِن الخَطِّ وهَذِهِ النُقْطَةِ الثابِتَةِ، سَواءٌ أكانَ الخَطُّ نَفْسُه ثابِتاً أم مُتَحَرِّكاً. نُحَدِّدُ أيْضاً وَضْعَ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى خَطٍّ آخَرَ، سَواءٌ أكانَ هَذا الأخيرُ ثابِتاً أم مُتَحَرِّكاً. نُحَدِّدُ أيْضاً وَضْعَ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى نُقْطَةٍ مُتَحَرِّكَةٍ أو إلَى مَجْموعةِ نِقاطٍ مُتَحَرِّكَةٍ، وفي هَذِهِ الحالَةِ، إنَّ المَفاهيمَ المَعْلومةَ هِيَ المَسافاتُ اللاّمُتَغَيِّرَةُ بَيْنَ كُلِّ نُقْطَةٍ مِن الخَطِّ وكُلِّ نُقْطَةٍ مِن النقاط المُتَحَرِّكةِ؛ يَنْبَغي عِنْدَئِذٍ أن يَتَحَرَّكَ الخَطُّ حَرَكَةً مُطابِقَةً لحَرَكَةِ النقاطِ المَأْخوذَةِ وفي نَفْسِ الاتِّجاه. أخيراً، نُحَدِّدُ وَضْعَ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى خَطٍّ ثابِتٍ آخَرَ، والمَفْهومُ المَعْلومُ في هَذِهِ الحالَةِ هُوَ مَفْهومُ الزاوِيَةِ المُحْدَثَةِ مِن تَقاطُعِ هَذَيْنِ الخَطَّيْنِ أو امْتِدادَيْهِما، وذَلِكَ سَواءٌ أكانَ الخَطُّ الَّذي نَسْعَى إلَى مَعْرِفَةِ وَضْعِهِ ثابِتاً أَمْ مُتَحَرِّكاً، لَكِنْ بشَرْطِ أن تَبْقَى الزاوِيَةُ المُحْدَثَةُ لامُتَغَيِّرَةً. وإذا كانَ الخَطُّ، أو امْتِدادُهُ، لا يَقْطَعُ الخَطَّ الَّذي بالنِسْبَةِ إلَيْهِ سَيَكونُ وَضْعُه مَعْلوماً، فإنَّهُ سَيَكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ عَلَى أيِّ حالٍ إذا قَطَعَ الخَطَّيْنِ المَذْكورَيْنِ مُسْتَقيمٌ يُحْدِثُ مع كُلِّ واحِدٍ مِنْهُما زاوِيَةً مَعْلومَةً.

يُتابِعُ ابنُ الهَيْثَمِ تَعْدادَهُ ويُحَدِّدُ وَضْعَ الخَطِّ بالنِسْبَةِ إلَى خَطٍّ مُتَحَرِّكٍ، ومِن ثَمَّ بالنِسْبَةِ إلَى سَطْحٍ ثابِتٍ، وأخيراً بالنِسْبَةِ إلَى سَطْحٍ مُتَحَرِّكٍ. ويَقومُ بمُهِمَّةٍ مُماثِلَةٍ لتَحْديدِ وَضْعِ سَطْحٍ ووَضْعِ مُجَسَّمٍ، ولِدِراسَةِ المَفاهيمِ الأُخْرَى: *المَعْلومِ الصورَةِ*، والمَعْلومِ القَدْرِ، والمَعْلومِ النِسْبَةِ.

لَدَى تَفَحُّصِنا هَذِهِ الْمُقَدِّمَةِ الطَويلَةِ لكِتاب ابنِ الهَيْثَمِ، نَرَى، ومُنْذُ البدايَةِ، أنّهُ قَد أَدْخَلَ الحَرَكَةَ بِصِفَتِها مَفْهوماً أوَّلِيّاً في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ ضَرورِيّاً لتَحْديدِ وَضْعِ وشَكْلِ أيِّ مِقْدارٍ هَنْدَسِيٍّ، وبصِفَتِها، فَضْلاً عن ذَلِكَ، ضامِناً لاتِّصالِ هَذا المِقْدارِ. ثُمَّ يُبيِّنُ التَفَحُّصُ نَفْسُه أنّ ابنَ الهَيْثَمِ كَوَريثٍ لأرشميدسَ وأبلونيوسَ أيْضاً، يُمَيِّزُ بِشَكْلٍ جَلِيٍّ ما بَيْنَ الخَصائِصِ لِجِهَةِ الوَضْعِ مِنَ الخَصائِصِ المِتْرِيَّةِ. وحَتَّى عِنْدَما يَكونُ بالإمْكانِ التَعْبيرُ عن خاصِيَّةٍ وَضْعِيَّةٍ بواسِطَةِ قِياساتِ مَسافاتٍ وزَوايا، أي بِطَريقَةٍ مِتْرِيَّةٍ، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَعْمَدُ، بالرَّغْمِ مِن ذَلِكَ، إلَى وَصْفِ ما هُوَ خاصٌّ بالوَضْعِ، بِصِفَتِهِ وَضْعاً. ويَتَمَحْوَرُ الأساسِيُّ في هَذِهِ المَرْحَلَةِ حَوْلَ تَحْديدِ الوَضْعِ (لِنُقْطَةٍ ما عَلَى سَبيلِ المِثالِ) بِدونِ إدْخالِ أيِّ مَنْظومَةٍ للإحْداثِيّاتِ، وذَلِكَ فَقَط بالنِسْبَةِ إلَى نقاطٍ أو خُطوطٍ، ثابِتَةٍ أو مُتَحَرِّكَةٍ؛ يَتَعَلَّقُ الأمْرُ إذاً بِهَنْدَسَةٍ وَصْفِيَّةٍ بالمَعْنَى الحَقيقِيِّ للكَلِمَةِ. والهَدَفُ الَّذي يَضَعَهُ ابنُ الهَيْثَمِ نُصْبَ عَيْنَيْهِ في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات*** واضِحٌ: وَهُوَ تَحْديدُ ماهِيَّةِ العَلاقَاتِ اللاّمُتَغَيِّرَة الَّتي تَسْمَحُ بتَوْصيفِ الوَضْعِ والشَكْلِ والمِقْدارِ والنِسْبَةِ. وسَتُشَكِّلُ كُلُّ مَجْموعةٍ مِن العَلاقَاتِ فَصْلاً في الهَنْدَسَةِ الَّتي سَتَأْتي، أو في هَذا العِلْمِ الَّذي أُطْلِقَ عَلَيْهِ اسمُ "المَعْلومات".

يَلي هَذِهِ المُقَدِّمَةَ فَصْلانِ يَفيضانِ حَدْساً قَوِيّاً وثاقِباً. في **الأوّل** مِنْهُما، يَهْتَمُّ المُؤَلِّفُ بِشَكْلٍ أساسِيٍّ بِخَصائِصِ الوَضْعِ والشَكْلِ. ويُعالِجُ بِضْعَ مَجْموعاتٍ مِن النِقاطِ وبَعْضَ التَحْويلاتِ النُقَطِيَّةِ: التَحاكِي، المُشابَهَة، الانْسِحاب الخَطِّيّ، بالإضافَةِ إلَى تَحْويلاتٍ أُخْرَى مُنْطَقَةٍ ثُنائِيّاً مِن المَرْتَبَةِ الثانِيَةِ. ويُوَصِّفُ المُؤَلِّفُ التَحْويلاتِ الثَلاثَة الأُولَى، بَيْنَما يَعْمَدُ إلَى اسْتِخْدامِ التَحْويلاتِ الأُخْرَى بِدونِ تَوْصيفٍ. وتُخَصَّصُ القَضايا الأُولَى في هَذا الفَصْلِ لِمُهِمَّةِ التَوْصيفِ تِلْكَ، قَبْلَ أن يُعْمَدَ إلَى تَفَحُّصِ بَعْضِ القَضايا كتِلْكَ المُتَعَلِّقَةِ بالشَكْلِ المُتَحاكِي مَع الدائِرَةِ، وبالمُحَوَّلِ مِن الدائِرَةِ بِواسِطَةِ الانْسِحابِ الخَطِّيِّ، إلخ. أمّا في الفَصْلِ **الثاني**،

فَيَبْحَثُ ابنُ الهَيْثَمِ عن الوَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ الأكْثَرِ بَساطةً لتَحْديدِ أوْضاعِ النقاطِ والنِسَبِ القائِمَةِ بَيْنَها، وذَلِكَ انْطِلاقاً مِن العَناصِرِ المَعْلومَةِ. وبعِبارةٍ واحِدَةٍ، يَدْرُسُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى مَدَى هَذَيْنِ الفَصْلينِ الأمْكِنَةَ المُسْتَقيمَةَ والدائِرِيَّةَ، فَضْلاً عن المُحَوَّلِ مِنْها.

يُمَثِّلُ البَحْثُ الَّذي أجْراهُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذَيْنِ الفَصْلينِ تَنْفيذاً جُزْئِيّاً للمَشْروعِ الَّذي رَسَمَهُ في المُقَدِّمَةِ، وَهُوَ عِبارَةٌ عن مُخَطَّطٍ لِما كانَ يَعِدُ به هَذا العِلْمُ الجَديدُ. غَيْرَ أَنَّ الفائِدَةَ وافِرَةٌ بِما فيهِ الكِفايَةُ للدَلالَةِ عَلَى وِجْهَةِ هَذا البَحْثِ والإضاءَةِ عَلَى مَدْلولِهِ. أَفَلا يُقَدَّمُ لِلمُحَلِّلِ بَعْضُ الخَصائِصِ اللاّمُتَغَيِّرَةِ لِجِهَةِ الوَضْعِ والشَكْلِ لعَدَدٍ مِن الكائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ الَّتي تَتَأَتَّى بِواسِطَةِ الحَرَكَةِ والتَحْويلِ والقُطوعِ المُسْتَوِيَةِ؟ يَتَضَمَّنُ هَذا البَحْثُ عَناصِرَ عَديدَةً لازِمَةً لتأسيسِ الفَنِّ التَحْليلِيِّ.

لَكِنَّ هَذا الإنْجازَ المُهِمَّ بالنِسْبَةِ إلَى عِلْمِ الهَنْدَسَةِ، والَّذي يَرْسُمُ فَضْلاً عن ذَلِكَ طَريقَ المُسْتَقْبَلِ، لا يَسْتَطيعُ مع ذَلِكَ أن يَرْدُمَ الهُوَّةَ العَميقَةَ بَيْنَ المَشْروعِ وتَنْفيذِهِ. فالمَشْروعُ يَتَعَلَّقُ *بالعُلومِ الأَرْبَعَةِ* وَفْقاً لكِتابِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***؛ وبالكَمِيَّةِ المُتَقَطِّعَةِ وكذَلِكَ المُتَّصِلَةِ، وَفْقاً لمُقَدِّمَةِ كِتابِ ***في المَعْلوماتِ***. أمّا التَنْفيذُ، فإنّهُ لا يَتَناوَلُ سِوَى الهَنْدَسَةِ. والظاهِرُ أنّ هَذا التَبايُنَ لَمْ يفُتِ ابنَ الهَيْثَمِ: إذ يَبْدو فَضْلاً عن ذَلِكَ أَنّهُ قد عَلَّلَ هَذا الأمْرَ مُسْبَقاً. ومُتَّخِذاً عِلْمَ الهَنْدَسَةِ في ذَلِكَ مِثالاً، قَد بَيَّنَ ابنُ الهَيْثَمِ المَعْلوماتِ الخاصَّةَ بِكُلِّ عِلْمٍ مِن *العُلومِ الأَرْبَعَةِ*، أو بِكُلِّ تَقْسيمٍ لِلْكَمِيَّةِ. ونُكَرِّرُ بأنّ المَعْلوماتِ الخاصَّةَ بالعَدَدِ هي: جَوْهَرُ العَدَدِ، كَمِّيَّتُهُ، طَبيعَتُهُ (تامٌّ، مُرَبَّعٌ، ...)، اقْتِرانُ الأعْدادِ (النِسْبَةِ، الجَمْعِ، الطَرْحِ، التَشارُكِ ...). وفي مُؤَلَّفِ ***في المَعْلوماتِ***، أي حَيْثُ يَعْمَلُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى هَذا العِلْمِ الجَديدِ، نُلاحِظُ أَنّهُ إثْرَ التَذْكيرِ بِهَذِهِ الخَصائِصِ يُعْمَدُ إلَى وَضْعِها طَيَّ النسيانِ كَما يَجْري مع عِلْمِ الحِسابِ نَفْسِهِ. وهَذِهِ المَعْلوماتُ الَّتي لا تَكادُ تُذْكَرُ في المُقَدِّمَةِ يَجْري العُبورُ قُرْبَها

لاحِقاً بِصَمْتٍ تامٍّ. ويَنْطَبِقُ الأمْرُ نَفْسُه عَلَى كافَّةِ المَعْلوماتِ الأُخْرَى الخاصَّـةِ، باسْتِثْناءِ تِلْكَ المَعْلوماتِ المُتَعَلِّقَة بالهَنْدَسَةِ. وكُلُّ شَيءٍ يُـشيرُ إذاً إلَـى أنّ تِلْـكَ المَعْلوماتِ حاضِرةٌ هُنا بسَبَبِ الاهْتِمامِ المَحْضِ بالاكْتِمال، ورُبَّما يَكـونُ ذَلِـكَ مُراعاةً لِباقي العُلومِ الَّتي تُعالِجُ الكَمِيَّةَ. غَيْرَ أَنَّ حُضورَ هَذِهِ المَعْلوماتِ هُنا، والَّذي يُمْكِنُ وَصْفُهُ بالتَلْميحيِّ، لا بُدَّ مِنْهُ بُغْيَةَ تَأمينِ الشُموليَّةِ اللاَّزِمَةِ لطَريقَةِ *التَحْليـلِ والتَرْكيب* المَبْنِيَّةِ وَفْقَ ابنِ الهَيْثَمِ عَلَى "المَعْلوماتِ". وهَذِهِ الطَريقَةُ، الَّتي وَصَـفَها المُؤَلِّفُ بِشَكْلٍ جَيِّدٍ في كِتابه ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***، يَجِـب أن تُطَبَّـقَ عَلَـى مَجْموعَةِ *العُلومِ الأَرْبَعَةِ*. وابنُ الهَيْثَمِ كَعالِمٍ، لا شَكَّ بأنّهُ أَعْمَقُ تَفْكـيراً مِـن أن يَرْضَى بِتَجْميعِ "مَعْلوماتٍ" مُتَراصَّةٍ لها أصولٌ مُتَنَوِّعَةٌ ومُتَنافِرَةٌ فَيَعْتَبِرُها ضـامِنَةً لِلشُمولِيَّةِ اللاَّزِمَةِ. وهُنا يَتَبَدَّى المَذْهَبُ الفَلْسَفِيُّ للمَعْلوماتِ الَّذي أَعَدَّهُ المؤلِّفُ: فَهُوَ الَّذي يَمْنَحُ لُغَةَ "المَعْلوماتِ" وَحْدَتَها، وبالتالي شُمولِيَّتَها. فَهَـذا المَـذْهَبُ الفَلْسَفِيُّ يَعْمَلُ إذاً في اتِّجاهَيْنِ: الاتِّجاهُ الأوّلُ يَقودُ نَحْوَ تَعْليلِ اعْتِمادِ الحَرَكَـةِ والتَحْويلِ الهَنْدَسِيِّ بَيْنَ المَفاهيمِ الأوّلِيَّةِ للهَنْدَسَةِ؛ أمّا الثاني فيَقودُ نَحْوَ تَأمينِ وَحْدَةِ لُغَةِ "المَعْلوماتِ" في العُلومِ الَّتي تَتَناوَلُ الكَمِيَّةَ المُتَقَطِّعَةَ والكَمِيَّةَ المُتَّصِلَةَ. وهُنا نَرَى أنّ هَذا المَذْهَبَ لَيْسَ بجُزْءٍ مُضافٍ في مَذْهَبِ ابنِ الهَيْثَمِ. ولاحِقاً، بَعْـدَ قُـرونٍ عَديدَةٍ سَيَحُلُّ مَكانَهُ مَذْهَبٌ آخَرُ هُوَ *"تَحْليلُ الوَضْعِ"*؛ لَكِنَّها بالتالي قِصَّةٌ أُخْرَى.

يَعودُ ابنُ الهَيْثَم، في مُؤَلَّفِه ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***، إلَى مَـنْهَجِ *التَحْليـلِ والتَرْكيبِ* لِيَتَفَحَّصَ تَطْبيقَهُ في كُلِّ واحِدٍ مِن العُلومِ. هَذا يَعْني أنّـهُ "يُفَعِّـلُ" أو يُكَيِّفُ المَنْهَجَ بِالنِسْبَةِ إلَى كُلِّ واحِدٍ مِن هَذِهِ العُلومِ. فيَبْدَأ بتَـصْنيفِ المَفـاهيمِ والقَضايا الرياضِيَّةِ في نَوْعَيْنِ: نَظَرِيّ *(عِلْمِيّ)* وتَطْبيقِيّ *(عَمَلِيّ)*. وإذا كانَ النَظَرِيُّ هُوَ نَفْسُ ما نَجِدُه عِنْدَ أَسْلافِ ابنِ الهَيْثَمِ، مِن حَيْثُ إنّهُ يَتَناوَلُ الخَصائِصَ المُمَيِّزَةَ وبالتالي اللاَّزِمَةَ بِالجَوْهَرِ للكائِنِ المَأْخوذِ، فإنّ التَطْبيقِيَّ سيَكونُ مُرادِفاً "للفِعْـلِ"، ولذَلِكَ فَهُوَ يَخْتَلِفُ مِن عِلْمٍ إلَى آخَرَ، الأمْرُ الَّذي نَسْتَطيعُ التَحَقُّقَ مِنْهُ بِسُهولَةٍ.

ما ذَكَرْناهُ يَعْني أنّ الثُنائيَّ «نَظَريّ» / «عَمَلِيّ» غَيْرُ مُماثِلٍ للثُنائيِّ الشَهيرِ «نَظَريّ»/«مَسائِليّ» الّذي نَجِدُهُ في نَصِّ بابوسَ. فبِالنِسْبَةِ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ، إنّ مَسْأَلَةَ إيجادِ عَدَدٍ تامٍّ أو مَسْأَلَةَ إيجادِ مُرَبَّعَيْنِ يُساوي مَجْموعُهُما مُرَبَّعاً مَعْلوماً (القَضِيَّةُ الثامِنَةُ مِن المَقالَةِ الثانيَةِ مِن كِتابِ ديوفنطس)، هُما مَسْأَلَتانِ تَطْبيقِيَّتانِ في عِلْمِ الحِسابِ بِقَدْرِ ما هِيَ تَطْبيقِيَّةٌ مَسْأَلَةُ بناءِ مُثَلَّثٍ مُتَساوي الأضْلاعِ عَلَى قِطْعَةِ مُسْتَقيمٍ مَعْلومةٍ. ويَتَضَمَّنُ التَحْليلُ التَطْبيقِيُّ، فَضْلاً عن مَسْأَلَةِ إيجادِ المَقاديرِ المَجْهولَةِ، مَسْأَلَةَ بناءِ الأشْكالِ الهَنْدَسيَّةِ؛ وهذا ما كانت عَلَيْهِ الحالَةُ مُنْذُ زَمَنِ ثابتٍ بنِ قُرَّة. والتَحْليلُ النَظَرِيُّ هُوَ مِن الصِنْفِ نَفْسه بالنِسْبَةِ إلَى المَجْموعِ مِن النُظُمِ العِلْمِيَّةِ. و يَنْطَبِقُ الأمْرُ نَفْسُهُ، وَفْقاً لابنِ الهَيْثَمِ، عَلَى التَحْليلِ التَطْبيقِيِّ، لَكِنْ مع اخْتِلافٍ واحِدٍ، وَهُوَ أنّ هَذا التَحْليلَ التَطْبيقِيَّ يَنْقَسِمُ إلَى ثَلاثَةِ أنْواعٍ تِبْعاً لِوُجودِ مُناقَشَةٍ لشُروطِ الحَلِّ أو عَدَمِهِ، وإن كانَ لَدَيْنا، في هَذِهِ الحالَةِ الأخيرَةِ، حَلٌّ واحِدٌ أو حُلولٌ عَديدَةٌ.

وَعَلَى ضَوْءِ ذَلِكَ، يَشْرَحُ ابنُ الهَيْثَمِ مَعْنَى التَحْليلِ في كُلِّ حالَةٍ ويُعْطِي أمْثِلَةً لتَوْضيحِ تَطْبيقِ المَنْهَجِ. يَبْقَى إذاً أن نَتَفَحَّصَ جَميعَ المَسائِلِ الرياضِيَّةِ والمَنْطِقِيَّةِ المُتَرَتِّبَةِ عَلَى بَحْثِ ابنِ الهَيْثَمِ هذا. لقَد تَناوَلْنا هُنا مُجَدَّداً وشَرَحْنا بِشَكْلٍ مَنْهَجيٍّ المَسائِلَ الرياضِيَّةَ، الّتي يَنْتَمي بَعْضُها إلَى البَحْثِ المُتَقَدِّمِ في ذَلِكَ العَصْرِ. أمّا بِالنِسْبَةِ إلَى المَسائِلِ المَنْطِقِيَّةِ، فإنّها صِنْفان: يَتَعَلَّقُ الصِنْفُ الأوّلُ بمَسائِلَ فَلْسَفِيَّةٍ مَنْطِقِيَّةٍ يُثيرُها ابنُ الهَيْثَمِ، أمّا الثاني فيَتَعَلَّقُ بمَسائِلَ يَسْتَطيعُ مَناطِقَةُ عَصْرِنا التَعَرُّفَ عَلَيْها مُسْتَتِرَةً في نَصِّ المُؤَلِّفِ. ونَحْنُ سنَتَناوَلُ أيْضاً هَذِهِ المَسائِلَ الأُولَى وسَنَشْرَحُها، أمّا المَسائِلُ الثانِيَةُ فَسَتَكونُ مَوْضوعاً لبَحْثٍ آخَرَ[٣٨].

---

[٣٨] بنِيَّتِنا كِتابةُ مؤلَّفٍ عن *التَحْليل والتَرْكيب* في الرياضِيّاتِ القَديمَةِ والكلاسيكيّة.

٤- تاريخُ النُصوصِ

في التَحْليلِ والتَرْكيب

لا تُثيرُ أصالةُ كِتابِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، ولا نِسْبَتُهُ إِلَى الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ، أيَّ شَكٍّ. فالتَقْليدُ المَخْطوطِيُّ يؤكِّدُ ذَلِكَ بدونِ أدْنَى غُموضٍ. ذَلِكَ أنّ القِفْطِيَّ وابنَ أبي أُصَيْبِعَة وناسِخَ مَخْطوطَةِ لاهور مُجْمِعونَ عَلَى أصالَةِ المُؤلَّفِ وصِحَّةِ نسْبَتِهِ[٣٩]: فَهُم كُلُّهُم يَذْكُرون هَذا العُنْوانَ في لائِحَةِ أعْمالِ المُؤلِّفِ. وأخيراً يَذْكُرُ ابنُ الهَيْثَمِ نَفْسُهُ في هَذا الكِتابِ مؤلَّفَيْنِ آخَرَيْنِ لَهُ، وهما: ***في المَعْلومات***، و***شَرْحُ مُصادراتِ كِتابِ أقليدس***.

وَصَلَ إلينا هَذا المؤلَّفُ في أرْبَعِ مَخْطوطاتٍ:

١- المَخْطوطَةُ ٣٦٥٢/١٢ في مَكْتَبَةِ شِستر بيتي (Chester Beatty) في مَدينةِ دبلن، الصَفَحَاتُ ٦٩ ظ- ٨٦ و، وذَلِكَ وَفْقَ التَرْقيمِ بالأرْقامِ العَرَبِيَّةِ. هَذهِ المَخْطوطَةُ، الَّتي نُشيرُ إلَيْها بالحرف B (ب)، هِيَ نُسْخَةٌ أُنْجِزَت في بَغداد في يَوْمِ السَبْتِ الواقِعِ فيهِ ٢٣ جُمادَى الأُولَى مِن السَنَةِ ٦١٢ لِلهِجْرَةِ، أي صَباحَ نَهارِ السَبْتِ الواقِعِ فيهِ ١٩ أيلول سبتمبر سَنَة ١٢١٥ ميلادِيَّة، وذَلِكَ وَفْقَ العِبارَةِ الخِتامِيَّةِ الوارِدَةِ في المَخْطوطَةِ. وقَد خَطَّ الناسِخُ المَخْطوطَةَ بِعِنايَةٍ بالخَطِّ النَسْخِيِّ، كَما رَسَمَ الرُسومَ الهَنْدَسِيَّةِ.

٢- المَخْطوطَةُ ١/١١٩١ مِن مَجْموعَةِ رشيد في إسطنبول، الصَفَحَاتُ ١ظ - ٣٠ظ. تَنْتَمي هَذهِ المَخْطوطَةُ، الَّتي نُشيرُ إلَيْها بالحَرْفِ R (ر)، إلَى مَجْموعَةِ

[٣٩] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٤٩٨-٤٩٩ مِن الجُزْءِ الثاني لهذا الكِتاب (النسخة العربيّة)

الناسخ الشَهير والعالِم مُصْطَفى صدْقِيّ[٤٠]، وبالتالي فقد نُسِخَت قَبْلَ مُنْتَصَفِ القَرْنِ الثامِنِ عَشَرَ. وخَطُّ الكِتابَةِ نستَعْليق، والأشْكالُ مَرْسومَةٌ. أمّا بالنِسْبَةِ إلَى تاريخِ نَسْخِ المَخْطوطَةِ، فالأمْرُ لَيْسَ واضِحاً بشَكْلٍ تامٍّ، لَكِنْ يَبْدو لَنا أنّها أقْدَمُ مِن المَخْطوطَةِ Q (ق) الَّتي سَيَرِدُ ذِكْرُها لاحِقاً.

٣- المَخْطوطَةُ ٣٢٣ مِن مَجْموعةِ تيمور، رِياضَة، دارُ الكُتُبِ في القاهِرةِ وَهِيَ مُرَقَّمَةٌ في ٦٨ صَفْحَةً، ونُشيرُ إلَيْها بِـ Q (ق) وَهِيَ تَنْتَمي إلَى مَجْموعةِ مُصْطَفَى صدْقِيّ. وخَطُّ الكِتابَةِ بالنستَعْليق الجَميلِ والأشْكالُ لَيْسَت مَرْسومَةً.

٤- المَخْطوطَةُ الرابِعَةُ – المُشارُ إلَيْها بالحَرْفِ S (س)– كانَت مَوْجودَةً في مَجْموعةٍ في مَكْتَبَةِ فلاديمير إيليتش لينين في مدينةِ كويبيشيف، ونُقِلَت إلَى سان بطرسبورغ، الصَفَحاتُ ٣٤٨و – ٣٦٨و (التَرْقيمُ القَديمُ: الصَفَحاتُ ٣١٦و – ٣٣٦و)[٤١]. نُشيرُ إلَى تَعاكُسِ الصَفْحَتَيْنِ ٣٥١ و – ٣٥١ ظ.

تُبيِّنُ مُقارَنَةُ هَذِهِ المَخْطوطَاتِ الأرْبَعِ ثُناءً، وبدونِ أيِّ شَكٍّ، أنّ مَخْطوطَةَ إسطنبول، رشيد ١١٩١/١، هِيَ نُسْخَةٌ عن مَخْطوطَةِ دبلن، شستر بيتي ٣٦٥٢/١٢ وعَنْها فَقَط. لن نَسْتَعْرِضَ هُنا كافَّةَ تفاصيلِ المُقارَنَةِ، لَكِنَّنا سَنُذَكِّرُ ببَعْضِ الوقائع:

١) نَجدُ في المَخْطوطَةِ R، مُقارَنَةً بالمَخْطوطَةِ B، ثمانيَةَ إغْفالاتٍ لجُمْلَةٍ تَتَضَمَّنُ أكْثَرَ مِن كَلِمَتَيْنِ، بالإضافَةِ إلَى ٢٩ إغْفالاً لكَلِمَةٍ. بالمُقابِلِ لَيْسَ هُناك مِن

---

[٤٠] انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٣٦ مِن كِتابِ:

R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au X^e siècle.*

[٤١] بَصَددِ وَصْفِ هَذِهِ المَخْطوطةِ، انْظُر أعْلاه تاريخَ نَصِّ مُؤَلَّفِ ***في خواصّ الدوائر***، الفَصْل الأوّل، الصَفْحَة ٧٢.

إغْفالاتٍ في B بالنِسْبَةِ إِلَى R، باسْتِثْناءِ كَلِمَةٍ واحِدَةٍ، وَهِيَ لا تُمَثِّلُ أيَّ فـــارِقٍ، لأنّها قَد تَكونُ إضافةً مِن ناسِخِ R: وَهِيَ كَلِمَةُ "مثل". في المَخْطوطَـــةِ B كَـــرَّرَ الناسِخُ مَقْطَعاً طويلاً، مِن السَطْرِ ٣٨ في الصَفْحَةِ ٨٢ وَجْه إِلَى الـــسَطْرِ ١٦ في الصَفْحَةِ ٨٢ ظَهْر (أي ١٩ سَطْراً يَتَضَمَّنُ كُلُّ واحِدٍ حَوالَى ١٥ كَلِمَةً، وهـــذا يُعادِلُ صَفْحَةً في نَموذَجِ الناسِخِ). وقَد أَدْرَكَ هَفْوَتَهُ، فكَتَبَ فَوْقَ أوّلِ سَطْرٍ مِن المَقْطَعِ المُكَرَّرِ كَلِمَةَ (خَطَأ). أمّا ناسِخُ R فقَد تَبِعَهُ بدونِ تَبَـــصُّرٍ وأدْرَجَ كَلِمَـــةَ (خطأ) بالشَكْلِ الَّذي وَرَدَت فيهِ، وذَلِكَ فَضْلاً عن تَكْرارِهِ للمَقْطَـــعِ بأكْمَلِـــهِ. وهذا التَكْرارُ، الَّذي يُشَكِّلُ وَحْدَهُ إثباتاً لا يُمْكِنُ دَحْضُهُ، لَيْسَ وَحيداً؛ فلَـــدَيْنا مِثالٌ آخَرُ. إذ يُكَرِّرُ ناسِخُ B جُمْلَةً في الصَفْحَةِ ٧٠ ظ في الـــسَطْرَيْنِ ١١-١٢؛ فَيَتْبَعَهُ ناسِخُ R ويُكَرِّرُ الجُمْلَةَ نَفْسَها (الصَفْحَة ٣ وَجْه، السَطْران ١٨-١٩).

٢) نَجِدُ عَلَى الأقَلِّ ٣٥ خَطَأً لُغَوِيّاً في B، مُكَرَّراً في R.

٣) بالنسْبَةِ إِلَى الأحْرُفِ المَطْموسَةِ في B، فقَد تَرَكَ ناسِخُ R أمْكِنَتَها فارِغَةً.

٤) كُلُّ الأخْطاءِ الرِياضِيَّةِ المُرْتَكَبَةِ في B مَوْجودَةٌ أيْضاً في R .

٥) جَميعُ الكَلِماتِ والجُمَلِ الغائِبَةُ في B غَيْرُ مَوْجودةٍ في R.

وبِشَكْلٍ أعمّ فقَد دوَّن ناسِخُ R المؤلَّفاتِ الأُخْرَى الوارِدَةَ في B[٤٢].

أمّا بِالنِسْبَةِ إِلَى نصوصِ السِجْزِيِّ المَوْجودَةِ في R ولَكِنْ لَيْسَ في B، ومِنْها عَلَى سَبيلِ المِثالِ ***في كَيْفِيَّة تَصوُّرِ الخطّين اللّذين يقربـــان ولا يلتقيـــان***، فإنّنـــا نَسْتَطيعُ بِسُهولَةٍ أن نُبَيِّنَ نَتيجَةَ قِراءةٍ مُتَأَنِّيَّةٍ للمَخْطوطَةِ B، أنّ هَذِهِ المؤلَّفات قَـــد

[٤٢] راجِع عَلَى سَبيلِ المِثالِ الصَفَحَاتِ ٣٤٣-٣٥٢ مِن:

P. Crozet, «À propos des figures dans les manuscrits arabes de géométrie:l'exemple de Siğzī», dans Y.Ibish (ed.), *Editing Islamic Manuscripts on Science,* Proceedings of the Fourth Conference of al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 29th – 30th Novembr 1997 (Londres, 1999).

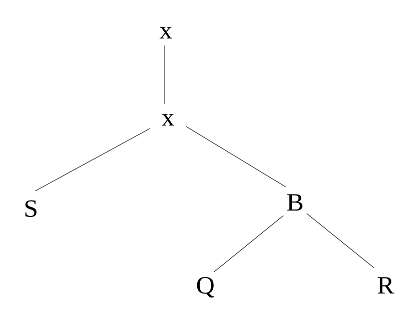
كانَت مَوْجودَةً ولَكِنَّها انتُزِعَت مِن B. إذاً، قامَ ناسِخُ R بنَقْلِها عن B قَبْلَ ضَياعِ تِلْكَ النُصوص.

وبِفَضْلِ مُقارَنَةٍ مُشابِهَةٍ يَتَبَيَّنُ أنّ المَخْطوطَةَ ٣٢٣ مِن مَجْموعَةِ تيمور في دارِ الكُتُبِ، المُشارِ إلَيْها بالحَرْفِ Q، هِيَ أيْضاً نُسْخَةٌ مِن B ومِنْها فَقَط، كَما نَسْتَطيعُ التَحَقُّقَ مِن ذَلِكَ بسُهولَةٍ.

أخيراً، تُبَيِّنُ مُقارَنَةُ R بـ Q أنّ Q تَتَضَمّنُ، بالنِسْبَةِ إلَى R، ٣٧ إغْفالاً لِكَلِمَةٍ و٣٤ إغْفالاً لِجُمْلَةٍ مُؤَلَّفَةٍ مِن أكْثَرَ مِن كَلِمَتَيْن؛ في حينِ أنّ R تَتَضَمّن، بالنِسْبَةِ إلَى Q، ٣٣ إغْفالاً لِكَلِمَةٍ وتِسْعَةَ إغْفالاتٍ لِجُمْلَةٍ.

تُبَيِّنُ مُقارَنَةُ B بـ S أنّ B تَتَضَمّن، بالنِسْبَةِ إلَى S، ٦٨ إغْفالاً لكَلِمَةٍ، و٤١ إغْفالاً لِجُمْلَةٍ (مُؤَلَّفَةٍ مِن أكْثَرَ مِن كَلِمَتَيْن، وأحْياناً مِن اثنَتَيْنِ وثَلاثينَ كَلِمَةً)، بحَيْثُ لا يُمْكِنُنا انْطِلاقاً مِن المَخْطوطَة B وَحْدَها الحُصولُ عَلَى نَصٍّ مُؤَكّدٍ. بالمُقابِلِ، نُحْصي في S، بالنِسْبَةِ إلَى B، ٦٩ إغْفالاً لكَلِمَةٍ، وَ ١٥ إغْفالاً لِجُمْلَةٍ.

تَسْمَحُ المُقارَنَةُ المَنْهَجِيَّةُ لِهَذِهِ المَخْطوطَاتِ، بواسِطَةِ الإغْفالاتِ والإضافاتِ والأشْكالِ المُخْتَلِفةِ مِن الأخْطاءِ، برَسْمِ الشَجَرَةِ التسَلْسُليّةِ التالِيَةِ:



نُشيرُ إِلَى أنّ المُقَدِّمَةَ، أي الجُزْءَ الَّذي يتّسمُ بِصِبْغَةٍ فَلْسَفِيَّةٍ أَكْثَرَ مِن غَيْرِهِ، قَد نُشِرَت كَمُلْحَقٍ لدِراسَتِنا عن نَصِّ ابنِ الهَيْثَم[٤٣]. كَما أنّ مُبَرْهَنَتَهُ حَوْلَ الأعْدادِ التامَّةِ، وكذَلِكَ نِقاشُ تاريخِ هَذِهِ المُبَرْهَنَةِ، كانا مَوْضوعاً لدِراسَةٍ سابِقَةٍ[٤٤]. إنّ التَحْقيقَ النَقْدِيَّ الوَحيدَ لِهَذا النصِّ قَد سَبَقَ ونُشِرَ[٤٥]. وسنَتَناوَلُ هُنا هَذِهِ النَشْرَةَ الأُولَى للتَحْقيقِ مع التَحْسيناتِ الَّتي تَفرِضُ نَفْسَها.

في المَعْلومات

لا تُثير أصالةُ هَذا النَصِّ ولا نِسْبَتُهُ أيّ شَكٍّ. يَتَضَمَّنُ كِتابُ ***في المَعْلوماتِ***، الَّذي وَرَدَ ذِكْرُهُ في مُؤَلَّفِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، إسْناداً إِلَى نَصٍّ آخَرَ لابنِ الهَيْثَم: ***في المساحة***[٤٦]. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى يَظْهَرُ كِتابُ ***في المَعْلومات*** عَلَى لائِحَةِ أعْمالِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ الَّتي كَتَبَها ابنُ أبي أُصَيْبِعَة[٤٧]، كَما يُحْصيهِ أيْضاً ناسِخُ مَخْطوطَةِ لاهور[٤٨]. وقَد وَصَلَ إلينا النَصُّ في مَخْطوطَتَيْنِ استُخْدِمَتا في تَحْقيقِهِ:

---

[٤٣] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ١٣١–١٦٢ مِن:

«L'analyse et la synthèse selon Ibn al-Haytham», dans *Mathématiques et philosophie de l'Antiquité à l'âge classique*. Etudes en hommages à Jules Vuillemin, éditées par R. Rashed (Paris, 1991).

[٤٤] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٣٤٣–٣٥٢ مِن:

«Ibn al-Haytham et les nombres parfaits», *Historia Mathematica*, 16 (1989).

[٤٥] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٣١–٢٣١ مِن:

«La philosophie mathématique d'Ibn al-Haytham. I: L'analyse et la synthèse», *MIDEO*, 20 (1991).

[٤٦] انْظُرْ أدْناه ص ٤٨١ وَ ص ٥٢٤–٥٢٥ في الجُزْءِ الثاني مِن النُسخة العربيّة لهذا الكِتاب.

[٤٧] ابن أبي أُصَيْبِعَة، ***عيونُ الأنباءِ في طَبَقاتِ الأطِبّاء***، نشرة رضا (بيروت ١٩٦٥) ص ٥٥٩.

[٤٨] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ٢٥٤–٢٧٩ مِن:

A.Heinen, «Ibn al-Haiṯams Autobiographie in einer Handscrift aus dem Jahr 566 H/1161 A.D.», *Die islamische Welt zwischen Mittelalter und Neuzeit, Festschrift für Hans Robert zum 65* (Beyrouth, 1979).

١– المَخْطوطَةُ ٢٤٥٨ في المَكْتَبَةِ الوَطَنيَّةِ في باريس، الصَفَحَاتُ ١١ظ – ٢٦و، نُشير إلَيْها بالحرف B (ب). وقَد نُسِخَت في ناحِيَةِ خسرو كرد بـالقُرْبِ مِن نيسابور وأُنْجِزَت في يَوْمِ الأحَدِ الواقِعِ فيهِ التاسِعُ مِن ذي الحِجّة، أي يـومَ الأحَدِ الواقِعِ فيهِ الثالِثُ مِن حُزَيْران يونيو ١١٤٥ ميلادِيّ[٤٩]، وذَلِكَ وَفْقَ العِبارَةِ الخِتَامِيَّةِ. وقَد نَسَخَ ابنُ الأسْعَدِ البَيْهَقِيُّ المَخْطوطَةَ بالنَسْخِيِّ، كَما رَسَـمَ أيْـضاً الأشْكالَ. وَهِيَ تُشَكِّلُ جُزْءاً مِن مَجْموعةٍ تَتَضَمَّنُ مُؤَلَّفاتٍ رياضِيَّةٍ أُخْرَى مُهِمَّةً، مِثْلَ الجَبْرِ للخَيَّامِ، وثَلاثَةَ مؤلَّفاتٍ للسِجْزِيِّ. نَتَحَـدَّثُ هُنـا عـن مَجْموعَـةِ ميلشيسّيدش–تيفينو (Melchissedech-Thévenot) المُتَوَفَّى في العامِ ١٦٩١.

عَدَدُ الإغْفالاتِ في نُسْخَةِ نَصِّ ابنِ الهَيْثَمِ مُنْخَفِضٌ لِلغايَةِ: خَمْسُ كَلِماتٍ وإشارَةٌ هَنْدَسِيةٌ وحَرْفَا وَصْلٍ. فقَد رَاجَعَ الناسِخُ النُسْخَةَ عَلَى نَموذَجِها، وَفْقَ ما يُبَيِّنُهُ عَدَدُ الكَلِماتِ والجُمَلِ الَّتي أضافَها في الهامِشِ، مع الإشارةِ إلَى مَكانِهـا في النَصِّ. كَما دَوَّنَ في الهامِشِ بَعْضَ الحَواشي حَيْثُ يَقومُ بالإسْنادِ إلَى قَضايا تَعودُ لإقليدسَ. ورَغْمَ ذَلِكَ نُلاحِظُ تَعاكُسَ صَفْحَتَيْن، وبدونِ أيِّ شَكٍّ، قد حَصَلَ هذا التَعاكُسُ بَعْدَ النَسْخِ. وبالتالي، يَظْهَرُ المُؤَلَّفُ وَفْقَ التَرْتيـبِ التـالي: ١١ظَهْـر، ١٣وَجْه – ١٤ظَهْر، ١٢وَجْه، ١٢ظَهْر، ١٥وَجْه–٢٦وَجْه.

٢– تَنْتَمي المَخْطوطَةُ الثانيَةُ – المُشارُ إلَيْها بالحَرْفِ S، إلَـى مَجْموعَـةِ مَكْتَبَةِ كوپيپشيف، الَّتي ذَكَرْناها سابِقاً[٥٠]، الصَفَحَاتُ ٣٣٥وَجْه – ٣٤٧ظَهْـر

---

[٤٩] اسْتِناداً إلَى جَداولِ المُقابَلَةِ بَيْنَ التَقْويمَيْنِ الهِجْرِيِّ والميلادِيِّ، يُوافِقُ هَذا التاريخُ الثاني مِن حُزَيْران/يونيو مِن العام ١١٥٤م، وهو يَوْمُ سَبْتٍ لا أَحَد. يَبْدَأ الشَهْرُ في هَذِهِ الجَداوِلِ في ٢٥ حُزَيْران مِن العام ١١٥٤م، مِمّا يَفْرِضُ أنّ الهِلالَ كانَ مَرْئِيّاً في ٢٤ أيّار مَساءً. وفي المَكانِ الَّذي نُسِخَت فيهِ المَخْطوطَةُ، كانَ مِن المُمْكِنِ تَماماً أنّ الهِلالَ لَمْ يَكُن مَرْئِيّاً مَحَلِيّاً إلاّ في ٢٥ أيّار مَساءً، وبِالتالي نَسْتَطيعُ أن نُحَدِّدَ تاريخَ الأحَدِ الواقِع فيهِ ٣ حُزَيْران/يونيو كتاريخٍ لإنْجازِ النُسْخَةِ.

[٥٠] انْظُرِ المُلاحَظَةَ ٤١.

(وَفْقَ التَرْقيمِ القَديمِ: الصَفَحَاتُ ٣٠٣ظَهْر – ٣١٥ظَهْر). نُلاحِظُ إغْفالاً لعِــدَّةِ صَفَحَاتٍ مِن نَشْرَتِنا (الصَفَحَات ٤٨٥–٥٠٣)، وكذَلِكَ تِسْعَةَ إغْفالاتٍ لجُمْلَةٍ و ٤٤ إغْفالاً لكَلِمَةٍ. مِن جِهَةٍ أُخْرَى، تَتَضَمّنُ هَذِهِ المَخْطوطَةُ سِتَّ كَلِماتٍ غَيْرِ مَوْجودَةٍ في B (ب). وهذا الأمْرُ يُبَيِّنُ أنّ تَقْليدَ هَذِهِ المَخْطوطَةِ يَخْتَلِفُ عن تَقْليدِ B (ب).

سنَتَناوَلُ هُنا مُجَدَّداً النشرةَ الأُولَى المُحَقَّقَةَ لمُؤَلَّفِ ***في المَعْلومـــات***[٥١] مـــع إضافَةِ التَحْسيناتِ الَّتي بَدَتْ لَنا ضَروريَّةً.

لقَد التَزَمْنا، مِن أجْلِ تَحْقيقِ هَذِهِ النُصوصِ، بِالقَواعِدِ الأكْثَرِ صَرامَةً والَّتي شَرَحْناها مِراراً.

---

[٥١] انْظُر الصَفَحَاتِ ٨٧–٢٧٥ مِن:

«La philosophie mathématique d'Ibn al-Haytham. II: *Les Connus*», *MIDEO*, 21 (1993).

الإشارَةُ الوَحيدَةُ المُتَعَلِّقَةُ بمؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ مَوْجودَةٌ في الصَفَحَاتِ ٤٣٥–٤٥٨ في:

L.A. Sédillot, «Du *Traité* des Connus géométriques de Hassan ben Haithem», *Journal asiatique*, 13 (1834).

I– في التَحْليلِ والتَرْكيب مَنْهَجاً وعِلْماً رِياضِيّاً

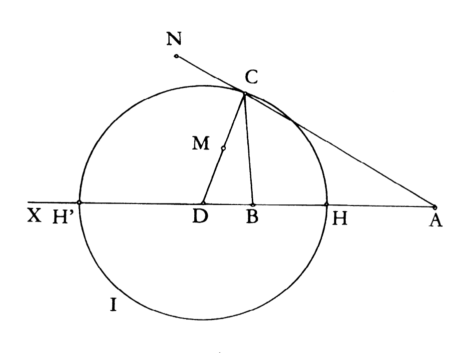
الشَرْحُ الرِياضِيُّ

١– التَصْنيفُ المُزْدَوِجُ في مُؤَلَّفِ *في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*

القَضايا التَمْهيدِيَّة

يُكَرَّسُ الفَصْلُ الأوّلُ مِن هَذا المُؤَلَّفِ وبوَجْهٍ كُلّيٍّ لإبْرازِ تَصْنيفِ أنْواعِ التَحْليلِ المُخْتَلِفَةِ الَّذي وَرَدَ في المُقَدِّمَةِ، ولإظْهارِ الأشْكالِ الَّتي تَتَّخِذُها هَذِهِ الأنْواعُ في العُلومِ الرِياضِيَّةِ وتَحْديداً في عِلْمِ الحِسابِ والهَنْدَسَةِ وعِلْمِ الفَلَكِ والموسيقَى. ومِن البَديهِيِّ أن يَبْدو لَنا الغَرَضُ مِن ذَلِكَ مَنْطِقِيّاً ومَنْهَجِيّاً بقَدْرِ ما يَبْدو تَعْليمِيّاً. إذ إنّنا لن نُصادِفَ في هَذا الفَصْلِ بُحوثاً رِياضِيَّةً جَديدَةً. وقَبْلَ المُباشَرَةِ في هَذِهِ الدَرْبِ، يَعْمَدُ ابنُ الهَيْثَمِ إلى صِياغَةِ ثَلاثِ قَضايا مُخَصَّصَةٍ للمَجْموعِ في التَحْليلِ بِبُعْدَيْهِ النَظَرِيِّ والتَطْبيقِيِّ. وتُظْهِرُ هَذِهِ القَضايا – المُسْتَقاةُ أصْلاً مِن مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات*** – مَرَّةً جَديدَةً التَواصُلَ القائِمَ مع المُؤَلَّفِ المَذْكورِ. ولرُبَّما وَفَّرَت لَنا هَذِهِ القَضايا حُظوظاً أكْبَرَ في تَلَمُّسِ تَوَجُّهات ابنِ الهَيْثَم. بيدَ أنّنا لن نَنْدَهِشَ إذا ما تَناوَلَت تِلْكَ القَضايا التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةَ. فَلْنَتَوَقَّفْ عِنْدَ تِلْكَ القَضايا تِباعاً.

قَضِيَّة ١.– لِنَفرِضْ نُقْطَتَيْنِ ثابتَتَيْنِ A وَ B وقُطعتَيْنِ G وَ E. المَطْلوبُ أن نُبيِّنَ أنّ النُقْطَةَ C، الَّتي تُحقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{G}{E} = \frac{CA}{CB}$، تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ لها مَرْكَزٌ ونِصْفُ قُطْرٍ مَعْلومان.



شكل ١

لِنَفرِضْ أنّ $1 < k$. إذا شَكَّلَت النُقْطَةُ C حلاً لِلْمَسْألَةِ فإنّ $CA > CB$.
لِنُطِلْ AB ولْنَبْنِ نِصْفَ المُسْتَقيمِ CM بشَكْلٍ يَكونُ فيهِ $A\widehat{C}M = C\widehat{B}X$ ؛ ونَظَراً إلى كَوْنِ $C\widehat{B}X > B\widehat{C}A$ فإنّ نِصْفَ المُسْتَقيمِ CM يَقَعُ خارِجَ الزاوية $A\hat{C}B$.
ويَكونُ لَدَيْنا المَجْموعُ $A\widehat{C}M + C\widehat{A}B$ أقَلَّ مِن زاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ، ولذَلِكَ فإنّ CM يَقْطَعُ AB عَلَى نُقْطَةٍ D، تَقَعُ أبْعَدَ مِن النُقْطَةِ B.

الزاوِيَةُ D مشتَرَكَةٌ بَيْنَ المُثَلَّثَيْنِ ACD وَ BCD فَضْلاً عن كَوْنِ $A\widehat{C}D = C\widehat{B}D$ ؛ فالمُثَلَّثانِ مُتَشابِهان إذاً، ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{AD}{DC} = \frac{CD}{DB} = \frac{CA}{CB} = k,$$

فإذاً

$$\frac{AD}{DC} \cdot \frac{DC}{DB} = \frac{AD}{DB} = k^2.$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$\frac{AB}{BD} = k^2 - 1,$$

فإذاً

$$DB = \frac{AB}{k^2 - 1}$$

وبذَلِكَ تَكونُ النُقْطَةُ D قد عُيِّنَت، ويَكونُ لَدَيْنا

$$DA = AB \cdot \frac{k^2}{k^2 - 1}.$$

ومِن ناحِيَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا

$$DA \cdot DB = DC^2,$$

ولذَلِكَ، فإنّ

$$DC = AB \cdot \frac{k^2}{k^2 - 1}.$$

وتَقَعُ النُقْطَةُ C إذاً عَلَى الدائِرَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَة D الَّتي يَكونُ نِصْفُ قُطْرِها

$$R = \frac{k}{k^2 - 1}AB.$$

لِنُلاحِظْ في البَدْءِ أنّنا نَجِدُ هَذِهِ المَسْأَلَةَ، فَضْلاً عن القَضِيَّةِ العَكْسِيَّةِ الخاصَّةِ بِها، في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***، وبالضَبْطِ في القَضِيَّةِ ١-٩. وتُطالِعُنا هُنا أيْضاً القَضِيَّةُ العَكْسيَّةُ في المَسْأَلَةِ ٢٠.

لِنُلاحِظْ أيْضاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لن يَتَناوَل حَتَّى الآن سِوَى التَحْليلَ حَيْثُ يُبَيِّنُ ما يلي: إذا كانَت النُقْطَةُ C مُحَقِّقَةً للعَلاقَة $k = \frac{CA}{CB}$، فإنّ هَذِهِ النُقْطَةَ تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ مَرْكَزُها في النُقْطَة D ونِصْفُ قُطْرِها R مُساوٍ لِ $\frac{k}{k^2 - 1}.AB$. أمّا القَضِيَّةُ العَكْسيَّةُ، أي ما يَعْني:"أنّ كُلَّ نُقْطَةٍ C مِن الدائِرَةِ (D, R) تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $k = \frac{CA}{CB}$"، فسَوْفَ يَجْري تَناوُلُها لاحِقاً وَفْقَ ما سَبَقَ لَنا وَذَكَرْنا.

تُبَيِّنُ هَذِهِ القَضِيَّةُ العَكْسيَّةُ أنّ النُقْطَتَيْنِ H وَ H'، الحادِثَتَيْنِ عن تَقاطُعِ الدائِرَةِ والمُسْتَقيمِ AB، تَقْسِمان القِطْعَةَ AB عَلَى النِسْبَةِ k؛ ولذَلِكَ تَكونُ القِسْمَةُ (A, B, H, H') قِسْمَةً تَوافُقِيَّةً.

لِنُلاحِظْ أنّهُ قَد سَبَقَ لابنِ سِنانٍ أن تَناوَلَ هَذِهِ المَسْأَلَةَ بالدِراسَةِ ولَكِنْ بِصيغَةٍ أُخْرَى[١]. فخِلافاً لِما سَبَقَ، يَفْتَرِضُ ابنُ سِنانٍ أنّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ للنِقاطِ هُوَ

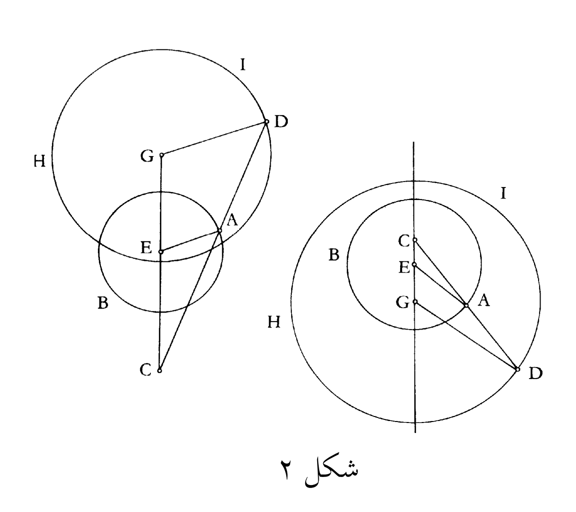
---

[١] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٦٢٧-٦٣٥ مِن:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au Xe siècle* (Leiden, 2000).

دائِرَةٌ. ويَنْسبُ التَحْليلَ إِلَى أبلونيوسَ، أمّا التَرْكيبَ فإِلَى جَدِّه ثابِتٍ بن قُرَّة[٢]. ويَبْدو تَحْليلُ ابنِ الهَيْثَمِ كَتَناوُلٍ جَديدٍ لتَحْليلِ أبلونيوسَ، ولَكِنْ بِصورةٍ أَكْثَرَ صَرَامةً.

قَضِيَّة ٢.– لنَأخُذْ دائِرَةً ثابِتَةً مَرْكَزُها في النُقْطَةِ E ونِصْفُ قُطْرِها مُساوٍ لِ R ولْتَكُنْ C نُقْطَةً ثابِتَةً. إذا ما أرْفَقْنا كُلَّ نُقْطَةٍ A عَلَى الدائِرَةِ بنُقْطَةٍ D تَقَعُ عَلَى الامْتِدادِ المستقيم لِ CA وتُحَقِّقُ العَلاقَةَ $k = \frac{CA}{AD}$؛ فإنّ النُقْطَةَ D تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ يَكونُ مَرْكَزُها ونِصْفُ قُطْرِها مَعْلومَيْنِ.



شكل ٢

لتَكُنْ A نُقْطَةً ما عَلَى الدائِرَةِ (E, R) ولْتَكُنْ D نُقْطَةً عَلَى امْتِدادِ CA بحَيْثُ يَكونُ $k = \frac{CA}{AD}$، فإذاً تَكونُ النِسْبَةُ

$$\frac{CD}{CA} = \frac{k + 1}{k} = k_1$$

مَعْلومَةً.

---

[٢] راجِعِ الصَفْحَةَ ٦٣٣ في نَفْسِ المَكانِ.

لتَكُنِ النُقْطَةُ G عَلَى CE بحَيْثُ يَكونُ $DG // EA$، فيَكونُ المُثَلَّثانِ CEA وَ CGD مُتَحاكِيَيْنِ، فإذاً

$$\frac{GD}{EA} = \frac{DC}{CA} = \frac{GC}{CE} = k_1,$$

فإذاً

$$GD = k_1EA = k_1R \text{ وَ } CG = k_1\, CE$$

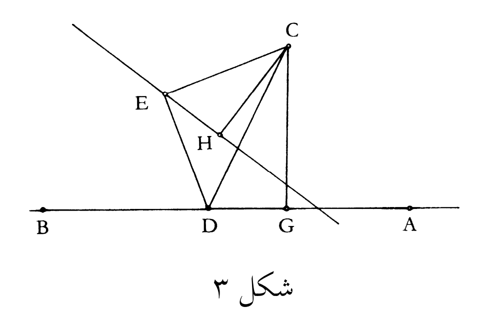
وتَقَعُ النُقْطَةُ D إذاً عَلَى دائِرَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في النُقْطَةِ G نِصْفُ قُطْرِها مُسَاوٍ لِ k_1R، أي عَلَى دائِرَةٍ مُتَحاكِيَةٍ والدائرَةَ المَعْلومَةَ، وذَلِكَ بالتَحَاكِي $\left(C, \frac{k+1}{k}R\right)$.

والقَضِيَّةُ العَكْسِيَّةُ، أي القَضِيَّةُ التالِيَةُ:"إنّ كُلَّ نُقْطَةٍ D عَلَى الدائِرَةِ $\left(G, \frac{k+1}{k}\right)$ تُعَرِّفُ العَلاقَةَ $k = \frac{CA}{AD}$" لا يَتَناوَلُها ابنُ الهَيْثَمِ هُنا؛ بَيْدَ أنّ المَسْأَلَةَ وقَضِيَّـــتُها العَكْسِيَّةُ مَوْجودَتان في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات*** (القَضِيَّة ١–٣).

قَضِيَّة ٣.– لنَأخُذْ مُسْتَقيماً ثابتاً AB لا يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ الثابتَةِ C وَلْتَكُنْ D نُقْطَةً ما عَلَى المُسْتَقيمِ. إنّ النُقْطَةَ E المُحَدَّدَةَ بِالزاوِيَةِ (المَعْلومَةِ) α وبِالنِسْبَةِ المَعْلومَةِ k بِواسِطَةِ العَلاقَتَيْنِ

$$C\widehat{D}E = \alpha \text{ وَ } \frac{CD}{DE} = k\text{،}$$

تَقَعُ عَلَى مُسْتَقيمٍ ثابِتٍ.



شكل ٣

إذا كانَت النُقْطَةُ E مُحَقِّقَةً لشُروطِ القَضِيَّةِ، فإنّ المُثَلَّثَ CDE سيَكونُ ذا "صورَةٍ مَعْلومَةٍ"، أي أنّهُ سيَكونُ مُتَشابِهاً ومُثَلّثاً مَعْلوماً؛ ولذَلِكَ فإنّ الزاوِيَةَ $D\hat{C}E = \beta$ والنِسْبَةَ $k = \frac{CD}{CE}$ سَتَكونان مَعْلومَتَيْنِ. لنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ CG عَموداً عَلَى AB وَلْنَبْنِ النُقْطَةَ H بحَيْثُ يَكونُ $G\hat{C}H = D\hat{C}E = \beta$ وَ

$$\frac{GC}{CH} = \frac{CD}{CE} = k_1. \qquad (1)$$

لَدَيْنا

$$CH = \frac{1}{k_1}\, GC,$$

فإذاً النُقْطَةُ H مَعْلومَةٌ.

ونَسْتَنْتِجُ مِن العَلاقَةِ (1)، أنّ

$$\frac{GC}{CD} = \frac{CH}{CE},$$

ولذَلِكَ فإنّ المُثَلَّثَيْنِ CHE وَ GCD مُتَشابِهان، وبالتالي فإنّ الزاوِيَةَ CHE قائِمَةٌ. وتَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً عَلَى المُسْتَقيمِ Δ القائِمِ عَموداً عَلَى المُسْتَقيمِ CH عَلَى النُقْطَةِ H.

لنُشِرْ إلَى أنّهُ في المُشابَهَةِ الَّتي مَرْكَزُها النُقْطَةُ C، وزاوِيَتُها الزاوِيَةُ β ونِسْبَتُها $\frac{1}{k_1}$، تَكونُ النُقْطَةُ H صورةً للنُقْطَةِ G وذَلِكَ لأنّ

$$CH = \frac{1}{k_1}\, GC$$

وَ

$$G\hat{C}H = \beta.$$

ويَكونُ المُسْتَقيمُ Δ القائمُ عَموداً عَلَى CH عَلَى النُقْطَةِ H صورةً للمُسْتَقيمِ المَعْلومِ AB القائمِ عَموداً عَلَى CG عَلَى النُقْطَةِ G، وفَضْلاً عن ذَلِكَ يَكونُ لكُلِّ نُقْطَةٍ D مِن المُسْتَقيمِ AB صورةٌ، وَهِيَ نُقْطَةٌ E، واقِعَةٌ عَلَى المُسْتَقيمِ Δ.

وبذَلِكَ يَكونُ التَحْليلُ قَد قادَ ابنَ الهَيْثَمِ إلَى تَوْصيفِ المُشابَهَةِ. ويَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ المَسْأَلَةَ ذاتَها إضافةً إلَى القَضِيَّة العَكْسيَّة في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***. (القَضِيَّة ١ – ٤).

لقَد رَأَيْنا ابنَ الهَيْثَم يَعْرِضُ، في بِدايَةِ الفَصْلِ الأوّلِ مِن مؤلَّفِه هَذا، ثَلاثَ قَضايا، سيُعاوِدُ تَناوُلَها في مُؤَلَّفِهِ ***في المَعْلومات***؛ وانّهُ يَتَطَرَّقُ إلَى هَذِهِ القَضايا بوَصْفِها تَتَناوَلُ المَجْموعَ في التَحْليلِ. وإذا تَفَحَّصْنا بالفِعْلِ هَذِهِ القَضايا عن قُرْبٍ، لوَجَدْنا أنّ لها عَلاماتٍ مُشْتَرَكَةً. فَلِهَذِهِ القَضايا الثَلاثِ صيغَةٌ مَنْطِقِيَّةٌ مُشْتَرَكَةٌ: إذا عُيِّنَت نُقْطَةٌ ما بِواسِطَةِ عَناصِرَ مَعْلومَةٍ، وحَقَّقَت خاصِيَّةً ما P، فإنّها تَقَعُ عَلَى خَطٍّ مَعْلومٍ L وَهُوَ مُسْتَقيمٌ أو دائِرَةٌ. في الحالَةِ الأُولَى حَصْراً نَحْصُلُ عَلَى هَذا الخَطِّ أو المُسْتَقيمِ كَمَكانٍ هَنْدَسِيٍّ للنقاطِ، في حين أنّ الخَطَّ المَذْكورَ يَحدُثُ في الحالَتَيْنِ الباقِيَتَيْنِ نَتيجَةَ تَحْويلٍ لشَكْلٍ بِواسِطَةِ مُشابَهَةٍ. فَفي القَضِيَّةِ الأُولَى، نُبَيِّنُ أنّ مَجْموعةَ النِقاطِ C المُحَقِّقَةِ للعَلاقَةِ $\frac{CA}{CB}=k$ تُشَكِّلُ دائِرَةً مَرْكَزُها عَلَى AB؛ وتَكونُ نُقْطَتا طَرَفَي القُطْرِ المُتَرافِقَتَيْنِ التَوافُقِيَّتَيْنِ للنُقْطَتَيْنِ A وَ B وبنَفْسِ النسْبَةِ المُساوِيَةِ لِ k. وهَذِهِ الدائِرَةُ المُرْتَبطَةُ بالقِسْمَةِ التَوافُقِيَّةِ ستُطالِعُنا أيْضاً في المَسْأَلَةِ ٢٠ وفي التَحْويلَيْنِ الأخيرَيْنِ – التَحاكِي والمُشابَهَةِ – اللّذَيْن يَسْتَخْدِمُهُما ابنُ الهَيْثَمِ في المَسْأَلَةِ ٢١. ويَبْدو الهَدَفُ إذاً مِن عَرْضِ القَضِيَّةِ الأُولَى جَلِيّاً ومُرْتَبِطاً بإدْخالِ ذَيْنِكَ التَحْويلَيْنِ. وذَلِكَ فَضْلاً عَمَّا تَتَناوَلُهُ القَضِيَّتانِ الثانيَةُ والثالِثَةُ عَلَى التَوالي مِمّا هُوَ عَلَى عَلاقَةٍ بِهَذَيْنِ التَحْويلَيْن. تَتَصَدَّرُ هَذِهِ القَضايا الثَلاثُ باقي القَضايا الأُخْرَى كَما تَنْفَصِلُ عَنْها كوَسائِلَ يَجْري الرُجوعُ إلَيْها لاحِقاً. وقَد سَبَقَ لَنا أن رَأَيْنا أنّ هَذِهِ القَضايا تَدُلُّ عَلَى الأهَمِيَّةِ الّتي تَحْتَلُّها التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ في تَفْكيرِ ابنِ الهَيْثَمِ حَوْلَ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، الأمْرُ الّذي مِن جِهَةٍ أُخْرَى قَد خَبِرناه أيْضاً في مُؤَلَّفِهِ ***في المَعْلومات***.

١ القِسْمُ النَظَرِيُّ (العِلْمِيُّ) للمَسائِلِ الحِسابِيَّةِ

١–١ التَرْكيبُ كمَعْكوسٍ للتَحْليلِ

قَضِيَّة ٤.– لتَكُن $(a_n)_{n\geq 1}$ مُتَتالِيَةً مِن الأعْدادِ الصَحيحةِ الطَبيعِيَّةِ؛ فيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \ldots = \frac{a_{n-1}}{a_n} \Rightarrow \frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{a_n - a_1}{\sum_{i=1}^{n-1} a_i}$$

$$(P) \Rightarrow (Q).$$

التَحْليل: استِناداً إلَى القَضِيَّتَيْنِ ١١ وَ ١٢ مِن المَقالَةِ السابِعَةِ مِن ***أصول*** إقليدسَ، يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ

$$(P) \Rightarrow \frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (a_{i+1} - a_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} (a_i)}$$

$$(P) \Rightarrow (T).$$

فإذاً، لِكَيْ يَكونَ التَضَمُّنُ

$$(P) \Rightarrow (Q)$$

صَحيحاً، مِن الضَروريِّ أن يَكونَ الشَرْطُ التالي مُحَقَّقاً

$$\sum_{i=1}^{n-1} (a_{i+1} - a_i) = a_n - a_1.$$

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ صِحَّةَ هَذِهِ المُساواةِ (وَهِيَ تَكونُ كذَلِكَ بِغَضِّ النَظَرِ عن تَناسُبِ أو عدمِ تَناسُبِ الأعْدادِ الصَحيحةِ).

التَرْكيبُ: مِن المَعْلومِ، كَما رَأَيْنا مِن خِلالِ التَحْليلِ أنّ

$$(1) \quad a_1 < a_2 < \ldots < a_n \Rightarrow \sum_{i=1}^{n-1}(a_{i+1} - a_i) = a_n - a_1.$$

وأنّ

$$(2) \qquad (P) \qquad \Rightarrow \qquad (T);$$

ومِن (*1*) وَ (*2*) نَسْتَنْبِطُ التَضَمُّنَ

$$(P) \quad \Rightarrow \quad (Q).$$

ويَكونُ الشَرْطُ إذاً ضَرورِيّاً وكافِياً في نَفْسِ الوَقْتِ، ويَكونُ التَرْكيبُ إذاً مَعْكوسَ التَحْليلِ. ويَكونُ الفارِقُ الوَحيدُ بَيْنَ التَحْليلِ والتَرْكيبِ هُوَ التَرْتيبُ النَسَقيُّ لِمُقَدِّمَاتِ القِياسِ؛ ويَرْتَكِزُ التَرْكيبُ عَلَى مَبْدَأِ تَعَدِّي عَلاقَةِ التَضَمُّنِ.

١–٢ التَحْليلُ الَّذي يُفْضي إلَى المُحالِ. طَريقَةُ بُرْهانِ الخُلْفِ

لقَد أفْضَى البُرْهانُ السابِقُ إلَى شَرْطٍ تُحَقِّقُهُ المُعْطَياتُ المَعْلومَةُ. ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ الآن بتَحْليلٍ يُفْضي إلَى المُحالِ. ويُمَثِّلُ هَذا التَحْليلُ بحدِّ ذاتِه بُرْهاناً إذا ما اعْتَبَرناهُ كبُرْهانٍ عن طَريقِ الخُلْفِ.

قَضِيَّة ٥.– إذا كانَ

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \ldots = \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

فإنّ العَلاقَةَ التالِيَةَ

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{a_n}{\sum_{i=1}^{n-1} a_i}$$

سَتَكونُ مُسْتَحيلَةً.

اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ السابِقَةِ، إذا كانَ

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \ldots = \frac{a_{n-1}}{a_n},$$

فإنّ

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{a_3 - a_2}{a_2} = \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{a_n - a_1}{\sum_{i=1}^{n-1} a_i}.$$

ولذَلِكَ فسيُصبحُ مِن الضَرورِيِّ أن تَتَحَقَّقَ العَلاقَةُ

$$a_n = a_n - a_1,$$

ولَكِنَّ هَذا مُحالٌ لِكَوْنِ

$$a_1 \neq 0.$$

٢.– القِسْمُ التَطْبيقِيُّ (العَمَلِيُّ) للمَسائِلِ الحِسابِيَّةِ

٢–١ القِسْمُ التَطْبيقيُّ المَحْدودُ: التَرْكيبُ كمَعْكوسٍ للتَحْليلِ

قَضِيَّة ٦.– المَطْلوبُ قِسْمةُ عَدَدَيْنِ مَعْلومَيْنِ وَفْقَ نِسْبَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ.

$$x_1 + x_2 = a,$$
$$y_1 + y_2 = b, \qquad (1)$$
$$\frac{x_1}{y_1} = k_1, \ \frac{x_2}{y_2} = k_2, \ (k_1 > k_2).$$

يُمْكِنُنا أن نَكْتُبَ المُعادَلَةَ الأُولَى كَما يَلي

$$k_1y_1 + k_2y_2 = a$$

ولَكِنْ وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ لَدَيْنا $k_1 > k_2$، فإذاً

$$k_2b < a < k_1b$$

أو ما يُعادِلُ

$$k_2 < \frac{a}{b} < k_1, \qquad (2)$$

وتَحْقيقُ هَذا الشَرْطِ ضَرورِيٌّ لِكَيْ يَكونَ للمَنْظومَةِ (*1*) حَلٌّ. ولَدَيْنا

$$k_1y_1 + k_2(b - y_1) = a,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$(k_1 - k_2)\, y_1 = a - k_2 b$$

وَ

$$y_1 = \frac{a - k_2 b}{k_1 - k_2},\; y_2 = \frac{k_1 b - a}{k_1 - k_2};$$

ونَستَنْبِطُ x_1 وَ x_2 مِن ذَلِكَ.

ولذَلِكَ، إذا تَحَقَّقَ الشَرْطُ *(2)* فإنّ هَذِهِ الأعْدادَ الأرْبَعَةَ x_1 وَ x_2 وَ y_1 وَ y_2 تَكونُ مُنْطَقَةً موجبَةً وتُعطي حَلاًّ وحيداً لِلْمَسْألَةِ. وفي ظِلِّ هَذا الشَرْطِ المُمْكِنِ، أي الَّذي لا يُفْضي إلَى أيِّ تَناقُضٍ، يُصْبِحُ التَحْليلُ قابِلاً للعَكْسِ ويَكونُ التَرْكيبُ مَعْكوسَهُ.

٢–٢ تَحْليلٌ يُفْضي إلَى المُحالِ؛ بُرْهانُ الخُلْفِ

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا، أنَّهُ إذا لَمْ يَكُنِ الشَرْطُ *(2)* مُحَقَّقاً فإنّ التَحْليلَ يُفْضي إلَى المُحالِ وباسْتِطاعَتِنا في هَذِهِ الحالَةِ اعْتِبارُ ذَلِكَ بُرْهاناً بِواسِطَةِ الخُلْفِ.

٢–٣ القِسْمُ العَمَلِيُّ غَيْرُ المَحْدودِ وحيدُ الحَلِّ: التَرْكيبُ كمَعْكوسٍ للتَحْليلِ.

قَضِيَّة ٧.– لنَأخُذْ عَدَداً ما مَعْلوماً AB. المَطْلوبُ أن نَقْسِمَ هَذا العَدَدَ إلَى قِسْمَيْنِ AC وَ CB بحَيْثُ يَكونُ $AC < CB$ ومِن ثَمَّ أن نَقْسِمَهُ إلَى قِسْمَينِ آخرَيْنِ AD وَ DB بحَيْثُ يَكونُ $AD > DB$. وذَلِكَ عَلَى أن يَكونَ $CB = 2DB$ وَ $AD = 3AC$.

B D C A

شكل ٤

يُمْكِنُ إعادَةُ صِياغَةِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ بِواسِطَةِ مَنْظومَةٍ مِن أرْبَعِ مُعادَلاتٍ مِن الدَرَجَةِ الأُولَى في أرْبَعَةِ مَجَاهيلَ. لِيَكُن n العَدَدَ المَفْروضَ، فيَكونُ العَدَدُ n إذاً مُنْطَقاً مُوجِباً؛ ولَدَيْنا:

$$x_1 + x_2 = n,$$
$$y_1 + y_2 = n,$$
$$x_1 = p\, y_2,$$
$$y_1 = q\, x_2,$$

حَيْثُ يَكونُ العَدَدان p وَ q صَحيحَيْنِ وَ $1 < p$ وَ $1 < q$.

ويَكونُ لَدَيْنا الحَلُّ

$$x_1 = \frac{p(q-1)}{pq-1}n,\ x_2 = \frac{p-1}{pq-1}n,\ y_1 = \frac{q(p-1)}{pq-1}n,\ y_2 = \frac{q-1}{pq-1}n;$$

إذا كانَت الأعْدادُ n وَ p وَ q مَفْروضَةً، يَسْتَطيعُ الحَلُّ أن يَكونَ صَحيحاً أو كَسْرِيّاً، ولَكِنَّ الحَلَّ سيَكونُ وحيداً في مُخْتَلِفِ الحالاتِ.

يُفْضي التَحْليلُ هُنا ودائِماً إلَى حَلٍّ مُنْطَقٍ، بدونِ شُروطٍ أو مُناقَشَةٍ. وفَضْلاً عن ذَلِكَ يَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ: "فإذا عُكِسَ هَذا التَحْليلُ، تَمَّ بِهِ العَمَلُ وقامَ به البُرْهانُ عَلَى صِحَّتِهِ"[٣].

٤–٢ "القِسْمُ العَمَلِيُّ غَيْرُ المَحْدودِ" الَّذي يَكونُ عَدَدُ حُلولِهِ غَيْرَ مُنْتَهٍ.

قَضِيَّة ٨.– جِدْ عَدَدَيْنِ مُرَبَّعَيْنِ يَكونُ مَجْموعُهُما مُرَبَّعاً.

[٣] انْظُرْ أدْناه، ص ٣٣٠.

يَتَوافَقُ الحَلُّ مع الصيغَةِ المُعَدَّلَة التالِيَةِ: لِنَفْرِضْ عَدَداً مُرَبَّعاً مَعْلوماً؛ المَطْلوبُ أنْ نَجدَ عَدَداً مُرَبَّعاً ثانِياً بِحَيْثُ يَكونُ مَجْموعُ المُرَبَّعَيْنِ عَدَداً مُرَبَّعاً. لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ عَدَدٌ غَيْرُ مُنْتَهٍ مِن الحُلول.

لِنَحُلَّ إذاً المُعادَلَةَ التالِيَةَ بالأعْدادِ المُنْطَقَةِ الموجِبَةِ

$$x^2 + a^2 = z^2,$$

حَيْثُ يَكونُ a عَدَداً مُنْطَقاً موجِباً مَعْلوماً.

لَدَيْنا بالضَرورة $x < z$؛ لِنَجْعَلْ

$$\begin{cases} x = t \\ z = t + u \end{cases};$$

ويَكونُ لَدَيْنا الحَلُّ

$$\left(x = \frac{a^2 - u^2}{2u}, \ y = a, \ z = \frac{a^2 - u^2}{2u} \right),$$

الَّذي يَتْبَعُ الوَسيطَ المُنْطَقَ u.

ويُعطي التَحْليلُ في هَذِهِ الحالَةِ خَوارِزْمِيَّةً، يَخْتَصِرُها ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى الشَكْلِ التالي[٤]:

يُوصِلُنا التَحْليلُ إلَى فَرْضِ مَرَبَّعٍ اخْتِيارِيٍّ $[a^2]$، مِن ثَمَّ نَطْرَحُ مِنْهُ مُرَبَّعاً اخْتِيارِيّاً $[u^2]$ عَلَى أن يَكونَ هَذا المُرَبَّعُ أصْغَرَ مِن سابقِهِ $[u^2 < a^2]$؛ ومِن ثَمَّ نَقْسِمُ الباقي $[a^2 - u^2]$ إلَى نِصْفَيْنِ، ومِن ثَمَّ نَقْسِمُ النِصْفَ عَلَى ضِلْعِ المُرَبَّعِ المَطْروحِ $\left[\frac{a^2 - u^2}{2u}\right]$، ومِن ثَمَّ نَضْرِبُ حاصِلَ القِسْمَةِ بِنَفْسِهِ $\left[\left(\frac{a^2 - u^2}{2u}\right)^2\right]$ ومِن ثَمَّ نُضيفُ حاصِلَ الضَرْبِ إلَى المُرَبَّعِ الأوّلِ $\left[\left(\frac{a^2 - u^2}{2u}\right)^2 + a^2\right]$.

ويَتَبَيَّنُ هُنا أيْضاً أنّ التَرْكيبَ هُوَ مَعْكوسٌ للتَحْليلِ.

---

[٤] انْظُرْ أدْناه، ص ٣٣١.

وبذَلِكَ يَكونُ ابنُ الهَيْثَمِ قَد جَمَعَ تَحْتَ عُنْوانِ "التَحْليلِ العَمَلِيِّ المَحْدودِ وغَيْرِ المَحْدودِ" قِسْمَيْنِ مِن أقْسامِ الجَبْرِ، وهُما يُعْرَفانِ حالِيّاً تَحْتَ تَسْمِيَةِ التَحْليلِ المَحْدودِ والتَحْليلِ غَيْرِ المَحْدودِ. فالتَحْليلُ المَحْدودُ يَتَمَثَّلُ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ "بالقِسْمِ العَمَلِيِّ غَيْرِ المَحْدودِ" وحيدُ الحَلّ، والتَحْليلُ غَيْرُ المَحْدودِ "بالقِسْمِ العَمَلِيِّ غَيْرِ المَحْدودِ" الَّذي يَكونُ عَديدُ حُلولِه غَيْرَ مُنْتَهٍ.

التَحْليلُ والتَرْكيبُ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ

١. القِسْمُ العَمَلِيُّ للمَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ

١-١ تَعَدُّدِيَّةُ التَحْليلِ والأَبْنِيَةُ المُساعِدَةُ.

ويَتَناوَل ابنُ الهَيْثَمِ هُنا مَثَلَ القَضِيَّةِ ٢٠ المَشْهورَةِ مِن الكِتابِ الأوَّلِ مِن *الأصول*.

قَضِيَّة ٩.– مَجْموعُ أيِّ ضِلْعَيْنِ لِمُثَلَّثٍ، كَيْفَما أُخِذا، أكْبَرُ مِن الضِلْعِ الباقي.

يُوردُ ابنُ الهَيْثَمِ تَحْليلَيْنِ مِن جُمْلَةِ التَحاليلِ المُمْكِنَةِ لِهَذِهِ المُتَبايِنَةِ المُثَلَّثاتِيَّةِ؛ مُسْتَعيناً في ذَلِكَ كُلَّ مَرَّةٍ بِبِناءٍ إضافِيٍّ ضَروريٍّ. ويُشيرُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى إمْكانِيَّةِ إيجادِ تَحاليلَ مُمْكِنَةٍ كَثيرَةٍ غَيْرِ ذَيْنِكَ الاثْنَيْنِ اللّذين أوْرَدَهُما.

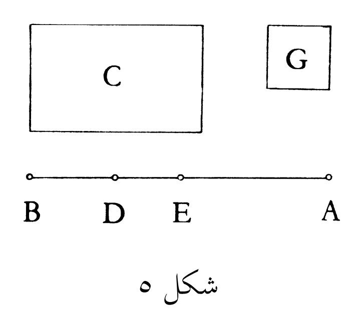
١-٢ التَحْليلُ الَّذي يُفْضي إلَى المُحالِ: بُرْهانُ الخُلْفِ

قَضِيَّة ١٠.– مَجْموعُ أيِّ ضِلْعَيْنِ مِن أضْلاعِ المُثَلَّثِ، كَيْفَما أُخِذا، يَكونُ مُساوِياً لِلضِلْعِ الثالِثِ.

٢. القِسْمُ العَمَلِيُّ مِن المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ

٢–١ القِسْمُ العَمَلِيُّ "المَحْدودُ"

قَضِيَّة ١١.– المَطْلوبُ أن نَقْسِمَ قِطْعَةً AB إلَى قِطعَتَيْنِ تُحَدِّدان مُسْتَطيلاً لَهُ مَساحةٌ مَعْلومَةٌ C.



شكل ٥

وتَتَطابَقُ هَذِهِ المَسْأَلَةُ مع مَسْأَلَةِ بناءِ بُؤرَةِ القَطْعِ المُكافِئ، أي مع القَضِيَّةِ ٤٥ مِن الكِتابِ الثالِثِ مِن ***مَخْروطاتِ*** أبلونيوسَ؛ الَّذي عَمَدَ إلَى اسْتِعْمالِ هَذِهِ القَضِيَّةِ في مُناسَباتٍ عَديدَةٍ في *قَطْعِ الخُطوطِ عَلَى النِسَبِ*. وتَجْدُرُ الإشارَةُ إلَى أنّ ابنَ سِنانٍ قَد تَناوَلَ هَذِهِ المَسْأَلَةَ بشَكْلٍ مُشابِهٍ[٥].

التَحْليل: لِنَفْرِضِ النُقْطَةَ D عَلَى القِطْعَةِ AB بحَيْثُ يَكونُ $AD \cdot DB = C$.

إذا تَحَقَّقَت المُساواةُ $AD = DB$، فإنّ

$$AD \cdot DB = \left(\frac{1}{2} AB\right)^2,$$

ولذَلِكَ فإنّ

---

[٥] انْظُرِ الصَفَحَاتِ ١٣١ – ١٣٣مِن:
R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e^ siècle*.

$$C = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2;$$

وإذا تَحَقَّقَت المُتَبايِنَةُ $AD \neq DB$، فإنّ

$$AD \,.\, DB < \left(\frac{1}{2}AB\right)^2,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$C < \left(\frac{1}{2}AB\right)^2,$$

لأنّ وُجودَ D يَفْرِضُ بالضَرورَةِ أن يَكونَ

$$C \leq \left(\frac{1}{2}AB\right)^2.$$

إذا كانَ $C < \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$ وإذا كانَت النُقْطَةُ E مُنْتَصَفَ القِطْعَةِ AB فإنّ $C < EB^2$. لنَجْعَل $EB^2 - C = G$، فيَكونُ مِقْدارُ G مَعْلوماً إذاً. ويَكونُ

$$C = AD \,.\, DB = (AE + ED)(AE - ED) = AE^2 - ED^2,$$

فإذاً $G = ED^2$. وبالتالي تَكونُ القِطْعَةُ ED مَعْلومَةً، وكذَلِكَ النُقْطَةُ D

التَرْكيب: إذا كانَ

$$C = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$$

وكانَت النُقْطَةُ D مُنْتَصَفَ القِطْعَةِ AB؛ فإنّهُ سيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$AD \,.\, DB < \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = C.$$

إذا كانَ $C < \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$ وكانَت النُقْطَةُ E مُنْتَصَفَ القِطْعَةِ AB، نجعلُ

$$EB^2 - C = G = DE^2$$

ونَحْصُلُ عَلَى DE وبالتالي عَلَى النُقْطَةِ D. ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$AD \,.\, DB = (AE + ED)(BE - ED) = BE^2 - ED^2 = EB^2 - G = C.$$

إذا كانَ $C > \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$ ، فإنّ المَسْأَلَةَ غَيْرُ مُمْكنَةِ الحَلِّ. ويُقيمُ ابنُ الهَيْثَمِ الدَليلَ عَلَى ذَلِكَ بِواسِطَةِ بُرْهانِ الخُلْفِ.

وتَبْدو هَذِهِ النَتيجَةُ إضافِيَّةً لا سِيَّما وأنّنا قَد بَيَّنّا أنّ الشَرْطَ $C \leq \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$ ضَروريٌّ.

لِنُلاحِظْ أنّ هَذِهِ المَسْأَلَةَ تَتَطابَقُ مع تِلْكَ الَّتي تَرْمي إلَى إيجادِ عَدَدَيْنِ مَعْلومَيِ المَجْموعِ وحاصِلِ الضَرْبِ. وتُطالِعُنا هَذِهِ المَسْأَلَةُ في القَضِيَّتَيْنِ ٢٧ وَ ٢٨ مِن المقالَةِ السادِسَةِ مِن ***أصول*** إقليدسَ عَلَى شَكْلِ تَطْبيقٍ لِمِساحاتٍ ناقِصَةٍ.

قَضِيَّة ١٢.– المَطْلوبُ أن نَرْسُمَ مِن نُقْطَةِ A عَموداً قائِماً عَلَى مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ BC. النُقْطَةُ A لا تَقَعُ عَلَى المُسْتَقيمِ BC (انْظُر الشَكْلَ (٢)، ص ٣٣٧).

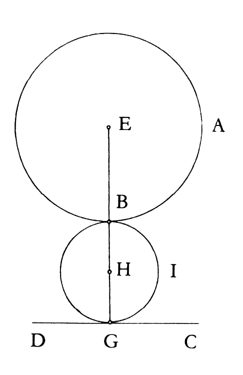
تَتَطابَقُ هَذِهِ المَسْأَلَةُ مع القَضِيَّةِ ١٢ مِن المقالَةِ الأولى مِن ***الأصول***. وتَتَعَلَّقُ مِن جِهَةٍ أُخْرَى بالقِسْمِ التالي: *"المَسائِلُ الهَنْدَسِيَّةُ العَمَلِيَّةُ غَيْرُ المَحْدودَةِ وحيدَةُ الحَلِّ"*. وكان مِن المَفْروضِ وَضْعُ هَذِهِ المَسْأَلَةِ بعد المَسْأَلَةِ ١٣. وتُشَكِّلُ المَسْأَلَتانِ ١٢ وَ ١٣ مِن جِهَةٍ أُخْرَى حالَتَي المَسْأَلَةِ التالِيَةِ: المَطْلوبُ أن نَرْسُمَ مِن نُقْطَةٍ A عَموداً قائِماً عَلَى مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ BC حَيْثُ $A \notin BC$ (المَسْأَلَة ١٢) أو $A \in BC$ (مَسْأَلَة ١٣).

وإنّ تَعاكُسَ أمْكِنَةِ هاتَيْنِ القَضِيَّتَيْنِ في النَصِّ المَخْطوطِيِّ مَرَدُّهُ إلَى حادِثَةٍ قَديمَةٍ بَعْضَ الشَيْءِ، تَعَرَّضَ لها النَصُّ، وذَلِكَ بَيِّنٌ لأنّ هَذا التَعاكُسَ مَوْجودٌ في سائِرِ المَخْطوطاتِ.

٢–٢. "القِسْمُ العَمَلِيُّ للمَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ غَيْرِ المَحْدودَةِ وحيدةُ الحَلِّ".

قَضِيَّة ١٣.– المَطْلوبُ أن نَرْسُمَ مِن نُقْطَةٍ مَعْلومةٍ *A* مُسْتَقيماً قائِماً عَلَى مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ *BC*، حَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ *A* عَلَى المُسْتَقيمِ *BC* (انْظُر الشَكْلَ(٢)، ص ٣٣٨).

٢–٣. "القِسْمُ العَمَلِيُّ للمَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ غَيْرِ المَحْدودَةِ" الَّتي لها عَدَدٌ غَيْرُ مُنْتَهٍ مِن الحُلولِ.



شكل ٦

قَضِيَّة ١٤.– المَطْلوبُ أن نَرْسُمَ دائِرَةً مُماسَّةً لِمُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ *CD* ولدائِرَةٍ مَعْلومَةٍ *AB*، حَيْثُ يَكونُ المُسْتَقيمُ *CD* خارِجَ الدائِرَةِ *AB*.
يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ فَقَط الحالَةَ الَّتي تَكونُ فيها الدائِرَتانِ مُتَماسَّتَيْنِ خارِجيّاً[٦].

[٦] يَتَناوَلُ القوهيُّ هَذِهِ المَسْأَلَةَ في مُؤَلَّفِهِ ***مراكِزُ الدوائِرِ المُتماسَّة***، مَخْطوطَة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة ٢٤٥٧، ص ١٩و – ٢١و. ويعالِج حالَتَي الدوائرِ المُتَماسَّةِ خارِجيّاً والدوائرِ المُتَماسَّةِ داخِليّاً. انْظُر مَقالَةَ فيليب أبغرال (Ph. Abgrall):
«Les cercles tangents d'al – Qūhī», *Arabic Sciences and Philosophy*, 5.2 (1995), p. 263 – 295.

لنَجْعَلِ النُقْطَةَ E مَرْكَزَ الدائِرَةِ المَعْلومَةِ، وَ R نصْفَ قُطْرِها، والنُقْطَةَ H مَرْكَزَ الدائِرَةِ المَطْلوبةِ، والنُقْطَةَ G نُقْطَةَ التَماسِّ مع المُسْتَقيمِ، والنُقْطَةَ B نُقْطَةَ تَماسِّ الدائِرَتَيْنِ.

اسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٢ مِن الكِتابِ الثالِثِ مِن ***الأصول***، تَكونُ النِقاطُ H وَ B وَ E مُتَسامِتَةً، وَ $HG \perp CD$.

تَحْليل: ١) لِنَفْرِضْ أنّ النقاطَ E وَ H وَ G مُتَسامِتَةٌ. فإذاً $EG \perp CD$، فإذاً النُقْطَةُ G مَعْلومَةٌ؛ يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ EG الدائرَةَ المَعْلومَةَ عَلَى النُقْطَةِ B، والنُقْطَةُ H تُنَصِّفُ القِطْعَةَ BG. ونَحْصُلُ عَلَى التَرْكيبِ في هَذِهِ الحالَةِ:

تَرْكيب: لنُخْرِجْ مِن النُقْطَةِ E عَموداً قائِماً عَلَى CD، وَلْيَكُنْ EG؛ وَلْيَقْطَعِ الدائرَةَ عَلَى النُقْطَةِ B. وَلْنَجْعَلْ H مُنْتَصَفَ BG؛ وتَكونُ الدائِرَةُ (H, HB) حَلاًّ للمَسْأَلَةِ، إذ إنّها تُماسُّ المُسْتَقيمَ عَلَى النُقْطَةِ G والدائرَةَ عَلَى النُقْطَةِ B.

تَحْليل: ٢) لِنَفْرِضْ أنّ النقاطَ E وَ H وَ G مُتَسامِتَةٌ، لَدَيْنا $HG = HB < HE$.
لنُطِلْ HG بِطولٍ GK بحَيْثُ يَكونُ $GK = BE = R$؛ فيَكونُ لَدَيْنا

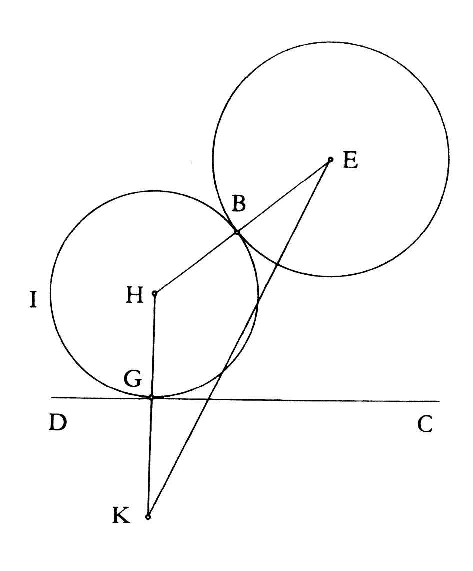
$$HK = HE = HB + R.$$

وإذا كانَتِ النُقْطَةُ G مَعْلومَةً فالنُقْطَةُ K مَعْلومَةٌ، ونَسْتَنْبِطُ مِن العَلاقَةِ $HK = HE$ أنّ

$$H\widehat{K}E = K\widehat{E}H\,;$$

ونَسْتَطيعُ بالتالي بِناءَ المُسْتَقيمِ EH الّذي سَيَقْطَعُ المُسْتَقيمَ KG عَلَى النُقْطَةِ H.

تَرْكيب: لكُلِّ نُقْطَةٍ G عَلَى المُسْتَقيمِ CD نَسْتَطيعُ أن نَبْنِيَ عَموداً GK قائِماً عَلَى CD بحَيْثُ يَكونُ $GK = R$؛ وتَكونُ النُقْطَتانِ K وَ E مِن جِهَتَيْنِ مُخْتَلِفتَيْنِ بالنِسْبَةِ إِلَى CD وتَكونُ الزاوِيَةُ HKE حادَّةً؛ لنَبْنِ $K\widehat{E}H = H\widehat{K}E$.



شكل ٧

لَدَيْنا

$$BE = GK = R \text{ و } HK = HE.$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$HB = HG.$$

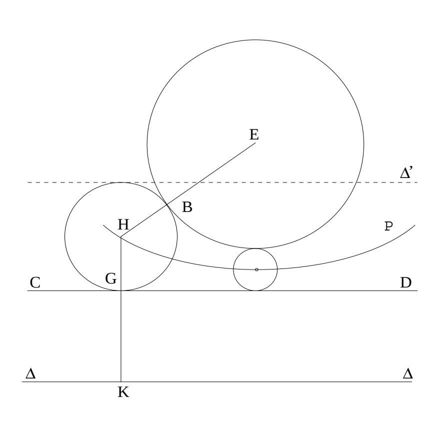
وتَكونُ الدائِرَةُ المُمَرْكَزَةُ في النُقْطَةِ H والَّتي نِصْفُ قُطْرِها HB، مُماسَّةً للدائِرَةِ (E, EB)، لأنّ النِقاطَ H وَ B وَ E مُتَسامِتَةٌ،كَما أنّها تَكونُ مُماسَّةً للمُسْتَقيمِ CD لأنّ

$$HG \perp CD.$$

وتَرْتَبطُ إذاً، بِكُلِّ نُقْطَةٍ G عَلَى المُسْتَقيمِ CD، دائِرَةٌ مُماسَّةٌ في نَفْسِ الوَقْتِ للمُسْتَقيمِ المُعْطى وللدائِرَةِ المَعْلومَةِ. ويَكونُ لِلْمَسْأَلَةِ إذاً عَدَدٌ غَيْرُ مُنْتَهٍ مِن الحُلولِ.

مُلاحَظات

١) تَرْتَبِطُ بكُلِّ نُقْطَةٍ G مِن CD نُقْطَةٌ K مِن مُسْتَقيمٍ Δ مُوازٍ للمُسْتَقيمِ CD، يَقَعُ عَلَى مَسافَةٍ R مِنْهُ. وتَقَعُ النُقْطَةُ H، أي مَرْكَزُ الدائِرَةِ المَطْلوبة، عَلَى مَسافةٍ مُتَساوِيَةٍ مِن النُقْطَةِ E والمُسْتَقيمِ Δ؛ فتَقَعُ النُقْطَةُ H إذاً عَلَى القَطْعِ المُكافِئِ $\mathscr{P}$، الَّذي تَكونُ النُقْطَةُ E بُؤرَتَهُ ويَكونُ المُسْتَقيمُ Δ دَليلَهُ. وتَكونُ كُلُّ نُقْطَةٍ مِن القَطْعِ المُكافِئِ $\mathscr{P}$ حَلاًّ للمَسْأَلَةِ.



شكل ٨

٢) إذا أخَذْنا القِطْعَةَ CD أي "مُسْتَقيماً مُتَناهِياً" وَفْقَ لُغَةِ النَصِّ المَخْطوطَيِّ، فإنّ مَجْموعةَ النِقاطِ H تُشَكِّلُ قَوْسَ قَطْعٍ مُكافِئ.

٣) إذا أخَذْنا المُسْتَقيمَ Δ' المُتَناظِرَ والمُسْتَقيمَ Δ بالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ CD، فإنّ كُلَّ نُقْطَةٍ مِن القَطْعِ المُكافِئِ $\mathscr{P}'$، الَّذي تَكونُ النُقْطَةُ E بُؤرَتَهُ وَ Δ' دَليلَهُ، سَتَكونُ مَرْكَزاً لِدائِرَةٍ مُماسَّةٍ للمُسْتَقيمِ CD وللدائِرَةِ E؛ وتَكونُ الدائِرَتانِ إذا مُتَماسّتَيْنِ داخِلِيّاً $(HK = HE = HB - R)$.

لنُلاحِظْ أخيراً أنّهُ وخِلالَ كُلِّ الشُروحِ عن التَحْليلِ والتَرْكيبِ في الهَنْدَسَةِ، قَد تَحَاشَى ابنُ الهَيْثَمِ أن يَتطَرَّق إلَى مَوْضوعِ قابِلِيَّةِ المَعْكوسِيَّةِ.

التَحْليل والتَرْكيب في عِلْمِ الفَلَكِ

المَوْضوعُ هُنا هُوَ نَفْسُهُ الَّذي يُطالِعُنا في عِلْمَيِ الهَنْدَسَةِ والحِساب، ويَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ بِصَدَدِ هذا:

"فأمّا المَسائِلُ الَّتي تَتَعَلَّقُ بعِلْمِ الهَيئةِ، فأَكْثَرُها يَرْجِعُ إلَى المَسائِلِ العَدَدِيّةِ والمَسائِل الهَنْدَسِيَّةِ. فأمْثِلَتُها هِيَ الأمْثِلَةُ الَّتي تَقَدّمت"[٧].

ولَكِنْ مِن بَيْنِ تِلْكَ المَسائِلِ تَتَبَدَّى مَجْموعةٌ خاصَّةٌ يَصِفُها ابنُ الهَيْثَمِ كَما يلي: "ومِنْها ما يَتعَلَّقُ بكَيْفِيّاتِ حَرَكَاتِ الكواكبِ"[٨]. وبُغْيَةَ استِعْراضِ التَحْليلِ، يَتوَقَّفُ ابنُ الهَيْثَمِ عِنْدَ مَثَلِ حَرَكَة الشَمْسِ مِن هَذِهِ المَجْموعةِ الخاصَّةِ الَّتي تتَناوَلُ سينيماتيكا الأجْرامِ السماوِيَّةِ.

وتعودُ المَسْأَلَةُ إلَى زَمَنٍ بعيدٍ. فقَد بَيَّنَ القُدماءُ تبايُنَ الزَوايا الَّتي تَكونُ رُؤوسُها في مَرْكَزِ الآلَةِ والَّتي تَحْدُثُ في فترَتَيْنِ زَمَنِيَّتَيْنِ مُتَساوِيَتَيْنِ عن حَرَكَةِ الشُعاعِ الواصِلِ بَيْنَ ذاك المَرْكَزِ ومَرْكَزِ الشَمْسِ. وَبما أنّ حَرَكَةَ الشَمْسِ، بالنِسْبَةِ إلَيْهِم آنذاك، كان يَنْبَغي أن تَكونَ مُنْتَظِمَةً، أيْ أن تَكونَ دائِرِيَّةً مُنْتَظِمَةَ السُرْعَةِ، فإنّ النَتيجَةَ المُتَرَتِّبَةَ عَلَى ذَلِكَ هِيَ أنّ الحَرَكَةَ المَرْئِيَّةَ أو بالأحْرَى

---

[٧] انْظُرْ أدْناه، ص ٣٤٣.

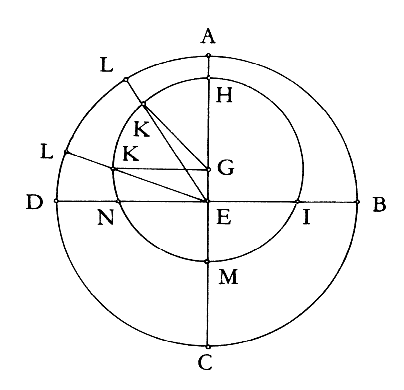
[٨] انْظُرْ نَفْسَ المَكان.

الظاهِرِيَّةَ، تَختَلِفُ عن الحَرَكَةِ الحَقيقِيَّةِ وإنّ ذَلِكَ يَنْتُجُ بسَبَبِ وَضْعِ مَدارِ الشَمْسِ.

ومِن جهَةٍ أُخْرَى فإنّ شَكْلَ الكَوْنِ كُرَوِيٌّ، وإنّ مَرْكَزَ الشَمْسِ يَتَحَرَّكُ في سَطْحٍ مُسْتَوٍ يَقْطَعُ الكُرَةَ السَماوِيَّةَ عَلَى دائِرَةٍ عَظيمَةٍ. وحَرَكَةُ الشَمْسِ بالنسْبَةِ إلَى هَذِهِ الدائِرَةِ "مُخْتَلِفَةٌ" أي أنّها لَيْسَت بحَرَكَةٍ دائِرِيَّةٍ مُنْتَظِمَةٍ. وارْتِكازاً عَلَى هَذا الاخْتِلافِ حَدَّدَ القُدَماءُ وَضْعَ مَدارِ الشَمْسِ في السَطْحِ المُسْتَوي لهَذِهِ الدائِرَةِ العَظيمَةِ بحَيْثُ تَكونُ حَرَكَةُ الشَمْسِ عَلَى هَذا المَدارِ مُنْتَظِمَةً.

لتَكُنِ النُقْطَةُ *E* مَرْكَزَ العالَمِ وَ *(ABCD)* الدائِرَةَ العُظْمَى في السَطْحِ المُسْتَوي الَّذي يَقْطَعُ العالَمَ؛ يَكونُ مَدارُ الشَمْسِ دائِرَةً تَقَعُ في هَذا السَطْحِ المُسْتَوي كَما يَقَعُ مَرْكَزُها فيهِ أيْضاً؛ لتَكُنِ النُقْطَةُ *G* هَذا المَرْكَزَ وَ *(HIMN)* تِلْكَ الدائِرَةَ ويَجوبُ مَرْكَزُ الشَمْسِ إذاً الدائِرَةَ *(HIMN)* بحَرَكَةٍ مُنْتَظِمَةٍ.

إذا تَطابَقَتِ النُقْطَتان *G* وَ *E*، فإنَّ القَوْسَيْنِ الحادثَتَيْنِ عن جَرَيانِ النُقْطَتَيْنِ عَلَى الدائِرَتَيْنِ سَتَكونان مُتَشابِهَتَيْنِ وهذا الأمْرُ مُحالٌ لأنّ الحَرَكَةَ مُنْتَظِمَةٌ عَلَى الدائِرَةِ *(HIMN)* ومُخْتَلِفَةٌ عَلَى الدائِرَةِ *(ABCD)*؛ فإذاً النُقْطَتان *G* وَ *E* غَيْرُ مُتَطابِقَتَيْن.



شكل ٩ أ

إذا كانَتِ الشَمْسُ في النُقْطَةِ H فإنّها سَوْفَ تُرَى في النُقْطَةِ A؛ وإذا كانَت في النُقْطَةِ K فإنّها سَوْفَ تُرَى في النُقْطَةِ L. وهِيَ تَجْتازُ القَوْسَ HK عَلَى مَدارِها والقَوْسَ AL عَلَى الدائِرَةِ E. ولَدَيْنا $H\hat{G}K > A\hat{E}L$، فتَكونُ إذاً حَرَكَةُ الشَمْسِ عَلَى الدائِرَةِ E، عَلَى مَقْرُبَةٍ مِن النُقْطَةِ A، أبطأَ مِن حَرَكَتِها عَلَى المَدارِ. ليَكُن $BD \perp AC$؛ القَوْسُ AD هِيَ رُبْعُ دائِرَةٍ، والقَوْسُ HN هِيَ أكْبَرُ مِن رُبْعِ دائِرَةٍ، والقَوْسُ DC رُبْعُ دائِرَةٍ، والقَوْسُ NM أقَلُّ مِن رُبْعِ دائِرَةٍ. والقَوْسان BAD وَ BCD هُما نِصْفا دائِرَةٍ. والقَوْسُ IHN أكْبَرُ مِن نِصْفِ دائِرَةٍ، والقَوْسُ IMN أصْغَرُ مِن نِصْفِ دائِرَةٍ، والحَرَكَةُ عَلَى الدائِرَةِ $(HIMN)$ مُنْتَظِمَةٌ. فالحَرَكَةُ الظاهِرِيَّةُ عَلَى القَوْسِ BAD أسْرَعُ مِمَّا هِيَ عَلَيْهِ عَلَى القَوْسِ BCD، وهذا بِالضَبْطِ ما كانَ قَد لُوحِظَ.

لنجدِ النِسْبَةَ $\frac{EG}{GH}$.

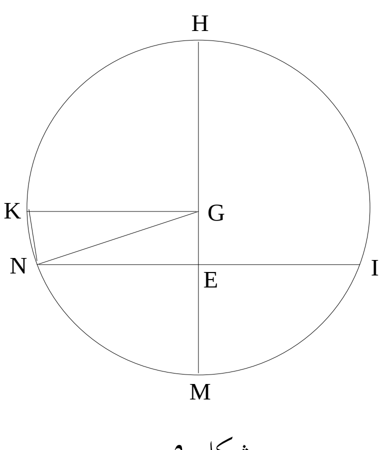
الحَرَكَةُ مُنْتَظِمَةٌ، ولذَلِكَ فإنّ القُسِيَّ الّتي اجتِيزَت سَتَكونُ مُتَناسِبةً والفَتْرَةَ الزَمَنِيَّةَ المَطْلوبَةَ لاجْتِيازِها. إذا كانَ t_1 وَ t_2 الوَقتَ اللاّزِمَ بالساعاتِ لِكَيْ تَقْطَعَ الشَمْسُ، عَلَى التَرْتيبِ، القَوْسَيْنِ IHN وَ IMN، وإذا أخْرَجْنا GK مُوازِياً لِ EN فَسَيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{\widehat{IHN} - \widehat{IMN}}{t_1 - t_2} = \frac{2\widehat{KN}}{t_1 - t_2} = \frac{360^\circ}{24},$$

وتَكونُ القَوْسُ KN مَعْلومَةً إذاً

$$\frac{GE}{GH} = \frac{GE}{GN} = \sin \widehat{KN}.$$

يُمَكِّنُنا الاستِدْلالُ إذاً مِن احْتِسابِ النِسْبَةِ $\frac{GE}{GH}$، ولَكِنْ لَيْسَ مِن احْتِسابِ المَسافَةِ EG .



شكل ٩ب

وبذَلِكَ يَكونُ ابنُ الهَيْثَمِ قَد بَيَّنَ بِواسِطَةِ التَحْليلِ أَنّهُ إذا كانَ العالَمُ كُرَوِيّاً مُمَرْكَزاً في النُقْطَةِ E، وإذا كانَتْ حَرَكَةُ الشَمْسِ دائرِيَّةً مُنْتَظِمَةً عَلَى دائِرَةٍ G لها نِصْفُ القُطْرِ GH، فإنّهُ يَكونُ لَدَيْنا:

١) $G \neq E$

٢) النِسْبَةُ $\frac{GE}{GH}$ تَكونُ مَعْلومَةً.

التَحْليلُ في عِلْمِ الموسيقَى

ويَبْدو ابنُ الهَيْثَمِ هُنا أَكْثَرَ اقْتِضاباً مِمّا كانَ عَلَيْهِ في مَوْضوعِ عِلْمِ الفَلَكِ. فَهُوَ يَكْتَفي بالتَذْكيرِ بأنّ التَحْليلَ يُفْضي إلَى مَسائِلَ عَدَدِيَّةٍ، ويَتَناوَلُ مَثَلاً: "الاتِّفاقُ الَّذي بالكُلِّ مُؤلَّفٌ مِن الاتِّفاقِ الَّذي بالأرْبَعِ والاتِّفاقِ الَّذي بالخَمْسِ"*

* انْظُرِ الصَفْحَةَ. ٣٤٦، س ١٤.

مِن الواضِحِ، وكَما في حالَةِ عِلْمِ الفَلَكِ، لا يُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا شَيْئاً جَديداً البَتَّةَ، إنّما يَسْعَى مِن خِلالِ إدْخالِهِ لِهَذَيْنِ الحَقْلَيْنِ إلى أن يَكونَ شامِلاً في طَرْحِهِ. ويَبْقَى أن نُشيرَ إلَى هَذا الاسْتِثْناءِ المُتَعَلِّقِ بالسينماتيكا السَماوِيَّةِ.

٢– تَطْبيقُ التَحْليلِ والتَرْكيبِ في نَظَرِيَّةِ الأعْدادِ والهَنْدَسَةِ

يَحْتَلُّ الفَصْلُ الثاني مِن المَخْطوطَةِ أكْثَرَ مِن نِصْفِها، ويَتَناوَلُ سِتَّةَ أمْثِلَةٍ مُنْقَسِمَةٍ إلَى مَجْموعَتَيْن، ومِنْها ثَلاثَةٌ في نَظَرِيَّةِ الأعْدادِ والثَلاثَةُ الباقِيَةُ في الهَنْدَسَةِ. أَلَيْسَ عِلْمُ الحِساب وعِلْمُ الهَنْدَسَةِ هما العِلْمَيْن الرياضِيَّيْنِ اللَّذَيْنِ تُفضي إلَيْهما العُلومُ الرِياضِيَّةُ الأُخْرَى؟ نَجِدُ ابنَ الهَيْثَمِ للوَهْلَةِ الأُولَى في هَذِهِ النُقْطَةِ تَقْليدِيّاً. ولَكِنْ إن يَكُنْ في هَذا المَكانِ أم في سِواه، لا يَنْبَغي أن يَخْدَعَنا الظاهِرُ: فإذا ما كانَتِ القَواريرُ قَد بَقِيَتْ عَلَى حالِها فَهَذا لا يَعْني أنّ مُحْتَواها لَمْ يَتَغَيَّرْ. فمُصْطَلَحا "عِلْمُ الحِسابِ" وَ "عِلْمُ الهَنْدَسَةِ" قَد سَبَقَ أن شَهِدا تَحَوُّلاتٍ جِدِّيَّةٍ.

ويَبْقَى أن نَتَساءَلَ عن الهَدَفِ الَّذي يَحْكُمُ هَذا النَصَّ وعن كَيْفِيَّةِ اخْتِيارِ الأمْثِلَةِ فيهِ. وبُغْيَةَ ذَلِكَ، مِن الأفْضَلِ الرُجوعُ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ بالذات. فما مِن شَيءٍ سَيَسْتَطيعُ أن يوضِحَ لَنا المَسْأَلَةَ أكْثَرَ مِمّا يُورِدُهُ هُوَ بِصَدَدِ الفَصْلِ الثاني، حَيْثُ يَكْتُبُ:

"وقَد بَقِيَ عَلَيْنا أن نَذْكُرَ مَسائِلَ مِن التَحْليلِ فيها بَعْضُ الصُعوبَةِ، ليَكونَ آلةً يَرْتاضُ بها مَن نَظَرَ في هَذِهِ المَقالَةِ، ويَسْتَرْشِدُ بها مِن يُرِدِ اكتِسابَ صَناعَةَ التَحْليلِ ويَهْتَدي بالمَعاني الَّتي تُسْتَعْمَلُ فيها وبالزِياداتِ الَّتي تُزادُ في مَوْضوعاتِها إلَى التَصَرُّفِ في صَناعَةِ التَحْليلِ"[٩]

[٩] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٣٤٧.

ويَبْدو هَدَفُ ابنِ الهَيْثَمِ إذاً واضِحاً: أن يُورِدَ لقُرَّائِهِ بَعْضَ الأمْثِلَةِ *الصَعْبَةِ* لِكَيْ يَتَمَرَّنوا بواسِطَتِها عَلَى *صَناعَةِ التَحْليلِ* ويَعْتادوا عَلَى اسْتِخْدامِها، ولإرْشادِهم عِنْدَ الضَرورةِ إلَى كَيْفِيَّةِ البَحْثِ عن الأبْنِيَةِ المُساعِدَةِ في تَطْبيقِ هَذِهِ *الصَناعَةِ*: ويَبْدو هَذا المَشْروعُ بِوُضوحٍ مَنْهَجِيّاً وتَعْليمِيّاً. ورَغْمَ كَوْنِ مُصْطَلَحِ "مَنْهَجِيَّة" غالِباً ما يَكونُ مَصْحوباً بالمُبالَغَةِ، فإنّهُ هُنا لا يَتَعَدَّى عَرْضَ بَعْضِ "النماذج" أو "المَسائِلِ النَموذَجِيّة" عن كَيْفِيَّةِ إجْراءِ التَحْليلِ والتَرْكيب: تُطالِعُنا بالإجْمالِ سِتَّةُ نَماذِجَ تَرْتَبِطُ بِستِّ حالاتٍ لِلبَحْثِ، يَسْتَطيعُ القارئُ أن يستَوْحِيَها أو في النِهايَةِ أن يَبْنِيَ عَلَى غِرارِها. ويُفْهَمُ هُنا بكَلِمَةِ "نَموذَج" أكْثَرُ مِمّا تَعْنيهِ كَلِمَةُ *تَوْضيح* أو *إبْراز*. والدليلُ عَلَى ذَلِكَ، أنّهُ مِن بَيْنِ هَذِهِ النَماذِجِ، وبِناءً عَلَى اعْتِرافِ ابنِ الهَيْثَمِ نَفْسِهِ، يُوجَدُ ما يَرُدُّنا إلَى مَسائِلَ عَويصَةٍ. ويُبَيِّنُ هذا الخَيارُ الّذي يَتَعَمَّدُهُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ الهَدَفَ لَيْسَ بتَعْليمِيٍّ مَحْضٍ. يَخْتارُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن بَيْنِ مَسائِلِ البَحْثِ في ذَلِكَ العَصْرِ: مُبَرْهَنَةَ الأعْدادِ التامَّةِ ومَسْأَلَةَ بِناءِ دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لِثَلاثِ دَوائِرَ مَعْلومَةٍ ... يَتَعَلَّقُ الأمْرُ إذاً بمَسائِلَ شَكَّلَت مادَّةً للنِقاشِ في ذَلِكَ العَصْرِ وتَحْديداً لَدَى الرياضِيِّين مِن التَقْليدِ الَّذي انْتَمَى إلَيْهِ ابنُ الهَيْثَمِ. يُوحِي كُلُّ شَيءٍ إذاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد أرادَ أن يَعْرِضَ للقارئِ، ولْنَقُلْ بشَكْلٍ حَيٍّ، كَيْفَ يُمْكِنُ التَقَدُّمُ خُطْوَةً خُطْوَةً عَلَى طَريقِ التَحْليلِ، وكَيْفَ يُمْكِنُ البَحْثُ عن المُكَمِّلاتِ الضَروريَّةِ للمَوْضوعِ.

ولَكِنْ إذا ما كانَ لِهَذِهِ الحُجَجِ أن تُساعِدَنا في تَفَهُّمِ خَياراتِ ابنِ الهَيْثَمِ، فإنّها تَبْدو غَيْرَ كافِيَةٍ لِتِبْيانِ المَيادينِ المُتَعَلِّقَةِ بِمَواضيعِ هَذِهِ الخَياراتِ، وتَحْديداً في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ. وفي هَذِهِ المَرَّةِ لا بُدَّ لَنا مِن أن نَضَعَ مُؤَلَّفَ ***في المَعْلومات*** في بالِنا لأنّهُ يُمَثِّلُ العَمَلَ التَوْأمَ للمُؤَلَّفِ الّذي نَتَناوَلُهُ. ونَقْصِدُ هُنا تَحْديداً الخَواصَّ المُتَعَلِّقَةَ بالوَضْعِ والشَكْلِ، الّتي اهْتَمَّ بها ابنُ الهَيْثَمِ أكْثَرَ مِن أيِّ شَيءٍ آخَرَ في مَعْرِضِ تَحْليلِهِ الهَنْدَسِيِّ، وهذا ما سَنَراهُ لاحِقاً.

لنُباشِر إذاً بشَرْحِ تِلْكَ "المَسائِلِ النَموذَجِيَّةِ".

نَظَرِيَّةُ الأعْدادِ

الأعْدادُ التامَّةُ

يَسْعَى ابنُ الهَيْثَمِ إلى إقامَةِ الدَليلِ عَلَى مُبَرْهَنَةِ الأعْدادِ التامَّةِ الزَوْجِيَّةِ، الَّتي يُمْكِنُ إعادَةُ صياغَتِها عَلَى الشَكْلِ التالي:

مُبَرْهَنَة.– ليَكُن n عَدَداً زَوْجِيّاً، ولْيَكُنْ $\sigma_0 (n)$ مَجْموعَ قواسِمِه الخاصَّةِ*، فتَكونُ الشُروطُ التالِيَةُ مُتَكافِئَةً:

أ) إذا كانَ العَدَدُ n مُساوِياً لِ $2^p (2^{p+1} - 1)$ فَضْلاً عن كَوْنِ العَدَدِ $(2^{p+1} - 1)$ أوَّلِيّاً، فإنّ $\sigma_0 (n) = n$

ب) إذا كانَ $\sigma_0 (n) = n$ ، فإنّ $n = 2^p (2^{p+1} - 1)$ ، ويَكونُ العَدَدُ $2^{p+1} - 1$ أوَّلِيّا.

يَتطَابَقُ الشَرْطُ (أ) مع القَضِيَّةِ الخامِسَةِ والثَلاثِينَ مِن المَقالَة التاسِعَةِ مِن ***أصول*** إقليدسَ؛ في حينِ أنّ الشَرْطَ الثاني لن يَجِدَ بُرْهانَهُ النِهائِيَّ قَبْلَ أويلر *(Euler)*. ولَكِنْ وَفْقَ ما نَعْرِفُهُ، فإنّ المُحاوَلَة الأُولَى بهذا الصَدَدِ تَعودُ إلى ابنِ الهَيْثَمِ. وبمُخْتَلِفِ الأحْوالِ، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ هُوَ الَّذي صاغَ هَذا الشَرْطَ واجْتَهَدَ لإقامَةِ الدَليلِ عَلَيْهِ.

وبُغْيَةَ فَهْمِ اخْتِيارِ مَثَلِ الأعْدادِ التامَّةِ، يَكْفينا هُنا أن نَذْكُرَ بأنّ البَحْثَ حَوْلَ خَواصِّ تِلْكَ الأعْدادِ قَد نُشِّطَ مِن جَديدٍ عَلَى يَدِ ثابتٍ بن قُرَّة[10]، كَما

---

* تَشْتَمِلُ عادةً "القَواسِمُ الخاصَّةُ" لعَدَدٍ عَلَى كُلِّ القَواسِمِ باسْتِثْناءِ العَدَدِ نَفْسِهِ والعَدَدِ واحِد. ويَبْدو أنّ المُؤَلِّفَ يَعْني بِهَذا المُصْطَلَحِ، هنا، القَواسِمَ كُلَّها، باسْتِثْناءِ العَدَدِ نَفْسِهِ (المُتَرْجِم).

[10] انْظُرْ:

F. Woepke, «Notice sur une théorie ajoutée par Thābit Ben Qorrah à l'arithmétique spéculative des grecs», *Journal Asiatique*, IV, 2(1852), p. 420 – 429; R. Rashed, =

وَجَدَ اهْتِماماً لَدَى الخازِنِ[١١]. ويُطالِعُنا بهذا الصَدَدِ الأنْطاكِيُّ[١٢] وَهُوَ الأقْرَبُ إِلَى ابنِ الهَيْثَمِ وكَما يُطالِعُنا، مِن مُعاصِرِي الأنْطاكِيِّ، البَغْدادِيُّ[١٣] أيْضاً مِمَّن عَمِلوا في هَذا المِضْمارِ. نَجِدُ في هَذا الإطارِ مَراحِلَ عَديدَةً عَلَى الطَرِيقِ الطويلِ قَبْلَ ابنِ الهَيْثَمِ وفي عَصْرِه.

وَفْقَ طَريقِ التَحْليلِ نَفْرِضُ أنّهُ "قَد وُجِدَ العَدَدُ التامُّ" — وَلْيَكُنْ هَذا العَدَدُ n – وَلْنَفْرِضْ أيْضاً أنّ قَواسِمَه الخاصَّةَ قَد وُجِدَت وأنّ مَجْموعَها مُسَاوٍ للعَدَدِ. فيَكونُ لِهَذا العَدَدِ إذاً قَواسِمُ ويَكونُ لِهَذِهِ القَواسِمِ خَواصٌّ: ويَنْبَغي تِبْيانُ هَذِهِ الخَواصِّ. وبُغْيَةَ ذَلِكَ يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ في البَدْءِ أنّ

$$(1) \qquad \sigma_0(2^p) = 1 + 2 + \ldots + 2^{p-1} = 2^p - 1$$

ولذَلِكَ، فإنّهُ إذا كانَ العَدَدُ n تامّاً زَوْجيّاً فإنّ

$$(2) \qquad n = \sigma_0(n) \neq 2^p.$$

فإذاً، لا يُمْكِنُ لشَكْلِ العَدَدِ التامِّ الزَوْجِيِّ أن يَكونَ 2^p. يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ النَتيجَةَ بواسِطَةِ بُرْهانِ الخُلْفِ:

إذا كانَ العَدَدُ n مُسَاوِياً لـ 2^p ، فإنّ

$$n - 1 = 1 + 2 + \ldots + 2^{p-1};$$

«Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés», dans *Entre arithmétique et algèbre*: *Recherches sur l'histoires des arithmétiques arabes* (Paris, 1984), p.259 - 299

[١١] انْظُر

A. Anbouba, «Un traité d'abū Jaʿfar al – Khāzin sur les les triangles rectangles numériques», *Journal for the History of Arabic Science*, 3.1 (1979), p. 134 – 178, à la p. 157.

[١٢] انْظُر

R. Rashed, «Ibn al–Haytham et le théorème de Wilson», dans *Entre arithmétique et algèbre*, p. 227 – 243 et «Ibn al–Haytham et les nombres parfaits», *Historia Mathematica*, 16 (1989), p. 343-352; repr. dans *Optique et mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe,* Variorum CS 388 (Aldershot, 1992), XI.

[١٣] انْظُر

R. Rashed, «Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés aux XIII^e et XIV^e siècles», *Archives for History of Exact Sciences*, 28 (1983), p. 107 – 147; repr. dans *Entre arithmétique et algèbre*, p. 259 – 299.

وَوَفْقَ العَلاقَةِ *(1)*، يَكونُ لَدَيْنا

$$n - 1 = n.$$

ولذَلِكَ فإذا كانَتِ القَواسِمُ الخاصَّةُ بِالعَدَدِ 2^k هِيَ كُلُّ الأعْدادِ الَّتي تَتَقَدَّمُهُ، فإنّهُ لا يُمْكِنُ بأيّ حالٍ أن يَكونَ هَذا العَدَدُ مُساوِياً لَمجْموعِ هَذِهِ القَواسِمِ، ومِن ناحِيَةٍ أُخرَى، فَخاصٌّ العَدَدِ التامِّ هو أنّهُ يُساوي مَجْموعَ قَواسِمِه.

لنَأخُذْ عَدَداً زَوْجِيّاً n ومُتَتالِيَةً D_1 مِن قَواسِمِه الخاصَّةِ تُمَثِّلُ مُتوالِيَةً هَنْدَسِيَّةً مَضْروبُها مُسَاوٍ لِ 2 وتَنْتَهي إلَى $\frac{n}{2}$:

$$2^{p-1}g,\ 2^{p-2}g,\ ...,\ 2g,\ g.$$

بحَيْثُ يَكونُ

$$n = 2^p . g$$

لِنَفرِضْ أنّ القَواسِمَ الأُخْرَى تُشَكِّلُ أيْضاً مُتَوالِيَةً هَنْدَسِيّةً D_2 لها مَضْروبٌ مُسَاوٍ لِ :2

$$1,\ 2,\ ...,\ 2^{q-1},\ 2^q$$

وأنّ

$$g = 2 . 2^q - 1$$

تَقْتَرِنُ سِلْسلَتا القَواسِمِ — إذا ما اسْتَثْنَيْنا العَدَدَ 1 — فيما بَيْنَهُما أزْواجاً أزْواجاً مِن القَواسِمِ الْمُتَمِّمَةِ؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $p = q$ وهذا ما يُثْبِتُهُ ابنُ الهَيْثَمِ أيْضاً بِواسِطَةِ بُرْهانِ الخُلْفِ. ويُساوي مَجْموعُ القَواسِمِ في D_1

$$(2^p - 1)g = n - g$$

و يَكونُ مَجْموعُ القَواسِمِ في D_2

$$2^{q+1} - 1 = g,$$

فإذاً يَكونُ الَمجْموعُ الكُلِّيُّ

$$n - g + g = n$$

وبالتالي فإنّ العَدَدَ n يَكونُ تامّاً

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ أخيراً أنّ العَدَدَ g أوّليٌّ.

وبالفِعْلِ، لِنَفرِضْ أنّ العَدَدَ g لَيْسَ بأوّلِيٍّ، فإذاً يُوجَدُ عَدَدٌ d، $d \neq 1$ وَ $d|g$ (d يَقْسِمُ g) ولَكِنْ $d|n$، فإذاً $d \in D_1 \cup D_2$، وَبما أنّ $d < g$ فإنّ $d \not\in D_1$؛ ومِن جِهَةٍ أُخْرَى فإنّ $d \neq 2^k$، فإذاً $d \not\in D_2$ لأنّ عَناصِرَ D_2 هِيَ قَواسِمُ لِ

$$2^{q+1} = g + 1.$$

ونَسْتَنْتِجُ أنّ $d = 1$. ومِن الواضِحِ إذاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يُورِدُ بالواقِعِ سِوَى قَضِيَّةٍ عَكْسِيَّةٍ جُزْئِيَّةٍ لِمُبَرْهَنَةِ إقليدسَ. فَهُوَ لا يُثْبِتُ أنّه، مِن بَيْنِ كافَّةِ الأعْدادِ الزَوْجِيَّةِ، تَكونُ تامَّةً فَقَط أعْدادُ إقليدسَ؛ بل هُوَ يبرهن فَقَط أنّه، مِن بَيْنِ كافَّةِ الأعْدادِ الزَوْجِيَّة الَّتي يَكونُ شَكْلُها $2^p(2^{q+1} - 1)$، تَكونُ أعْدادُ إقليدسَ فَقَط تامّةً.

ومِن ثَمَّ يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ التَرْكيبَ. فيأخُذُ العَدَدَ

$$n = 2^p . g$$

حَيْثُ يَكونُ

$$g = 2^{p+1} - 1 = \sum_{k=0}^{p} 2^k .$$

لَدَيْنا

$$n = g \sum_{k=0}^{p-1} 2^k + \sum_{k=0}^{p} 2^k .$$

كُلُّ عَدَدٍ مِن D_1 أو D_2 (عِنْدَما يَكونُ $p = q$) هُوَ قاسِمٌ للعَدَدِ n . لِنَفرِضْ أنّ العَدَدَ d قاسِمٌ للعَدَدِ n، يُوجَدُ إذاً عَدَدٌ e قاسِمٌ للعَدَدِ n بحَيْثُ يَكونُ

$$d.e = n = 2^p . g;$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{e}{g} = \frac{2^p}{d}.$$

إذا قَسَمَ العَدَدُ g العَدَدَ e، فإنّ العَدَدَ d يقسِمُ العَدَدَ 2^p وَ $d \in D_2$. إذا لَمْ يَكُنِ العَدَدُ g قاسِماً للعَدَدِ e، فإنّ $(g, e) = 1$ لأنّ g عَدَدٌ أوّلِيٌّ؛ فإذاً يقسِمُ العَدَدُ e العَدَدَ 2^p وَ $e = 2^k$ ، $(1 \leq k \leq p)$؛ ولذَلِكَ فإنّ $d = g . 2^{p-k}$ وَ $d \in D_1$. وكُلُّ

قاسِمٍ للعَدَدِ n إنّما يَكونُ في D_1 أو في D_2. ونَسْتَنْتِجُ أنّ العَدَدَ n مُساوٍ لَمجْموعِ قَواسِمِه؛ ولذَلِكَ فَهُوَ تامٌّ.

لا يَنْبَغي لِهَذا الإخْفاقِ النِصْفِيِّ أن يَحْجُبَ جَوْهَرَ الأشْياءِ: أي أن يَحْجُبَ المُحاوَلَةَ الهادِفَةَ إلَى تَوْصيفِ مَجْموعَةِ الأعْدادِ التامَّةِ الزَوْجيَّةِ. ولا يُمْكِنُ لَهَذِهِ المَسْأَلَةِ – النَموذَجِ أن تَكونَ مُجَرَّدَ تَوْضيحٍ بَسيطٍ عن *التَحْليلِ والتَرْكيبِ* في عِلْمِ الحِسابِ موجَّهٍ لِلمُبْتَدِئين؛ إنّما هِيَ قِطْعَةٌ مِن بَحْثٍ حَيٍّ يُطَبِّقُ فيهِ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ الطَريقَةَ عَلَى نَظَرِيَّةِ الأعْدادِ.

وبِمُوازاةِ مُبَرْهَنَةِ الأعْدادِ التامَّةِ يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ مَثَلاً مُهِمّاً مِن نَظَرِيَّةِ الأعْدادِ بالمَعْنَى الإقليديِّ للكَلِمَةِ. فَفي مَعْرِضِ التَحْليلِ، يَتَطَرَّقُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى مَسْأَلَةِ وُجودِ هَذِهِ الأعْدادِ، وإلَى شَكْلِها وإلَى عِلَّةِ امْتِلاكِها لِهَذا الشَكْلِ، وبالتالي إلَى تَوْصيفِها كمَجْموعةٍ مِن الأعْدادِ، أي إلَى تَصَوُّرِ مِعْيارٍ لتَمْييزِها مِن سِواها. وهذا هُوَ السَبَبُ الَّذي دَفَعَهُ مِن ناحيَةٍ أُخْرَى إلى إقامَةِ الدليلِ عَلَى القَضِيَّةِ العَكْسيَّةِ لُمبَرْهَنَةِ إقليدسَ. وتَحْديداً، فإنّ هَذا البَحْثَ في الوُجودِ والشَكْلِ هُوَ الَّذي يُعَلِّلُ مُتابَعَةَ طَريقِ التَحْليلِ في عِلْمِ الحِسابِ، وذَلِكَ رَغْمَ السِمَةِ القِياسيَّةِ. ويَتَوَجَّهُ ابنُ الهَيْثَمِ في المَثَلَيْنِ التالِيَيْنِ نَحْوَ التَقْليدِ الآخَرِ لنَظَرِيَّةِ الأعْدادِ في القَرْنِ العاشِرِ، نَعْني تَقْليدَ التَحْليلِ الديوفانطيِّ المُنْطَقِ.

مَنْظومَتان غَيْرُ مُعَيَّنَتَيْنِ (سيّالتان) مِن مُعادَلاتِ الدَرَجَةِ الأُولَى

وفي هَذِهِ المَرَّةِ أيْضاً، لا يَنْحَصِرُ الأمْرُ فَقَط في الحَلِّ العَدَدِيِّ المُنْطَقِ لَمنْظوماتِ المُعادَلاتِ، إنّما يَتَطَلَّبُ الأمْرُ فَضْلاً عن ذَلِكَ تَنَاوُلَ الوُجودِ والشَكْلِ وعَدَدِ الحُلولِ. ويَنْبَغي للتَحْليلِ في كُلِّ حالَةٍ أن يوصِلَنا إلَى جَلاءِ هَذِهِ العَناصِرِ قَدْرَ المُسْتَطاعِ واسْتِخْلاصِها مِن النَصِّ. سَوْفَ نَكْتَفي هُنا بالتَذْكيرِ بالصِيَغِ.

يُمْكِنُ إعادَةُ صِياغَةِ المَنْظومَةِ الأُولَى كالتالي:

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = s$$
$$\frac{1}{3}y + \frac{3}{4}z = s$$
$$\frac{1}{4}z + \frac{1}{2}x = s.$$

يَبْدَأ ابنُ الهَيْثَمِ بإثْباتِ العَلاقَاتِ

$$y = \frac{3}{8}z \text{ وَ } x = \frac{10}{8}z \text{ وَ } x = \frac{10}{3}y;$$

الأمْرُ الَّذي يَجْعَلُهُ يَتأَكَّدُ مِن أنّ الأعْدادَ المَطْلوبَةَ يَكونُ لها، البَعْضُ بِالنِسْبَةِ إلَى البَعْضِ الآخَرِ، نِسَبٌ مَعْلومَةٌ: فَهِيَ مَوْجودَةٌ إذاً وتَكونُ أعْداداً مُنْطَقَةً مُوجبَةً. أمّا بصَدَدِ الشَكْلِ، فيُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ في التَرْكيبِ، أنّهُ لِكُلِّ عَدَدٍ صَحيحٍ n مُحَقِّقٍ للعَلاقَةِ

$$n \equiv 0 \ (mod\ 8)$$

يُوجَدُ حلٌّ مُوافِقٌ في المَجْموعة $\mathbb{Q}^+$:

$$x = 10\frac{n}{8}\ ,\ y = 3\ \frac{n}{8},\ z = n,$$

أمّا صِياغَةُ المَسْأَلَةِ الثانيَةِ فَهِيَ كالتالي: لتَكُنْ k_1 وَ k_2 وَ k_3 نسَباً مَعْلومَةً وَلْيَكُنْ a وَ b عَدَدَيْنِ مَعْلومَيْنِ، المَطْلوبُ أن نَقْسِمَ a وَ b بشَكْلٍ يَكونُ فيهِ

$$(*) \qquad \begin{aligned} a &= x_1 + x_2 + x_3 \\ b &= y_1 + y_2 + y_3 \end{aligned}$$

بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{x_1}{y_1} = k_1,\ \frac{x_2}{y_2} = k_2,\ \frac{x_3}{y_3} = k_3$$
$$(k_1 > k_2 > k_3 > 0).$$

وهُنا أيْضاً يَجْتَهِدُ ابنُ الهَيْثَمِ في دِراسَةِ وُجودِ وشَكْلِ وعَدَدِ الحُلولِ.

لنَتَتَبَّعْ مَسارَ ابنِ الهَيْثَمِ، ولَكِنْ بلُغةٍ أُخْرَى مُخْتَلِفةٍ عن لُغَتِهِ.

يُمْكِنُ كِتابَةُ المُعادَلَةِ الأُولَى مِن (*) كَما يلي

$$a = k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3$$

ولَكِنْ

$$k_1 > k_2 > k_3 > \Rightarrow k_1b > a > k_3b,$$

ونَحْصُلُ بالتالي عَلَى الشَرْطِ الضَرورِيِّ

$$k_1 > \frac{a}{b} > k_3,$$

لنَجْعَلْ

$$y_1 + y_3 = t,$$

ولذَلِكَ، فإنّ

$$y_2 = b - t,$$

حَيْثُ $(t < b)$

وَ

$$a = k_1 y_1 + k_2(b - t) + k_3(t - y_1)\ ,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$y_1 (k_1 - k_2) = a - k_2(b - t) - k_3t,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$y_1 = \frac{a - k_2b + t(k_2 - k_3)}{k_1 - k_3}.$$

$$y_2 = b - t,$$

$$y_3 = \frac{k_2b - a + t(k_1 - k_2)}{k_1 - k_3}.$$

مُناقَشَة: مِن الضَروريِّ في البَدْءِ أن نَتَبَيَّنَ إذا ما كانَ الشَرْطانِ $k_1 > \frac{a}{b} > k_3$ وَ $b > t > 0$ كافِيَيْنِ لِكَيْ تَكونَ المَقاديرُ y_1 وَ y_2 وَ y_3 موجبَةً.

- إذا كانَ $\frac{a}{b} = k_2$، فإنّ الأعْدادَ y_1 وَ y_2 وَ y_3 تَكونُ موجِبَةً إذا ما تَحَقَّقَت العَلاقَةُ $0 < t < b$:

$$y_1 = \frac{k_2 - k_3}{k_1 - k_3}t,\ y_2 = b - t,\ y_3 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 - k_3}t.$$

- إذا كانَ $k_2 > \frac{a}{b} > k_3$ وَ $a < k_2b$، يَكونُ لَدَيْنا $y_2 > 0$ وَ $y_3 > 0$؛ ولَكِنْ

$$y_1 > 0 \Leftrightarrow (k_2 - k_3)t - (k_2b - a) > 0 \Leftrightarrow t > \frac{k_2b - a}{k_2 - k_3};$$

وتَكونُ الأعْدادُ الثَلاثَةُ موجِبَةً إذا كانَ

$$b > t > \frac{k_2 b - a}{k_2 - k_3}$$

- إذا كانَ $k_2 < \frac{a}{b} < k_1$ وَ $k_2 b < a$، يَكونُ لَدَيْنا إذاً $y_1 > 0$ وَ $y_2 > 0$؛ ولَكِنّ الشَرْطَ $y_3 < 0$ يَفْرِضُ العَلاقَةَ

$$b > t > \frac{a - bk_2}{k_1 - k_2}$$

ملاحظتان

١) في مَعْرِضِ التَرْكيبِ يُمَيِّزُ ابنُ الهَيْثَمِ ثَلاثَ حالاتٍ:

- $\frac{a}{b} = k_2$؛ في هَذِهِ الحالَةِ يَخْتارُ ابنُ الهَيْثَمِ $BM = y_2 = b - t$ كَوَسيطٍ.
- إذا كانَ $\frac{a}{b} \neq k_2$؛ في هَذِهِ الحالَةِ يَخْتارُ ابنُ الهَيْثَمِ $k = \frac{x_1 + x_3}{y_1 + y_3}$ كَوَسيطٍ؛ ويَكونُ لَدَيْنا

$$k = \frac{a - x_2}{b - y_2} = \frac{a - k_2(b - t)}{t} = k_2 + \frac{a - bk_2}{t}.$$

- إذا كانَ $\frac{a}{b} < k_2$، يَكونُ لَدَيْنا $b > t > \frac{k_2 b - a}{k_2 - k_3}$؛ ونَسْتَنْبِطُ

$$\frac{k_2 b - a}{b} < \frac{k_2 b - a}{t} < k_2 - k_3$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$k_3 < k < \frac{a}{b},$$

وهذا هُوَ الشَرْطُ الّذي يَفْرِضُهُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى النِسْبَةِ $k = \frac{U}{F}$.

- إذا كانَ $\frac{a}{b} > k_2$، يَكونُ لَدَيْنا

$$b > t > \frac{a - bk_2}{k_1 - k_2},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{a - bk_2}{b} < \frac{a - bk_2}{t} < k_1 - k_2,$$

وبالتالي فإنّ

$$\frac{a}{b} < k < k_1$$

بدونِ المُرورِ عَبْرَ إِيجادِ الشَرْطِ الّذي يَفْرِضُهُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى النِسْبَةِ $k = \frac{S}{O}$.

٢) إنّ الطَريقَةَ الَّتي يَسْتَعْمِلُها ابنُ الهَيْثَمِ تَهدِفُ إِلَى إرجاعِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ إِلَى المَسْأَلَةِ ٦. ولِذَلِكَ فَهُوَ يَخْتارُ مَجْهولَيْنِ إضافِيَّيْنِ $X = x_1 + x_3$ وَ $Y = y_1 + y_3$ وَوَسيطاً $k = \frac{x_1 + x_3}{y_1 + y_3}$؛ فيَنْبَغي إذاً أن يَكونَ $k_1 > k > k_3$. وتُكْتَبُ المَنْظومَةُ الأساسِيَّةُ كَما يلي

$$X + x_2 = a,$$
$$Y + y_2 = b,$$
$$\frac{X}{Y} = k, \frac{x_2}{y_2} = k_2;$$

الأَمْرُ الَّذي يَتَوافَقُ مع المَسْأَلَةِ ٦.

وهُنا لَدَيْنا $\frac{a}{b}$ وَ k_2 مَعْلومانِ. فاسْتِناداً إِلَى دِراسَةِ المَسْأَلَةِ ٦، إذا كانَ $\frac{a}{b} < k_2$ فيَجِبُ اخْتِيارُ k في الفُسْحَةِ $]\frac{a}{b}, k_3[$ لِكَيْ يَتَحَقَّقَ الشَرْطُ $k < \frac{a}{b} < k_2$؛ وإذا كانَ $\frac{a}{b} > k_2$ فيَجِبُ اخْتِيارُ k في الفُسْحَةِ $]k_1, \frac{a}{b}[$، لنَجِدَ إذاً أنّ

$$kY + k_2(b - Y) = a.$$

ولِذَلِكَ فإنّ

$$Y = \frac{a - k_2 b}{k - k_2}, y_2 = \frac{bk - a}{k - k_2};$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ X وَ x_2.

ويَبْقَى أن نَحُلَّ المَنْظومَةَ

$$x_1 + x_3 = X$$
$$y_1 + y_3 = Y$$
$$\frac{x_1}{y_1} = k_1, \frac{x_3}{y_3} = k_3.$$

نَحْنُ نَعْلَمُ أنّ $k_3 < \frac{X}{Y} < k_1$، وذَلِكَ اسْتِناداً إلَى اخْتِيارِ الوَسيطِ k؛ فيَكونُ إذاً لهَذِهِ المَنْظومَةِ حَلٌّ وحيدٌ وذَلِكَ عَلَى اعْتِبارِ أنّ X وَ Y مَعْلومانِ. هذا ما يَقودُ ابنَ الهَيْثَمِ إذاً إلَى تَناوُلِ مَسْأَلَةٍ إضافِيَّةٍ: وَهِيَ إيجادُ نِسْبَةٍ مَحْصورَةٍ بَيْنَ نسبتَيْنِ مَعْلومتَيْن.

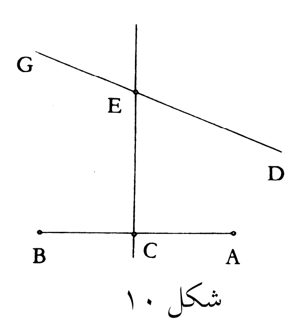
المَسائِلُ الهَنْدَسِيَّةُ

يَخْتارُ ابنُ الهَيْثَمِ ثَلاثَ مَسائِلَ، الأُولَى وهِيَ الأَبْسَطُ، وهِيَ مَسْأَلَةٌ في الهَنْدَسَةِ المُسْتَوِيَةِ؛ أمّا الثانِيَةُ فتَتَناوَلُ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةَ، وأمّا الثالِثَةُ فتَرْتَبِطُ ببناءٍ هَنْدَسِيٍّ. لا تَبْدو هَذِهِ الخَياراتُ المُتَتابِعَةُ وَليدَةَ الصُدْفَةِ المُجَرَّدَةِ إذ إنّها تَرُدُّنا مِن جَديدٍ إلَى فُصولٍ ثَلاثَةٍ مِن عِلْمِ الهَنْدَسَةِ قد سَبَقَ لَنا أن تَوَقَّفْنا عِنْدَ تَطَوِّرِها.

مَسْأَلَةٌ في الهَنْدَسَةِ المُسْتَوِيَةِ

المَسْأَلَةُ الأُولَى هِيَ الأَبْسَطُ. وتُصاغُ كَما يلي:

لنَأخُذْ ثَلاثَ نقاطٍ مُتَسامِتَةٍ A وَ B وَ C وَفْقَ هَذا التَرْتيبِ، فَضْلاً عن مُسْتَقيمٍ DG. المَطْلوبُ إيجادُ نُقْطَةٍ E عَلَى ذاكَ المُسْتَقيمِ بحَيْثُ يَكونُ المُسْتَقيمُ EC مُنَصِّفاً لِلزاوِيَةِ AEB.

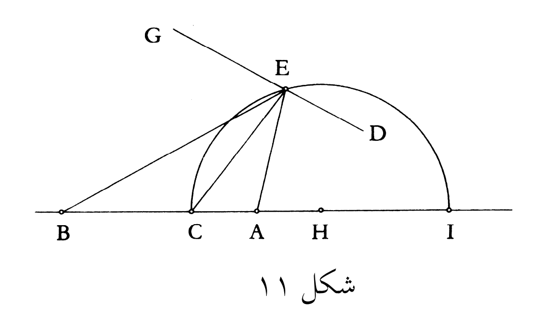


شكل ١٠

تَحْليل: إذا كانَ المُسْتَقيمُ EC مُنَصِّفاً لِلزاوِيَةِ AEB، يَكونُ لَدَيْنا $\frac{EA}{EB} = \frac{CA}{CB}$.

١) إذا كانَت النُقْطَةُ C مُنْتَصَفَ القِطْعَةِ AB، يَكونُ لَدَيْنا $CA = CB$، ولذَلِكَ فإنّ $EA = EB$ وتَكونُ النُقْطَةُ E عَلَى المُنَصِّفِ العَمودِيِّ للقِطْعَةِ AB.

٢) إذا كانَ $AC \neq CB$، فإنّ النِسْبَةَ $\frac{EA}{EB}$ تَكونُ مَعْلومَةً وغَيْرَ مُساوِيةٍ لِ 1؛ فتَقَعُ إذاً النُقْطَةُ E عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ، ولْيَكُنْ قُطْرُها CI [انْظُر المَسْأَلَةَ ١]. وتَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً عَلَى تَقاطُعِ الدائِرَةِ مع المُسْتَقيمِ DG.



شكل ١١

تَرْكيب:

١) نَرْسُمُ المُنَصِّفَ العَمودِيَّ Δ للقِطْعَةِ AB. إذا لَمْ يَكُنِ المُسْتَقيمُ DG مُتَعامِداً والمُسْتَقيمَ AB، فإنّ المُسْتَقيمَ Δ يَقْطَعُ المُسْتَقيمَ DG عَلَى نُقْطَةٍ E، ويَكونُ لَدَيْنا $EA = EB$. المُثَلَّثُ EAB مُتَساوي الساقَيْنِ، والارْتِفاعُ EC يَكونُ مُنَصِّفاً لِلزاوِيَةِ؛ وبالتالي فالمَسْأَلَةُ مُمْكِنَةُ الحَلِّ.

إذا كانَ $DG \perp AB$ وَ $DG \neq \Delta$، لا يُمْكِنُ للنُقْطَةِ E أن تَكونَ مَوْجودَةً. أمّا إذا كانَ $DG = \Delta$ فإنّ كُلَّ نُقْطَةٍ مِن DG تُشَكِّلُ حَلاً مُمْكِناً (شَكْل ١٠).

٢) يَفْتَرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ $CA > CB$ ويُعَيِّنُ النُقْطَةَ H بِواسِطَةِ العَلاقَةِ

$$\frac{CH}{HB} = \frac{CA}{CB} > 1 \qquad (1)$$

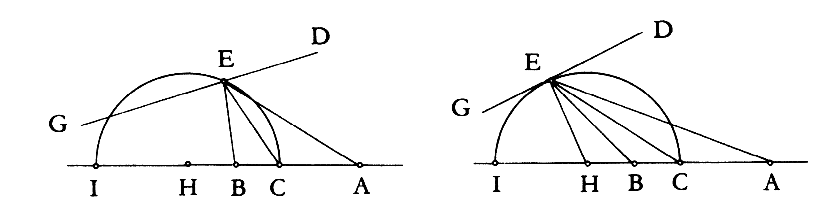
تُوجَدُ نُقْطَتان H مُحَقِّقَتانِ لِهَذِهِ المُسَاواةِ. يَجِدُ ابنُ الهَيْثَمِ إحْداهما بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ C وَ B والأُخْرَى بَعْدَ النُقْطَةِ B. ويَعْمَدُ ابنُ الهَيْثَمِ إِلَى اخْتِيارِ النُقْطَةِ الأخيرةِ بدونِ الإشارَةِ إِلَى ذَلِكَ بدِقَّةٍ، وقَد يَكونُ ذَلِكَ بحُجَّةِ التَماثُلِ القائِمِ مع المَسْأَلَةِ ١ (فَفي هَذِهِ المَسْأَلَةِ، النُقْطَةُ D الَّتي تُقابِلُها النُقْطَةُ H هُنا، قَد حُدِّدَت بِطَريقَةٍ أُخْرَى وَهِيَ مَوْجودَةٌ عَلَى امْتِدادِ AB).

ومَهْما يَكُن مِن أمرٍ، فإنّ النُقْطَةَ H تَقَعُ بَعْدَ النُقْطَةِ B ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{CH}{HB} = \frac{CA}{CB} = \frac{AC + CH}{CB + BH} = \frac{AH}{CH},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$CH^2 = HA \, . \, HB.$$



شكل ١٢

ومِن ثَمَّ يُبيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ الدائِرَةَ (H, HC) الَّتي قُطْرُها CI هِيَ الدائِرَةُ المَعْلومَةُ في التَحْليلِ. وبِالفِعْلِ، إذا قَطَعَت هَذِهِ الدائِرَةُ المُسْتَقيمَ DG عَلَى النُقْطَةِ E، فَسَيَكونُ لَدَيْنا

$$HE = HC$$

وَ

$$\frac{AH}{HE} = \frac{AH}{HC} = \frac{AC}{CB} = \frac{CH}{HB} = \frac{HE}{HB}.$$

ويَكونُ المُثَلَّثانِ AHE وَ BHE إذاً مُتَشابِهَين، ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{AH}{HE} = \frac{AE}{EB}$$

وَ

$$\frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CB}.$$

لنُشِرْ إلَى أنّ هَذا البُرْهانَ المُقَامَ لِكُلِّ نُقْطَةٍ E مِن الدائِرَةِ (H, HC) يَتطَابقُ مع بُرْهانِ القَضِيَّةِ العَكْسِيَّةِ، الَّذي لَمْ يَجرِ السَعْيُ إلى إقامَتِهِ في المَسْأَلَةِ ١؛ وَهُوَ يُثْبِتُ أنّ كُلَّ نُقْطَةٍ E مِن الدائِرَةِ (C, CH) تُحَقِّقُ العَلاقَةَ

$$\frac{EA}{EB} = \frac{CA}{CB}.$$

مُناقَشَة: يَتعَلَّقُ وُجودُ النُقْطَةِ E بالمَسافَةِ h مِن النُقْطَةِ H إلَى المُسْتَقيمِ DG. ليَكُنْ R نِصْفَ قُطْرِ الدائِرَةِ:

إذا كانَ $h > R$ لَيْسَ لِلْمَسْألَةِ حَلٌّ،

إذا كانَ $h = R$ تَكونُ المَسْأَلَةُ وحيدةَ الحَلِّ،

إذا كانَ $h < R$ يَكونُ لِلْمَسْألَةِ حَلاّن.

لنُشِرْ إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَتَنَاوَلُ في هَذِهِ المَسْأَلَةِ مَجْموعةَ النِقاطِ E الَّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ

$$\frac{EA}{EB} = k$$

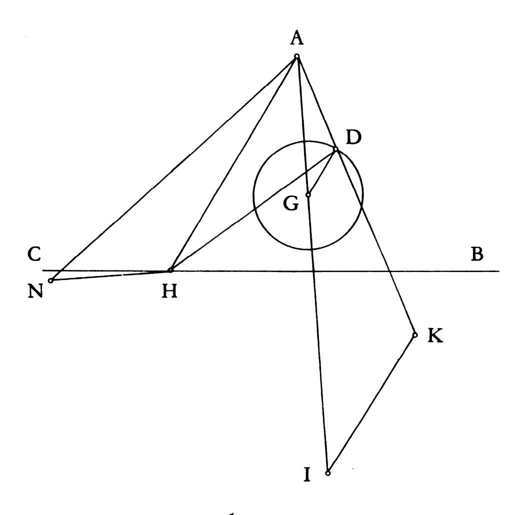
إذا كانَ $k = 1$، فإنّ مَجْموعةَ النِقاطِ تُشَكِّلُ مُسْتَقيماً Δ يُمَثِّلُ مُنَصِّفاً عَمودِيّاً للقِطْعَةِ AB؛

إذا كانَ $k \neq 1$، فإنّ مَجْموعةَ النقاط تُشَكِّلُ دائِرَةً قُطْرُها CI، حَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ C مَعْلومَةً وتَكونُ النُقْطَةُ I المُرَافِقَةَ التَوافُقِيَّة للنُقْطَةِ C بِالنِسْبَةِ إلَى النُقْطَتَيْنِ A وَ B.

مَسْأَلَةٌ تُحَلُّ بِواسِطَةِ التَحْويلاتِ

أمّا المَسْأَلَةُ الثانيَةُ مِن هَذِهِ المَجْموعةِ فلَيْسَت أكْثَرَ تَعْقيداً فَحَسْب، إنّما يُعالِجُها ابنُ الهَيْثَمِ بِواسِطَةِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ. ويُمكنُ صِياغَتُها كما يلي:

لنَأخُذْ نُقْطَةً ثابتَةً A ودائِرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ G ومُستَقيماً BC. المَطْلوبُ أن نَجدَ نُقْطَةً D عَلَى الدائِرَةِ (G) ونُقْطَةً H عَلى المُسْتَقيمِ BC بحَيْثُ تُساوِي الزاوِيَةُ ADH زاوِيَةً مَفْروضَةً، وتُساوِي النِسْبَةُ $\frac{DA}{DH}$ نِسْبَةً مَعْلومَةً.



شكل ١٣

تُبَيِّنُ مُعْطَياتُ المَسْأَلَةِ أنّ النُقْطَةَ المَعْلومَةَ A والنُقْطَتَيْنِ المَطْلوبتَيْنِ D وَ H تُحْدِثُ مُثَلّثاً "مَعْلومَ الصورةِ" أي أنّهُ مُتَشابهٌ مع مُثَلّثٍ مَعْلوم. وبِوسْعِنا إذاً أن نَجْعَلَ $DAH = \alpha$ زاوِيَةً مَعْلومَةً وَ $k = \frac{AH}{AD}$ نِسْبَةً مَعْلومَةً أيْضاً.

١) تُستَنْبَطُ النُقْطَةُ H مِن النُقْطَةِ D بواسِطَةِ إحْدَى المُشابَهتَيْنِ

$S_1(A, \alpha, k)$ أو $S_2(A, -\alpha, k)$

أمّا إقامَةُ الدَليلِ عَلَى وُجودِ النُقْطَة H فَيُفْضي إلَى إثْباتِ وُقوعِها عَلَى تَقَاطُعِ المُسْتَقيمِ المَعْلومِ BC مع إحْدَى الدائِرَتَيْنِ $S_1(G) = \mathcal{C}_1$ أو $S_2(G) = \mathcal{C}_2$.

٢) يُمْكِنُنا أيْضاً أن نَقولَ إنّ النُقْطَةَ D تُستَنْبَطُ مِن النُقْطَةِ H بِواسِطَةِ إحْدَى المُشابَهتَيْن

$S_1' = S_1^{-1}$ أو $S_2' = S_2^{-1}$

فإذا كانَت النُقْطَةُ D مَوْجودَةً، فإنّها ستَقَعُ عَلَى تَقَاطُعِ الدائِرَةِ G مع أحَدِ المُسْتَقيمَيْنِ

$$D_2 = S_2'(BC) \text{ أو } D_1 = S_1'(BC).$$

وفي الحالَتَيْنِ يَفْرِضُ التَرْكيبُ مُناقَشَةَ تَقَاطُعِ مُسْتَقيمٍ ودائِرَةٍ.

يَقْتَرِحُ ابنُ الهَيْثَمِ تَحْليلَيْنِ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ. في الأوّلِ مِنْهُما، يَبْدَأ باسْتِخْدامِ تَحاكٍ مَرْكَزُه في النُقْطَةِ A وتَكونُ فيهِ الدائِرَةُ (I, IK) صورةً للدائِرَةِ (G, GD)؛ ومِن ثَمَّ يَنْتَقِلُ إلَى مُشابَهَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في النُقْطَة A، تَكونُ فيها الدائِرَةُ (N, NH) صورةً للدائِرَةِ (I, IK). ويُحْدِثُ تَرْكيبُ هَذا التَحاكِي مع هَذِهِ المُشابَهَةِ إحْدَى المُشابَهتَيْنِ المَذْكورَتَيْنِ في البَنْدِ ١).

ويُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ في تَحْليلِهِ الثاني أنّ النُقْطَة D تَقَعُ عَلَى المُسْتَقيمِ المُسْتَنْبَطِ مِن المُسْتَقيم BC بواسِطَةِ إحْدَى المُشابَهتَيْنِ المَذْكورَتَيْنِ في البَنْدِ ٢). ومِن ثَمَّ يُورِدُ تَرْكيبَيْنِ لا يُمَثِّلانِ أيَّ خُصوصيَّةٍ تُذْكَرُ. ويُشيرُ ابنُ الهَيْثَمِ في كُلِّ واحِدٍ مِن التَرْكيبَيْنِ أنّهُ مِن المَفْروضِ مُناقَشَةُ تَقَاطُعِ مُسْتَقيمٍ ودائِرَةٍ. وهَذِهِ المُناقَشَةُ تُعْطيهِ عِلاوَةً عَلَى ذَلِكَ عَدَدَ الحُلولِ.

بِناءُ دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لِثَلاثِ دَوائِرَ مَعْلومَةٍ

المَسْأَلَةُ الهَنْدَسِيَّةُ الثالِثَةُ – الأخيرَةُ مِن الفَصْلِ الثاني، وبالتالي الأخيرَةُ في المُؤَلَّفِ – الأهمُّ إجْمالاً، إن يَكُنْ مِن حَيْثُ الوَضْعِ الَّذي تَحْتَلُّهُ أو التاريخِ الَّذي تَمْتَلِكُه أو التَحَدِّي الَّذي تُطْلِقُه. وتَحْتَلُّ هَذِهِ "المَسْأَلَةُ – النَموذَجُ" ما يُقارِبُ خُمْسَ المُؤَلَّفِ الإجْمالِيِّ. وَهِيَ، مِن جِهَةٍ أُخْرَى، المَسْأَلَةُ الَّتِي وَضَعَها أبلونيوسُ وعاوَدَ طَرْحَها بابوسُ وغَيْرُه. وأخيراً، فقَد كانَت بالذات مَدارَ أخْذٍ وَرَدٍّ لَدَى أسْلافِ ابنِ الهَيْثَمِ. إنّها إذاً مَسْأَلَةٌ لها تاريخٌ حافِلٌ ومَشْهورٌ ولَكِنَّها جَسَّدَت حَتَّى ذَلِكَ الحينِ سُؤالاً مَطْروحاً بدونِ جوابٍ نِهائِيٍّ، وبالتالي مَثَّلَت سُؤالاً مِن صُلْبِ

البَحْثِ الحَيِّ. أمّا بِالنسْبَةِ إِلَى طَبيعَتِها، فإنّهُ لَمْ تَفُتْ مُؤَرِّخي الهَنْدَسَةِ الإشارَةُ إِلَى عُمْقِها وإِلَى مَدَى الصُعوبَةِ الَّتِي اتَّسَمَت بِها في ذَلِكَ العَصْرِ. ولقَد رَأى ج. ل. كوليدج *(J. L. Coolidge)* فيها تَجْسيداً لِحُدودِ قُدْرَةِ رياضِيِّي التَقْليدِ اليونانيِّ[١٤].

وتاريخُ هَذِهِ المَسْأَلَةِ مَعْروفٌ إِلَى دَرَجَةٍ كَبيرَةٍ لا تَسْتَدْعي التَوَقُّفَ عِنْدَهُ مُجَدَّداً. فقَد تَوَقَّفَ فير إيك (Ver Eecke) عِنْدَ هَذا المَوْضوعِ مَرَّتَيْنِ[١٥]. لِنُشِرْ فَقَط إِلَى أنّ أبلونيوسَ قَد صاغَ هَذِهِ المَسْأَلَةَ في كِتابِهِ المَفْقودِ والمُعَنْوَنِ ***"نقاطُ التماسِّ"***. وأغْلَبُ الظَنِّ أنّهُ هُوَ نَفْسُ الكِتابِ الَّذي نُقل إِلَى العَرَبِيَّةِ تَحْتَ عُنْوان ***الدَوائِر المُماسَّة*** والَّذي وَرَدَ ذِكرُه لَدَى المُفَهْرِسِ النَديمِ مِن القَرْنِ العاشِرِ، عَلَى أنّهُ مِن مُؤَلَّفاتِ أبلونيوسَ[١٦]. وهَذِهِ النُسْخَةُ العَرَبِيَّةُ مَفْقودَةٌ أيْضاً. ويَبْقَى، في هَذا الإطارِ، ما أوْرَدَه بابوس الشَهادَةَ الأَكْثَرَ دَلالةً، إذ إنّهُ يَكْتُبُ أنّ هَذا الكِتابَ قَد تَضَمَّنَ قَضايا "تَبْدو وكأنّها مُتَعَدِّدَةً، ولَكِنْ هِيَ أيْضاً سَنُعَبِّرُ عنها بقَضِيَّةٍ واحِدَةٍ فَقَط". وهذا يُعَبِّرُ عَلَى ما يَبْدو عن المَسْأَلَةِ الَّتِي يَطْرَحُها أبلونيوسُ:

"ثَلاثَةُ عَناصِرَ اختِيارِيَّةٍ مَفْروضَةِ الوَضْعِ عَلَى التَوالي، وهَذِهِ العَناصِرُ مِن نقاطٍ أو خُطوطٍ مُسْتَقيمةٍ أو دَوائِرَ. المَطْلوبُ أن نَرْسُمَ دائِرَةً مارَّةً عَلَى النقاطِ المَفْروضَةِ (في حالَةِ النقاطِ المَفْروضَةِ)، تُماسُّ كُلَّ خطٍّ مِن الخُطوطِ المَفْروضَةِ"[١٧].

يُمَكِّنُنا حِسابٌ تَوافيقِيٌّ بَسيطٌ مِن اسْتِخْلاصِ مُجْمَلِ المَسائِلِ المَطْروحَةِ للحَلّ والَّتِي يَعْمَدُ بابوسُ لتَعْدادِها: ١) ثَلاثُ نِقاطٍ، ٢) ثَلاثَةُ خُطوطٍ مُسْتَقيمةٍ،

---

[١٤] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٥١ – ٥٢ مِن:

J.L. Coolidge, *A History of Geometrical Methods* (Oxford, 1940, Dover, 1963).

[١٥] انْظُرْ مَثَلاً مُقَدِّمَة ب.ف. إيكي لتَرْجَمَة كِتاب ***مخروطاتِ*** أبلونيوس (باريس ١٩٥٩) ص ٢٥ – ٣٠.

[١٦] النديم ***الفهرست***. الناشر: ر. تجدّد (طهران، ١٩٧١)، ص ٣٢٦.

[١٧] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٤٨٣ مِن:

Pappus d’Alexandrie. *La Collection Mathématique*, trad. P. Ver Eecke (Paris / Brugs, 1933), II.2.

٣) نُقْطَتانِ وخَطٌّ مُسْتَقيمٌ، ٤) مُسْتَقيمانِ ونُقْطَةٌ، ٥) نُقْطَتانِ ودائِرَةٌ، ٦) دائِرَتانِ ونُقْطَةٌ، ٧) خَطّانِ مُسْتَقيمانِ ودائِرَةٌ، ٨) دائِرَتانِ ومُسْتَقيمٌ، ٩) نُقْطَةٌ ومُسْتَقيمٌ ودائِرَةٌ، ١٠) ثَلاثُ دَوائِرَ.

وما يَعْنينا مِن المَسْأَلَةِ، هِيَ الحالَةُ الأخيرةُ أي حالَةُ الدَوائِرِ الثَلاثِ. غَيْرَ أَنَّنا نَجْهَلُ ما انْطَوَى عَلَيْهِ حَلُّ أبلونيوسَ ونَجْهَلُ حَتَّى إن كانَ أبلونيوسُ قَد أَوْرَدَ ولو اقْتِراحاً بصَدَدِ الحَلِّ. وأَكْثَرُ مِن ذَلِكَ، فَنَحْنُ لا نَعْلَمُ حُدودَ حَلِّ بابوسَ لأنّ هَذا الحَلَّ قَد فُقِدَ في عَصْرِ الرياضِيِّ الاسكندرانِيِّ نَفْسِه. ولَكِنْ، كُلُّ هَذا قَد أُحيطَ بهالَةٍ أُسْطوريَّةٍ "أثارَت مَشاعِرَ الفُضولِ لَدَى كِبارِ رياضِيِّي القُرونِ المُنْصَرِمَةِ"[18] وذَلِكَ وَفْقَ ما يَذْكُرُهُ ڤير إيك. ومِن بَيْنِ هَؤُلاءِ الرياضِيِّين يُمْكِنُنا أن نَذْكُرَ ڤيات (Viète) وَ ديكارت ونيوتن ... ولاحِقاً ل. كارنو (L. Carnot) وَ ث. سيمسون (Th. Simpson) وَ ل. أويلر (L. Euler) وَ ن. فوس (N. Fus) وَ ج. لامبرت (J. Lambert) وَ جيرغون (Gergonne) والعَديدَ سِواهُم. ولَكِنَّ "هذا الفُضولَ العِلْمِيَّ لَدَى كِبارِ الرياضِيِّينَ" قَد تَبَدَّى حَتَّى قَبْلَ القَرْنِ السابِعِ عَشَرَ بكَثيرٍ حَيْثُ إنّنا نَرْصُدُ مَعالِمَهُ تَقْريباً ما بَيْنَ مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسِعِ والنِصْفِ الأوّلِ مِن القَرْنِ العاشِرِ[19]. وبُغْيَةَ فَهْمِ مَغْزَى هَذا الاهْتِمامِ المُتَجَدِّدِ بِهَذِهِ المَسْأَلَةِ يَنْبَغي لَنا أن نَتَذَكَّرَ إعادَةَ تَنْشيطِ البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ، وتَحْديداً في مَيْدانِ نَظَرِيَّةِ المَخْروطاتِ والأَبْنِيَةِ الهَنْدَسِيَّةِ. وفي حالَةِ المَسْأَلَةِ الَّتي نتَنَاوَلُها، عَلَى الأقَلّ، تَرْتَبِطُ إعادَةُ التَنْشيطِ تِلْكَ بأَسْماءٍ وعَناوينَ سابِقَةٍ لابنِ الهَيْثَم. فيُطالِعُنا مِن بَيْنِ تِلْكَ الأَسْماءِ ابنُ سِنانٍ الَّذي لَعِبَ دَوْراً مَرْكَزِيّاً لا يقلُّ أَهَمِيَّةً عن رجوعِ ابنِ الهَيْثَمِ لتَناوُلِ المَسْأَلَةِ. وابنُ سِنانٍ،

---

[18] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٢٦ مِن:

Les Coniques d'Appollonius de Perge, trad. P. V. Eecke.

[19] نُشيرُ إِلَى أنَّ النديمَ يَنْسُبُ إِلَى الفَلَكِيِّ والرياضِيِّ حَبَشِ الحاسِبِ (كانَ حَيّاً سَنَةَ ٨٥٩) كِتاباً مُعَنْوَناً "***كِتاب الدوائر الثلاث المُتماسَّة وكيفيّة الاتّصال***" . ص. ٣٣٤.

الَّذي يُمَثِّلُ إحْدَى كُبْرَياتِ السُلالاتِ العِلْمِيَّةِ في ذَلِكَ العَصْرِ، وتَحْديداً تِلْكَ الَّتي يَنْتَمي إلَيْها خُلَفاءُ ثابتٍ بن قُرَّة، كانَ هُوَ بالذات مَن رَفَعَ رَايَةَ البُحوثِ الَّتي أُجْرِيَت خِلالَ النصْفِ الأوّلِ مِن القَرْنِ العاشِرِ. ونَحْنُ نَعْرِفُ أيْضاً اسْتِناداً إلَى ما وَرَدَ عِنْدَ ابنِ سِنانٍ أنّ مُمَثِّلاً لِسُلالةٍ عِلْمِيَّةٍ أُخْرَى (بنو كرنيب)، وَهُوَ أبو العلاء، قَد اهْتَمَّ كذَلِكَ بهذا البِناء. وثَمَّةَ رياضِيٌّ ثالِثٌ، لَيْسَ أقَلَّ شأناً مِن سابقَيْهِ، وَهُوَ أبو يَحْيَى أحَدُ أساتِذَةِ العالِمِ المَشْهورِ أبي الوفاء البوزجانيّ. فقَد تَنَاوَل أبو يَحْيَى أيْضاً هَذِهِ المَسْأَلَةَ. يَنْقُلُ ابنُ سِنانٍ الحَلَّيْنِ اللّذيْنِ قَدَّمَهُما سابقاه مُنْتَقِداً إيّاهُما. أمّا هُوَ شَخْصِيّاً، فَلَمْ يَنْحَصِرِ اهْتِمامُهُ بالمَسْأَلَةِ فَحَسْب بَلْ تَعَدَّاها، عَلَى ما يَبْدو، إلَى الاهْتِمامِ بكِتابِ أبلونيوسَ عن ***نقاطِ التماسِّ***، وصولاً إلَى وَضْعِهِ لكِتابٍ يَحْمِلُ نَفْسَ اسمِ النُسْخَةِ العَرَبِيَّةِ لكِتابِ أبلونيوس أي ***الدَوائِرِ المُماسَّة***. يُفيدُنا ابنُ سِنانٍ في لائِحَةِ مؤلَّفاتِه أنّهُ بَيَّنَ في هَذا الكِتابِ "عَلَى أيِّ وَجْهٍ تَتَماسُّ الدَوائِرُ والخُطوطُ، وتَجوزُ عَلَى النُقَطِ، وغَيْرَ ذَلِكَ"[٢٠]. ويَتَضَمَّنُ هَذا الكِتابُ ثَلاثَةَ عَشَرَ فَصْلاً، وَوَفْقَ ما يُورِدُهُ المؤلِّفُ شَخْصِيّاً، يَرْتَبِطُ هَذا المؤلَّفُ بِشَكْلٍ وَثيقٍ بمَسائِلِ التَحْليلِ والتَرْكيبِ، ولَكِنّهُ لَمْ يَصِلْ إلينا. وقَد كَتَبَ ابنُ سِنانٍ لِهَذا الكِتابِ تَتِمَّةً، وَهِيَ عِبارَةٌ عن مَجْموعةٍ تَتَضَمَّنُ واحِدَةً وأربعينَ مَسْأَلَةً "مِن صِعابِ المَسائِلِ في الدَوائِرِ، والخُطوطِ، والمُثَلَّثاتِ، والدَوائِرِ المُتَماسَّةِ، وغَيْرِ ذَلِكَ؛ سَلَكْتُ فيها طَريقَ التَحْليلِ فَقَط"[٢١]. ويُورِدُ ابنُ سِنانٍ بِالفِعْلِ، مِن جُمْلَةِ ما يَعْرِضُ، تَحْليلَ المَسْأَلَةِ الَّتي نَتَنَاوَلُها هُنا.

لن نُخاطِرَ إلاّ قليلاً إذا ما افْتَرَضْنا أنّ ابنَ الهَيْثَمِ كانَ مُطَّلِعاً عَلَى كِتابٍ أو آخَرَ مِن كُتُبِ ابن سِنانٍ إن لَمْ يَكُنْ عَلَيْها كُلِّها. ولقَد سَبَقَ لَنا أن بيَّنَّا أنّهُ في

[٢٠] انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٢ مِن:
R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān. Logique et géométrie au Xe siècle.*

[٢١] انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٦ (في نَفْسِ المكانِ)

مَعْرِضِ بُحوثِه حَوْلَ آلاتِ الأظْلالِ قَد بَدَأَ تَحْديداً مِن حَيْثُ انْتَهَى ابنُ سِنانٍ ولَكِنْ أيْضاً لِيُعارِضَهُ بِمُوازاةِ ذَلِكَ. وهذا ما يُطالِعُنا أيْضاً في مُؤَلَّفِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***. وهذا يَعْني أنَّ ابنَ سِنانٍ، عَلَى خُطَى الخازِنِ وابنِ سَهْلٍ والقوهِيِّ، قَد مَثَّلَ إحْدَى المَناراتِ لِهَذا التَقْليدِ العِلْمِيِّ الَّذي سَعَى ابنُ الهَيْثَمِ إلَى الارتِقاءِ به إلَى أعْلَى حَدٍّ مُمْكِنٍ. ويَتَمَحْوَرُ السُؤالُ كُلُّهُ إذاً حَوْلَ سَبَبِ مُعاوَدَةِ تَناوُلِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ وحَوْلَ الفارِقِ الَّذي يَفْصِلُ ما بَيْنَ دِراسَتِهِ ودِراسَةِ ابن سِنانٍ[٢٢].

لقَد دَرَسَ ابنُ سِنانٍ مَسْأَلَةَ بناءِ دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لثَلاثِ دَوائِرَ مَعْلومةٍ مُعْتَمِداً في ذَلِكَ نَفْسَ المُعْطَياتِ الَّتِي نَجِدُها لاحِقاً مُعْتَمَدَةً لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ: تَقَعُ الدَوائِرُ كُلُّها، الواحَدَةُ خارِجَ الأُخْرَى؛ ومَراكِزُها لَيْسَت بمُتَسَامِتَةٍ والدائِرَةُ المَطْلوبةُ تُماسُّ الدَوائِرَ الثَلاثَ خارِجيّاً. يُمَيِّزُ ابنُ سِنانٍ في ظِلِّ هَذِهِ الشُروطِ حالاتٍ ثَلاثَ للدَوائِرِ المَفْروضَةِ $\mathscr{C}_1(K, R_1)$ وَ $\mathscr{C}_2(H, R_2)$ وَ $\mathscr{C}_3(I, R_3)$ (انْظُرِ الشَكْلَ ١٤ أدْناه).

أمّا الحالَةُ الأُولَى فَهِيَ حالَةُ الدَوائِرِ المُتَساوِيَةِ $R_3 = R_2 = R_1$

في هَذِهِ الحالَةِ نَحْصُلُ عَلَى حَلٍّ مُباشَرٍ. ويَكونُ مَرْكَزُ الدائِرَةِ المَطْلوبَةِ وَهُوَ L مُتَطابِقاً مع مَرْكَزِ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ KHI، أمّا نِصْفُ قُطْرِها r فيُعَبَّرُ عَنْهُ بالعَلاقَةِ:

$$r = LK - R_1$$

وسَنَرَى لاحِقاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد تَغاضَى عن هَذِهِ الحالَةِ.

أمّا الحالَةُ الثانيَةُ فَهِيَ حالَةُ الدائِرَتَيْنِ المُتَساوِيتَيْنِ $R_1 = R_2$.

يأخذُ ابنُ سِنانٍ الدائرَةَ $\mathscr{C}(I, R_3 + R_1)$ إذا ما كانَ $R_3 < R_1$، أو الدائرَةَ $\mathscr{C}(I, R_3 - R_1)$ إذا كانَ $R_3 > R_1$. وتُفضي المَسْأَلَةُ إلَى البَحْثِ عن دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لِهَذِهِ الدائِرَةِ تَجوزُ عَلَى النُقْطَتَيْنِ K وَ H، وقَد سَبَقَ لابنِ سِنانٍ أنْ حَلَّ هَذِهِ

---

[٢٢] انْظُرِ الفَصْلَ الخامِسَ مِن كِتابِ:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān. Logique et géométrie au Xe siècle.*

المَسْأَلَةَ في مُؤَلَّفِهِ ***مَسائِل مُخْتارَة***؛ ولَكِنّهُ لا يُشيرُ سِوَى إِلَى حَلٍّ واحِدٍ، فالحَلُّ الثاني بَديهِيٌّ.

أمّا الحالَةُ الثالِثَةُ فَهِيَ تِلْكَ الَّتي تَكونُ فيها الدَوائِرُ الثَلاثُ مُتَبايِنَةً. لِيَكُنْ R_3 أَصْغَرَ أَنْصافِ الأَقْطارِ. يُرْجِعُ ابنُ سِنانٍ المَسْأَلَةَ إِلَى إيجادِ دائِرَةٍ تَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ I وتُماسُّ الدائِرَتَيْنِ $(K, R_1 - R_3)$ وَ $(H, R_2 - R_3)$. ويَتَضَمَّنُ الحَلُّ خَطَأً استِدْلالِيّاً في التَحْليلِ، الأَمْرُ الَّذي جَعَلَ ابنَ سِنانٍ يَعْتَبِرُ إِحْدَى النِسَبِ مَعْلومَةً وَفْقَ المُعْطَياتِ، وهذا خطأٌ[٢٣]. وقَد اسْتَعانَ ابنُ سِنانٍ بِهَذِهِ النِسْبَةِ، بِطَريقَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ، وذَلِكَ في التَرْكيبِ بُغْيَةَ إرجاعِ المَسْأَلَةِ إِلَى مَسْأَلَةٍ أُخْرَى، قَد سَبَقَ لَهُ شَخْصِيّاً أن أقامَ الدَليلَ عَلَيْها في مُؤَلَّفِ ***الدَوائِر المُماسّة***: رَسْمُ دائِرَةٍ تُماسُّ خطّاً مُسْتَقيماً مَفْروضاً عَلَى النُقْطَةِ A المَفْروضَةِ عَلَى ذَلِكَ المُسْتَقيمِ كَما تُماسّ دائِرَةً مَعْلومَةً.

ويرتكز تَحْليلُ ابنِ سِنانٍ إذاً عَلَى إِثْباتِ أنّ بِناءَ الدائِرَةِ المُماسَّةِ للدَوائِرِ الثَلاثِ المَفْروضَةِ يُمْكِنُ أن يُرَدَّ — في الحالاتِ الثَلاثِ السابِقَةِ الذِكْرِ — إِلَى مَسائِلَ قَد سَبَقَ أن حُلَّت. وتَبْقَى الحالَةُ الثالِثَةُ أي الحالَةُ العامَّةُ لِلْمَسْأَلَةِ مُجَسِّدَةً الصُعوبَةَ الَّتي أشَرْنا إِلَيْها.

وتِلْكَ هِيَ إذاً المَسْأَلَةُ الَّتي اهْتَمَّ بِها كُلٌّ مِن أبي العلاء بن كرنيب وأبي يَحْيَى اللّذيْنِ كانَ حلاّهُما لِلْمَسْأَلَةِ المَذْكورَةِ مَوْضِعَ نَقْدٍ قام به ابنُ سِنانٍ، الَّذي، بالرَّغْمِ من كَوْنِهِ رياضِيّاً مَشْهوراً ومُعْتَبَراً، يَبْدو أنّهُ أيْضاً لَمْ يُفلِحْ في إيجادِ الحَلِّ النهائِيِّ المَنْشودِ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ. ويَتَعَلَّقُ الأَمْرُ إذاً بِتَحَدٍّ، عَلَى ابنِ الهَيْثَمِ أن يُواجِهَهُ. وتَبْدو هَذِهِ الحالَةُ مِن جِهَةٍ أُخْرَى أبْعَدَ مِن أن تَكونَ وحيدةً، وزِدْ عَلَى ذَلِكَ فإنّ مَسْأَلَةَ البِناءِ هَذِهِ مُرْتَبِطَةٌ *بِالتَحْليلِ والتَرْكيب*. وتَسْتَبينُ مِن هُنا الأَسْبابُ الَّتي دَفَعَت بابنِ الهَيْثَمِ إلى الأخْذِ بِهَذِهِ المَسْأَلَةِ. حيث يَتَناوَلُها بِطَريقَةٍ مُغايِرَةٍ لِطَريقَةِ

---

[٢٣] انْظُرِ الفَصْلَ الخامِسَ مِن كِتابِ:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān. Logique et géométrie au Xe siècle*.

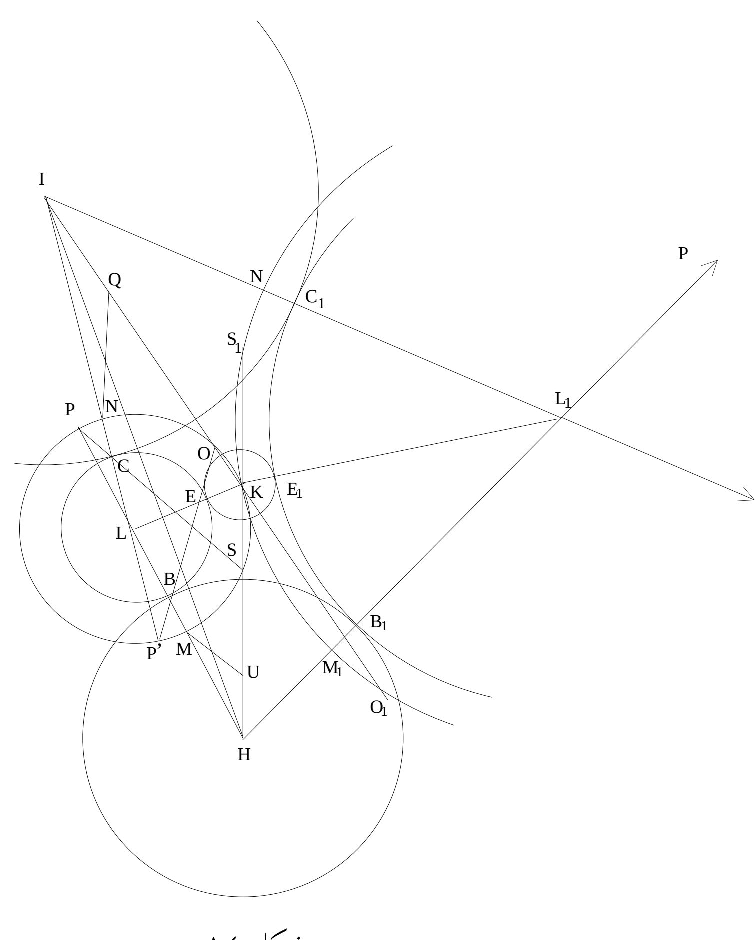
ابنِ سِنانٍ: إذ إنّهُ يَهْتَمُّ فَقَط بالحالَةِ العامَّةِ حَيْثُ يَكونُ $R_1 < R_2 < R_3$. ويَخْتَلِفُ تَحْليلُهُ عن تَحْليلِ ابنِ سِنانٍ، وَفْقَ ما سَنَراهُ بِالتَفْصيلِ: إذا كانَت الدائِرَةُ المَطْلوبةُ $\mathcal{C}(L\,,\,r)$ مَوْجودَةً، فإنّ الدائِرَةَ $\mathcal{C}(L\,,\,r + R_1)$ تَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ K، وَهِيَ مَرْكَزُ الدائِرَةِ $\mathcal{C}_1$، وتَقْطَعُ الخَطَّيْنِ المُسْتَقيميْنِ KH وَ KI عَلَى نُقْطَتَيْنِ S وَ O. والنُقْطَةُ المَطْلوبَةُ L تَكونُ إذاً مَرْكَزَ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ KSO. ويَقودُنا التَحْليلُ إذاً إلَى مَسْأَلَةِ تَحْديدِ هاتَيْنِ النُقْطَتَيْنِ S وَ O انْطِلاقاً مِن المُعْطَياتِ؛ وقَد دَفَعَ هَذا الأمْرُ بابنِ الهَيْثَمِ إلَى بِناءٍ إضافِيٍّ أَدَّى تَحْليلُهُ إلَى تَمْييزِ حالَتَيْنِ مُرْفَقَةٌ كُلُّ واحِدَةٍ مِنْهُما بِمُناقَشَةٍ.

يَخْتَلِفُ إذاً تَحْليلُ ابنُ الهَيْثَمِ عن تَحْليلِ ابنِ سِنانٍ. بَيْدَ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد ارْتَكَزَ عَلَيْهِ بُغْيَةَ بِناءِ تَحْليلِه الخاصِّ. وبِالفِعْلِ، فَهُوَ يُظهِرُ في تَحْليلِهِ الدائِرَةَ KSO: وما هَذِهِ الدائِرَةُ سِوَى تِلْكَ الَّتي اسْتَحْضَرَها ابنُ سِنانٍ في الحالَةِ العامَّةِ. وقَد ارْتَكَبَ ابنُ سِنانٍ خَطَأَهُ الَّذي أشَرْنا إلَيْهِ، تَحْديداً في مَعْرِضِ دِراسَتِهِ لِبناءِ هَذِهِ الدائِرَةِ.

ويَجْري كُلُّ شَيءٍ وكأنّما ابنُ الهَيْثَمِ قَد اكْتَشَفَ الخَطَأَ وعاوَدَ تَناوُلَ المَسْأَلَةِ انْطِلاقاً مِن نَفْسِ الدائِرَةِ الإضافِيَّةِ كَما فَعَلَ ابنُ سِنانٍ. وإذا ما كانَ هَذا صَحيحاً فَباسْتِطاعَتِنا إذاً أن نُغامِرَ بِطَرْحِ الفَرَضِيَّةِ التالِيَةِ: في مَعْرِضِ تَتَبُّعِهِ لآثارِ بِناءِ ابنِ سِنانٍ، لَمْ يَسْتَخْدِمِ ابنُ الهَيْثَمِ (الَّذي كانَت بِمُتَناوَلِهِ الطُرُقُ الأَكْثَرُ تَطَوُّراً في البِناءِ بِواسِطَةِ القُطُوعِ المَخْروطِيَّةِ)، الفارِقَيْنِ $LH - LK = R_2 - R_1$ وَ $LI - LK = R_3 - R_1$ (راجِعِ الشَرْحَ الرياضِيَّ أدْناه) اللّذَيْنِ يَكونانِ، فَضْلاً عن ذَلِكَ، بَديهِيَّيْنِ عَلَى الشَكْلِ، واللّذيْنِ يَسْمَحانِ لَهُ في حالِ اسْتِخْدامِهِما بِبِناءِ النُقْطَةِ L كَتَقاطُعٍ لِفَرْعَيْ قَطْعٍ زائِدٍ. بَيْدَ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يَتَرَدَّدُ في مُؤَلَّفِهِ في ***تمام كِتاب المَخْروطات*** في اسْتِخْدامِ تَقاطُعاتِ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ وحَتّى في بِناءِ مَسائِلَ مُسَطَّحَةٍ كَهَذِهِ. ولرُبَّما أرادَ ابنُ الهَيْثَمِ التَقَيُّدَ بالتَقْليدِ الرامي إلَى حَلِّ

مَسائِلِ أمْكِنَةِ السُطوحِ المُسْتَوِيَةِ بالمِسْطَرَةِ والبِرْكارِ. ومِن المُمْكِنِ أيْضاً أنّهُ قَد أرادَ التِزامَ المَسارَ الَّذي سَلَكَهُ سابِقوه مُصَوِّباً أخْطاءَهَم الَّتي يُصادِفُها. ومَهْما تَكنِ الفَرَضِيَّةُ، فَهُنا كَما في الحالاتِ الأُخْرَى، يتَصَوَّرِ ابنُ الهَيْثَمِ بِناءَهُ تبعاً لابنِ سِنانٍ، وفي نَفْسِ الوَقْتِ خِلافاً لَهُ. لنَتَفَحَّصْ إذاً بُرْهانَ ابنِ الهَيْثَمِ.

لتَكُنِ $\mathcal{C}_1(K, R_1)$ وَ $\mathcal{C}_2(H, R_2)$ وَ $\mathcal{C}_3(I, R_3)$ ثَلاثَ دَوائِرَ مَفْروضَةٍ وخارِجيّةٍ ثُناءً؛ وَلْتَكُنْ مَراكِزُها K وَ H وَ I غَيْرَ مُتَسامِتَةٍ وأنْصافُ أقْطارِها R_1 وَ R_2 وَ R_3 مُحَقِّقَةً للعَلاقَةِ $R_1 < R_2 < R_3$.



شكل ١٤

لنَجْعَلْ $HI = d_1$ وَ $KI = d_2$ وَ $KH = d_3$ وَ $H\widehat{K}I = \alpha$ (الزاوِيَةُ α أقَلُّ مِن زاوِيَتيْنِ قائِمَتَيْنِ). فإذاً، وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ، لَدَيْنا $d_3 > R_1 + R_2$ وَ $d_2 > R_1 + R_3$ وَ $d_1 > R_2 + R_3$.

المَطْلوبُ بناءُ دائِرَةٍ $\mathscr{C}(L, r)$ مُماسَّةٍ للدَوائِرِ الثَلاثِ (الشَكْل ١٤).

إذا ما وُجِدَت تِلْكَ الدائِرَةُ $\mathscr{C}(L, r)$، فإنّ الدائرَةَ $\mathscr{C}(L, r + R_1)$ ستَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ K وتَقْطَعُ المُسْتَقيميْنِ HK وَ IK تَرْتيباً عَلَى النُقْطَتَيْنِ S وَ O. يَهْدِفُ تَحْليلُ ابنِ الهَيْثَمِ إلَى إقامَةِ الدَليلِ عَلَى أنّ النُقْطَتَيْنِ S وَ O "مَعْلومتانِ"، أي أنّهُما مُحَدَّدَتانِ بِواسِطَةِ مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ، وأنّ النُقْطَةَ L المَطْلوبةَ سَتَكونُ بالتالي مَرْكَزَ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ KSO، وَهُوَ مُثَلَّثٌ مَعْلومٌ.

يَفْتَرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ النُقْطَةَ L تَقَعُ داخِلَ الزاوِيَةِ البارِزَةِ HKI، وفي هَذِهِ الحالَةِ سَتَكونُ واحِدَةٌ عَلَى الأقلِّ مِن الزاوِيَتيْنِ LKH وَ LKI حادَّةً؛ ولذَلِكَ نَحْصُلُ عَلَى ثَلاثِ حالاتٍ لِلشَكْلِ يَنْبَغي تَفَحُّصُها (الأشْكال ١٥ وَ ١٦ وَ ١٧).

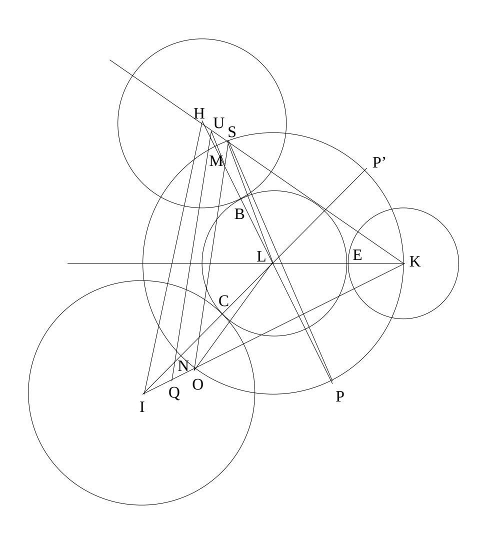
ولَكِنْ مِن المُمْكِنِ أن تَكونَ النُقْطَةُ L خارِجَ الزاوِيَةِ البارِزَةِ – في وَضْعِ L_1 عَلَى الشَكْلِ ١٤، وفي هَذِهِ الحالَةِ سَتَكونُ واحِدَةٌ عَلَى الأقَلِّ مِن الزاوِيَتَيْنِ LKH وَ LKI مُنْفَرِجَةً. لا يَتَفَحَّصُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا الاحْتِمالَ. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، فَهُوَ لا يَتطَرّقُ إلَى مَسْأَلَةِ عَدَدِ الحُلول.

في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ، تَتَقاطَعُ الدائِرَةُ $\mathscr{C}(L, r + R)$ مع $(HL]$ عَلَى النُقْطَتَيْنِ M وَ P كَما تَقْطَعُ $(IL]$ عَلَى النُقْطَتَيْنِ N وَ P'، حَيْثُ يَكونُ

$$HM < HK < HP \text{ وَ } IN < IK < IP'؛$$

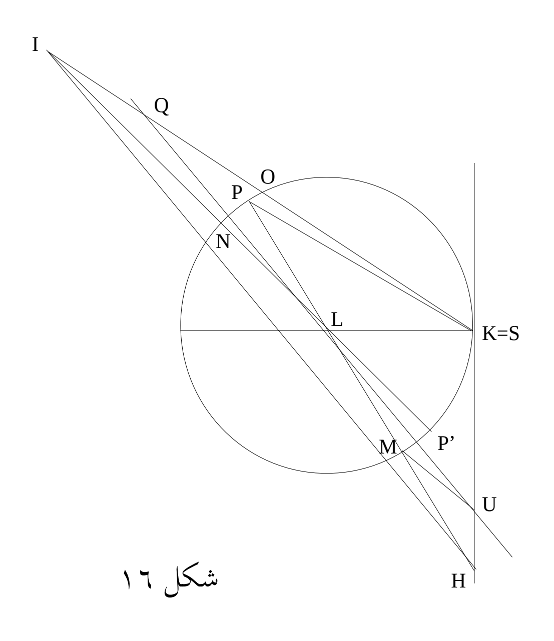
ويَصيرُ لَدَيْنا

$$HM = R_2 - R_1, IN = R_3 - R_1, PM = NP' = 2KL = 2(r + R_1).$$



شكل ١٥

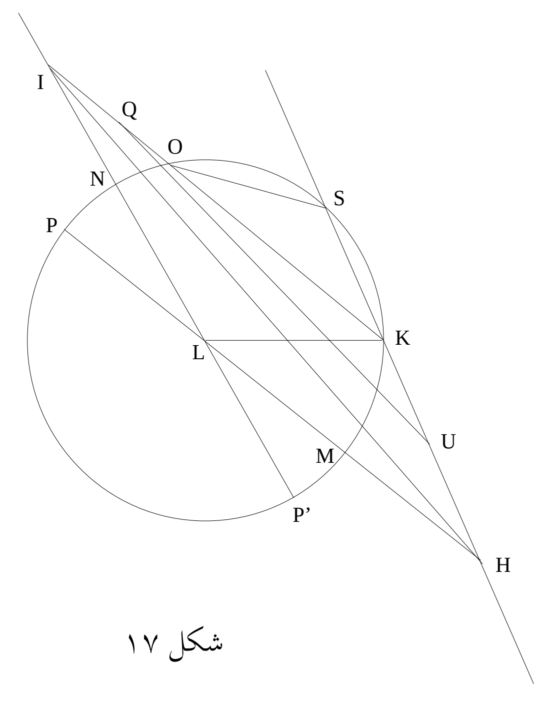
ويَتَعَلَّقُ وَضْعُ النُقْطَتَيْنِ S وَ O عَلَى نِصْفَيِ المُسْتَقيمَيْنِ $[HK)$ وَ $[IK)$، بالنسْبَةِ إِلَى النُقْطَة K، بحالات الشَكْلِ. فَفي الحالاتِ الثَلاثِ الَّتي دَرَسَها ابنُ الهَيْثَمِ، يَكونُ لَدَيْنا $IO < IK$، حَيْثُ $HS < HK$ (الشَكْلان ١٤ وَ ١٥)،



شكل ١٦

وَ $HS = HK$ (الشَكْل ١٦)، وَ $HS > HK$ (الشَكْل ١٧). ولَكِنّ لَدَيْنا مِن ناحِيَةٍ أُخْرَى في الشَكْلِ ١٤

$IO_1 > IK$ وَ $HS_1 > HK$.



شكل ١٧

وفي كُلِّ هَذِهِ الحالاتِ، نَسْتَطيعُ أن نَكْتُبَ

$$HM \cdot HP = HS \cdot HK,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{HP}{HS} = \frac{HK}{HM} = \frac{d_3}{R_2 - R_1} = \lambda_1$$

(حَيْثُ $\lambda_1 > 1$)

وَ

$$IN \cdot IP' = IO \cdot IK$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{IP'}{IO} = \frac{IK}{IN} = \frac{d_2}{R_3 - R_1} = \lambda_2$$

(حَيْثُ $\lambda_2 > 1$).

ومِن ثَمَّ يَعْمَدُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى تَحْديدِ نُقْطَةٍ U عَلَى $[HK)$ ونُقطَةٍ Q عَلَى $[IK)$ بِواسِطَةِ العَلاقَتَيْنِ

$$\frac{HM}{HU} = \lambda_1,\ \frac{IN}{IQ} = \lambda_2,$$

الأمْرُ الَّذي يَسْتَتْبِعُ عَلاقَتَي التَوازي

$$MU \,//\, PS,\ NQ \,//\, P'O,$$

ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ U تَقَعُ بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ H وَ S، والنُقْطَةُ Q تَقَعُ بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ I وَ O.

ولَدَيْنا أيْضاً

$$HM^2 = HK\,.\,HU,\ IN^2 = IK\,.\,IQ,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$HU = \frac{HM^2}{HK} = \frac{(R_2 - R_1)^2}{d_3} < d_3 = HK.$$

(لأنّ $R_2 - R_1 < R_2 + R_1 < d_3$)،

وَ

$$IQ = \frac{IN^2}{IK} = \frac{(R_3 - R_1)^2}{d_2} < d_2 = KI.$$

وتَكونُ النُقْطَتانِ U وَ Q إذاً مَعْلومتَيْنِ، وتَقَعُ النُقْطَةُ U عَلَى القِطْعَةِ KH وتَقَعُ النُقْطَةُ Q عَلَى القِطْعَةِ KI ويَكونُ المُثَلَّثُ UKQ مَعْلوماً إذاً.

لَدَيْنا

$$\lambda_1 = \frac{HP}{HS} = \frac{HM}{HU} = \frac{HP - HM}{HS - HU} = \frac{MP}{US}$$

وَ

$$\lambda_2 = \frac{IP'}{IO} = \frac{IN}{IQ} = \frac{IP' - IN}{IO - IQ} = \frac{NP'}{OQ}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، إذا كانَ $K \neq O$ وَ $K \neq S$، فَفي المُثَلَّثِ OKS يَكونُ لَدَيْنا $O\hat{K}S = \alpha$ أو $O\hat{K}S = \pi - \alpha$ وبالتالي فإنّ

$$OS = 2LK \sin\alpha = MP \sin\alpha = NP' \sin\alpha.$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$\frac{OS}{US} = \frac{OS}{MP} \cdot \frac{MP}{US} = \lambda_1 \sin\alpha$$

وَ

$$\frac{OS}{OQ} = \frac{OS}{NP'} \cdot \frac{NP'}{OQ} = \lambda_2 \sin\alpha.$$

ولَكِنْ إذا كانَ $K = S$ (الشَكْل ١٦)، يَكونُ لَدَيْنا

$$OS = OK = 2LK \sin\alpha,$$

وتَبْقَى النَتيجَةُ السابِقَةُ صَحيحةً. وإذا كانَ $K = O$، فإنّ النَتيجَةَ السابِقَة تَكونُ دائماً صَحيحةً.

ويُفْضي التَحْليلُ في كافَّةِ حالاتِ الشَكْلِ إذاً إلَى مُثَلَّثٍ مَعْلومٍ UKQ وإلَى نُقْطَتَيْنِ S وَ O واقِعَتَيْنِ عَلَى نِصْفَيِ المُسْتَقيمَيْنِ $[UK)$ وَ $[QK)$ ومُحَدَّدَتَيْنِ بالعَلاقَتَيْنِ

$$\frac{US}{OS} = k, \; \frac{OQ}{OS} = k'.$$

حَيْثُ يَكونُ

$$k = \frac{1}{\lambda_1 \sin\alpha}, \; k' = \frac{1}{\lambda_2 \sin\alpha}$$

وانْطِلاقاً مِن العَلاقَتَيْنِ الأخيرتَيْنِ، وبُغْيَةَ إثْباتِ أنّ النُقْطَتَيْنِ S وَ O مَعْلومتان، يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ المَسْأَلَةَ الإضافِيَّةَ التالِيَةَ:

لنَأخُذْ مُثَلّثاً KUQ ونِسْبَتَيْنِ k وَ k'. المَطْلوبُ أن نَجِدَ زَوْجاً مِن النقاطِ (S, O)، تَكونُ فيهِ النُقْطَةُ S عَلَى $[UK)$ وَالنُقْطَةُ O عَلَى $[QK)$، بحَيْثُ يَكونُ[٢٤]

$$\frac{US}{OS} = k, \; \frac{OQ}{OS} = k'.$$

ومُعْطَياتُ المَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ، وَهِيَ:

$$U\widehat{K}Q = \alpha, KU, KQ, k, k',$$

---

[٢٤] انْظُر أدْناه.

يُمْكِنُ التَعْبيرُ عنها بِواسِطَةِ مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ الأساسِيَّةِ:

$$KU = KH - HU = d_3 - \frac{(R_2 - R_1)^2}{d_3},$$

$$KQ = KI - IQ = d_2 - \frac{(R_3 - R_1)^2}{d_2},$$

$$k = \frac{US}{OS} = \frac{R_2 - R_1}{d_3 \sin\alpha},$$

$$k' = \frac{OQ}{OS} = \frac{R_3 - R_1}{d_2 \sin\alpha};$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$\frac{US}{OQ} = \frac{d_2(R_2 - R_1)}{d_3(R_3 - R_1)},$$

$$\frac{KU}{KQ} = \left[\frac{d_3^2 - (R_2 - R_1)^2}{d_2^2 - (R_3 - R_1)^2}\right] \cdot \frac{d_2}{d_3}.$$

ويُمَيِّزُ ابنُ الهَيْثَمِ في تَحْليلِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ حالَتَيْنِ اثنَتَيْنِ

١ – الحالَةُ حَيْثُ يَكونُ

$$\frac{k}{k'} = \frac{US}{OQ} = \frac{KU}{KQ}.$$

وَهِيَ تَتَوافَقُ وعَلاقَةَ التَوازي $SO \parallel UQ$

٢ – الحالَةُ حَيْثُ يَكونُ

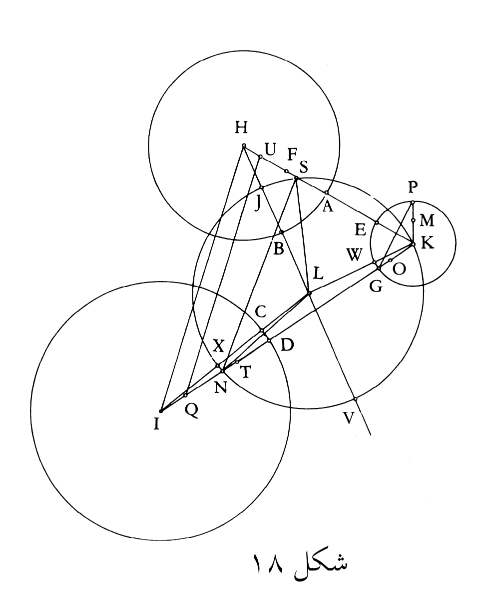
$$\frac{k}{k'} = \frac{US}{OQ} \neq \frac{KU}{KQ}.$$

تَكونُ المُناقَشَةُ في كِلتا الحالَتَيْنِ ضَرورِيَّةً، ولَكِنَّنا لا نَعْثَرُ عَلَى شَيءٍ مِن هَذا القَبيلِ لا في تَحْليلِ المَسْأَلَةِ ولا في تَرْكيبِها. وبالفِعْلِ، فلِكَيْ تَكونَ النُقْطَةُ المَطْلوبَةُ S مناسِبَةً لمَسْأَلَةِ بِناءِ الدائِرَةِ الّتي مَرْكَزُها في النُقْطَةِ L، يَنْبَغي أن تَقَعَ النُقْطَةُ S عَلَى القِطْعَةِ UK أو ما بَعْدَ النُقْطَةِ K. فَفي الحالَةِ ١– يُمْكِنُنا الحُصولُ عَلَى حَلٍّ واحِدٍ

أو اثْنَيْنِ أمّا في الحالَةِ ٢– فيُمْكِنُ أن يَكونَ عَدَدُ الحُلولِ صِفْراً أو واحِداً أو اثْنَيْنِ (انْظُرِ المَسْأَلَةَ الإضافِيَّةَ).

تَرْكيب:

لنَأخُذْ مُجَدَّداً الدَوائِرَ الثَلاثَ المَفْروضَةَ. تَتَقاطَعُ الدائِرَةُ $\mathcal{C}_1(K, R_1)$ مع HK عَلَى النُقْطَةِ E، ومع IK عَلَى النُقْطَةِ G.



شكل ١٨

يَنْطَلِقُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن التالي: $R_2 - R_1 = HF$ والنُقْطَةُ F مَوْجودَةٌ عَلَى $[HK]$ وَ $R_3 - R_1 = IT$ والنُقْطَةُ T مَوْجودَةٌ عَلَى $[IK]$ ويحدِّدُ النُقْطَتَيْنِ U وَهِيَ عَلَى $(HK]$ وَ Q وَهِيَ عَلَى $(IK]$ بالعَلاقَتَيْنِ

$HK \cdot HU = HF^2$ وَ $IK \cdot IQ = IT^2$؛

وهما النُقْطَتانِ U وَ Q اللّتانِ وَرَدَتا في التَحْليلِ (انْظُرِ الشَكْلَ ١٨ أعْلاه، إضافَةً إلَى الشَكْلَيْنِ على الصَفْحَتَيْنِ ٣٧٦ وَ ٣٧٧).

وتَتَغَيَّرُ النُقْطَتانِ S وَ O مِن التَحْليلِ لِتُصبِحا هُنا S وَ N – فأحْرُفُ الأشْكالِ تَغَيَّرَت في التَرْكيب.

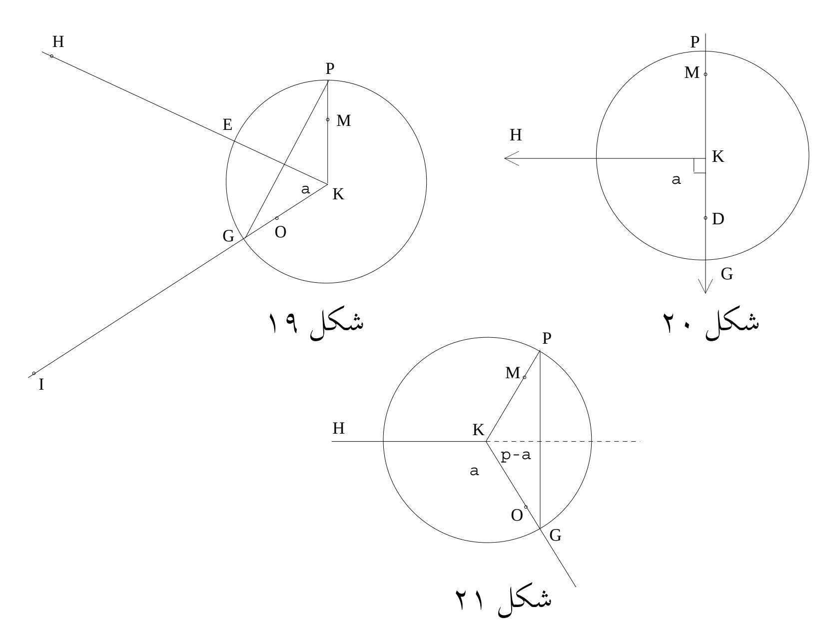
وبُغْيَةَ تَوْصيفِ النِسْبَتَيْنِ $\frac{SN}{US}$ وَ $\frac{SN}{QN}$ تِبْعاً للمُعْطَياتِ يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ بناءً إضافِيّاً عَلَى الدائِرَةِ $\mathcal{C}_1(K, R_1)$: إذا كانَتِ الزاوِيَةُ $H\widehat{K}I$ مُساوِيَةً لِ α، فإنّ القَوْسَ GE تُساوِي* α، ونَبْني P بحَيْثُ تَكونُ القَوْسُ GP مُساوِيةً* لِ 2α، وحَيْثُ يَكونُ عَلَى التوالي

$$\alpha > \frac{\pi}{2},\ \alpha = \frac{\pi}{2},\ \alpha < \frac{\pi}{2}$$؛

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$GP = 2R_1 \sin\alpha$$

وَهِيَ مُساواةٌ صَحيحةٌ في حالاتِ الشَكْلِ الثَلاثِ.



شكل ١٩

شكل ٢٠

شكل ٢١

والنُقْطَتانِ M عَلَى $[PK]$ وَ O عَلَى $[KG]$ تَتَحَدَّدانِ بِواسِطَةِ العَلاقَتَيْنِ

* تُعْتَمَدُ هُنا وَحْدَةُ قِياسٍ مُشْتَرَكَةٌ، وإلاّ فَيَنْبَغي الضَرْبُ بِ R_1. (المُتَرْجِم).

$$\frac{2R_1}{PM} = \frac{d_3}{R_2 - R_1}, \frac{2R_1}{GO} = \frac{d_2}{R_3 - R_1}.$$

وَلْنَجْعَلْ أَخيراً

$$\frac{SN}{US} = \frac{GP}{PM},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{SN}{US} = \frac{d_3}{R_3 - R_1} \sin\alpha.$$

وَ

$$\frac{SN}{QN} = \frac{GP}{GO},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{SN}{QN} = \frac{d_2}{R_3 - R_1} \sin\alpha.$$

لقَد تَبَنّى ابنُ الهَيْثَمِ إذاً عِباراتِ النسَبِ المُدْروسَةِ في التَحْليلِ حَيْثُ يَكْتَفي بالتَأْكيدِ أنّها مَعْلومَةٌ. ويحْصُلُ عَلَى النُقْطَتَيْنِ S وَ N. إذا كانَت هاتان النُقْطَتان غَيْرَ مُتَطابِقَتَيْنِ مع النُقْطَةِ K، فإنّ SKN يَكونُ مُثَلّثاً، وبُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى أنّ النُقْطَةَ L، وَهِيَ مَرْكَزُ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ SKN، تَتَطابَقُ والمَرْكَزَ المَطْلوبَ، يَعْمَدُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى اسْتِخْدامِ بُرْهانِ الخُلْفِ. في التَرْكيب، لا يَتَفَحَّصُ ابنُ الهَيْثَمِ الحالَةَ الّتي تَكونُ فيها إحْدَى النُقْطَتَيْنِ مُتَطابِقَةً والنُقْطَةَ K، عِلْماً أنّ هَذِهِ الإمْكانيَّةَ قَد تَبَدَّت في الحالَةِ الثانيَةِ مِن التَحْليلِ. إذا ما فَرَضْنا عَلَى وَجْهِ المِثالِ أنّ $S = K$، فإنّ النُقْطَةَ L سَتَحْدُثُ عن تَقَاطُعِ المُسْتَقيمِ المُنَصِّفِ العَموديِّ للقِطْعَةِ $[KN]$ مع المُسْتَقيمِ القائِمِ عَموداً عَلَى المُستَقيمِ KH عَلَى النُقْطَةِ K.

وما الّذي يُمْكِنُنا اسْتِنْتاجُه بِشَكْلٍ مُخْتَصَرٍ؟ إنّ تَحْليلَ ابنِ الهَيْثَمِ للحالاتِ الثَلاثِ المُدْروسَةِ دَقيقٌ، ويَبْقَى كذَلِكَ بالنِسْبَةِ إلَى الحالَةِ الرابِعَةِ، الّتي يَبْدو أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد أغْفَلَها، ولَكِنَّ الأمْرَ هُنا مَشْروطٌ بأن تَكونَ دِراسَةُ المَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ

نَفْسُها دَقيقةً. وقَد رَأَيْنا أنّ هَذِهِ الدِراسَةَ الأخيرَةَ لَيْسَت بمُكْتَمِلَةٍ. إذ إنّها تَفْتَقِرُ إلَى نقاشاتٍ لا أثَرَ لها في المُؤَلَّفِ. ويَعْتَبِرُ ابنُ الهَيْثَمِ أنّ المَسْأَلَةَ الإضافِيَّةَ تُفضي إلَى حَلٍّ واحِدٍ في كُلِّ الحالاتِ في حينِ أنّها قَد تُؤَدّي إلَى حَلٍّ أو اثْنَيْنِ وقَد لا يُوجَدُ لها أيُّ حَلٍّ. ولَكِنْ ما هُوَ سَبَبُ غِيابِ تِلْكَ المُناقَشاتِ؟ بُغْيَةَ تَفَحُّصِ هَذِهِ النُقْطَةِ لا بُدَّ لَنا مِن الرُجوعِ إلَى المَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ. وَبِما يَتَعَلَّقُ بالتَرْكيبِ، سَنُشيرُ فَقَط إلَى الأبْنِيَةِ الإضافِيَّةِ الَّتي تُمَيِّزُ هَذا التَرْكيبَ.

المَسْأَلَةُ الإضافِيَّةُ

لنَجْعَلْ

$$KU = b,\ KQ = c,\ UQ = a,\ U\widehat{K}Q = \alpha,\ U\widehat{Q}K = \beta$$

ولنَجْعَلْ أيْضاً

$$US = y,\ OQ = z,\ SO = x,\ (x > 0,\ y > 0,\ z > 0).$$

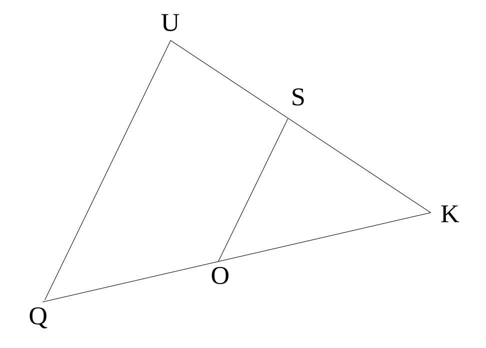
لنَتَتَبَّعِ ابنَ الهَيْثَم مُمَيِّزين بَيْنَ الحالَتَيْنِ في تَحْليلِهِ

(I $$\frac{y}{z} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{k}{k'}$$

وفي هَذِهِ الحالَةِ لَدَيْنا $OS \,//\, UQ$ ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{OS}{SK} = \frac{a}{b};$$

ولَكِنْ اسْتِناداً إلَى الفَرَضِيَّةِ، لَدَيْنا



الشكل ٢٢

$$\frac{US}{OS} = k$$

ولذَلِكَ فإنّ

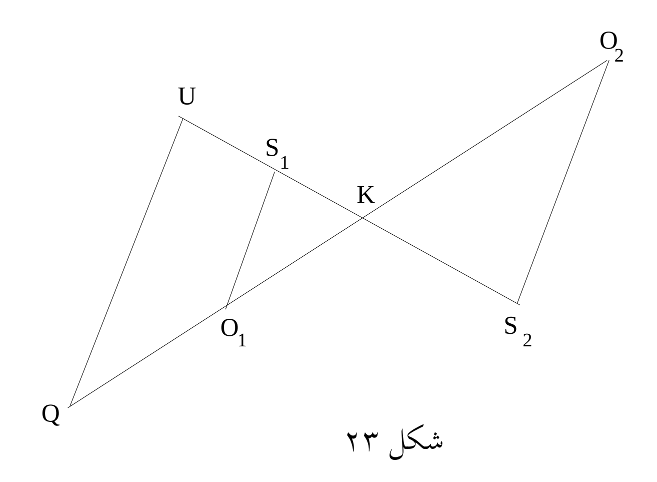
$$\frac{SU}{SK} = k \, . \, \frac{a}{b} .$$

إذا كانَ $k = \frac{b}{a}$ فإنّ $k \, . \, \frac{a}{b} = 1$ ، وتُوجَدُ نُقْطَةٌ تُمَثِّلُ جَواباً عَن المَسْأَلَةِ، وَهِيَ تَحْديداً مُنْتَصَفُ القِطْعَةِ $[UK]$.

إذا كانَ $k \, . \, \frac{a}{b} \neq 1$ ، فإنّهُ تُوجَدُ نُقْطَتانِ S عَلَى المُسْتَقيمِ (UK) تُحَقِّقانِ العَلاقَةَ

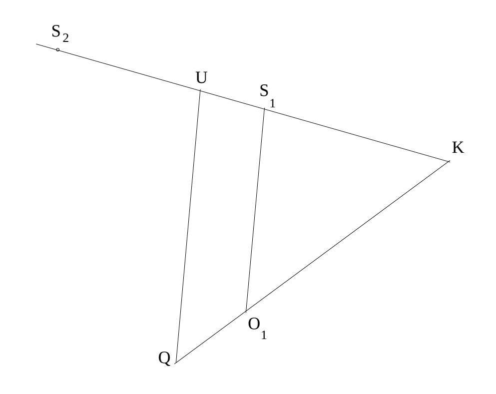
$$\frac{SU}{SK} = k \, . \, \frac{a}{b} .$$

إذا كانَ $k \, . \, \frac{a}{b} > 1$ أي $k > \frac{b}{a}$ ، فإنّ النُقْطَتَيْنِ اللّتَيْنِ تُمَثِّلانِ الحَلَّ، تَقَعُ إحْداهُما، وَهِيَ S_1، عَلَى $[UK]$، أمّا الأُخْرَى وَهِيَ S_2 فتَقَعُ ما بَعْدَ النُقْطَةِ K.



شكل ٢٣

إذا كانَ $k \, . \, \frac{a}{b} < 1$ أي $k < \frac{b}{a}$ ، فالنُقْطَةُ S_1 الواقِعَةُ عَلَى $[UK]$ تُمَثِّلُ حَلاًّ؛ أمّا النُقْطَةُ الثانِيَةُ S_2، وَهِيَ ما بَعْدَ U، فلا تَقَعُ عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيم (UK).



شكل ٢٤

وَبما أنّ النُقْطَةَ S مَوْجودَةٌ فمِن ذَلِكَ نَسْتَنْبِطُ النُقْطَةَ O إذ إنّ $SO \parallel UQ$.
ولا يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ[٢٥] بالاعْتِبارِ سِوَى النُقْطَةِ S_1.

---

[٢٥] لنَتَناوَلْ هَذِهِ المُناقَشَةَ بِطَريقَةٍ أُخْرَى مُخْتَلِفَةٍ:

$$\frac{OS}{SK} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \frac{x}{|b - y|} = \frac{a}{b}.$$

- فإذا كان $y < b$، فإنّ

$$\frac{x}{b - y} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \frac{y}{b - y} = k\frac{a}{b} \Leftrightarrow y = \frac{kab}{b + ka}.$$

ما يُعْطي العَلاقَةَ $0 < y < b$، ومِن هُنا نَحْصُلُ عَلَى الحَلّ:

$$x = \frac{ab}{b+ka} = \frac{ac}{c+k'a}, y = \frac{kab}{b+ka}, z = \frac{k'ac}{b+k'a} < c.$$

و يُعْطي هَذا الحَلُّ النُقْطَةَ S_1 عَلَى $[UK]$ والنُقْطَةَ O_1 عَلَى $[QK]$، وهُوَ مَوْجودٌ لِكُلِّ مِقْدارٍ k وَ $k' = k\ \frac{c}{b}$.

- إذا كانَ $y > b$، فإنّ

$$\frac{x}{b - y} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \frac{y}{y - b} = k\frac{a}{b} \Leftrightarrow y = \frac{kab}{ak - b};$$

وَيَجِبُ أن يَكونَ $y > 0$، ويَكونُ الشَرْطُ لذَلِكَ $k > \frac{b}{a}$، وبالتالي $k' > \frac{c}{a}$ لأنّهُ وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ لَدَيْنا

$$\frac{k}{b} = \frac{k'}{c}.$$

وإذا تَحَقَّقَ هَذا الشَرْطُ، يَكونُ لَدَيْنا الحَلُّ التالي:

$$x = \frac{ab}{ka - b} = \frac{ac}{k'a - c}, y = \frac{kab}{ka - b}, z = \frac{k'ac}{k'a - c} > c.$$

=

(II

$$\frac{y}{z} \neq \frac{b}{c} \Leftarrow \frac{b}{c} \neq \frac{k}{k'}$$ أو $k'b \neq kc$

في هَذِهِ الحالَةِ لا يَكونُ المُسْتَقيمُ SO مُوازِياً للمُسْتَقيمِ UQ. ويُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ طَريقَةً لإرجاعِ هَذِهِ الحالَةِ إلَى الحالَةِ الأُولَى.

يُخْرِجُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن النُقْطَةِ S مُسْتَقيماً مُوازِياً لِ UQ، فيَقْطَعُ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ المُسْتَقيمَ KQ عَلَى نُقْطَةِ T؛ ويُخْرِجُ مِن النُقْطَةِ U مُسْتَقيماً مُوازِياً لِ SO فيَقْطَعُ المُسْتَقيمَ KQ عَلَى نُقْطَةِ J. ووَفْقاً لِلْمَقاديرِ المَفْروضَةِ b وَ c وَ k وَ k'، تُواجِهُنا عِدَّةُ حالاتٍ للتَمْييزِ في مَواقِعِ النِقاطِ K وَ Q وَ O وَ T وَ J. وبالفِعْلِ

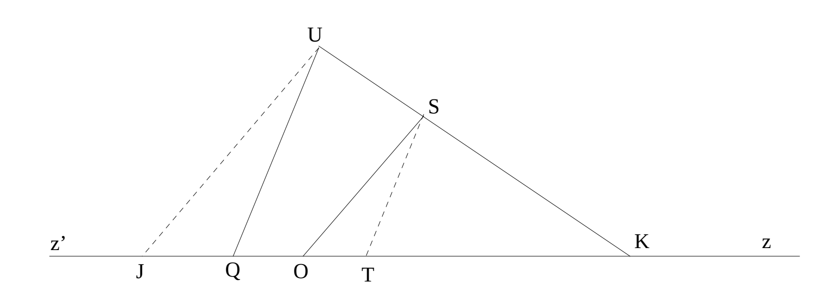
$$ST \,//\, UQ \Rightarrow \frac{US}{QT} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{OQ}{QT} = \frac{OQ}{US} \cdot \frac{US}{QT} = \frac{z}{y} \cdot \frac{b}{c} = \frac{k'b}{kc},$$

ويُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا

١- $\frac{y}{z} > \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{k}{k'} > \frac{b}{c} \Leftrightarrow kc > k'b$، ولذَلِكَ فإنّ $QT > QO$.

في هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا

$J \in [Qz']$ وَ $J\hat{U}K = Q\hat{U}K + J\hat{U}Q$.



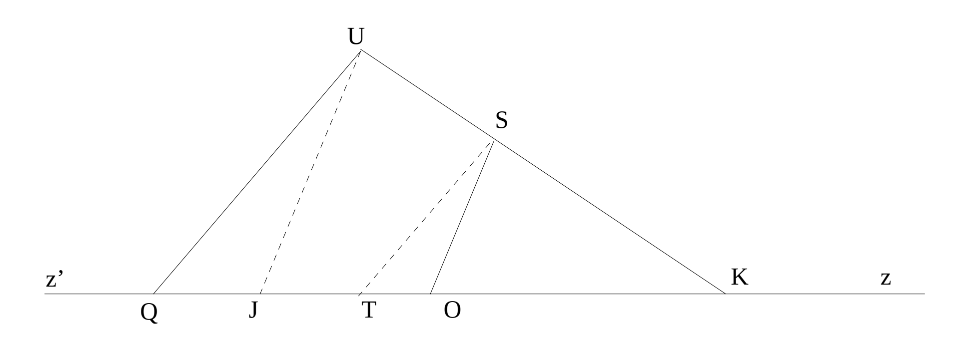
شكل ٢٥

= ويُعْطي هَذا الحَلُّ النُقْطَةَ S_2 عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $[UK)$، ما بَعْدَ النُقْطَةِ K، والنُقْطَةَ O_2 عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $[QK)$ ما بَعْدَ النُقْطَةِ K أيضاً. وهَذا الحَلُّ لا يَكونُ مَوْجوداً إلاّ إذا كانَ $k > \frac{b}{a}$.

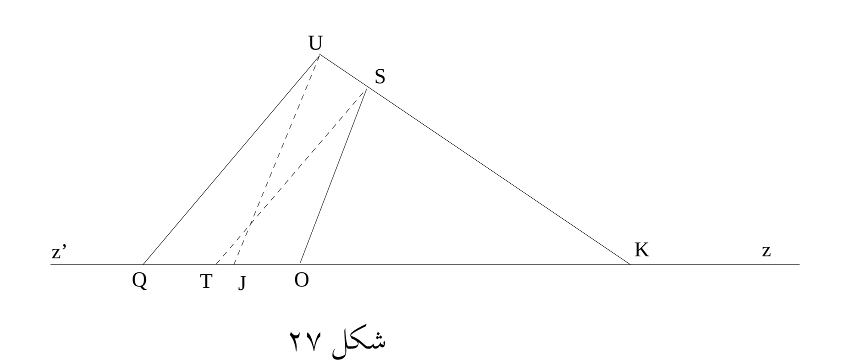
٢- $\frac{y}{z} < \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{c} < \frac{k}{k'} \Leftrightarrow kc < k'b$ ولذَلِكَ فإنّ $QT < QO$.

وفي هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا

$$J \in [Qz) \quad \text{و} \quad J\hat{U}K = Q\hat{U}K - J\hat{U}Q.$$



شكل ٢٦



شكل ٢٧

وفي الحالَتَيْنِ يَكونُ لَدَيْنا $OT = |OQ - QT|$ ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ

$$\frac{OQ}{OT} = \frac{k'b}{|k'b - k\,c|}, \; \frac{OS}{OT} = \frac{b}{|k'b - kc|}$$

وذَلِكَ لأنّ

$$\frac{OQ}{OS} = k'$$

لقَد أُخْرِجَ المُسْتَقيمُ UJ مُوازِياً للمُسْتَقيمِ SO؛ واسْتِناداً إلَى مُشابَهَةِ المُثَلَّثَيْنِ UQJ وَ STO يَكونُ لَدَيْنا

$$m = \frac{UJ}{JQ} = \frac{SO}{OT} = \frac{b}{|k'b - kc|}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى تَكونُ الزاوِيَةُ $U\hat{Q}K = \beta$ مَعْلومَةً. ولَكِنَّ النُقْطَةَ J يُمْكِنُها أن تَقَعَ عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $[Qz)$ أو عَلَى امْتِدادِه. وتَتَبَدَّى حالَتان إذاً.

١- $kc > k'b$ وَ $m = \frac{UJ}{JQ} = \frac{b}{kc - k'b}$ وَ $U\hat{Q}J = \pi - \beta$ (الشَكْل ٢٥).

٢- $kc > k'b$ وَ $m = \frac{UJ}{JQ} = \frac{b}{k'b - kc}$ وَ $U\hat{Q}J = \beta$ (الشَكْلان ٢٦ و٢٧).

وفي الحالَتَيْنِ تَكونُ النِسْبَةُ $\frac{UJ}{JQ} = m$ والزاوِيَةُ UQJ مَعْلومَتَيْنِ. ويَسْتَنْبِطُ ابنُ الهَيْثَمِ مِن ذَلِكَ أنّ "المُثَلَّثَ UJQ مَعْلومُ الصورَةِ". ولَكِنْ إذا كانَت النُقْطَتان U وَ Q مَعْلومَتَيْنِ وإذا كانَ $m = 1$، فإنّ النُقْطَةَ J تَقَعُ عَلَى المُسْتَقيمِ Δ المُنَصِّفِ العَمودِيِّ للقِطْعَةِ $[UQ]$؛ وإذا كانَ $m \neq 1$، فإنّ النُقْطَةَ J تَقَعُ عَلَى دائِرَةِ Γ (هي دائِرَةُ المَكانِ الهَنْدَسِيِّ للنِقاطِ M الّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $m = \frac{UM}{MQ}$).

١- $\frac{k'}{k} > \frac{c}{b}$؛ تَكونُ النُقْطَةُ J عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $[Qz')$.

إذا كانَ $m = 1 \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{1 + k'}{k}$، فإنّ المُسْتَقيمَ Δ لا يَقْطَعُ $[Qz')$ لِكَوْنِ الزاوِيَةِ β حادّةً؛ والنُقْطَةُ J غَيْرُ مَوْجودَةٍ.

إذا كانَ $m > 1 \Leftrightarrow \frac{c}{b} < \frac{1 + k'}{k}$، فإنّ النُقْطَةَ Q تَقَعُ داخِلَ Γ، وتَتَقاطَعُ Γ وَ $[Qz')$ عَلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ؛ فالنُقْطَة J مَوْجودَةٌ ووحيدَةٌ.

إذا كانَ $m < 1 \Leftrightarrow \frac{c}{b} > \frac{1 + k'}{k}$، فإنّ النُقْطَةَ U تَقَعُ داخِلَ Γ، والنُقْطَةُ Q في خارِجِها؛ وَ Γ لا تَقْطَعُ $[Qz')$، وبالتالي فالنُقْطَةُ J غَيْرُ مَوْجودَةٍ.

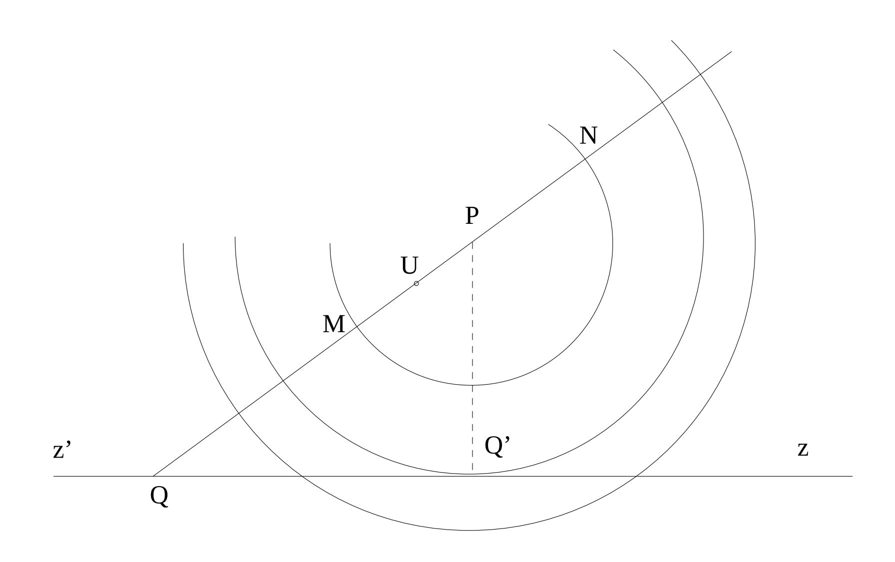
٢- $\frac{k'}{k} < \frac{c}{b}$؛ تَقَعُ النُقْطَةُ J عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيم $[Qz)$.

إذا كانَ $m = 1 \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{k' - 1}{k}$، فإنّ المُسْتَقيمَ Δ يَقْطَعُ $[Qz)$ لِكَوْنِ الزاوِيَةِ β حادَّةً. والنُقْطَةُ J مَوْجودَةٌ ووحيدَةٌ.

إذا كانَ $m > 1 \Leftrightarrow \frac{k' - 1}{k} > \frac{c}{b}$، فإنّ النُقْطَةَ Q تَقَعُ في داخِلِ Γ، ولذَلِكَ فإنّ Γ وَ $[Qz)$ تتَقاطَعانِ عَلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ؛ فإذاً J مَوْجودَةٌ ووحيدَةٌ.

إذا كانَ $m < 1 \Leftrightarrow \frac{k' - 1}{k} < \frac{c}{b}$، فإنّ الدائرَةَ Γ يُمْكِنُ أن تَقْطَعَ $[Qz)$، أو أن تُماسَّهُ أو أن لا تتَقاطَعَ مَعَهُ.

لِنَفْرِضْ في هَذِهِ الحالَةِ أنّ MN هُوَ قُطْرُ Γ والنُقْطَةَ P مَرْكَزُها وَ R هُوَ نِصْفُ قُطْرِها.



شكل ٢٨

لَدَيْنا

$$\frac{MU}{MQ} = \frac{NU}{NQ} = m,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{MU + MQ}{MQ} = m + 1, MQ = \frac{a}{m + 1};$$

وَعَلَى غِرارِ ذَلِكَ، لَدَيْنا

$$\frac{NQ - NU}{NQ} = 1 - m,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$NQ = \frac{a}{1 - m}.$$

ونَستَنبِطُ مِن ذَلِكَ أنّ

$$MN = NQ - MQ = \frac{2am}{1 - m^2}$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$R = \frac{am}{1 - m^2}$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى فإنّ

$$PQ = \frac{NQ + MQ}{2} = \frac{a}{1 - m^2}.$$

إذا كانَ $PQ' \perp [Qz)$، يَكونُ لَدَيْنا

$$PQ' = PQ \sin \beta = \frac{a \sin \beta}{1 - m^2};$$

وسَتَقْطَعُ الدائِرَةُ نِصْفَ المُسْتَقيمِ $[Qz)$ عَلَى نُقْطَتَيْنِ إذا كانَ $PQ' < R$ أي إذا كانَ

$$\frac{a \sin \beta}{1 - m^2} < \frac{am}{1 - m^2},$$

أي إذا تَحَقَّقَ الشَرْطُ

$$m > \sin \beta.$$

لَدَيْنا

$$m > \sin \beta \Leftrightarrow \frac{b}{k'b - kc} > \sin \beta \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{c}{b} > \frac{k' \sin \beta - 1}{k \sin \beta} \Leftrightarrow \frac{c}{b} > \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}.$$

ويُصْبِحُ لَدَيْنا إذاً

- إذا كانَ $\frac{c}{b} < \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}$، فإنّ النُقْطَةَ J غَيْرُ مَوْجودَةٍ.
- إذا كانَ $\frac{c}{b} = \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}$، فإنّ النُقْطَةَ J مَوْجودَةٌ ووحيدَةٌ عَلَى $[Qz)$.
- إذا كانَ $\frac{k' - 1}{k} > \frac{c}{b} > \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}$، فإنّهُ تُوجَدُ نُقْطَتان J_1 وَ J_2 عَلَى $[Qz)$.

وفيما يلي مُلَخَّصُ المُناقَشَةِ المُكْتَمِلَةِ لفَرَضِيَّةِ أن تَكونَ الزاوِيَةُ β حادَّةً، وذَلِكَ بِشَرْطِ أن يَكونُ العَدَدانِ $\frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}$ وَ $\frac{k'}{k} - \frac{1}{k}$ موجِبَيْنِ.

الحالَةُ	الشرط	النتيجة
الحالَةُ رقم ٢، تَقَعُ النُقْطَةُ J عَلَى $[Qz)$.	$\frac{c}{b} \in \left]0, \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}\right[$	لا وُجودَ للنُقْطَةِ J
	$\frac{c}{b} = \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}$	تُوجَدُ نُقْطَةٌ واحِدةٌ J
	$\frac{c}{b} \in \left]\frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}, \frac{k' - 1}{k}\right[$	تُوجَدُ نُقْطَتانِ J_1 وَ J_2
	$\frac{c}{b} = \frac{k' - 1}{k}$	تُوجَدُ نُقْطَةٌ واحِدةٌ J
	$\frac{c}{b} \in \left]\frac{k' - 1}{k}, \frac{k'}{k}\right[$	تُوجَدُ نُقْطَةٌ واحِدةٌ J

الحالَةُ	الشرط	النتيجة
الحالَةُ رقم ١، تَقَعُ النُقْطَةُ J عَلَى $[Qz')$.	$\frac{c}{b} \in \left]\frac{k'}{k}, \frac{1 + k'}{k}\right[$	توجدُ نُقْطَةٌ واحدةٌ J
	$\frac{c}{b} = \frac{1 + k'}{k}$	لا وُجودَ للنُقْطَةِ J
	$\frac{c}{b} \in \left]\frac{1 + k'}{k}, +\infty\right[$	لا وُجودَ للنُقْطَةِ J

عِنْدَما يتمُّ الحُصولُ عَلَى النُقْطَةِ J، فإنّ المُثَلَّثَ KUJ يُصْبِحُ مَعْلوماً، ويُمْكِنُ إيجادُ SO كَما في الحالَةِ ١– لأنّ $SO \mathbin{//} UJ$. ودِراسَةُ وَضْعِ النُقْطَةِ O رُبَّما تَتَطَلَّبُ مُناقَشَةً إضافِيَّةً عِنْدَما تَكونُ النُقْطَةُ J عَلَى $[Qz')$ ونَحْنُ لن نَقومَ بذَلِكَ.

لِنُلاحِظْ كذَلِكَ أنّ الطَريقَةَ المُسْتَخْدَمَةَ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ في الحالَةِ الثانيَةِ تَفْتَرِضُ أن يَكونَ $S \neq K$. وإذا كانَ $S = K$، فإنّ المُسْتَقيمَ المُخْرَجَ مِن النُقْطَةِ U مُوازِياً لِ SO سيَكونُ مُوازِياً لِ QK؛ وتَنْقَذِفُ النُقْطَةُ J إذاً إلَى اللانِّهايَةِ.

لقَد رَأَيْنا أنّ دِراسَةَ المَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ، وبغَضِّ النَظَرِ عن مَدَى دِقَّتِها، هِيَ غَيْرُ مُكْتَمِلَةٍ. ويَبْدو وكَأَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد اعْتَبَرَ المَسْأَلَةَ وحيدةَ الحَلِّ في مُخْتَلِفِ الحالاتِ. ولَكِنَّنا قَد رَأَيْنا أنّها قَد تَكونُ ثُنائِيَّةَ الحَلّ أو حَتَّى مُمْتَنِعَةً.

إذا ما أرَدْنا أن تَتَّصِفَ دِراسَتُنا بالدِقَّةِ فلا بُدَّ لَنا مِن التَساؤلِ عن الأسْبابِ الكامِنَةِ الَّتي لرُبَّما غَـيَّـبَت هَذِهِ المُناقَشَةَ عن ذِهْنِ ابنِ الهَيْثَمِ. ونَحْنُ لا نَرَى هُنا سِوَى خَطَأَيْنِ: الخَطَأُ الأوّلِ مَرَدُّهُ إلَى كَوْنِ ابنِ الهَيْثَمِ قَد اعْتَبَرَ أنّ نُقْطَةً مِن مُسْتَقيمٍ مُحَدَّدَةً بِواسِطَةِ نِسْبَةِ بُعْدَيْها عن نُقْطَتَيْنِ مَعْلومتَيْنِ إنّما تَكونُ مَوْجودَةً ووحيدةَ الوُجودِ. فَهُوَ يَعْمَدُ إلَى أخْذِ النُقْطَةِ المَحْصورَةِ بَيْنَ النقطتَيْنِ مُهْمِلاً بذَلِكَ النُقْطَةَ الواقِعَةَ عَلَى الامْتِدادِ؛ أمّا الخَطَأُ الثاني فَيَتَأَتَّى مِن تَبَنِّي الحُكْمِ القائلِ، بأنّ مُثَلَّثَيْنِ سيَكونانِ مُتَشابِهَينِ إذا تَساوَت زاوِيتانِ مِنْهُما وتَساوَت نِسْبَةُ أحَدِ ضِلعَيِ الزاوِيَةِ المُساوِيَةِ في المُثَلَّثِ الأوَّلِ ألى الضِلْعِ المُقابِلِ لها، مع النِسْبَةِ المَثيلَةِ في المُثَلَّثِ الثاني.

ويَبْقَى لَنا أن نَرَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد نَجَحَ في إرْجاعِ مَسْأَلَةِ بناءِ دائِرَةٍ مُماسَّةٍ لثَلاثِ دَوائِرَ مَعْلومَةٍ، إلَى مَسْأَلَةِ إيجادِ النُقْطَتَيْنِ المَطْلوبتَيْنِ في المَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ. ويَتَعَلَّقُ إذاً عَدَدُ الحُلولِ لِلْمَسْأَلَةِ الأساسِيَّةِ بمُناقَشَةِ المَسْأَلَةِ المُسْتَجدَّةِ. ولَقَد سَبَقَ لَنا ورَأَيْنا أنَّ تِلْكَ المُناقَشَةَ مُوغِلَةٌ في التَعْقيدِ، الأمْرُ الَّذي حالَ دونَ خَوْضِ ابنِ الهَيْثَمِ غِمارَ هَذا العَمَلِ.

الشَرْحُ الهَنْدَسِيُّ لِلْمَسْأَلَةِ

لنُعَاوِدْ تَناوُلَ مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ. إذا كانَت الدائِرَةُ $\mathscr{C}(L, r)$ مَوْجودَةً، فإنّ

$$LK = r + R_1,\ LH = r + R_2,\ LI = r + R_3,$$

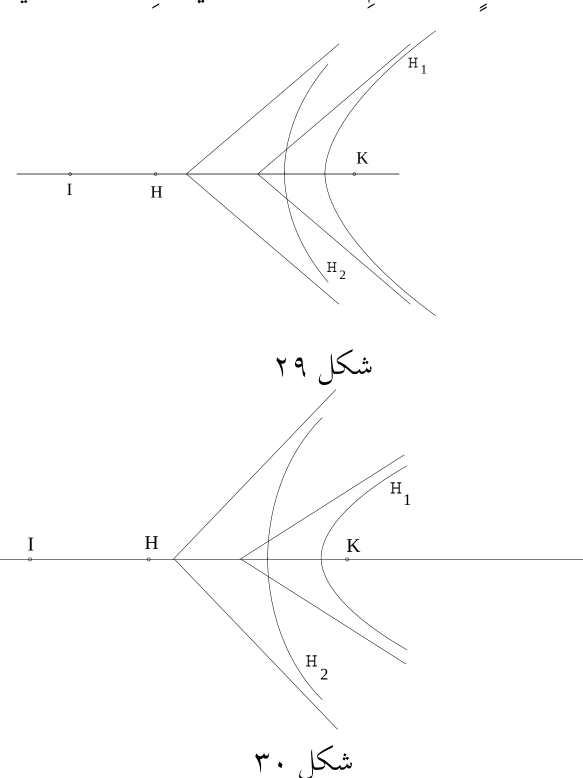
ولذَلِكَ فإنّ

$$LH - LK = R_2 - R_1 \qquad (1)$$

وَ

$$LI - LK = R_3 - R_1. \qquad (2)$$

اسْتِناداً إِلَى العَلاقَةِ *(1)*، تَقَعُ النُقْطَةُ L عَلَى فَرْعٍ $\mathcal{H}_1$ مُحيطٍ بالبُؤرَةِ K لقَطْعٍ زائِدٍ تَكونُ النُقْطَةُ H بؤرته الأُخْرَى؛ واسْتِناداً إِلَى العَلاقَةِ *(2)*، تَقَعُ النُقْطَةُ L عَلَى الفَرْعِ $\mathcal{H}_2$ المُحيطِ بالبُؤرَةِ K لقَطْعٍ زائدٍ تَكونُ بُؤرَتَه الأُخْرَى النُقْطَةُ I. وتُفضي مَسْأَلَةُ بِناءِ الدائِرَةِ المُماسَّةِ إذاً إِلَى واحِدَةٍ مِن المَسائِلِ الَّتي كانَ ابنُ الهَيْثَمِ قَد وَضَعَها في فَصْلٍ مِن عِلْمِ الهَنْدَسَةِ، نَعْني البِناءَ الهَنْدَسِيَّ بِواسِطَةِ القُطوعِ



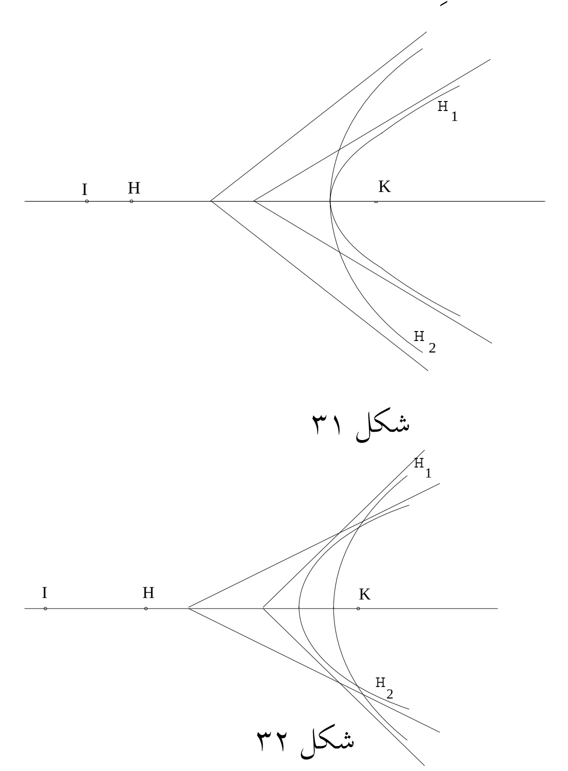
شكل ٢٩

شكل ٣٠

المَخْروطِيَّةِ. وتَتَمَحْوَرُ المَسْأَلَةُ الآن إذاً حَوْلَ مَعْرِفَةِ إذا ما كانَ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ يَتَقاطَعانِ أم لا.

إذا ما تَفَحَّصْنا الحالَةَ الخاصَّةَ، عِنْدَما تَكونُ مَراكِزُ الدَوائِر $\mathcal{C}_1$ وَ $\mathcal{C}_2$ وَ $\mathcal{C}_3$، أي K وَ H وَ I، مُتَسامِتَةً، فإنّ الفَرْعَيْنِ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ سيَكونُ لَهُما نَفْسُ المِحْوَرِ، ومِن الواضِحِ أنّ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ في هَذِهِ الحالَةِ قَد يَتَقاطَعانِ في نُقْطَتَيْنِ اثنَتَيْنِ أو في

نُقْطَةٍ واحِدَةٍ وقَد لا يَتَقَاطَعانِ البَتَّةَ. وبالتالي فلِلْمَسْأَلَةِ نَفْسِها قَد يَكونُ حلاّنِ اثْنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ و قَد تَكونُ مُمْتَنِعَةً. إذا كانَ لَدَيْنا $H\widehat{K}I = \alpha = 0$، نَحْصُلُ عَلَى الأشْكالِ المُبَيَّنةِ فِي الرُسومِ:



شكل ٣١

شكل ٣٢

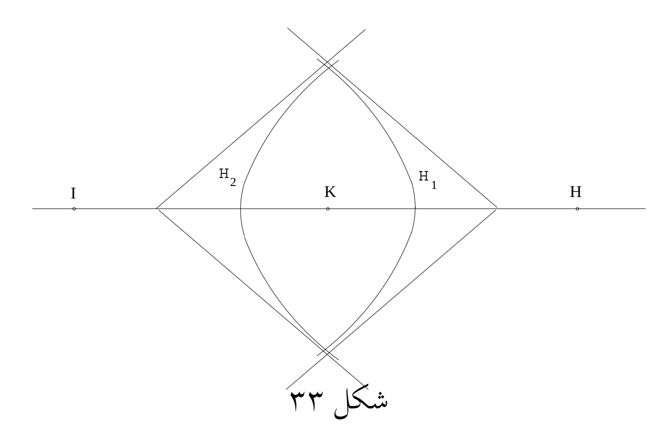
لنُشِرْ إلَى أنّ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ لَهُما نَفْسُ الرَأْسِ إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$KH - (R_2 - R_1) = KI - (R_3 - R_1) \Leftrightarrow KI - KH = R_3 - R_2$$
$$\Leftrightarrow d_3 - d_2 = R_3 - R_2.$$

إذا كانَ $H\widehat{K}I = \alpha = \pi$، فإنّ الفَرْعينِ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ يَتَقَاطَعانِ عَلَى نُقْطَتَيْنِ مُتَناظِرَتَيْنِ بالنسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ HK.

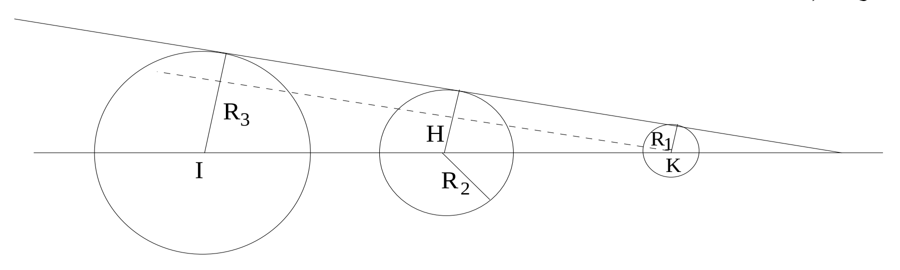
لنُشِرْ أيْضاً إلَى أنّ مُقَارَبَي الفَرْعيْنِ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ يَكونانِ متوازِيَيْنِ إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$\frac{KH}{R_2 - R_1} = \frac{KI}{R_3 - R_1}.$$



شكل ٣٣

وإذا كانَ، فَضْلاً عن ذَلِكَ، $H\widehat{K}I = \alpha = 0$، يَكونُ للفَرْعَيْنِ $\mathscr{H}_1$ وَ $\mathscr{H}_2$ نُقْطَةٌ مُشْتَرَكَةٌ في اللاّنِهايَةِ، ويَكونُ لِلمُنْحَنَياتِ الثَلاثَةِ $\mathscr{C}_1$ وَ $\mathscr{C}_2$ وَ $\mathscr{C}_3$ مُماسَّانِ مُشْتَرَكَانِ.



شكل ٣٤

لقَد سَبَقَ ورَأَيْنا أنّ هَذِهِ الحالَةَ الخاصَّةَ الَّتي تَتَسامَتُ فيها المَراكِزُ لَمْ يَجرِ تَفَحُّصُها مِن جانبِ ابنِ الهَيْثَمِ الَّذي يَعْتَبِرُ KHI مُثَلّثاً فِعْلِيّاً. وتُصبحُ مَسْأَلَةُ تَقاطُعِ $\mathscr{H}_1$ وَ $\mathscr{H}_2$ مُعَقَّدَةً إذاً. بَيْدَ أنّنا نَستَطيعُ أن نُرْجِعَ هَذِهِ الدِراسَةَ إلَى دِراسَةِ تَقاطُعِ مُسْتَقيمِ Δ مع فَرْعِ قَطْعٍ زائِدٍ وذَلِكَ بِواسِطَةِ وَسيلَةٍ جَبْرِيَّةٍ.

لنَأخُذْ معْلَماً ناظِمِيَّ التَعامُدِ (K_x, K_y)؛ لنَجْعَلْ $0 < H\widehat{K}I < \pi$. لَدَيْنا

$$K(0, 0), H(d_3, 0), I(d_2 \cos \alpha, d_2 \sin \alpha), L(x, y)$$

وتُحَقِّقُ المُعْطَياتُ إذاً العَلاقاتِ

$$R_1 < R_2 < R_3,\ d_2 > R_3 + R_1,\ d_3 > R_2 + R_1,$$
$$d_2^2 + d_3^2 - 2d_2\, d_3 \cos \alpha > (R_2 + R_3)^2.$$

تُحَقِّقُ الدائِرَةُ $\mathscr{C}(L, r)$ شُروطَ المَسْأَلَةِ إذا، وفَقَط إذا كان

شكل ٣٥

$$LK = r + R_1,\ LH = r + R_2,\ LI = r + R_3,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$x^2 + y^2 = (R_1 + r)^2; \qquad (1)$$
$$(d_3 - x)^2 + y^2 = (R_2 + r)^2; \qquad (2)$$
$$(d_2 \cos \alpha - x)^2 + (d_2 \sin \alpha - y)^2 = (R_3 + r)^2. \qquad (3)$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن *(1)* وَ *(2)* أنّ

$$d_3(d_3 - 2x) = (R_2 - R_1)(R_2 + R_1 + 2r), \qquad (4)$$

واسْتِناداً إِلَى *(4)* نَحْصُلُ عَلَى

$$x < \frac{d_3}{2}.$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن *(1)* وَ *(3)* أنّ

$$d_2[d_2 - 2(x \cos \alpha + y \sin \alpha)] = (R_3 - R_1)(R_3 + R_1 + 2r). \qquad (5)$$

واسْتِناداً إِلَى *(5)* لَدَيْنا

$$x \cos\alpha + y \sin \alpha < \frac{d_2}{2}.$$

ونَسْتَنْبِطُ مِن *(4)* أنّ

$$2r = \frac{d_3^2 - 2d_3x}{R_2 - R_1} - (R_2 + R_1),$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$(6) \qquad 2(r + R_1) = \frac{d_3^2 - 2d_3 x}{R_2 - R_1} - (R_2 - R_1).$$

ونَستَنبطُ مِن (1) وَ (6) أنّ

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{4(R_2 - R_1)^2}[d_3^2 - (R_2 - R_1)^2 - 2d_3x]^2,$$

ويُكتَبُ هَذا عَلَى الشَكْلِ التالي:

$$4(x^2 - d_3x)\,[(R_2 - R_1)^2 - d_3^2] + 4y^2(R_2 - R_1)^2 = [d_3^2 - (R_2 - R_1)^2]^2;$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$(7) \qquad \frac{4\left(x - \frac{d_3}{2}\right)^2}{(R_2 - R_1)^2} - \frac{4y^2}{d_3^2 - (R_2 - R_1)^2} = 1,$$

وَهِيَ مُعادَلَةُ قَطْعٍ زائدٍ $\mathcal{H}_1$ مُمَركَزٍ في النُقْطَة $\left(\frac{d_3}{2}, 0\right)$ وبُؤرَتاهُ هُما K وَ H ومِحْوَرُهُ المُجانِبُ هُوَ $(R_2 - R_1)$.

استِناداً إلَى الشَرْطِ $x < \frac{d_3}{2}$، فإنّ النُقْطَةَ L تَقَعُ عَلَى الفَرْعِ $\mathcal{H}_1$ المُحيطِ بالبُؤرَةِ K.

ومِن (4) وَ (5) نَستَنبطُ العَلاقَةَ

$$(8) \qquad R_3 - R_2 = \frac{d_2^2 - 2d_2(x\cos\alpha + y\sin\alpha)}{R_3 - R_1} - \frac{d_3^2 - 2d_3x}{R_2 - R_1}$$

وَهِيَ مُعَادَلَةُ المُستَقيمِ Δ.

لنُشِرْ إلَى أنّهُ إذا استَبعَدْنا r مِن العَلاقَتَيْنِ (1) وَ (5) نَحصُلُ عَلَى $\mathcal{H}_2$ الّذي يَكونُ KI مِحْوَرَهُ والنُقْطَتانِ K وَ I بؤرتَيْهِ، وتُكْتَبُ مُعادَلَتُهُ كالتالي:

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{4(R_3 - R_1)^2}[d_2^2 - (R_3 - R_1)^2 - 2d_2(x\cos\alpha + y\sin\alpha)]^2,$$

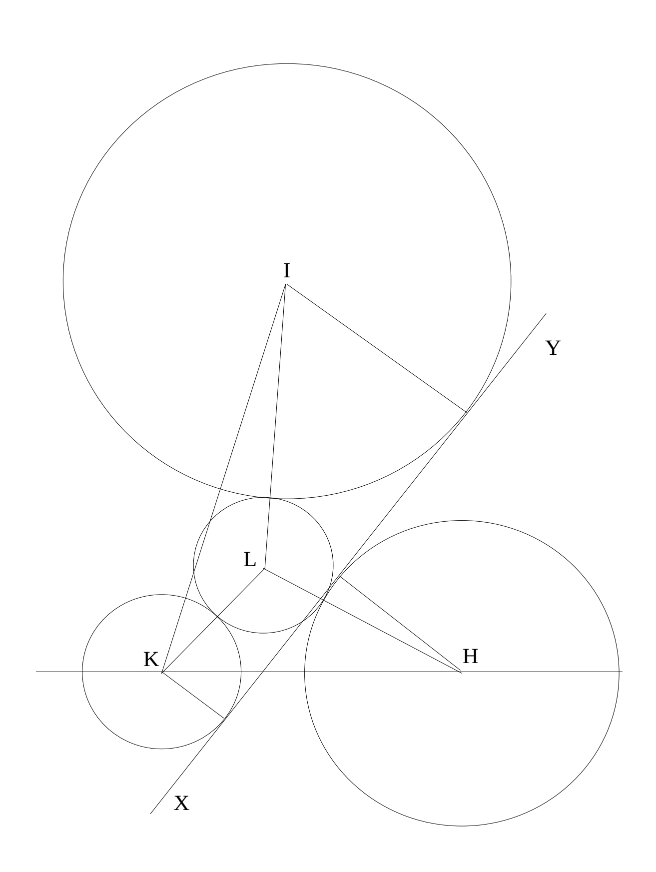
حَيْثُ يَكونُ

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha < \frac{d_2}{2};$$

أو أيْضاً

$$\frac{4\left(x\cos\alpha + y\sin\alpha + \frac{d_2}{2}\right)^2}{(R_3 - R_1)^2} - \frac{4(-x\sin\alpha + y\cos\alpha)^2}{d_2^2 - (R_3 - R_1)^2} = 1.$$

إنّ استِبْعادَ العِبارَةِ $x^2 + y^2$ مِن مُعَادَلَتَيْ $\mathcal{H}_1$ وَ $\mathcal{H}_2$ يُعْطِينا مِن جَديدٍ مُعادَلَةَ المُسْتَقيمِ Δ.



شكل ٣٦

وَبِما أنّ دِراسَةَ Δ وَ $\mathcal{H}_1$ تَفْتَرِضُ إدْخالَ سِتَّةِ وَسائِطَ: R_1 وَ R_2 وَ R_3 وَ d_2 وَ d_3 وَ α فإنّنا لن نقومَ بذَلِكَ هُنا. ولَكِنْ لِنُلاحِظْ رَغْمَ ذَلِكَ أنّه، إذا كانَ المُسْتَقيمُ Δ مُوازِياً لِمُقَارِبٍ، فإنّ $\mathcal{H}_1$ وَ Δ لَهُما نُقْطَةٌ مُشْتَرَكَةٌ في اللاّنِهايَةِ ويَرْتَبِطُ بِها مُسْتَقيمٌ مُماسٌّ للدَوائِرِ الثَلاثِ المَفْروضَةِ. وهَذِهِ عَلَى وَجْهِ المِثالِ حالَةُ الشَكْلِ

٣٦ حَيْثُ تَكونُ الدائِرَةُ L مِن ناحِيَةٍ والمُسْتَقيمُ XY مِن ناحِيَةٍ أُخْرَى مُماسَّيْنِ للدَوائِرِ الثَلاثِ المَفْروضَةِ. وهذا المُسْتَقيمُ يَتَّفِقُ وحالَةَ الشَكْلِ ١٤ حَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ L_1 مُنْقَذِفَةً إِلَى اللاّنِهايَةِ.

الشَرْحُ الجَبْرِيُّ لِلْمَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ

إنّ القِراءَةَ الجَبْرِيَّةَ لِلْمَسْأَلَةِ الإضافِيَّةِ لا عَلاقَةَ لها بابنِ الهَيْثَمِ. إنّما هِيَ تُمَكِّنُنا مِن رُؤْيَةٍ مُخْتَلِفَةٍ لنَصِّهِ ولرُبَّما ساعَدَتْنا هَذِهِ الرُؤْيَةُ عَلَى تَلَمُّسِ تَطَوُّرِهِ.

لنَنْطَلِقْ مِن نَفْسِ المُعْطَياتِ السابِقَةِ. تُطالِعُنا حالاتٌ كَثيرَةٌ للشَكْلِ وذَلِكَ تِبْعاً لأَوْضاعِ النُقْطَتَيْنِ S وَ O بِالنِسْبَةِ إِلَى النُقْطَةِ K عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $[UK)$ ونِصْفِ المُسْتَقيمِ $[QK)$ عَلَى التَرْتيبِ. وفي مُخْتَلِفِ حالاتِ الشَكْلِ، يُمْكِنُنا أن نَكْتُبَ

$$SO^2 = KS^2 + KO^2 - 2KS\,.\,KO\,.\,\cos S\hat{K}O.$$

لنَجْعَلْ $SO = x$ وَ $US = y$ وَ $OQ = z$ (x وَ y وَ z مجاهيلُ موجِبةٌ)،

ولذَلِكَ فإنّ

$$x^2 = (b-y)^2 + (c-z)^2 - 2|b-y|\,.\,|c-z| \cos S\hat{K}O.$$

إذا كانَ لِ $b - y$ وَلِ $c - z$ نَفْسُ الإشارَةِ فإنّ $S\hat{K}O = \alpha$ وإذا كانا ذَوَيْ إشارَتَيْنِ مُتَضادَتَيْنِ فإنّ $S\hat{K}O = \pi - \alpha$؛ فإذاً x وَ y وَ z تُحَقِّقُ في مُخْتَلِفِ الحالاتِ العَلاقَةَ التالِيَةَ:

$$(1)\qquad \begin{cases} x^2 = (b-y)^2 + (c-z)^2 - 2(b-y)(c-z)\cos\alpha \\ \dfrac{y}{x} = k,\ \dfrac{z}{x} = k' \end{cases}$$

ويُؤَدِّي اسْتِبْعادُ y وَ z إِلَى

$$(2)\qquad (b-kx)^2 + (c-k'x)^2 - 2(b-kx)(c-k'x)\cos\alpha - x^2 = 0.$$

وإذا أخَذْنا بِعَيْنِ الاعْتِبارِ أنّ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

فإنّ (2) ستُكْتَبُ كَما يلي

$$(3)\quad x^2(k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\alpha - 1) - 2x[bk + ck' - (kc + k'b)\cos\alpha] + a^2 = 0,$$

مُعادَلَةٌ مِن الدَرَجَةِ الثانيَةِ، ومُمَيِّزُها Δ يُكْتَبُ كَما يلي:

$$\Delta = [bk + ck' - (kc + k'b)\cos\alpha]^2 - a^2(k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\alpha - 1)$$

وبَعْدَ إجْراءِ الحِساب والتبسيطِ نَحْصُلُ عَلَى

$$\Delta = a^2 - \sin^2\alpha . (kc - k'b)^2;$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow |kc - k'b| \leq \frac{a}{\sin\alpha} \Leftrightarrow |kc - k'b| \leq \frac{b}{\sin\beta}.$$

١–إذا كان $kc = kb'$، يَكونُ لَدَيْنا إذاً $\frac{c}{b} = \frac{k'}{k}$ وَ $\Delta = a^2$.

لنَجْعَلْ $\lambda = \frac{k'}{c} = \frac{k}{b}$ فيَكونُ لَدَيْنا $k = \lambda b$ وَ $k' = \lambda c$؛ ونَسْتَنْبِطُ مِن العَلاقَة (2) أنّ

$$(1 - \lambda x)^2(b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha) - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = a^2(1 - \lambda x)^2$$

$$\Leftrightarrow x = a|1 - \lambda x| \Leftrightarrow [x(1 + a\lambda) = a \text{ أو } x(a\lambda - 1) = a]$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{ab}{b + ak} = \frac{ac}{c + ak'}, \text{ أو } x = \frac{ab}{ak - b} = \frac{ac}{ak' - c}.$$

ويَكونُ الجذرُ $x = \frac{ac}{c + ak'}$ مُلائِماً، بِغَضِّ النَظَرِ عن قيمَةِ k، أمّا الجَذْرُ الآخَرُ فَهُوَ يُلائمُ المَسْأَلَةَ إذا كانَ $\frac{1}{a} < \frac{k'}{c} = \frac{k}{b}$. ويُوجَدُ إذاً لِلْمَسْأَلَةِ عَلَى الأقَلِّ حَلٌّ واحِدٌ، وسَيَكونُ لَدَيْنا حَلٌّ آخَرُ إذا تَحَقَّقَ الشَرْطُ $\frac{1}{a} < \frac{k}{b}$.

لنُلاحِظْ أنّ

$$kc = k'b \Leftrightarrow \frac{k}{k'} = \frac{b}{c},$$

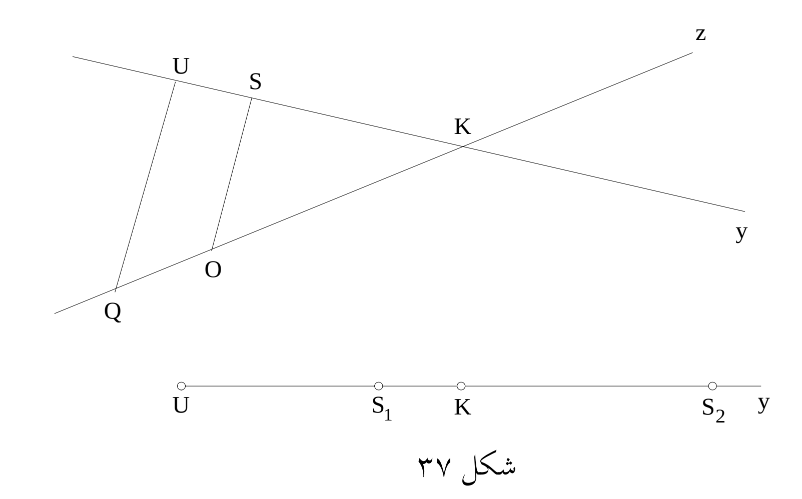
وَبِما أنّ

$$\frac{k}{k'} = \frac{y}{z},$$

فإنّ

$$\frac{y}{z} = \frac{b}{c}$$

ما يَسْتَتْبِعُ عَلاقَةَ التَوازي $SO // UQ$؛ وتَتَناسَبُ هَذِهِ الحالَةُ فإذاً وحالَةَ ابنِ الهَيْثَمِ.



شكل ٣٧

٢- إذا كانَ $kc > k'b$ فيَكونُ لَدَيْنا $\frac{k'}{k} > \frac{c}{b}$.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \frac{b}{\sin \beta} \geq kc - k'b \Leftrightarrow kc \leq b\left(k' + \frac{1}{\sin \beta}\right) \Leftrightarrow \frac{c}{b} \leq \frac{k'}{k} + \frac{1}{k \sin \beta}.$$

٣- إذا كانَ $kc < k'b$ فيَكونُ لَدَيْنا $\frac{k'}{k} < \frac{c}{b}$.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \frac{b}{\sin \beta} > k'b - kc \Leftrightarrow kc \geq b\left(k' - \frac{1}{\sin \beta}\right) \Leftrightarrow \frac{c}{b} \geq \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta}.$$

ونَسْتَنْتِجُ مِن ١- وَ ٢- وَ ٣- أنّ

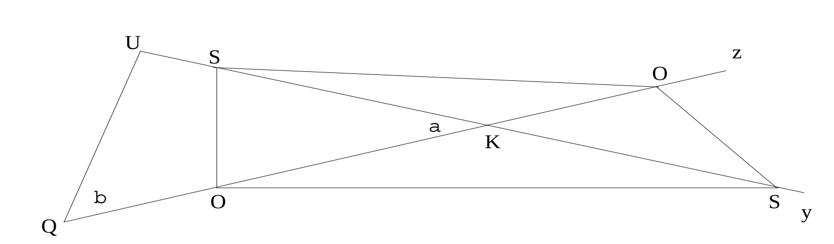
$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \frac{k'}{k} - \frac{1}{k \sin \beta} \leq \frac{c}{b} \leq \frac{k'}{k} + \frac{1}{k \sin \beta}.$$

إذا تَحَقَّقَ هَذا الشَرْطُ المُزْدَوِجُ فَسَيَكونُ للمُعادَلَةِ جَذْرانِ أو جَذْرٌ مُضاعَفٌ.

ولَكِنَّ هَذِهِ الجُذورَ لن تَتلائمَ والمَسْأَلَةَ الأساسِيَّةَ إلاّ إذا كانَت موجِبَةً، وهذا الأمْرُ يَتَطَلَّبُ مُناقَشَةً لن نَخوضَ غِمارَها.

ورَغْمَ ذَلِكَ فَلْنَتَفَحَّصِ الحالَةَ الخاصَّةَ حَيْثُ تَكونُ إحْدَى النُقْطَتَيْنِ S أو O مُتَطابِقَةً والنُقْطَةَ K. تَكونُ إذاً المُعادَلاتُ (1) أو (2) أو (3) صالحةً للتَطْبيقِ فنَسْتَنْبِطُ مِنْها:

$$y = b, x = \frac{b}{k}, z = \frac{k'b}{k} \Leftrightarrow S = K.$$



شكل ٣٨

واسْتِناداً إلَى *(2)* سيَكونُ لَدَيْنا $S = K$ إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$\left(c - \frac{k'b}{k}\right) = \left(\frac{b}{k}\right)^2 \Leftrightarrow kc - k'b = \pm b \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{k' \pm 1}{k};$$

$$\frac{c}{b} = \frac{k' + 1}{k} \Rightarrow z = \frac{k'c}{1+k'} < c,$$

فإذاً، تَقَعُ النُقْطَةُ O عَلَى $[QK)$؛

وَ الشَرْطُ

$$\frac{c}{b} = \frac{k' - 1}{k}$$

لا يُعْطي حَلاًّ إلاّ إذا كانَ $k' > 1$؛ فلَدَيْنا إذاً

$$z = \frac{k'c}{k' - 1} > c,$$

وتَقَعُ النُقْطَةُ O إذاً عَلَى $[Kz)$.

$$y = \frac{kc}{k'} \quad \text{وَ} \quad x = \frac{c}{k'} \quad \text{وَ} \quad z = c \Leftrightarrow O = K.$$

اسْتِناداً إلَى *(2)* سَيَكونُ لَدَيْنا $O = K$ إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$\left(b - \frac{kc}{k'}\right)^2 = \left(\frac{c}{k'}\right)^2 \Leftrightarrow k'b - kc = \pm c \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{k'}{k \pm 1};$$

$$\frac{c}{b} = \frac{k'}{k + 1} \Rightarrow y = \frac{kb}{k + 1} < b,$$

فإذاً S مَوْجودَةٌ عَلَى $[UK)$؛

وَ

$$\frac{c}{b} = \frac{k'}{k-1}$$

لا يُعطي حَلاًّ إلاّ إذا كانَ $k > 1$؛ ولَدَيْنا إذاً

$$y = \frac{kb}{k-1} > b,$$

وتَكونُ النُقْطَةُ S إذاً عَلَى $[Ky)$.

ولقَد رَأَيْنا أنّ المُعادَلَةَ (3) تُعطي الجَذْرَ $x = \frac{b}{k}$ عِنْدَما يَكونُ $\frac{c}{b} = \frac{k' \pm 1}{k}$، والجَذْرَ $x = \frac{c}{k'}$ عِنْدَما يَكونُ $\frac{c}{b} = \frac{k'}{k \pm 1}$. فإذاً تُعطي المُعادَلَةُ في كُلِّ حالَةٍ مِن الحالاتِ الأَرْبَعِ جَذْراً ثانياً يُمْكِنُ إيجادُهُ، مَثَلاً، باسْتِعْمالِ ضَرْبِ الجَذْرَيْنِ

$$p = \frac{a^2}{k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\alpha - 1};$$

ولكنّ الجَذْرَ الثاني لا يَقودُنا إلَى حَلٍّ لِلْمَسْأَلَةِ إلاّ إذا كانَ الشَرْطُ التالي مُحَقَّقاً

$$k^2 + k'^2 - 2k\,k'\cos\alpha - 1 > 0$$

وبالمُحَصِّلَةِ، نَجِدُ الحالاتِ الّتي دَرَسَها ابنُ الهَيْثَمِ، فَضْلاً عن بَعْضِ الحالاتِ الخاصَّةِ الّتي لَمْ يأتِ عَلَى ذِكْرِها.

النَصُّ المَخْطوطيُّ

مَقالَةٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ

في التَحْليلِ والتَرْكيبِ

ب – ٦٩ – ظ
س – ٣٤٨ – و

كل علم وكل تَعَلُّم فله غاية هي ذروته التي يُرتقى إليها، وهي التي تسمو نفوس
5 الراغبين فيه والمجتهدين في طلبه إلى الوصول إليها والاقتدار عليها. وعلوم التعاليم مبنية على البراهين، وغاياتها التي يُرتقى إليها هي استخراج المجهولات من جزئياتها ووجود البراهين التي تدل على حقائق معانيها. والذروة التي تسمو إليها نفوس الراغبين في هذه العلوم والمجتهدين في طلبها الظفرُ بالبراهين التي تُستَنْبط بها مجهولاتها. والبرهان هو القياس الدال بالضرورة على صحة نتيجته. وهذا القياس هو مركب من مقدمات يعترف
10 الفهم بصدقها وصحتها، ولا يعترضه شيء من الشبهات فيها، ومن نظام وترتيب لهذه المقدمات، يضطر سامعه إلى تيقن لوازمها واعتقاد صحة ما ينتجه ترتيبها.

وطريق الظفر بهذه المقاييس هو تصيد مقدماتها وتمحل الحيل في تطلبها وتطلب ترتيبها. والصناعة التي بها تصيد هذه المقدمات وبها يتوصل إلى الترتيب المؤدي إلى المطلوب من نتائجها، تسمى صناعة التحليل. وجميع ما خرج إلى الوجود من علوم
15 التعاليم إنما خرج بهذه الصناعة.

ونحن نشرح في هذه المقالة كيفية صناعة التحليل المؤدية إلى استخراج المجهولات من العلوم التعليمية، وكيفية تصيد المقدمات التي هي مواد البراهين الدالة على صحة ما يستخرج من مجهولاتها، وطريق التوصل إلى ترتيب هذه المقدمات وهيئة تأليفها. ونبيّن

1 بعد البسملة نجد «رب وفق» في [ب] – 2 للحسن: أثبتها في الهامش [ب] / الحسن: الحسين [س] – 4 كل: مكررة [س] / تسمو: تسموا [ب، س] / نفوس: ناقصة [ب] – 7 حقائق: حقائقها [ب] / تسمو: تسموا [ب، س] – 8 طلبها: طلبها هو [س] – 8-9 هو القياس: ناقصة [ب] – 9 وهذا القياس: مكررة [س] – 11 ترتيبها: ترتها [س] – 13 ترتيبها: ترتبها [س] – 14 تسمى: يسمى [ب] – 16 المؤدية: المؤدي [ب].

أيضًا كيفية هذه المقدمات وعكس ترتيبها الذي هو القياس البرهاني، وهو الذي يسمى
التركيب؛ وإنما سمي تركيبًا لأنه تركيب المقدمات المستنبطة بالتحليل، ‹وهو› التركيب
القياسي. ونقسم مع ذلك هذه الصناعة إلى أقسامها، ونذكر قواعدها وقوانينها وتفصيلها
إلى جزئياتها، ونعين على جميع ما يفتقر إليه هذه الصناعة من الأصول المستعملة فيها؛
5 وهذا حين ابتدائنا بالقول فيها:

فنقول: إن كيفية التحليل هي أن نفرض المطلوب على غاية التمام والكمال، ثم ننظر
في خواص موضوعه اللازمة لذلك الموضوع ولجنسه، ثم فيما يلزم من لوازمه، ثم فيما يلزم
تلك اللوازم إلى أن يُنتهى إلى شيء معطى في ذلك المطلوب وغير ممتنع فيه. فهذا هو
كيفية التحليل بالجملة. فإذا انتهى هذا النظر إلى المعنى المعطى، قطع النظر في ذلك
10 المطلوب ووقف الناظر عنده. والمعطى هو المعنى الذي لا يمكن دفعه ولا يمنع منه مانع.

فأما كيفية التركيب فهو أن نفرض الشيء المعطى، الذي إليه انتهى التحليل وعنده
وقف الناظر، ثم يضاف إليه الخاصة التي وجدت، ‹ثم يضاف إليه الخاصة التي وجدت›
قبل تلك الخاصة؛ ويُسلك في الترتيب عكس الترتيب الذي سُلك في التحليل؛ فإنه إذا
اعتمدت هذه الطريقة، انتهى الترتيب إلى المعنى المطلوب، لأنه كان أول موضوع في
15 التحليل. فعند عكس الترتيب يصير الأول آخرًا؛ وإذا انتهى الترتيب المعكوس إلى
المطلوب الأول المفروض، صار هذا الترتيب قياسًا برهانيًا، وصار المطلوب الأول المفروض
نتيجة له؛ ويصير المطلوب موجودًا ومع ذلك صحته متيقنة، لأنها نتيجة قياس برهاني دال
بالضرورة على صحة نتيجته.

وصناعة التحليل تحتاج إلى تقديم العلم بأصول التعاليم والارتياض بها، ليكون المحلل
20 ذاكرًا للأصول عند عمل التحليل، ويحتاج مع ذلك أيضًا إلى حدس صناعي؛ وكل
صناعة فليس تتم لصانعها إلا بحدس على الطريق الذي يؤدي إلى المطلوب. والحدس إنما
يُحتاج إليه في صناعة التحليل إذا لم يجد المحلل في موضوع المسألة خواصَّ معطاة، متى
رُكّبت أنتجت المطلوب؛ فعند هذه الحال يحتاج المحلل إلى الحدس؛ والذي يحتاج إلى

1 كيفية: عكس [س] / ترتيبها: ترتبها [س] – 2 المستنبطة: المستنبط [س] – 4 الأصول: الامور [ب] – 6 هي: هو [ب، س] – 7 ثم فيما: وفيما [ب] / يلزم من: من لغة ابن الهيثم (انظر مثلاً ص. 245، سطر 19-20)، ويعني بها نتج ضرورة عن – 8 معطى: كتبها ناسخ [ب] «معطا»، ولن نشير إليها فيما بعد – 9 فإذا: واذا [ب] – 15 آخرًا: اخر [ب] / وإذا: فإذا [س] – 20 التحليل: كرر بعدها «والتحليل» [س] – 21 فليس تتم: هذا الأسلوب صحيح ولكنه غير شائع في الكلام القديم، فالفعل يقع هنا بعد «ليس» مباشرة بغير فاصل، ونعربها هنا على أنها حرف نفي مهمل لا يعمل، وسنأخذ بهذا دون الإشارة إليه مرة أخرى. فليس ثم [س] / إلى المطلوب: للمطلوب [س] – 22 خواصّ: خواصا [ب] – 23 الحدس: الحد [س].

الحدس عليه هو زيادة يزيدها في الموضوع، لتحدث بزيادتها خواص للموضوع مع الزيادة تؤدي إلى الخواص المعطاة التي، متى ركبت، أنتجت المطلوب.

ونحن في مُستأنف القول نورد أمثلة لجميع ما ذكرناه، يتضح بها جميع المعاني التي حددناها، وتظهر كيفياتها، وينكشف ما غمض منها، ويتحقق مع ذلك صحة ما حددناه 5 ورتبناه؛ وتتيقن من بعد أن نفصّل هذه الصناعة ونرتبها ونستوعب سائر أنواعها وأقسامها.

وهذه الصناعة تنقسم بحسب انقسام موضوعاتها، لأن الطريق في تحليل كل نوع من أنواع موضوعاتها غير الطريق / في تحليل باقي أنواعها. وموضوعات هذه الصناعة هي س-٣٤٨-ظ المجهولات من جزئيات العلوم التعليمية؛ والمجهولات من جزئيات العلوم التعليمية تنقسم إلى أقسام جميع جزئيات هذه العلوم. وجزئيات هذه العلوم تنقسم أولاً إلى قسمين هما: 10 العلمي والعملي؛ وذلك أن كل جزء من أجزاء العلوم التعليمية هو إما علمي وإما عملي. فالعلمي منها هو المطلوب علم حقيقة خاصة هي لذلك الجزء لازمة له من أجل ذاته وصورته. والعملي هو المطلوب عمله وإخراجه إلى الوجود بالعمل. ونمثل في العلمي والعملي بأمثلة من جزئيات كل نوع من أنواع العلوم / التعليمية، ليظهر صحة ما ذكرناه. ب-٧٠-و

فالمعاني الجزئية العلمية من علم العدد هي مثل قولنا: كل عددين مربعين فإن نسبة 15 أحدهما إلى الآخر هي نسبة ضلعه إلى ضلعه مُثناة. ومثل قولنا: إذا كانت أعداد متوالية متناسبة وكانت أقل الأعداد على نسبتها، فإن كل واحد من الطرفين أول عند الآخر. ومثل قولنا: كل عددين يعدّ أحدهما الآخر، فإن في المعدود جزءاً سميًا للعدد العاد. فعلى هذه الصفة يكون جميع المعاني العلمية من علم العدد.

فأما المعاني الجزئية العملية من علم العدد، فمثل قولنا: نريد أن نجد عددين مربعين 20 يكون مجموعهما مربعًا. ومثل قولنا: نريد أن نجد أعدادًا متوالية على نسبة واحدة كم شئنا. ومثل قولنا: نريد أن نجد العدد التام. فعلى هذه الصفة يكون جميع المعاني العملية من علم العدد.

فأما المعاني العلمية من علم الهندسة، فهي مثل قولنا: كل ضلعين من مثلث فهما أعظم من الضلع الباقي. ومثل قولنا: كل مثلث فزواياه الثلاث مجموعة مساويات لزاويتين

1 لتحدث: فتحدث [س] / للموضوع: الموضوع [س] – 3 يتضح: ينتج [ب] – 4 وتظهر: ويظهر [ب] / وينكشف: وتنكشف [ب] – 5 وتتيقن: ونتيقن [ب] / نفصّل: يفصل [س] / ونرتبها: ورتبها [س] – 7 الصناعة: ناقصة [س] – 8 تنقسم: ينقسم [س] – 11 حقيقة: حقيقته [ب] – 14 العلمية: العملية [س] – 16 أول: اولا [ب، س] – 17 الآخر: للاخر [ب] / جزءاً سميًا: جزء سمى [ب، س] – 19 العملية: العلمية [ب] – 20 أعدادًا: أعداد [ب] – 21 العملية: العلمية [ب] – 24 أعظم: أعلم [س].

قائمتين. ومثل قولنا: الأضلاع والزوايا المتقابلة من السطوح المتوازية الأضلاع مُساوٍ بعضها لبعض.

وأما المعاني العملية من علم الهندسة، فمثل قولنا: نريد أن نعمل مثلثًا متساوي الأضلاع على خط مستقيم مفروض. ومثل قولنا: نريد أن نعمل على خط مفروض زاوية مساوية لزاوية مفروضة. ومثل قولنا: نريد أن نعمل مربعًا مساويًا لشكل مفروض. 5

وأما المعاني العلمية من علم الهيئة، فمثل قولنا: إن مركز فلك الشمس خارج عن مركز العالم. ومثل قولنا: إن حركة الجوزاء هي إلى خلاف توالي البروج. ومثل قولنا: إن فلك الكواكب الثابتة أعلى من أفلاك الكواكب المتحيرة.

فأما المعاني العملية من علم الهيئة، فليس تكون في الهيئة نفسها، ولكنها تكون في براهينها؛ وهو مثل أن ننقص نسبة من نسبة أو نضيف نسبة إلى نسبة، أو نخرج من نقطة 10 عمودًا على خط من الخطوط المتخيلة في الهيئة، أو نعمل مثلثًا على خط من خطوط الهيئة. وجميع هذه المعاني ترجع إلى علم العدد أو علم الهندسة. وقد نذكر فيها عمل آلات تُرصد بها الكواكب، وليس يدخل في جملة العلوم التعليمية النظرية.

وأما المعاني العلمية من علم الموسيقى، فهي مثل قولنا: الاتفاق الذي بالكل هو مؤلف من الاتفاق الذي بالأربع والاتفاق الذي بالخمس. ومثل قولنا: إن <الاتفاق> الذي 15 بالكل مرتين مؤلف من خمس عشرة نغمة متفقة. ومثل قولنا: إن الاتفاق الذي بالأربع ينقسم إلى أكثر من طنين.

فأما المعاني العملية من علم الموسيقى، فإنها تأليف النغم، وهي ترجع إلى علم العدد، لأنها ترجع إلى تأليف النسب العددية.

فأما العمل بالموسيقى، أعني العمل باليد، الذي هو نقر الأوتار والآلات وتأليف 20 الأصوات، فليس يدخل في جملة النظر.

وليس يوجد في واحد من العلوم التعليمية معنى يخرج من أن يكون علميًا أو عمليًا. ثم إن القسم العملي ينقسم إلى قسمين: محدود وغير محدود. فالمحدود مثل قولنا في

1 والزوايا: الزوايا [ب] – 4 الأضلاع: ناقصة [س] / مفروض (الأولى): معلوم [ب] – 7 الجوزاء: الجوز [ب، س] / إلى: من الى الى [س] – 8 أفلاك: افلك [ب] – 9 تكون: يكون [س] / تكون: يكون [س] – 10 هو: ناقصة [ب] / نضيف: تنصيف [س] – 11 خط (الثانية): نقطة [س] – 12 عمل: على [س] – 14 العلمية: العملية [ب] / فهي: فهو [ب] – 15 بالأربع: باربع، ثم أثبت «لا» فوقها [ب] باربع [س] – 16 خمس عشرة: خمسة عشر [ب، س] /متفقة: متفقه [ب] – 18 علم: علم المعاني [س] – 20 نقر: يقدر [ب].

جزئيات ‹علم› العدد: نريد أن نقسم عددين معلومين بنسبتين معلومتين، فإن لم يُشرط أن تكون إحدى النسبتين أعظم من نسبة أحد العددين المقسومين إلى الآخر، وتكون النسبة الأخرى أصغر من نسبة العددين المقسومين أحدهما إلى الآخر، لم يمكن أن يُقسم ذانك العددان على تينك النسبتين، وهذا الشرط يسمى تحديدًا. ومثل قولنا: نريد أن نجد أعظم عدد يعد عددين معلومين؛ فإن لم يُشرط في العددين أنهما مشتركان، لم يمكن أن يُوجد عدد يعدهما، وهذا الشرط هو التحديد. ومثل قولنا: نريد أن نجد عددًا ثالثًا مناسبًا لعددين معلومين؛ فإن لم يُشرط في العددين أنهما مشتركان، لم يمكن وجود عدد ثالث مناسب للعددين.

فأما ‹المحدود› في جزئيات الهندسة، فمثل قولنا: نريد أن نعمل من ثلاثة خطوط مفروضة مثلثًا؛ فإن لم نشرط في الخطوط أن يكون كل اثنين منها أعظم من الثالث، لم يمكن أن نعمل من الخطوط الثلاثة مثلثًا. ومثل قولنا: نريد / أن نخرج في دائرة معلومة وترًا مساويًا لخط معلوم؛ فإن لم نشرط في الخط أنه ليس بأعظم من قطر تلك الدائرة، لم يمكن إخراج الوتر فيها. ومثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم خطًا يكون عمودًا عليه؛ فإن لم نشرط في الخط أنه غير متناهٍ، فربما لم يمكن ذلك فيه. فهذه الشروط الثلاثة هي تحديد هذه الأشكال الثلاثة. س-٣٤٩-و

فأما علم الهيئة وعلم الموسيقى، فليس فيهما تحديد، لأنه ليس فيهما معانٍ عملية إلا في براهينهما ومقاييسهما. وجميع ما في تلك من الأعمال فهي عددية أو هندسية، وتحديدها هو داخل في تحديد العدد والهندسة.

ثم أن القسم الغير محدود ينقسم قسمين: سيّال وغير سيّال. فالسيّال ما له عدة أجوبة، وما ليس بسيّال / فهو الذي ليس له إلا جواب واحد، أعني أنه لا يتم إلا على صفة واحدة. ب-٧٠-ظ

2 إحدى: احد [س] – 2-3 إلى الآخر... المقسومين: ناقصة [ب] – 5 يشرط: يشترط [ب] / مشتركان: مشتركين [ب]، وصياغة الجملة ركيكة، والوجه أن يقال «فإن لم يشرط في العددين أن يكونا مشتركين» / أن يوجد: وجود [س] – 6 عددًا: عدد عددًا [ب] – 7 فإن: وان [س] / مشتركان: مشتركين [ب]، انظر التعليق السابق – 9 في: ناقصة [ب] / فمثل: مثل [ب] – 11 الثلاثة: الثلاث [س] – 12 تلك: ناقصة [ب] – 12-13 لم يمكن: لم تمكن [س] – 13 خط: نقطة خط، ثم ضرب على «خط» بالقلم [س] – 15 فهذه: وهذه [س] – 18 وتحديدها: او تحديدها [ب]، ثم ضرب على الألف بالقلم / الهندسة: الهندسية [ب] – 19 الغير محدود: الأفصح «غير المحدود»، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد / فالسيّال: فالسايل [ب] – 21 واحدة: فوق السطر [س].

فأما السيّال من جزئيات ‹علم› العدد، فمثل قولنا: نريد أن نجد عددين مربعين يكون مجموعهما مربعًا؛ وهذا القول يكون له عدة أجوبة، أعني أنه يمكن أن يوجد مربعات كثيرة بلا نهاية، يكون كل اثنين منها مجموعهما مربعٌ. ومثل قولنا: نريد أن نجد عددًا فيه أجزاء مفروضة، وقد توجد أعداد كثيرة بلا نهاية كل واحد منها له تلك الأجزاء بعينها.

5 ومثل قولنا في جزئيات الهندسة: نريد أن نعمل دائرة تماس دائرتين معلومتين مفروضتين. فإن هذا المعنى يمكن أن يُعمل بعدة وجوه، وذلك أنه يمكن أن تكون الدائرة المعمولة تماس الدائرتين بتحديبها لتحديبي الدائرتين، ويمكن أن تماس إحدى الدائرتين بتحديبها ‹لتحديبها› وتماس الأخرى بتقعيرها لتحديب الأخرى، ويمكن أن تماس كل واحدة من الدائرتين بتقعيرها لتحديبي الدائرتين؛ فيكون عمل هذه الدائرة بثلاثة وجوه.

10 ومثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة مفروضة خطًا مستقيمًا يماس دائرة مفروضة. وهذا العمل يقع على وجهين، لأنه إذا وُصل بين تلك النقطة وبين مركز الدائرة بخط مستقيم أمكن أن نخرج من تلك النقطة خطين عن جنبتي ذلك الخط، كل واحد منهما يماس الدائرة. وأمثال هذه المعاني كثير في العدد والهندسة، وقد يقع في المسائل ‹غير› المحدودة ما يكون سيّالاً، والأمثلة التي ذكرناها مقنعة في الجميع.

15 فأما الهيئة فليس يقع فيها أجزاء عملية إلا في براهينها التي ترجع إلى ‹علم› العدد والهندسة، إلا أنه قد يوجد في حركات الكواكب ما يمكن أن يكون على وجهين، مثل حركة الشمس التي يمكن أن تكون بفلكين: أحدهما مركزه مركز العالم، والآخر فلك تدويره مركزه على محيط هذا الفلك؛ ويمكن أن تكون حركة الشمس بفلك واحد مركزه خارج عن مركز العالم؛ إلا أن هذا المعنى ليس عمليًا لأنه ليس هو في نفسه إلا على

20 أحد هذين الوجهين ولا يجوز أن يكون على الوجه الآخر.

فأما جزئيات علم الموسيقى، فقد يقع فيها أجزاء عملية سيّالة، إلا أن أعمالها ترجع إلى علم العدد، مثل قولنا: نريد أن نقسم الاتفاق الذي بالكل إلى الاتفاقين اللذين بالخمسة وبالأربعة؛ فإن قسمة هذا الاتفاق تقع في موضعين؛ وذلك أنه يمكن أن نجعل

1 فأما: واما [س] / نجد: نجدد [ب] – 3 مربع: مربعا [ب، س] – 4 أعداد: او [س] – 6 يعمل: نعمل [ب] – 7 لتحديبي: لحدبتي [ب] – 9 لتحديبي: لمحدبى [ب] / الدائرة: الدائرتين [س] / وجوه: اجوبة [ب]، ولعلها كانت في أصل [ب] «أوجه» – 11-13 بخط ... الدائرة: مكررة [ب] – 15 فأما: وأما [س] / الهيئة: الهندسة [س] – 17 تكون: يكون [س] – 18 تدويره: تدوير [س] / تكون: يكون [س] – 19 ليس: ليس لا يسمى [س] – 20 على: ناقصة [س] – 21 ترجع: يرجع [ب] – 23 فإن: الذي [ب] / قسمة: قسمه [ب].

الاتفاق الذي بالأربعة يتقدم الاتفاق الذي بالخمسة، ويمكن أن نجعل الاتفاق الذي بالخمسة يتقدم الاتفاق الذي بالأربعة. ومثل قولنا: نريد أن نقسم الاتفاق الذي بالأربعة إلى ثلاثة اتفاقات؛ وهذا الاتفاق، أعني الذي بالأربع ينقسم إلى طنين وبقية؛ وهذه البقية يمكن أن تكون في أول الأقسام ويمكن أن تكون في وسطها ويمكن أن تكون في
5 آخرها؛ فيكون هذه القسمة ممكنة على ثلاثة أوجه، إلا أن هذه الأقسام ترجع إلى علم العدد، لأنها إنما تنقسم بقسمة النسب العددية التي الاتفاقات على نسبها.

فقد تبيّن من جميع ما بينّاه من قسمة أجزاء العلوم التعليمية أنها تنقسم أولاً إلى قسمين، ثم أن أحد القسمين ينقسم إلى ثلاثة أقسام. فيلزم من ذلك أن يكون تحليل جزئيات هذه العلوم ينقسم إلى هذه الأقسام. أما القسم العلمي فتحليله يكون من جنس
10 واحد. وأما الجزء العملي فتحليله يكون أيضًا من جنس واحد إلا أنه يكون منقسمًا إلى ثلاثة أنواع. فلنبيّن الآن كيفية تحليل هذه الأقسام.

أما تحليل القسم العلمي، فإنه يكون من جنس واحد إلا أنه مع ذلك قد يمكن أن يحلل الجزء الواحد العلمي بعدة / وجوه، إلا أنه ليس تخرج تلك الوجوه من أن تكون (س-٣٤٩-ظ) من جنس واحد؛ وذلك أن المبحوث عنه إذا كان علميًا، فتحليله يجب أن يكون بطلب
15 خواص موضوع ذلك المعنى المبحوث عنه فقط. وإن حُلل بعدة وجوه، أعني إن سُلك في تحليله عدة من الطرق، فليس يكون تحليله في كل واحد من الطرق إلا بطلب خواصه فقط من بعد أن يُفرض ذلك المطلوب معطى على غاية تمامه وكماله. وإن لم يوجد لذلك المطلوب بوجه من الوجوه خواص تؤدي إلى خاصة موجودة له، متى رُكبت مع غيرها، أنتجت ذلك المطلوب؛ فينبغي للمحلل أن يزيد على ذلك الموضوع زيادات لا تخرجه عن
20 حقيقته؛ ثم ينظر في خواص ذلك الموضوع مع الزيادة، فإنه لا بد أن يحدث له خواصُ أخر من أجل تلك الزيادة؛ فإنْ تمّ بتلك الزيادة التحليلُ، ‹فهو› الذي إذا عُكس أنتج المطلوب، وإلا زيد على تلك الزيادة زيادة أخرى، كذلك دائمًا إلى أن يحدث من الزيادات خواص مُعطاة متى عُكست ورُكبت أنتجت المطلوب. وهذه الزيادات ليس تكون إلا بحدس صناعي هو الذي به يُتصيد المقدمات؛ وهذا الحدس هو الذي ذكرناه فيما

1 الاتفاق (الثانية): بالاتفاق [ب] الاتفاق من [س] – 4 البقية: النقطة [س] / أول الأقسام: وسطها [ب] / وسطها: اولها [ب] – 5 ترجع: يرجع [س] – 7 تبين: يتبين [ب] – 10 يكون أيضًا: ايضا يكون [س] – 12 يكون: ناقصة [س] / ذلك: ناقصة [س] – 13 أنه: انها [ب، س] / تكون: يكون [س] – 16 بطلب: يُطلب [ب] – 17 ذلك المطلوب: المفروض [س] / معطى: معطا [س] – 18 المطلوب: الموضوع [س] – 22 زيادة أخرى: ثانية [س].

تقدم من هذا القول؛ والقانون في هذا الحدس هو أن يتطلب زيادة متى أضيفت إلى الموضوع الأول حدث من مجموعهما خاصة أو خواص لم تكن موجودة قبل تلك الزيادة. فإن المحلل إذا تحرى هذه الطريقة لم يكن بُدّ من أن ينتهي إلى خاصة مُعطاة أو خاصة باطلة. فإن أدت هذه الطريقة إلى خاصة معطاة، فإن المعنى المبحوث عنه صحيح وله 5 حقيقة؛ وإن انتهت هذه الطريقة إلى خاصة باطلة، فإن المعنى / المبحوث عنه باطل ولا ب-٧١-و حقيقة له. وسنبين من بعد بالأمثلة كيف يزاد هذه الزيادات وكيف يُبحث عن خواصها وكيف تُعكس وكيف تُركب.

ثم إن التحليل إذا أدى إلى خاصة معطاة لها حقيقة، فإن ذلك التحليل إذا رُكب تبيّن منه بالبرهان الحقيقي أن المعنى المبحوث عنه حق وليس فيه شك. وإذا أدى التحليل 10 إلى مفروض محال دلّ ذلك على أن المعنى المبحوث عنه محال. ويكون ذلك التحليل بعينه برهانًا على بطلان الدعوى، إذا جُعل التحليل برهانًا بالخلف، لأن برهان الخلف هو أن نفرض الدعوى على ما ادّعي فيها ويُنظر فيما يلزم منها. والتحليل المؤدي إلى المحال قد فُرض فيه الدعوى على ما ادّعي فيها ثم نظر في لوازمها، فأدت تلك اللوازم إلى المحال؛ فالتحليل المؤدي إلى المحال هو برهان بالخلف على بطلان المعنى المبحوث عنه. فعلى هذه 15 الصفة يكون تحليل الجزئيات العلمية من المعاني التعليمية وتركيبها.

فأما تحليل القسم العملي فإنه من جنس الحيل. وذلك أن المطلوب هو عمل شيء من الأشياء ومع ذلك فهو من الأعمال اللطيفة، وجميع الأعمال اللطيفة هي من جنس الحيل. فأول ما ينبغي أن يعمله المحلل في تحليل الأجزاء العملية، من بعد أن يفرض المطلوب على غاية التمام والكمال، هو أن ينظر في خواصه اللازمة له إذا كان موجودًا 20 على الصفة المطلوبة في العمل، وينظر ما يلزم من تلك الخواص وما يلزم من لوازمها، إلى أن ينتهي إلى شيء معطى على مثل ما بينّا في تحليل القسم العلمي. فإن لم يظهر للمحلل خواص تؤدي إلى المطلوب، زاد في الموضوع زيادات تتولد منها خواص على ما مثّلنا في القسم العلمي، وينظر في خواص ما يحدث إلى أن ينتهي إلى شيء معطى؛

1 أضيفت: اضيف [س] – 2 تكن: يمكن [س] / تلك: ناقصة [س] – 3 تحرى: تجرى [ب، س] – 4 أدت: تادت [س] – 5 هذه الطريقة: الزيادات وتلك الخواص [س] – 8 لها: ولها [س] – 9 أدى: تأدى [ب] – 12 فيما: فيها [س] – 14 المؤدي: الذي يؤدي [س] – 16 العملي: العمل [س] – 17 الأشياء ... وجميع: ناقصة [ب] – 18 في: من [ب، س] / العملية: العلمية [س] / يفرض: نفرض [ب] – 19 التمام والكمال: تمامه وكماله [س] – 21 العلمي: العملي [ب، س] – 22 للمحلل: للمحل [ب] / إلى: ناقصة [ب] / تتولد: يتولد [ب] – 23 العلمي: العملي [ب، س] وكتب بعدها «وينظر العلمي» [س].

فإذا انتهى إلى شيء معطى، فحينئذٍ ينظر في كل واحد من تلك الخواص: كيف يمكن أن توجد تلك الخاصة وكيف يعمل الحيلة في وجودها ووقوعها وإخراجها إلى الفعل على الصفة التي تلزم من صورة المعنى المطلوب وجوده. وفي تأمله لكيفية وجود كل واحد من تلك الخواص وتمحل الحيلة في إخراج تلك الخاصة إلى الوجود، يظهر أن تلك الخاصة
5 تحتاج إلى شرط وتحديد أو لا تحتاج. فإن كانت من الخواص التي تحتاج إلى شرط، فإنه يظهر له أن تلك الخاصة، ربما لم يمكن أن توجد ولا يقع وجودها، وربما أمكن أن توجد. فعند هذا الترجح يظهر أن المطلوب يحتاج إلى تحديد. فحينئذٍ يجب أن يفرض وجود تلك الخاصة أو ذلك المعنى الذي ترجح وجوده، وينظر متى يمكن أن يتم ومتى لا يمكن أن يتم. فإذا تحررت له الصفة التي معها يتم وجود تلك الخاصة أو ذلك المطلوب، فقد تم
10 التحليل وتم وجود المطلوب. وإن كان في تأمله وتمحله لكيفية وجود الخواص والمعاني التي بها يتم المطلوب لا يعترضه في وجودها محال يمنع من شيء منها، فإن ذلك المطلوب لا يحتاج إلى شرط ولا إلى تحديد. فعند هذه الحال يعتمد إخراج تلك الخواص التي ظهرت إلى الفعل، ‹و›ما يعمل في إخراجه لتلك الخواص وتلك المعاني إلى الفعل يُظهر له أن تلك الخواص أو إحدى تلك الخواص تتم بعدّة وجوه أو لا تتم إلا بوجه واحد. فإن كانت
15 كل واحدة من تلك الخواص لا تتم إلا على وجه واحد، فالمطلوب غير سيّال؛ وإن كانت الخواص أو واحدة منها تتم بعدة وجوه، فإن ذلك المطلوب يتم بعدة وجوه. فإن انتهى التحليل في هذا القسم أيضًا إلى المحال، فإن ذلك المطلوب لا يتم. وجميع هذه الأقسام / التي هي تحليل القسم العملي من جنس واحد، وطريق تحليلها هو شبيه بتحليل القسم العلمي، إلا أن الفرق بين تحليل القسم العلمي وبين تحليل القسم العملي هو أن تحليل س-٣٥٠-و
20 القسم العلمي هو بحث عن خاصة هي للمعنى المبحوث عنه وموجودة فيه، وتحليل القسم العملي هو تمحل الحيلة في وجود المعنى المطلوب وإخراجه إلى الفعل، وطريق وجوده وإخراجه إلى الفعل هو إخراج كل واحدة من الخواص التي تظهر في التحليل إلى الفعل.

2 توجد: يوجد [س] / ووقوعها: وقوعها [س] – 4 الخاصة (الأولى): الصورة [ب] – 5 الخواص: خواص [س] – 6 توجد: يوجد [س] / يقع: يتم [س] / أن توجد: وجودها [س] – 8 أو: و [س] – 9 تحررت: تجردت [س] – 11 بها يتم: مما تم [س] / يعترضه: يعرضه [س] – 12 إلى (الثانية): ناقصة [ب] / يعتمد: نعتمد [ب] – 13 ما يعمل: بالعمل و [ب] – 14 إحدى: احد [ب، س] / تتم: تم [س] / لا: ناقصة [س] – 15 واحدة: واحد [س] / تتم: يتم [س] – 16 واحدة: واحد [س] / تتم: يتم [س] / فإن: وان [س] – 17 التحليل: تحليل [س] / في: ناقصة [س] – 19 تحليل (الثالثة): ناقصة [س] – 20 للمعنى: بالمعنى [س] – 21 وطريق: فطريق [س] – 22 تظهر: يظهر [س].

فهذا الذي ذكرناه هو جميع أقسام التحليل وكيفية كل قسم من أقسامه؛ وعند ذكرنا الأمثلة، يتضح كل واحد من هذه الأقسام وينكشف، ويظهر كيفية صناعة التحليل ووجودها بالفعل.

فأما قوانين هذه الصناعة وأصولها التي بها يتم وجود الخواص وتصيد المقدمات، وهي 5 من أصول التعاليم التي قدمنا القول بأن صناعة التحليل لا تتم إلا بتقديم العلم بها، فهي المعاني التي تسمى المعلومات. والمعلومات تنقسم إلى خمسة أقسام هي: المعلوم العدد، والمعلوم المقدار، والمعلوم النسبة، والمعلوم الوضع، والمعلوم الصورة. وكتاب أقليدس المترجم *بالمعطيات* يشتمل على معانٍ كثيرة من هذه المعلومات هي من آلات صناعة التحليل؛ وأكثر صناعة التحليل مبنية على تلك المعاني، إلا أنه قد بقيت معانٍ أخر من المعلومات 10 التي لا يُستغنى عنها في صناعة التحليل ويُفتقر إليها في كثير من الجزئيات المستنبطة بالتحليل، لم يتضمنها ذلك الكتاب ولا وجدناها في شيء من الكتب. ونحن نبيّن في هذا الكتاب ما نستعمله من / المعلومات في أمثلة التحليل من هذه المقالة مما هو موجود ب - ٧١ - ظ في الكتب ومما لم يذكر أيضًا، ونلخص كل واحد من المعاني المعلومة ونكشف حقيقته، ثم نستأنف للمعلومات مقالة مفردة من بعد فراغنا من هذه المقالة، نبيّن فيها مائيات 15 المعاني المعلومة التي نستعمل في علوم التعاليم ونستوفي جميع أقسامها، ونذكر سائر ما يتعلق بها.

فنقول هاهنا: إن المعلوم بالقول الكلي هو الذي لا يتغير، وذلك أن كل شيء يتغير وفي طبيعته التغير، فلا حقيقة له تُعيّن ويُشار إليها. وإذا لم تكن له حقيقة معينة ومُشار إليها هي مائيته، فليس يصح أن يُعلم، لأن كل ما نعلم منه، فهو يحتمل أن يتغير عما 20 هو عليه، فليس يكون الشيء معلومًا إلا إذا كان ثابتًا على حالٍ واحدة هي مائيته التي تخصه. وإذا كان ذلك كذلك، فالمعلوم هو الذي لا يتغير، وإذْ قد استقرت مائية المعلوم، فلنشرح كل واحد من المعاني المعلومة التي تقدم ذكرها التي هي مواد صناعة التحليل.

5 من: أثبتها في الهامش [ب] قد تقرأ «عن» [س] / بأن: فيها وان [ب] / تتم: يتم [س] – 6 تسمى: يسمى [س] – 8 معانٍ: معانى [ب، س] – 9 معانٍ: معانى [ب، س] – 10 عنها: عنهما [س] – 12 نستعمله: يستعمله [ب، س] / من (الأولى): ناقصة [س] مكررة [ب] – 13 ونكشف: ويكشف [س] – 15 نستعمل: يستعمل [س] / ونستوفي: ومستوفى [س] – 18 تكن: يكن [س] – 19 يحتمل: محتمل [ب] – 20 عليه: ناقصة [س] – 21 يتغير: يتغيره [س] / مائية: مائيته [ب، س] – 22 فلنشرح: فلتشرح في [س].

فنقول: إن المعلوم العدد هو الذي لا يتغير عدده، والعدد هو وحدة أو جملة مركبة من وحدات؛ فالمعلوم العدد هو الذي وحداته لا تتغير، أي لا تزيد ولا تنقص. والمعلوم القدر هو الذي لا يتغير مقداره، لأن المعلوم هو الذي لا يتغير. والمعلوم من الشيء المعلوم القدر هو مقداره، فالمعلوم القدر هو الذي لا يتغير مقداره. والمقادير تنقسم قسمين: طبيعية 5 وخيالية. فالمقادير الطبيعية هي الأجسام المحسوسة وسطوحها وأبعادها التي هي أطوالها وعروضها وأعماقها. والمقادير الخيالية هي الأبعاد المنتزعة بالتخيل من المقادير المحسوسة، وهذه الأبعاد هي الخط والسطح والجسم التعليمي. وقد حددنا هذه المعاني في كتابنا في شرح *مصادرات كتاب أقليدس*، ومع ذلك فإن هذه المعاني هي مشهورة عند كل من شدا شيئًا من علم الهندسة؛ وشهرتها تغني عن تحديدها في هذا الموضع. فالمعلوم القدر هو 10 الذي لا يتغير مقداره، والمقدار هو البعد أو الأبعاد، فالمعلوم القدر هو الذي لا يتغيّر بُعده أو أبعاده، أي لا يزيد بُعده أو أبعاده ولا ينقص.

والمعلوم النسبة هو الذي لا تتغير نسبته. والنسبة هي قياس كمية المنسوب إلى كمية المنسوب إليه. وليس تكون النسبة إلا في مقدارين من نوع واحد ويجتمعان تحت حدّ واحد. والنسبة تكون في نوعين هما العدد والمقادير. فأما النسبة التي في العدد الذي هو 15 أكثر من واحد، فإنها ترجع كلها إلى أصل واحد وهو أن أحد العددين يكون أجزاء من العدد الآخر، إنْ نُسب الأصغر إلى الأعظم وإنْ نُسب الأعظم إلى الأصغر؛ وإنْ نُسب المتساويان أحدهما إلى الآخر، كان كل واحد منهما أجزاءً من الآخر مع تساويهما، وذلك أن كل واحدة من الوحدات التي في العدد هي جزءٌ من العدد الآخر، وكل عدد أكثر من واحد فهو وحدات مجتمعة، وكل عدد فهو أجزاء من كل عدد، فكل عددين، فإن 20 أحدهما أجزاء من الآخر؛ فالمعلوم النسبة من الأعداد هما العددان اللذان لا تتغير أجزاء أحدهما من الآخر، أي لا تزيد وحدات كل واحد منهما ولا تنقص. فأما النسبة التي في المقادير، فإنها تنقسم قسمين: نسبة عددية ونسبة غير عددية. وقد بينا تفصيل كل واحدة من هاتين النسبتين في كتابنا في *شرح المصادرات* وبينا هناك أن كل واحدة من هاتين النسبتين موجودة في المقادير. ونحن نبيّن كل واحدة من هاتين النسبتين في هذا الموضع

1 مركبة: مركبه [ب] – 2 وحداته: وجد انه [ب] / تتغير: يتغير [ب، س] – 4 تنقسم: ينقسم [س] / قسمين: ناقصة [س]، فعل «انقسم» لازم يتعدى بحرف الجر «إلى» وسنتركها كما هي، ولن نشير إليها مرة أخرى – 9 وشهرتها: وشهر بها [ب] – 12 نسبته: بنسبته [س] / هي: هو [س]– 13 تكون: يكون [س] – 15 فإنها: فانه [س] / من: ناقصة [ب] – 17 أجزاء من: أجزائه [س] – 18 من (الأولى): ناقصة [س] – 19 فإن: وان [ب] – 20 هما: الضمير مثنى وهو يعود على مفرد: «المعلوم»، وسنتركها دون إشارة فيما بعد – 23-24 في كتابنا ... النسبتين (الأولى): ناقصة [ب] – 24 من هاتين النسبتين: منهما [س].

بقول مختصر يُفهم منه معناهما. وهو أن النسبة العددية التي تكون بين مقدارين هي التي
تكون / نسبة أحد مقداريها إلى الآخر كنسبة عدد إلى عدد؛ والنسبة الغير عددية هي س-٣٥٠-ظ
التي ليس نسبة مقداريها كنسبة عدد إلى عدد؛ والتي نسبة أحد مقداريها إلى الآخر
كنسبة عدد إلى عدد هي التي يكون أحد مقداريها جزءًا من الآخر أو أجزاءً من الآخر،
5 أعني أنه يمكن أن نقسم كل واحد منهما بأقسام متساوية ويكون كل واحد من أقسام
أحدهما مساويًا لكل واحد من أقسام الآخر، أو يكون أحدهما بقدر الآخر. والنسبة الغير
عددية هي التي لا يمكن فيها ذلك.

والنسبة المعلومة التي بين مقدارين تنقسم قسمين: أحد القسمين هو أن يكون نسبة
أحد المقدارين إلى الآخر كنسبة عدد معلوم إلى عدد معلوم، والقسم الآخر فهو أن يكون
10 نسبة أحد المقدارين إلى الآخر كنسبة مقدار معلوم، يمكن أن يوجد ويعين عليه، إلى مقدار
معلوم يمكن أن يوجد ويعين عليه. وقد يمكن أن يجمع القسمان تحت هذا القسم، فيقال:
إن النسبة المعلومة التي تكون بين مقدارين هي التي تكون نسبة أحد مقداريها إلى الآخر
كنسبة مقدار معلوم – يمكن أن يوجد ويُعين عليه – إلى مقدار معلوم يمكن أن يوجد ويُعين
عليه؛ لأن كل مقدارين نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة عدد معلوم إلى عدد معلوم، فقد
15 يمكن أن يوجد مقداران على نسبتهما. فالنسبة المعلومة التي بين مقدارين هي التي يمكن
أن يوجد مقداران معلومان على نسبة مقداريها. وإذا وجد مقداران معلومان على نسبة
مقدارين، فالنسبة التي بين ذينك المقدارين ليس تتغير، لأن المقدارين المعلومين اللذين
يوجدان ليس يتغيران لأنهما معلومان.

فأما المعلوم الوضع فهو الذي لا يتغير وضعه. فأما ما هو الوضع فهو النصبة، والنصبة
20 تتقوم بالقياس إلى شيء موضوع. والوضع يكون في الجسم ويكون في السطح ويكون في
الخط ويكون في النقطة. فالوضع في الجسم ينقسم قسمين: إما أن يكون مضافًا إلى
شيء ثابت، وإما / أن يكون مضافًا إلى شيء متحرك؛ فالمضاف إلى شيء ثابت هو ب-٧٢-و
الذي لا يتنقل ولا يتحرك بضرب من ضروب الحركات؛ فالجسم المعلوم الوضع المضاف

1 هو: ناقصة [س] – 2 نسبة أحد مقداريها إلى الآخر: ناقصة [س] – 3 مقداريها (الثانية): المقاداريها [س] – 4 جزءًا: جزء [س] – 5 نقسم: يقسم [س] – 6 أو: و [س] – 7 عددية: العددية [ب] / فيها: فيهما [س] – 8 والنسبة: فالنسبة [س] – 9-10 كنسبة ... الآخر: ناقصة [ب] – 9 فهو: ناقصة [ب] فوق السطر [س] – 12 مقداريها: مقداريهما [س] – 13-14 إلى ... عليه: ناقصة [ب] – 16 مقداران معلومان: مقدارين معلومين [س] – 17 تتغير: يتغير [س] – 19 النصبة: النسبة [س] – 19-20 والنصبة تتقوم: ناقصة [س] – 20 ويكون (الأولى): فيكون [س] – 23 يتنقل: ينتقل [ب] وكلاهما صحيح.

إلى شيء ثابت هو الذي يكون بُعدُ كل نقطة منه من النقط الثابتة الموجودة في الشيء الثابت بُعدًا واحدًا لا يتغير؛ وهذا القسم هو الذي يُسمى معلوم الوضع على الإطلاق. فأما الجسم المعلوم الوضع المضاف إلى شيء متحرك، فهو الذي يكون بُعدُ كل نقطة منه من كل نقطة من ذلك الشيء المتحرك بُعدًا واحدًا لا يتغير. فيلزم من ذلك أن يكون 5 المعلوم الوضع الذي بهذه الصفة، متى تحرك الشيء الذي هو مضاف إليه، تحرك ذلك الجسم المعلوم الوضع حركةً مساويةً لحركته، ويكون أبعاد ما بين كل نقطة منه وبين كل نقطة من الشيء الذي يُضاف إليه هي الأبعاد بعينها التي كانت بينهما، كالجزء المعين من أجزاء الجسم المتحرك، وكالعضو المعين من أعضاء الإنسان؛ فإن [أبعاد] الجزء المعين من أجزاء الجسم ليس تتغير أبعاد كل نقطة منه من كل نقطة من بقية أجزاء ذلك الجسم، 10 ومع ذلك فإن ذلك الجسم إذا تحرك، تحرك ذلك الجزء بحركته، وأبعاد كل نقطة من ذلك الجزء من كل نقطة من بقية ذلك الجسم أبعاد واحدة بأعيانها لا تتغير. وهذا القسم يُقال له المعلوم الوضع بالقياس إلى كذا وكذا، ولا يمكن أن يُشار إليه إلا ويُشار إلى الشيء الآخر الذي هو معلوم الوضع عنده مع الإشارة إليه. وكذلك السطوح المعلومة الوضع تنقسم أيضًا قسمين وحالها في أوضاعها كحال الأجسام لا فرق بينهما: فإما أن يكون 15 وضعها مُضافًا إلى سطوح أو خطوط أو نقط ثابتة، وإما أن يكون وضعها مضافًا إلى سطوح أو خطوط أو نقط متحركة، فيكون هذه السطوح متحركة بحركة الأشياء التي الوضع مضاف إليها.

وكذلك الخطوط ينقسم وضعها إلى قسمين على مثل قسمة السطوح، وكذلك النقط إذا قيل: إن النقطة معلومة الوضع على الإطلاق فهي التي وضعها مضاف إلى نقطة أو 20 نقط ثابتة وهي التي لا تنتقل ولا تتحرك. وإذا قيل: إن النقطة معلومة الوضع بالقياس إلى شيء متحرك فهي التي يكون بُعدها من كل نقطة من ذلك الشيء المتحرك بُعدًا واحدًا لا يتغير؛ وإذا تحرك ذلك الشيء، تحركت النقطة بحركته، كمركز الدائرة، فإن بُعده من كل نقطة من محيط الدائرة بُعدٌ واحدٌ لا يتغير، ومع ذلك فإن الدائرة إذا تحركت، تحرك مركزها معها، وكمركز الكرة، وكرأس المخروط؛ وأمثال ذلك كثير. فالمعلوم الوضع 25 ينقسم قسمين في كل واحد من المقادير التي هي الخط / والسطح والجسم، وهو أيضًا في النقط. س – ٣٥١ – ظ

1 من: في [س] – 6 وبين: من [ب، س] – 7 كالجزء: فاجز [س] – 8 المتحرك: ناقصة [س] – 9 أبعاد: لأبعاد [ب] – 11 تتغير: يتغير [ب، س] – 13 وكذلك: ولذلك [س] – 14 تنقسم: ينقسم [س] / فإما: اما [س] امكن [ب] – 15 نقط: نقطة [ب] – 25 كل: ناقصة [س].

وأما المعلوم الصورة، فليس يكون إلا في الأشكال فقط؛ فالشكل المعلوم الصورة هو الذي يكون زواياه معلومة ونسب أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة. والأشكال تكون في السطوح وفي الأجسام؛ والأشكال المسطحة قد يكون فيها أشكال معلومة الصورة؛ والأشكال المجسمة قد يكون فيها أشكال معلومة الصورة.

5 فهذا الذي ذكرناه هو جميع أقسام المعلومات، وجميعها يُستعمل في صناعة التحليل؛ وجميع المعلومات التي ذكرها أقليدس في كتابه المسمى *المعطيات* هي داخلة في جملة هذه الأقسام التي ذكرناها؛ وفيما ذكرناه شيء لم يذكره أقليدس: وهي الأشياء المعلومة الوضع المتحركة. وقد بقي من بعد هذه الأقسام معنى آخر، لم يذكره أحد من المتقدمين ولا وجدناه في شيء من الكتب، وهو من المعاني التي يُحتاج إليها في صناعة التحليل 10 ويعظم الانتفاع بها في استخراج المسائل؛ ونحن نذكر في هذا الموضع بعض أقسامه لنستعمله في أمثلة التحليل، ولنبين كيف يكون استعمال هذه المعلومات، وكيف تعرض الحاجة إليه، ونظهر موضع غنائه في صناعة التحليل وقصور ما هو موجود في الكتب من المعلومات عن استيفاء أقسام المعاني المعلومة؛ ثم نستوفي جميع أقسام المعلومات ونستقصي القول فيها في المقالة التي نستأنف تأليفها.

15 ‹الفصل الأول›

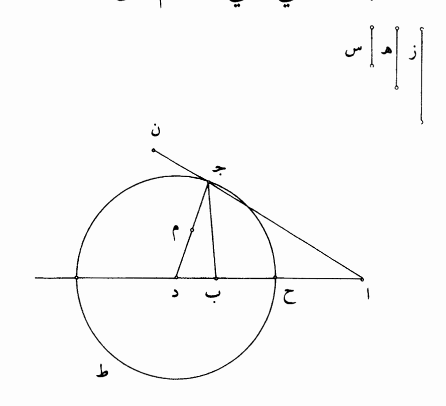
– آ – وأحد ما نذكره هاهنا هو: أن كل نقطتين معلومتي الوضع يخرج منهما خطان يلتقيان على نقطة واحدة، ويكون نسبة أحد الخطين إلى الآخر نسبة معلومة، فإن تلك النقطة هي على محيط دائرة معلومة الوضع.

ومثال ذلك: نقطتا آ ب معلومتا الوضع، وخرج منهما خطا اجـ ب جـ، وكانت نسبة 20 اجـ إلى جـ ب مثل نسبة معلومة، وهي نسبة ز إلى هـ، وهي نسبة أعظم إلى أصغر.

فنقول: إن نقطة جـ على محيط دائرة معلومة الوضع.

2 ونسب: وليست [ب] / في: ناقصة [س] – 3 والأشكال: فالأشكال [س] – 6 *المعطيات*: المعلومات [ب] – 7 ذكرناها: كرر بعدها «وفيما ذكرناها» [س] – 11 لنستعمله: نستعمله [س] ليستعمله [ب] / ولنبين: وسنبين به [س] / استعمال: غير واضحة [س] – 12 غنائه: عناية [س] / وقصور: وتصور [ب] – 16 آ: ناقصة [س] – 17 نسبة أحد الخطين: مكررة [س] – 19 وخرج: خرج [ب] – 20 ز: د [ب] – 21 فنقول: اقول [س].

برهان ذلك: أنا نصل ا ب ونخرجه على استقامة في جهة ب إلى د، ونعمل على خط ا جـ على نقطة جـ منه زاوية مساوية لزاوية جـ ب د، وليكن خطها الحادث خارجًا في جهة ب، ولتكن زاوية ا جـ م؛ فيكون خط جـ م خارجًا عن مثلث ا جـ ب، لأن زاوية ا جـ م مساوية لزاوية جـ ب د التي هي أعظم من زاوية ا جـ ب.



5 فأقول أولاً: إن خط جـ م يلقى خط ب د.

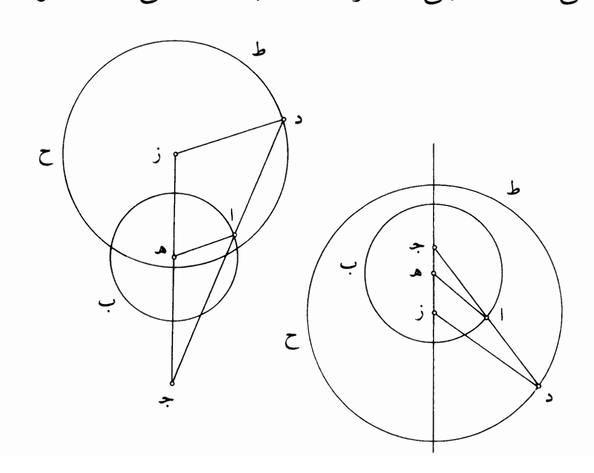
ونخرج خط ا جـ على استقامة إلى ن، فتكون زاوية ن جـ م مساوية لزاوية جـ ب ا، وزاوية جـ ب ا أعظم من زاوية جـ ا ب لأن ا جـ أعظم من جـ ب، وذلك أن نسبة ا جـ / إلى جـ ب نسبة أعظم إلى أصغر، فزاوية ن جـ م أعظم من زاوية جـ ا ب، فزاويتا ب-٧٢-ظ م جـ ا جـ ا ب أقل من قائمتين، فخطا جـ م ا ب يلتقيان في جهة ب، فيلتقيا على 10 نقطة د. فيكون مثلثا ا جـ د ب جـ د متشابهين، وذلك أن زاوية ا جـ د مساوية لزاوية جـ ب د وزاوية ا د جـ مشتركة للمثلثين، فيبقى زاوية ب جـ د مساوية لزاوية جـ ا د. فنسبة ا د إلى د جـ كنسبة جـ د إلى د ب وكنسبة ا جـ إلى جـ ب. ونسبة ا جـ إلى جـ ب كنسبة ز إلى هـ المعلومة، فنسبة ا د إلى د جـ كنسبة ز إلى هـ. ونجعل نسبة هـ إلى س كنسبة ز إلى هـ، فيكون نسبة هـ إلى س كنسبة جـ د إلى د ب. فيكون نسبة ا د إلى 15 د ب كنسبة ز إلى س؛ ونسبة ز إلى هـ معلومة، فنسبة هـ إلى س معلومة، ونسبة ز إلى س معلومة، كما تبيّن في الشكل الثامن من *المعطيات*. فنسبة ا د إلى د ب نسبة معلومة، فنسبة ا ب إلى ب د معلومة، كما تبيّن في الشكل الخامس والشكل الثامن من *المعطيات*.

3 ولتكن: وليكن [س]، وهي جائزة، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 6 خط: ناقصة [س] / إلى: ناقصة [س] – 9 أقل ... ب: مكررة [ب] / قائمتين: خطين قائمتين [س] / فيلتقيا: يلتقيا [س] – 10 د: ر [س] / ا جـ د: ا جـ ر [س] – 11 فيبقى زاوية: فزاوية [ب] – 15 ز (الثانية): د [ب] / معلومة (الأولى): المعلومة [ب] / ز: د [ب] – 17 في: من [س] / الخامس: هـ [ب] / الثامن: ح [ب].

وا ب معلوم القدر والوضع، فخط ب د معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل الثاني من *المعطيات*. فنقطة د معلومة وخط ا د معلوم القدر، وخط د ب معلوم القدر، والسطح الذي يحيط به خطا ا د د ب معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل الخمسين من *المعطيات*. والسطح الذي يحيط به خطا ا د د ب مساوٍ لمربع د جـ، لأن د جـ متوسط في النسبة فيما بينهما. فخط د جـ معلوم القدر. ونجعل د ح مثل د جـ، فيكون خط د ح معلوم القدر ونقطة د منه معلومة، فنقطة ح معلومة، فخط د ح معلوم الوضع. فنجعل د مركزًا وندير بِبُعد د ح دائرة، فهي تمرّ بنقطة جـ لأن د جـ مثل د ح، ولتكن دائرة ح جـ ط؛ فدائرة ح جـ ط معلومة الوضع، لأن مركزها معلوم الوضع ونصف قطرها معلوم القدر، وهي تمرّ بنقطة جـ؛ فنقطة جـ على محيط دائرة معلومة الوضع وهي دائرة / ح جـ ط؛ س-٣٥١-و
وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– ب – وأيضًا، فإنا نقول: إنه إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع ونقطةٌ معلومة الوضع، وخرج من النقطة خط إلى محيط الدائرة، وأنفذ على استقامة حتى صارت نسبة الخط الأول إلى الخط الثاني نسبة معلومة، فإن النقطة التي هي نهاية الخط الثاني هي على محيط دائرة معلومة ‹القدر و›الوضع.

مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع ونقطة جـ معلومة، وخرج من نقطة جـ خط جـ ا ونفذ على استقامة إلى د، وكانت نسبة جـ ا إلى ا د معلومة.



2 والسطح: فالسطح [س] – 7 دائرة: ودائرة [س] / دائرة: أثبتها فوق السطر [ب] – 11 ب: ناقصة [س] – 12 خط: خطا [ب] – 13 هي نهاية: بها صار هي نهاية [ب]، وأثبت «بها» فوق السطر – 15 نقطة (الثانية): نقط [س] – 16 وكانت: فكانت [س].

فأقول: إن نقطة د على محيط دائرة معلومة ‹القدر و›الوضع.

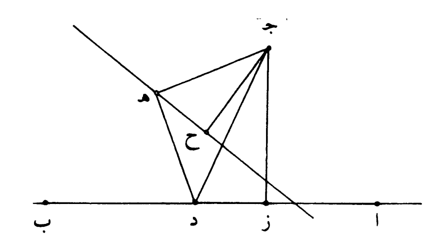
برهانه: أنا نحد مركز الدائرة وليكن هـ، ونصل جـ هـ، ونخرجه على استقامة في جهة هـ، ونصل هـ ا، ونتوهم د ز موازيًا لخط ا هـ. فيكون نسبة ز د إلى هـ ا كنسبة د جـ إلى جـ ا وكنسبة ز جـ إلى جـ هـ. ونسبة د جـ إلى جـ ا معلومة لأن نسبة د ا إلى ا جـ معلومة، كما تبيّن في الشكل السادس من *المعطيات*. فنسبة ز د إلى هـ ا معلومة ونسبة ز جـ إلى جـ هـ معلومة وهـ ا معلوم القدر وهـ جـ معلوم القدر. فخط ز د معلوم القدر، وخط ز جـ معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل الثاني من *المعطيات*. ولأن نقطتي جـ هـ معلومتا الوضع، يكون خط جـ هـ معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل الخامس والعشرين من *المعطيات*. فخط جـ ز معلوم القدر والوضع ونقطة جـ منه معلومة، فنقطة ز منه معلومة، كما تبيّن في الشكل السادس والعشرين من *المعطيات*. ونجعل نقطة ز مركزًا وندير بِبُعد ز د المعلوم القدر دائرة، ولتكن دائرة د ح ط؛ فتكون دائرة د ح ط معلومة القدر والوضع، لأن مركزها معلوم الوضع ونصفَ قطرها معلومُ القدر. ونقطة د هي على محيط هذه الدائرة، فنقطة د على محيط دائرة معلومة القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– جـ – وأيضًا، فإنا نقول: إنه إذا كان خط مستقيم معلوم الوضع ونقطة جـ مفروضة خارجة عنه، وخرج من النقطة خط مستقيم إلى الخط المعلوم الوضع ثم انعطف على زاوية معلومة، فكانت نسبة الخطين الحادثين أحدهما إلى الآخر نسبة معلومة، فإن النقطة التي هي طرف الخط الثاني هي على خط مستقيم معلوم الوضع.

مثال ذلك: خط ا ب معلوم الوضع ونقطة جـ معلومة، وخرج خط جـ د ‹إلى نقطة د على خط ا ب المعلوم›، وانعطف جـ د على خط د هـ، فأحاط مع د هـ بزاوية معلومة، وهي زاوية جـ د هـ، وكانت نسبة جـ د إلى د هـ نسبة معلومة.

فأقول: إن نقطة هـ على خط مستقيم معلوم الوضع.

1 فأقول: اقول [س] – 2 برهانه: برهان [س] / نحد: نجد [ب، س] – 4 جـ ا (الثانية): د ا [س] – 6 معلوم (الأولى): معلومة [س] – 8 معلومتا: معلومتى [ب] / جـ هـ: هـ جـ [س] – 8-9 الخامس والعشرين: كه [س] وغالبًا ما يستعمل صيغة الجمّل، ولن نشير إليها فيما بعد – 9 زَ: اَ [س] – 11 ببعد: أثبتها في الهامش [ب] / المعلوم: المعلومه [س] – 15-16 ونقطة جـ ... الوضع: ناقصة [ب] – 17 فكانت: وكانت [ب].



برهان ذلك: أنا نصل جـ هـ، فيكون مثلث جـ د هـ معلوم الصورة، كما تبيّن في
الشكل التاسع والثلاثين من *المعطيات*، / فتكون زاوية د جـ هـ معلومة وزاوية جـ هـ د ب-٧٣-و
معلومة. ونخرج من نقطة جـ عمودًا على خط ا ب، وليكن جـ ز؛ فيكون جـ ز معلوم
الوضع، كما تبيّن في الشكل التاسع والعشرين من *المعطيات*. وخط ا ب معلوم الوضع
5 ومقاطعٌ لخط جـ ز. فنقطة ز معلومة، كما تبيّن في الشكل كد من *المعطيات*. فخط جـ ز
معلوم النهايتين، فهو معلوم القدر والوضع. ونعمل على خط جـ ز زاوية ز جـ ح مساوية
لزاوية د جـ هـ المعلومة، فيكون خط جـ ح معلوم الوضع، كما تبين في الشكل الثامن
والعشرين من *المعطيات*. ونجعل نسبة ز جـ إلى جـ ح كنسبة د جـ إلى جـ هـ المعلومة.
فيكون جـ ح معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل الأول من *المعطيات*. ونصل هـ ح. فلأن
10 زاوية ز جـ ح مثل زاوية د جـ هـ تكون زاوية ز جـ د مثل زاوية ح جـ هـ؛ ولأن نسبة ز جـ
إلى جـ ح كنسبة د جـ إلى جـ هـ، يكون نسبة ز جـ إلى جـ د كنسبة ح جـ إلى جـ هـ.
فمثلث ح جـ هـ شبيه بمثلث ز جـ د، فزاوية جـ ح هـ مثل زاوية جـ ز د. وزاوية جـ ز د
قائمة، فزاوية جـ ح هـ قائمة. فقد خرج من نقطة / ح المعلومة خط ح هـ فأحاط مع س-٣٥٢-و
ح جـ المعلوم الوضع بزاوية معلومة. فخط ح هـ معلوم الوضع، فنقطة هـ على خط مستقيم
15 معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وهذه المعاني التي ذكرناها من المعلومات مقنعة فيما نستعمله ونبيّنه في هذه المقالة
من كيفية التحليل.

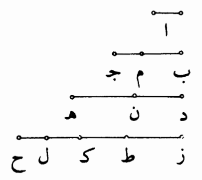
– د – فلنبيّن الآن كيفية التحليل بالأمثلة، ولنذكر لكل واحد من الأقسام التي قسمنا
بها جميع المعاني التي تستخرج بالتحليل مثالاً يُكشف به كيفية استخراج المسائل التي
20 تدخل تحت ذلك القسم وكيفية التحليل في استخراجها.

5 فنقطة: نقطة [س] / فخط: المخطوطة متآكلة في هذا الموضع [س] – 6 جـ ز: ز جـ [س] – 7 المعلومة: المعلوم [ب] / الوضع: ناقصة [ب] / كما: بعدها كلمة غير واضحة [س] – 9 الشكل: ناقصة [ب] – 10 ز جـ ح: جـ ح [س] / ز جـ: ز ح [ب] – 11 جـ ح: جـ د [ب] / د جـ: ح جـ [ب] / ز جـ: ز ح [ب] – 13 ح هـ: جـ هـ [ب] – 14 ح هـ: جـ هـ [ب] – 16 نستعمله: يستعمله [ب] – 18 د: ناقصة [س].

فنقول: إن المثال في القسم العلمي من المسائل العددية مثل قولنا: إذا كانت أعداد متوالية متناسبة وفُصل من كل واحد من الثاني والأخير مثل الأول، فإن نسبة الباقي من الثاني إلى الأول هي كنسبة الباقي من الأخير إلى جميع الأعداد التي قبله.

وكيفية التحليل في استخراج هذه المسألة هي أن نفرض الدعوى على غاية التمام، وننظر في خواص الأعداد المدعى فيها هذه الدعوى، ثم فيما يلزم تلك الخواص، وفيما يلزم ما يلزم منها إلى أن ننتهي إلى خاصة معطاة، كما حددنا فيما تقدم.

فليكن الأعداد المتوالية المتناسبة أعداد ا ب جـ د هـ ز ح، وقد فُصل من ب جـ الثاني جـ م مثل ا، وفصل من ز ح الأخير ل ح مثل ا.



فأقول: إن نسبة ب م إلى ا هي كنسبة ز ل إلى جميع د هـ ب جـ ا.

فنفرض أن ذلك كذلك، ويُنظر في خواص هذه الأعداد التي هي موضوع المعنى المدعى الذي يجب أن يُبحث عنه لتعرف صحته من سقمه. وإذا نُظر في خواص هذا الشكل، فأول ما يظهر منها هو أن الثاني أعظم من الأول، لأنه ليس يمكن أن يُفصل من الثاني مثل الأول، إلاّ بعد أن يكون الثاني أعظم من الأول. وإذا كان الثاني أعظم من الأول، فإن كل واحد من الأعداد الباقية أعظم من الذي قبله. ولأن هذه الأعداد متناسبة، فيجب أن نبحث عن خواص الأعداد المتناسبة. ولأن هذه الأعداد قد نقص من بعضها نقصان، فيجب أن يبحث عن خواص الأعداد المتناسبة التي قد نقص منها نقائص. وقد تبيّن في الشكل الثاني عشر من المقالة السابعة من كتاب أقليدس أن كل عددين يُنقص منهما عددان، فيكون نسبة الكل إلى الكل كنسبة المنقوص إلى المنقوص، فإن نسبة الباقي إلى الباقي هي نسبة الكل إلى الكل، فيلزم من ذلك أن تكون هذه الأعداد إذا نُقص من كل واحد منها العدد الذي قبله، كانت نسبة البقايا بعضها إلى بعض كنسبة الأعداد المنقوصة بعضها إلى بعض. فإذا بدلت النسبة، كانت نسبة بقية أحد

1 العددية: ناقصة [ب] – 2 والأخير: والآخر [س] والا [ب] – 3 الأخير: الاخر [س] – 4 هي: هو [ب، س] – 8 جـ م: ناقصة [ب] / فصل: ناقصة [ب] – 10 وينظر: فننظر [ب] – 11 لتعرف: ليعرف [ب] – 17 أقليدس: غالبًا ما كتبها «أوقليدس»، ولن نشير إليها فيما بعد [ب] – 18 فيكون: ويكون [س] – 20 منها: منهما [س] – 21 فإذا: واذا [س].

الأعداد إلى ما نقص منه كنسبة بقية كل واحد من الأعداد إلى ما ينقص منه. وهذا النظر هو الحدس الصناعي الذي أوجب زيادة في الموضوع، والزيادة هي نقصان كل عدد من العدد الذي يليه. فنفصل من عدد د هـ الثالث ن هـ مثل ب جـ ومن ز ح الرابع ط ح مثل د هـ؛ فيكون نسبة ز ط إلى د ن كنسبة ز ح إلى د هـ، ‹التي هي كنسبة

5 ط ح إلى هـ ن›، ويكون نسبة ز ط إلى ط ح كنسبة د ن إلى ن هـ. وكذلك تكون نسبة د ن إلى ن هـ كنسبة ب م إلى م جـ، فيكون نسبة ز ط إلى ط ح كنسبة د ن إلى ن هـ وكنسبة ب م إلى م جـ.

وإذا نظر في خواص الأعداد المتناسبة نظرًا ثانيًا، فإنه يوجد نسبة الواحد من المقدمات إلى نظيره من التوالي كنسبة كل المقدمات إلى كل التوالي، لأن ذلك قد تبيّن في

10 الشكل يجـ من المقالة السابعة من كتاب أقليدس. فيكون نسبة ز ط د ن ب م مجموعةً إلى ط ح ن هـ م جـ مجموعة كنسبة ب م إلى م جـ وم جـ مثل ا. فنسبة مجموع ز ط د ن ب م إلى مجموع ط ح ن هـ م جـ هي نسبة ب م إلى ا. وط ح ن هـ م جـ هي أعداد / د هـ ب جـ ا، فنسبة ز ط د ن ب م إلى مجموع د هـ ب جـ ا هي نسبة ب م إلى ا. وقد كانت الدعوى أن نسبة ب م إلى ا هي نسبة ز ل إلى مجموع د هـ ب جـ

15 ‹ا›./ فمجموع البقايا التي هي ز ط د ن ب م مساوية لعدد ز ل.

فلننظر الآن إن كانت البقايا التي هي ز ط د ن ب م مساوية للبقية التي هي ز ل، فالدعوى صحيحة وهي معنى حقيقي؛ وإن كانت هذه البقايا غير مساوية للبقية التي هي ز ل، فالدعوى باطلة ولا حقيقة لها. وقد كنا فصلنا ط ح مثل د هـ ود هـ أعظم من ب جـ، فـ ط ح أعظم من ب جـ. فنفصل من ط ح مثل ب جـ، وليكن كـ ح. وب جـ

20 هو أعظم من ا، فـ كـ ح أعظم من ا، ول ح مثل ا، فـ كـ ح أعظم من ل ح. ولأن ل ح مثل ا وم جـ مثل ا، يكون ل ح مثل م جـ، ولأن كـ ح مثل ب جـ ول ح مثل م جـ، يكون كـ ل مثل ب م؛ ولأن ط ح مثل د هـ وكـ ح مثل ن هـ، يكون ط كـ مثل د ن. فالفضلات التي هي ز ط ط كـ كـ ل مثل البقايا التي هي ز ط د ن ب م.

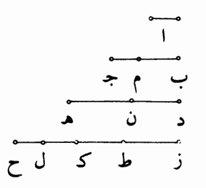
ب – ٧٣ – ظ

س – ٣٥٢ – ظ

2 هي: هو [س] – 3 من العدد: منه [س] – 6 ن هـ (الأولى): ن د [س] – 10 يجـ: لح [ب] / نسبة: ناقصة [س] / ز ط: د ط [ب] – 11 ن هـ: ن م [س] / وم جـ: ناقصة [ب] / مجموع: ناقصة [ب] / ز ط: ن ط [س] – 12 ب م: كتب بعدها «مجموعة» [ب] / ا وط ح: ا جـ ط ح [س] – 14-15 إلى ا هي ... ‹ا›: المخطوطة متآكلة في هذا الموضع [س] – 14 وقد: فقد [ب] – 15 ز ط: د ط [ب] / د ن: د ب [س] / ز ل: د ل [ب] – 17 مساوية: متساوية [س] – 19 فـ ط ح: وط ح [س] / مثل: بمثل [ب] – 20 هو: ناقصة [ب] / من (الثانية): ناقصة [س] – 22 ب م: ب جـ [س] / د هـ: د ح [ب] / وكـ ح: وط ح [س] – 23 ز ط (الأولى والثانية): ن ط [س].

وفضلات ز ط ط ك ك ل هي ‹كل› البقية التي هي ز ل. وإذا كانت البقايا مساوية لـ ز ل، فالدعوى صحيحة لا شك فيها. فهذا الذي ذكرناه هو تحليل هذه المسألة، وتبيّن منه كيفية التحليل لهذه المسألة ولكل مسألة عددية علمية حقيقية.

فأما تركيب هذه المسألة فهو أن نفرض الأعداد المتوالية المتناسبة وليكن ا ب جـ د هـ ز ح؛ ونفصل من الثاني ومن الأخير مثل الأول، وهما م جـ ل ح. ثم نفصل من ز ح مثل د هـ، وليكن ح ط؛ ونفصل من ح ط مثل ب جـ وليكن ح كـ. ثم يتبيّن أن الفضلات التي هي ز ط ط ك ك ل، التي مجموعها ز ل، مساوية للزيادات التي تزيد بها مقادير ز ح د هـ ب جـ ‹ا› بعضها على بعض، وهذه المقدمة هي التي كان التحليل انتهى إليها.



وأيضًا، فإن نسبة هذه الفضلات إلى مقادير د هـ ب جـ ا هي نسبة ب م إلى ا. أما أن فضلات ز ط ط ك ك ل مساوية لزيادات مقادير ز ح د هـ ب جـ ‹ا› بعضها على بعض، فهو بيّن لأنا فصلنا مقادير ح ط ح ك ح ل مساوية لمقادير د هـ ب جـ ا. وأما أن نسب هذه الفضلات إلى مقادير د هـ ب جـ ا كنسبة ب م إلى ا، فإنه يتبيّن هكذا: وهو أن نسبة ز ح إلى ح ط كنسبة ح ط المنقوص إلى ح ك المنقوص، وكنسبة ز ط الباقي إلى ط ك الباقي. وكذلك نسبة ط ح إلى ح ك هي كنسبة ح ك إلى ح ل وكنسبة الباقي، وهو ط ك، إلى الباقي، وهو ك ل. ونسبة ط ح إلى ح ك هي كنسبة ز ح إلى ح ط، ‹التي هي كنسبة ز ط إلى ط ك›، فنسبة ز ط إلى ط ك هي كنسبة ط ك إلى ك ل. وإذا بدلنا كانت نسبة ز ط إلى ط ح كنسبة ط ك إلى ك ح.

وكذلك نبيّن أن نسبة ط ك إلى ك ح كنسبة ك ل إلى ل ح، فنسبة ز ط إلى ط ح كنسبة ط ك إلى ك ح وكنسبة ك ل إلى ل ح. ونسبة واحد من المقدمات إلى واحد من

2 وتبين: يتبين [س] – 4 تركيب: كتب «التركيب»، ثم ضرب على «ال» بالقلم [ب] – 5 من (الثالثة): في [س] – 7 ط ك: ك ط [س]، والكاف فوق السطر – 8-12 وهذه ... بعض: ناقصة [س] – 16 إلى ح ك: ناقصة [ب] – 19 نبين: يتبين [س] / ز ط: د ط [ب].

التوالي كنسبة كل المقدمات إلى كل التوالي. فنسبة كـ ل إلى ل ح كنسبة ز ل إلى مجموع ط ح كـ ح ل ح؛ وط ح مثل د هـ، وكـ ح مثل ب جـ، ول ح مثل ا، وكـ ل مثل ب م، فنسبة ب م إلى ا كنسبة ز ل إلى مجموع د هـ ب جـ ا؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وهذا البرهان هو عكس التحليل الذي تقدم، أعني أن المقدمات المستعملة في هذا 5 البرهان هي المقدمات التي ظهرت في التحليل، وترتيبها هو بالعكس من ترتيبها في التحليل.

‹هـ› فأما المثال فيما يؤدي إلى المحال فمثل أن يقال في هذا الشكل بعينه: إذا كانت أعداد متوالية متناسبة ونقص من الثاني مثل الأول، فإن نسبة العدد الباقي من الثاني إلى الأول هي كنسبة العدد الأخير إلى جميع الأعداد التي قبله.

فإن هذا المعنى إذا حلل، فطريق تحليله هو الطريق الذي ذكرناه، وهو أن ننظر في 10 خواص الأعداد المتوالية المتناسبة وفي خواص ما ينقص منها. فينتهي التحليل إلى أن ينقص من كل عدد العدد الذي قبله، وتبقى بقايا وتكون نسبة جميع البقايا إلى الأعداد التي نقصت منها كنسبة بقية الثاني إلى العدد الأول. والأعداد التي نقصت منها الأعدادُ التي قبلها هي الأعداد التي يعدّها الأول، والمنقوصات هي جميع الأعداد التي قبل الأخير، فيكون نسبة جميع البقايا إلى جميع الأعداد التي قبل الأخير هي نسبة بقية 15 الثاني إلى العدد الأول. والدعوى هي أن نسبة بقية الثاني إلى العدد الأول كنسبة العدد الأخير إلى جميع الأعداد التي قبله. فيلزم من التحليل أن يكون جميع البقايا مساوية للعدد الأخير، فإذا نقص من العدد الأخير كل واحد من الأعداد التي قبله، كانت البقايا تنقص عن العدد الأخير بمقدار العدد الأول. لأنه قد تبيّن في التحليل الأول أن البقايا مساوية لعدد ز ل ول ح مثل الأول، فيكون هذا التحليل الثاني قد أدى إلى أن البقايا 20 هي عدد ز ل، وكان يجب أن يكون البقايا مساوية لجميع ز ح؛ فيلزم من هذا التحليل أن يكون ز ل مثل ز ح، وهذا محال؛ وهذا المحال أدى / إليه التحليل الذي فرض فيه الدعوى التي هي: أن نسبة بقية الثاني إلى الأول هي نسبة جميع العدد الأخير إلى جميع الأعداد التي قبله. ب-٧٤-و

4 هذا (الثانية): ناقصة [ب] – 5 وترتيبها: وترتبها [ب، س] / ترتيبها: ترتبها [ب، س] – 7 ونقص: وبعض [س] / العدد: ناقصة [س] – 13 يعدّها: يعد [ب، س] – 14 فيكون ... الأخير: ناقصة [ب] – 15 إلى (الثانية): ناقصة [س] – 17 فإذا: واذا [س] – 21 وهذا (الثانية): او هذا [ب].

وإذا كان التحليل قد أدى إلى معنى باطل، فالمعنى المبحوث عنه باطل ولا حقيقة له، لأن المحال إنما عرض من فرضنا المعنى المبحوث عنه على ما هو عليه، وهذا التحليل بعينه هو برهان على أن المعنى / المبحوث عنه محال إذا جعل هذا التحليل برهانًا بالخلف كما بيّنا فيما تقدم، فعلى هذا المثال يكون تحليل المعاني العددية العلمية إذا كانت باطلة. س-٣٥٣-و

5 ‹وَ› فأما المثال في القسم العملي المحدود من المسائل العددية، فمثل قولنا: نريد أن نقسم عددين مفروضين بنسبتين مفروضتين.

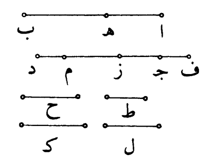
فليكن العددان ا ب جـ د والنسبتان نسبة ح إلى ط ونسبة ك إلى ل.

وتحليل هذه المسألة يكون على هذه الصفة: نفرض أن العددين قد انقسما على نقطتي هـ ز وصارت نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ح إلى ط ونسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ك إلى ل، ونسبة ح إلى ط ليست كنسبة ك إلى ل، فيكون نسبة ا هـ إلى جـ ز ليست كنسبة هـ ب إلى ز د. فينبغي للمحلل أن ينظر في خواص النسب المختلفة. وإذا نظر في خواص النسب المختلفة، تبيّن له أن إحدى النسبتين أعظم من الأخرى، فيلزم من ذلك أن تكون إحدى نسبتي ا هـ إلى جـ ز وهـ ب إلى ز د أعظم من الأخرى. فهذا القدر هو الذي يظهر في هذا الموضع. فإن لم يزد المحلل على هذا الموضوع زيادة تظهر بها خاصة زائدة، لم يتم البحث عن هذا المعنى؛ وهذه الزيادة هي التي تحتاج إلى الحدس حتى تكون الزيادة تولد خاصة زائدة، والزيادة التي تولد خاصة زائدة هي أن نزيد ‹في› أصغر النسبتين ‹حتى تصير› مثل أعظمهما أو ننقص من أعظم النسبتين حتى تصير مثل أصغرهما. وليكن نسبة هـ ب إلى ز د أصغر من نسبة ا هـ إلى جـ ز، فنجعل نسبة هـ ب إلى ز م كنسبة ا هـ إلى جـ ز، فيكون ز م أصغر من ز د وتكون نسبة ا ب إلى جـ م كنسبة ا هـ إلى جـ ز؛ ونسبة ا هـ إلى جـ ز هي كنسبة ح إلى ط. فيكون نسبة ا ب إلى جـ م كنسبة ح إلى ط. ونسبة ا ب إلى جـ م أعظم من نسبة ا ب إلى جـ د، فنسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة ح إلى ط. وأيضًا، فلأن نسبة هـ ب إلى ز د أصغر من نسبة ا هـ إلى جـ ز، يكون نسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ا هـ إلى عدد هو أعظم من ز جـ،

1 وإذا: واذا [ب] – 2 المبحوث: أثبتها في الهامش [س] – 3 إذا: اذ [ب] – 9 ز د: ز و [س] – 10 جـ ز: حـ و [س] – 11 للمحلل: للمحل [ب] – 13 القدر: العدد [ب] – 15 وهذه: وهذا [س] – 16 نزيد: ننقص [ب] ننقص من [س] – 17 أو: و [س] / ننقص من: نزيد في [ب، س] / حتى: معنى [س] – 18 ز د: ب د [ب] – 19 جـ ز: جـ د [س] / ا ب: ناقصة [س].

فليكن ذلك جميع العدد ز ف. فتكون نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة هـ ب إلى ز د وكنسبة جميع ا ب إلى جميع ف د. فيكون نسبة ا ب إلى ف د كنسبة هـ ب إلى ز د. ونسبة هـ ب إلى ز د هي كنسبة ك إلى ل، فنسبة ا ب إلى ف د كنسبة ك إلى ل ونسبة ا ب إلى ف د أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د، فنسبة ا ب إلى جـ د أعظم من نسبة ك إلى ل. فنسبة ا ب إلى جـ د أعظم من إحدى النسبتين المفروضتين وأصغر من النسبة الأخرى.

فقد أدى التحليل إلى أن نسبة أحد العددين المفروضين إلى الآخر أعظم من إحدى النسبتين المفروضتين وأصغر من النسبة الأخرى، وإلى أن إحدى النسبتين المفروضتين هي نسبة أحد العددين إلى بعض الآخر، وأن النسبة الأخرى هي نسبة ذلك العدد إلى عدد أعظم من الآخر. فلينظر المحلل عند هذه الحال في نسبة العددين المفروضين؛ فإن كانت أعظم من إحدى النسبتين وأصغر من الأخرى، فإن المطلوب ممكن، وإن كانت ليست أعظم من إحدى النسبتين وأصغر من الأخرى، فإن المطلوب غير ممكن.



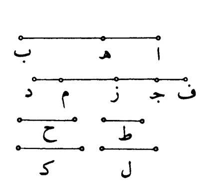
فقد انتهى التحليل أيضًا إلى أن نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة هـ ب إلى ز د، فيكون نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة ف ز إلى ز د. ونجد أيضًا أن نسبة ا ب إلى جـ م كنسبة ا هـ إلى جـ ز، فيكون نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة هـ ب إلى ز م. فيكون نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة جـ ز إلى ز م. وقد كانت نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة ف ز إلى ز د، فيكون نسبة جـ ز إلى ز م كنسبة ف ز إلى ز د وكنسبة الباقي – وهو ف جـ – إلى الباقي وهو م د.

فقد انتهى التحليل إلى أن نسبة قسمي جـ م – أحدهما إلى الآخر – كنسبة جـ ف – التي هي زيادة ف د على د جـ – إلى م جـ الذي هو نقصان جميع جـ م عن جـ د. وهذا المعنى ممكن غير متعذر، أعني أنه يمكن أن يقسم جـ م بقسمين تكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة ف جـ – التي هي الزيادة – إلى م د الذي هو النقصان.

1 جميع: ناقصة [ب] / ف ز: ز ف [س] – 6 العددين... إحدى: مكررة [ب] – 8-9 وأن ... الآخر: مكررة [ب] – 8 الأخرى: ناقصة [ب] – 12 فقد: وقد [س] / ف ز: ف د [س] – 16 ز م: د م [س] / ف جـ: م جـ [ب] – 17 إلى (الأولى): ناقصة [س] – 18 د جـ: ر جـ [س] / جميع: ناقصة [س].

وإذْ قد انتهى التحليل إلى معنى ممكن، فإن هذا التحليل إذا عُكس ورُكب أنتج المطلوب؛ وكانت الخواص التي ظهرت بالتحليل مقدمات يتركب منها قياس برهاني يدل على صحة وجود / المطلوب. ب - ٧٤ - ظ

وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف: نفرض المقدارين والنسبتين، وليكن نسبة أحد 5 المقدارين إلى الآخر أعظم من إحدى النسبتين وأصغر من النسبة الأخرى، ونجعل نسبة ا ب إلى جـ م كنسبة ح إلى ط التي هي أعظم النسبتين، فيكون جـ م أصغر من جـ د. ونجعل نسبة ا ب إلى د ف كنسبة ك إلى ل التي هي أصغر النسبتين، فيكون د ف أعظم من جـ د، ونجعل نسبة جـ ز إلى ز م كنسبة ف جـ إلى م د، ونجعل نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة جـ ز إلى ز م.



10 فأقول: إن نسبة ا هـ إلى ز جـ / كنسبة ح إلى ط، وإن نسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ك إلى ل. س - ٣٥٣ - ظ

برهان ذلك: أن نسبة جـ ز إلى ز م كنسبة جـ ف إلى م د، فنسبة جـ ز إلى ز م كنسبة ف ز إلى ز د. ونسبة جـ ز إلى ز م هي كنسبة ا هـ إلى هـ ب، فنسبة ا هـ إلى هـ ب هي كنسبة ف ز إلى ز د. فإذا بدلنا كانت نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة هـ ب إلى 15 ز د وكنسبة جميع ا ب إلى جميع ف د. ونسبة ا ب إلى ف د هي كنسبة ك إلى ل، فنسبة هـ ب إلى ز د هي كنسبة ك إلى ل.

وأيضًا من أجل أن نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة جـ ز إلى ز م، تكون نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة هـ ب إلى ز م وكنسبة جميع ا ب إلى جميع جـ م، فيكون نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ا ب إلى جـ م. ونسبة ا ب إلى جـ م هي كنسبة ح إلى ط، فنسبة ا هـ إلى 20 جـ ز هي كنسبة ح إلى ط. فقد قسمنا كل واحد من عددي ا ب جـ د بقسمين حتى

1 التحليل إلى معنى: مكررة [س] – 10 ز جـ: جـ ز [س] / هـ ب: هـ ف [ب، س] – 12 جـ ف: ف جـ [س] – 13 ف ز .... هي كنسبة: مكررة [س] / جـ ز: جـ [س] – 17-18 جـ ز ... جـ ز كنسبة: ناقصة [ب].

صارت نسبة أحد قسمي ا ب إلى أحد قسمي جـ د كنسبة ح إلى ط وصارت نسبة القسم الآخر من ا ب إلى القسم الآخر من جـ د كنسبة ك إلى ل؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

فعلى هذه الصفة يكون تركيب هذه المسألة. وجميع المقدمات التي استعملناها في القسمة وفي البرهان على صحة القسمة هي الخواص التي ظهرت في التحليل، وكان ظهورها بالزيادات والتصيّد. وهذا العمل إنما تم بفرضنا نسبة أحد المقدارين إلى الآخر أعظم من إحدى النسبتين وأصغر من النسبة الأخرى. وهذا المعنى هو تحديد هذه المسألة لأنها إنّما تمت بعد إشراط هذا المعنى.

فقد بقي أن نبين أنه إذا كانت النسبة التي بين العددين ليست بأعظم من إحدى النسبتين وأصغر من النسبة الأخرى، فإن العددين لا يمكن أن يُقسما بالنسبتين.

فلنعد العددين والنسبتين؛ وليكن نسبة ا ب إلى جـ د ليست أعظم من إحدى النسبتين وأصغر من الأخرى، فيكون نسبة ا ب إلى جـ د إما مساوية لإحدى النسبتين وإما أعظم منهما وإما أصغر منهما.

فلتكن أولاً نسبة ا ب إلى جـ د مساوية لإحدى النسبتين وهي نسبة ح إلى ط. ونفرض أن العددين قد انقسما على النسبتين كما فعلنا من قبل، وليكن نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ح إلى ط. فنسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ك إلى ل. فلأن نسبة ا ب إلى جـ د كنسبة ح إلى ط ونسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ح إلى ط، يكون نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ا ب إلى جـ د، فيكون نسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ا ب إلى جـ د وكنسبة ح إلى ط. وقد كانت نسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ك إلى ل، فنسبة ح إلى ط كنسبة ك إلى ل. لكن هاتين النسبتين بالفرض مختلفتان، وهذا محال.

1 أحد: واحد [س] / ا ب إلى أحد قسمي: ناقصة [ب] – 2 إلى (الأولى): كنسبة [ب] – 3 نبين: نعمل [س] – 4 استعملناها: استعمانا [س] – 5 وكان: وكانت [س] – 8 إنما: ناقصة [ب] / إشراط: اشرابط [ب] – 9 بأعظم: اعظم [س] – 10 الأخرى: الاخرى وهذا [ب] – 13 منهما (الأولى والثانية): منها [ب] – 16 فنسبة: ونسبة [س] – 20 مختلفتان: مختلفين [ب، س].

فقد انتهى التحليل إلى مقدمة غير معطاة، فليس يمكن أن يُركّب هذا التحليل، لأن المقدمة الأخيرة التي انتهى إليها التحليل غير معطاة. وإذا لم يمكن أن يُركّب التحليل، فليس تتم القسمة المطلوبة ولا يقوم البرهان على صحتها.

وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أعظم من النسبتين، فلنفرض المطلوب، وهو أن نسبة ا هـ إلى جـ ز كنسبة ح إلى ط ونسبة هـ ب إلى ز د كنسبة ك إلى ل. فيكون نسبة ا ب إلى جـ د أعظم من نسبة ا هـ إلى جـ ز وأعظم من نسبة هـ ب إلى ز د. فنجعل نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة ا ب إلى جـ د، فيكون ف ز أصغر من جـ ز. ونجعل نسبة هـ ب إلى ز م كنسبة ا ب إلى جـ د، فيكون ز م أصغر من ز د. فيكون ف م أصغر من جميع جـ د. ويكون نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة هـ ب إلى ز م، فيكون نسبة ا هـ إلى ف ز كنسبة ا ب إلى ف م. ونسبة ا هـ إلى ف ز هي كنسبة ا ب إلى جـ د، فنسبة ا ب إلى ف م هي / كنسبة ا ب إلى جـ د، فـ جـ د مثل ف م، وهذا محال. س - ٣٥٤ - و

وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من النسبتين، كان ف ز وز م مجموعين أعظم من جـ د، ويلزم أن يكونا مساويين له.

فمتى كانت نسبة ا ب إلى جـ د ليست بأعظم من إحدى النسبتين وأصغر من النسبة الأخرى، انتهى التحليل إلى مقدمة باطلة، وإذا انتهى التحليل إلى مقدمة باطلة، كان ذلك التحليل برهانًا على أن المطلوب غير ممكن ولا يصح وجوده إذا جُعل ذلك التحليل برهانًا بالخلف كما فعلنا في هذا التحليل. وهذا الذي بيّناه هو برهان / التحديد. ب - ٧٥ - و

〈ز〉 وأما المثال في القسم العملي الغير محدود من المسائل العددية التي تقع بوجه واحد، فمثل قولنا: نريد أن نقسم عددًا معلومًا بقسمين مرتين حتى يكون القسم الأعظم في القسمة الأولى ضعف القسم الأصغر في القسمة الثانية ويكون القسم الأعظم في القسمة الثانية ثلاثة أمثال القسم الأصغر في القسمة الأولى.

ا جـ د ب

وليكن العدد المفروض ا ب، ونريد أن نقسم ا ب بقسمين مرتين على الصفة التي قدمناها، فلنفرض أن عدد ا ب قد قُسم بقسمين مرتين على نقطتي جـ د، وأن القسمة

6 جـ ز: جـ د [س] – 7 ف ز (الأولى): ف د [س] – 10 ف م: بم [ب] / هي: ناقصة [ب] – 10-11 فنسبة ... إلى جـ د: ناقصة [ب] – 12 ف ز: ف د [س] – 15 وإذا ... باطلة: ناقصة [ب] – 16-17 على ... برهانًا: مكررة [س] – 18 التي: الذي [ب].

الأولى على نقطة جـ وأن القسم الأعظم جـ ب، وأن القسمة الثانية على نقطة د وأن القسم الأعظم ا د، فيكون جـ ب ضعف ب د فيكون جـ د مثل د ب، ويكون ا د ثلاثة أمثال ا جـ فيكون د جـ ضعف ا جـ، وقد كان جـ د مثل د ب، فيكون ب جـ أربعة أمثال جـ ا، فيكون ا ب خمسة أمثال ا جـ. وا ب معلوم فـ ا جـ معلوم، فكل واحد من ا جـ وجـ ب معلوم، ود ب نصف ب جـ، فـ ب د معلوم. فقسما ا جـ جـ ب معلومان، وقسما ا د د ب معلومان.

فقد انتهى التحليل إلى أقسام معلومة ومعلومة النسبة إلى جملة العدد. وكل عدد فيمكن أن يُقسم بأقسام معلومة النسبة إلى جملة العدد. وإن كان في الأقسام كسور، فإن العدد إذا ضُرب في الأعداد السّمية للكسور، صارت جميع الأعداد صحاحًا.

فقد انتهى التحليل إلى معنى ممكن: وهو قسمة العدد إلى أجزاء معلومة. فإذا عُكس هذا التحليل، تمّ به العمل وقام به البرهان على صحته. وهذا التحليل هو من التحليل الذي لا يحتاج إلى زيادة في الموضوع.

وتركيب هذه المسألة يكون بأن نقسم من عدد ا ب خُمسه، وهي المقدمة التي انتهى إليها التحليل، وليكن ا جـ؛ ونقسم جـ ب بنصفين على نقطة د.

ا جـ د ب

فنقول: إنا قد قسمنا ا ب على النسبتين المطلوبتين.

برهان ذلك: أن ا ب خمسة أمثال ا جـ، فـ ب جـ أربعة أمثال جـ ا. وب د نصف ب جـ، فـ جـ ب ضعف ب د وهو أحد المطلوبين. ولأن جـ ب أربعة أمثال جـ ا وجـ د نصف جـ ب، يكون جـ د ضعف جـ ا. فـ د ا ثلاثة أمثال ا جـ وهو المطلوب الآخر. فقد قسم ا ب بقسمين مرتين على الصفة المطلوبة؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

وهذا القسم من الأقسام العملية التي لا تصح أن تتم إلاّ بوجه واحد، لأن العدد الواحد ليس له إلاّ خُمس واحد ولا ينقسم أربعة أخماسه بنصفين إلاّ قسمة واحدة؛ فليس ينقسم العدد على النسبتين المذكورتين إلاّ بوجه واحد.

2 ب د: ب جـ [ب] – 7 ومعلومة: مكررة [س] – 9 للكسور: الكسور [س] / الأعداد: الاقسام [س] – 11 به (الثانية): ناقصة [ب] – 14 ا جـ ونقسم: ا جـ ه يقسم [س] – 15 فنقول: فيقول [س] / النسبتين المطلوبتين: النسبة المطلوبة [ب، س] – 20 تصح أن: ناقصة [ب] / تتم: يتم [س] – 22 النسبتين المذكورتين: النسبة المذكورة [ب، س].

‹ح› فأما المثال في القسم العملي الغير محدود من المسائل العددية السيّالة، فمثل قولنا: نريد أن نجد عددين مربعين يكون مجموعهما مربعًا.

فنفرض أن ذلك قد وجد وهما عددا ا جـ جـ ب، فيكون ا ب مربعًا، وليكن عدد د هـ ضلع مربع ا ب وعدد د ز ضلع مربع ا جـ، فيكون مربع د هـ هو عدد ا ب ومربع د ز هو عدد ا جـ. فيكون زيادة مربع د هـ على مربع د ز هي عدد جـ ب وزيادة مربع د هـ على مربع د ز هي مربع هـ ز وضرب د ز في ز هـ مرتين./ فيكون مربع هـ ز وضرب د ز في ز هـ مرتين مجموعةً عددًا مربعًا، لأنها مساوية لـ جـ ب المربع. وإذا نقص من مربع جـ ب مربع هـ ز كان الباقي هو ضرب د ز في ز هـ مرتين. فيكون نصفه هو ضرب د ز في ز هـ، وضرب د ز في ز هـ إذا قسم على هـ ز خرج من القسمة ز د. فمربع جـ ب إذا نقص منه مربع هـ ز وأخذ نصف ما بقي وقسم على هـ ز، خرج من القسمة ز د؛ ثم إذا ضرب ز د في مثله، كان من ذلك ا جـ، ويكون ا جـ مع جـ ب هو ا ب الذي هو مربع د هـ.

س-٣٥٤-ظ

فقد انتهى التحليل إلى أن نفرض مربعًا، أي مربع كان، ثم ننقص منه مربعًا، أي مربع كان، بعد أن يكون أقل منه؛ ثم نقسم الباقي بنصفين، ثم نقسم النصف على ضلع المربع المنقوص، فما خرج من القسمة ضُرب في مثله، ثم زيد ما يخرج من الضرب على المربع الأول.

وهذا المعنى ممكن غير متعذر؛ وإذْ هذا المعنى ممكن، فإن هذا التحليل إذا رُكّب انتهى التركيب إلى وجود المطلوب وتمام البرهان مع ذلك على صحة المطلوب.

وتركيب هذه المسألة يكون على هذه الصفة: نفرض عددًا مربعًا كيفما اتفق وليكن ا جـ، ونفصل منه مربعًا كيفما اتفق وليكن المربع الذي ضلعه د ز، ونقسم ما يبقى من ا جـ بنصفين ونقسم النصف على عدد د ز، وليخرج من القسمة ز هـ. ونضرب ز هـ في مثله، وليكن جـ ب؛ فيكون جـ ب مربعًا وجـ ا مربعًا.

5 هي: هو [ب، س] – 5-6 عدد جـ ب ... هي: ناقصة [ب] – 6 هي: هو [س] – 9 وضرب د ز في ز هـ: ناقصة [ب] – 13 مربعًا: مربع [ب، س] / مربعًا: مربع [ب] – 13-14 ثم ... كان: ناقصة [س] – 19 نفرض: نفرض على [س] – 20 من: منه [س] – 22 مربعًا (الثانية): مربع [ب].

فأقول: إن ا ب الذي هو مجموع المربعين مربعٌ.

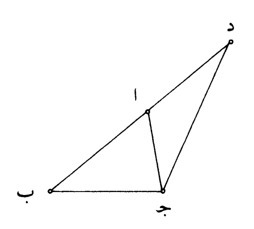
برهان ذلك: أن ا جـ هو مربع د ز وضرب د ز في ز هـ مرتين، وجـ ب هو مربع / ز هـ، فمجموع ا ب هو مربع د ز ومربع ز هـ وضرب د ز في ز هـ مرتين. لكن مربع د ز ومربع ز هـ وضرب د ز في ز هـ مرتين هو مربع د هـ، فعدد ا ب هو مربع د هـ، فـ ا ب مربع وهو مجموع ا جـ جـ ب المربعين؛ فقد وجدنا عددين مربعين مجموعهما مربع وهما عددا ا جـ جـ ب؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

وهذه المسألة سيّالة، أعني أنه قد وُجد لها عدة أجوبة، وذلك أنا إن فرضنا مكان ا جـ المربع مربعًا آخر غير ا جـ وعملنا فيه مثل ما عملنا في ا جـ حصل لنا مربعان مجموعهما مربع. ويتبين ذلك كما تبين في مربعي ا جـ جـ ب. وإن فصلنا من مربع ا ب مربعًا غير مربع ا جـ، أعني مربعًا ضلعه غير د ز وعملنا فيه مثل ما عملنا في د ز، حصل لنا مربع غير مربع جـ ب، ويكون ذلك المربع مع ا جـ مجموعين مربعًا.

فعلى هذا المثال تكون المسائل العددية العملية السيّالة الغير محدودة.

فقد استوفينا أقسام تحليل المسائل العددية.

‹ط› وأما المسائل الهندسية، فإن المثال في القسم العلمي من المسائل الهندسية هو قولنا: كل ضلعين من مثلث فهما أعظم من الضلع الباقي.



فتحليل هذا الشكل هو أن نفرض الدعوى على ما ادُّعي فيها. فيكون ضلعا ا ب ا جـ مجموعين أعظم من ب جـ، فننظر في خواص المثلث ليظهر فيها خاصة تؤدي إلى

1 مربع: مربعا [ب، س] – 6 نعمل: نعمله [ب] – 7 وجد: يوجد [س] – 8 آخر: ا حـ [س] / فيه: ناقصة [ب] – 9 ا ب: ا جـ [ب، س] – 10 غير ... مربعًا: ناقصة [س] / ا جـ: جـ د [ب] – 14 وأما: فاما [س] / هو: فان هو [س] – 16 ا ب: ب ا [س].

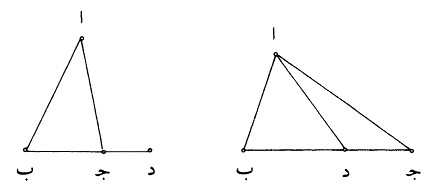
ذلك. وإذا نظر في خواص المثلث وهو على ما هو عليه لم يوجد فيه خاصة تؤدي إلى صحة هذه الدعوى. فينبغي أن يحدس المحلل على زيادة يزيدها في هذا الشكل ليحدث بها خاصة أو خواص ليست موجودة في هذا المثلث وهو على ما هو عليه. وإحدى الزيادات التي يحتمل أن تزاد لتحدث بها خاصة زائدة هي أن نجعل الضلعين خطًا واحدًا، فنخرج ب ا على استقامة ونفصل منه مثل ا جـ وليكن ا د. فيكون ب د أعظم من ب جـ، ونصل جـ د، فيصير ب د جـ مثلثًا ويكون ضلع د ب منه أعظم من ضلع ب جـ. وقد تبيّن في الشكل الثامن عشر من المقالة الأولى من كتاب أقليدس أن الضلع الأعظم من كل مثلث يوتر الزاوية العظمى. فيكون زاوية ب جـ د أعظم من زاوية ب د جـ. لكن زاوية ب د جـ هي مثل زاوية ا جـ د لأن ا د مثل ا جـ. فيكون زاوية ب جـ د أعظم من زاوية ا جـ د، لكن الأمر كذلك.

فقد انتهى التحليل إلى معنى هو معطى لا شك فيه، وهو أن زاوية ب جـ د أعظم من زاوية ا جـ د.

وتركيب هذا التحليل يكون كما نصف: نخرج ب ا على استقامة كما فعل في التحليل ونفصل ا د مثل ا جـ ونصل د جـ. فيكون زاوية ب جـ د أعظم من زاوية ا جـ د؛ وهذه المقدمة هي التي انتهى إليها التحليل وهي التي تُجعل أوّلة في البرهان. وزاوية ا جـ د مساوية لزاوية ا د جـ لأن ا جـ مثل ا د؛ وهذه المقدمة هي التي تبينت قبل المقدمة الأخيرة، فيكون / زاوية ب جـ د من مثلث ب جـ د أعظم من زاوية ب د جـ. س-٣٥٥-و فيكون ضلع ب د أعظم من ضلع ب جـ، كما تبين في الشكل التاسع عشر من المقالة الأولى من كتاب أقليدس. وضلع ب د هو مثل ضلعي ب ا ا جـ، فضلعا ب ا ا جـ أعظم من ضلع ب جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وقد يمكن أن يحلل هذا الشكل بوجه آخر غير هذا الوجه، وهو أن يُزاد فيه زيادة غير الزيادة التي زيدت في هذا الوجه. فمن الزيادات التي يمكن أن تزاد في هذا الشكل هو أن نجعل ب د مثل ا ب؛ لأنه إن كان ب جـ ليس بأعظم من ب ا، كان مجموع ب ا ا جـ أعظم من ب جـ، ونستغني عن البرهان.

1 ذلك ... تؤدي إلى: مكررة [س] – 2 يزيدها: زيدها [س] – 3 وإحدى: واحد [ب] فاحد [س] – 4 تزاد: يزاد [س] / لتحدث: لحدث [س] / بها: ناقصة [ب] / هي: هو [ب، س] – 6 ب د جـ: ب د ح [ب] – 11 هو (الأولى): ناقصة [س] / ب جـ د: ب د جـ [س]، كتب ناسخ [ب] بعدها «إلى معنى هو معطى» – 13 هذا التحليل: هذه المسألة [ب] – 15 وهذه: وهي [س] / هي (الأولى): فهي [ب] – 16 ا د جـ: ا د ح [ب] / ا جـ: ا ح [ب] ا د [س] / ا د: ا جـ [س] – 17 من مثلث ب جـ د: ناقصة [ب] – 18 كما: لما [ب] – 23-24 لأنه ... البرهان: ناقصة [س].



‹فإن كان ب جـ أعظم من ب ا›، فيبقى ا جـ أعظم من جـ د، فيكون زاوية ا د جـ أعظم من زاوية جـ ا د. لكنها كذلك لأنها منفرجة؛ وذلك أن زاوية ب د ا مثل زاوية ب ا د، لأن ضلع ب ا مثل ضلع ب د، وكل زاويتين من مثلث فهما أصغر من قائمتين، فزاوية ب د ا أصغر من قائمة، فزاوية ا د جـ أعظم من قائمة، فهي أعظم من زاوية
5 د ا جـ. فقد انتهى التحليل إلى مقدمة معطاة وهي أن زاوية ا د جـ أعظم من زاوية د ا جـ وضلع ب ا مثل ضلع ب د.

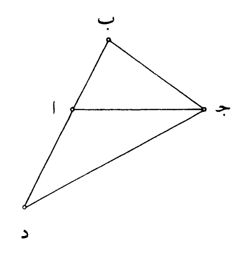
وتركيب هذا التحليل يكون على هذه الصفة: نفرض المثلث ونفصل ب د مثل ب ا ونصل ا د، فيكون زاوية ب ا د مثل زاوية ب د ا، ومجموعهما أصغر من قائمتين. فزاوية ب د ا أقل من قائمة، فزاوية ا د جـ أعظم من قائمة. وزاويتا ا د جـ د ا جـ أقل من
10 قائمتين، فزاوية ا د جـ أعظم من زاوية د ا جـ، / فضلع ا جـ أعظم من ضلع جـ د. وضلع ا ب مثل ضلع ب د، فضلعا ب ا ا جـ أعظم من ضلع ب جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. ب-٧٦-و

وقد يمكن أن يحلل هذا الشكل بوجوه أخر غير هذين الوجهين، ولكن في هذين الوجهين كفاية فيما قصدنا له وهو: أنه قد نبيّن بهذين الوجهين من الأشكال الهندسية ما يمكن أن يحلل بعدة وجوه.

15 ‹ي› فأما التحليل الذي يؤدي إلى المحال في القسم العلمي من المسائل الهندسية، فمثل قولنا في هذا الشكل: إن كل ضلعين من مثلث، فهما مساويان للضلع الباقي.

وتحليل ذلك يكون على مثل التحليل الذي تقدم، وهو أن نخرج ب ا على استقامة، ونفصل ا د مثل ا جـ، فيكون ب د مثل ب جـ، فيكون زاوية ب جـ د مثل زاوية ب د جـ. وزاوية ب د جـ مثل زاوية ا جـ د، لأن ا د مثل ا جـ، فيكون زاوية ب جـ د
20 مثل زاوية ا جـ د وهذا محال.

5 وهي: فهي [س] – 11 مثل: مكررة [س] – 12 هذا: ناقصة [ب] – 13 الوجهين (الثانية): الوجهين ان [س] – 19-20 لأن ... ا جـ د: ناقصة [س].

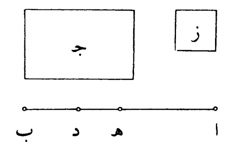


وإذْ قد تأدى التحليل إلى المحال، فإن الدعوى باطلة. والبرهان على بطلانها هو هذا التحليل بعينه إذا جُعل برهانًا بالخلف. وذلك أنه إذا فرضت الدعوى على ما ادُّعي فيها، وهو أن ضلعي المثلث مساويان بمجموعهما للضلع الباقي، وسيق البرهان بالمقدمات التي تبينت بالتحليل، فإن القياس يكون برهانًا ويلزم منه محال هو المحال الذي لزم في 5 التحليل.

فعلى هذا المثال يكون تحليل المسائل الهندسية العلمية التي تؤدي إلى المحال، وعلى مثل هذا البرهان الذي بالخلف الذي تولد من هذا التحليل يكون البرهان على بطلان الدعوى.

〈يا〉 فأما المثال في القسم العملي المحدود من المسائل الهندسية، فمثل قولنا: نريد أن 10 نقسم خطًا مستقيمًا مفروضًا بقسمين يكون السطح الذي يحيط به القسمان مساويًا لسطح مفروض.

فليكن الخط ا ب والسطح جـ، ولنفرض الخط قد انقسم على نقطة د وصار السطح الذي يحيط / به خطا ا د د ب مساويًا لسطح جـ. س - ٣٥٥ - ظ



فإذا نظر في خواص هذا الشكل وُجد خطا ا د د ب، إما متساويين وإما مختلفين. 15 فإن كانا متساويين، فإن سطح جـ مساوٍ لمربع نصف خط ا ب. وإن كان خطا ا د د ب

2 أنه: ناقصة [س] – 3 وسيق: ونسيق [ب] – 4 محال: محالاً [ب، س] – 6 العلمية: العلية [س] – 7 هذا (الأولى): ناقصة [س] – 9 العملي: العمل [س] – 12 الخط (الأولى): ناقصة [س] – 13 به ... د ب: ناقصة [س] – 14 متساويين: متساويان [س] / وإما: ناقصة [س] / مختلفين: مختلفان [س].

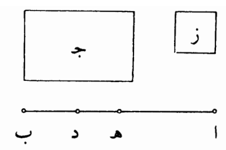
مختلفين، فإن السطح الذي يحيط به خطا ا د د ب أقل من مربع نصف الخط، فيكون سطح جـ أقل من مربع نصف الخط الذي هو ا ب. وليس يمكن أن نقسم خط ا ب بقسمين يكون السطح الذي يحيطان به أعظمَ من مربع نصف الخط. فإن كان سطح جـ مثل مربع نصف خط ا ب، فقد انتهى التحليل إلى أن خط ا ب قد انقسم بنصفين، 5 وذلك ممكن. وإن كان سطح جـ أصغر من مربع نصف الخط، فليكن زيادة مربع نصف الخط على سطح جـ هي سطح ز. ونقسم ا ب بنصفين على نقطة هـ، فيكون سطح ز مثل مربع د هـ، لأن مربع هـ ب مثل سطح ا د في د ب مع مربع د هـ، ومربع هـ ب مثل سطحي جـ ز وسطح ا د في د ب مثل سطح جـ؛ فيكون مربع د هـ مثل سطح ز. ومربع هـ ب معلوم، فسطحا جـ ز مجموعهما معلوم، وسطح جـ معلوم، فسطح ز معلوم، 10 لأنه إذا نقص من مقدارٍ معلوم مقدارٌ معلوم كان الباقي معلومًا، كما تبيّن في الشكل الرابع من *المعطيات*. وسطح ز هو مثل مربع هـ د، فمربع هـ د معلوم، فخط هـ د معلوم؛ وخط هـ ب معلوم، ونقطة هـ معلومة، فنقطة د معلومة.

فقد انتهى التحليل إلى أن خط ا ب مقسوم على نقطة معلومة، وهي نقطة د، وأن هـ د معلوم؛ وإذا كان هـ د معلومًا، فقد يمكن أن يوجد.

15 ومع ذلك فقد تبين في التحليل أن سطح جـ ليس بأعظم من مربع نصف خط ا ب.

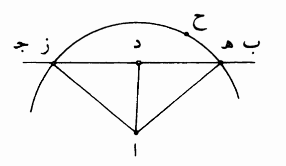
وتركيب هذه المسألة على هذه الصفة: إن كان سطح جـ مثل مربع نصف خط ا ب، قسمنا خط ا ب بنصفين، فكان السطح الذي يحيط به النصفان مثل سطح جـ، وإن كان سطح جـ أصغر من مربع نصف خط ا ب، قسمنا خط ا ب بنصفين على نقطة هـ، ونقصنا من مربع هـ ب سطح جـ، وليبق سطح ز. ونجعل مربع هـ د مثل سطح ز، فيكون 20 السطح الذي يحيط به خطا ا د د ب مثل سطح جـ، لأن السطح الذي يحيط به خطا ا د د ب مع مربع د هـ مثل مربع هـ ب، فمربع د هـ هو زيادة مربع هـ ب على السطح الذي يحيط به خطا ا د د ب. وسطح ز هو زيادة مربع هـ ب على سطح جـ، فالسطح الذي يحيط به خطا ا د د ب مساوٍ لسطح جـ. فقد قسمنا خط ا ب بنصفين على نقطة هـ حتى صار السطح الذي يحيط به خطا ا د د ب مساويًا لسطح جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

2 الخط الذي هو ا ب: خط ا ب [س] – 6 هي: هو [ب، س] / ز: د [ب] / نقطة: خط [س] – 7 لأن: و [ب] – 7-8 سطح ا د ... هـ ب مثل: ناقصة [ب] – 8 سطحي: سطح [س] – 9 ز (الثانية): د [ب] – 14 وإذا: فاذا [س] – 17 فكان: وكان [ب] – 19 ز (الأولى): د [ب] – 22 جـ: ناقصة [س] – 23 مساوٍ: كتبها ناسخ [ب] «مساوى»، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد / هـ: ر [س] – 23 إلى ص. 299، سطر 1 قسمنا ... بقي: ناقصة [ب].



فقد/ بقي أن نبيّن أنه إذا كان سطح جـ أعظم من مربع نصف خط ا ب، فإنه لا يمكن أن نقسم خط ا ب بقسمين يكون السطح الذي يحيط به القسمان مساويًا لسطح جـ، وهو برهان التحديد. وذلك أن خط ا ب إن انقسم بقسمين، فإن القسمة إما أن تكون على نصف الخط، وإما أن يكون القسمان مختلفين. فإن كانت القسمة على نصف الخط، كان السطح الذي يحيط به القسمان مساويًا لمربع نصف الخط. وإن كان القسمان مختلفين، فإن السطح الذي يحيط به القسمان أصغر من مربع نصف الخط. فكل قسمة ينقسم بها خط ا ب بقسمين، فإن السطح الذي يحيط به القسمان ليس بأعظم من مربع نصف الخط. فإذا كان سطح جـ أعظم من مربع نصف الخط، فليس ينقسم الخط بقسمين يحيطان بسطح مساوٍ لسطح جـ. ب-٧٦-ظ

〈يب〉 ومثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم غير متناهٍ خطًا يكون عمودًا عليه.



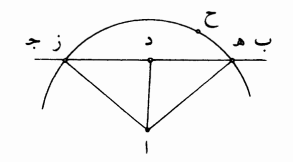
فليكن النقطة ا والخط ب جـ، ونريد أن نخرج من نقطة ا خطًا إلى ب جـ يكون عمودًا عليه. فنفرض أن ذلك قد كان، وهو عمود ا د. فإذا نظر المحلل في خاصة هذا الخط، ظهر له أن كل خط يخرج من نقطة ا إلى خط ب جـ سوى خط ا د يكون أعظم من خط ا د، لأنه إذا خرج من نقطة ا خط آخر إلى خط ب جـ حدث مثلث يكون زاوية منه قائمة، فيكون كل واحدة من الزاويتين الباقيتين حادة. ونخرج خط ا هـ كيفما اتفق، فيكون ا هـ أعظم من ا د، لأن زاوية ا د هـ أعظم من زاوية ا هـ د. ويلزم أيضًا أنه

2 مساويًا: مساو [س] – 4 تكون: يكون [س] – 6 فكل: وكل [س] – 13 ا د: ا و [س] – 14 ا: ناقصة [ب] – 15 حدث مثلث يكون: يكون قد حدث مثلث [ب] – 17 أنه: ناقصة [ب].

إذا جعل خط د ز مثل خط د هـ ووصل ا ز، كان ا ز مثل ا هـ وكان ا د قد قسم ز هـ بنصفين. فيلزم من ذلك أنه / إذا خرج من نقطة ا إلى خط ب جـ خطان متساويان، وقسم الخط الذي فيما بينهما بنصفين، ووصل بين موضع القسمة وبين نقطة ا بخط مستقيم، كان ذلك الخط الموصول عمودًا على خط ب جـ. وإذا كان ا ز ا هـ متساويين، كانت الدائرة التي مركزها نقطة ا ونصف قطرها خط ا هـ تقطع خط ب جـ على نقطتي ز هـ، ويكون قطعة من الدائرة من وراء خط ب جـ.

س-٣٥٦-و

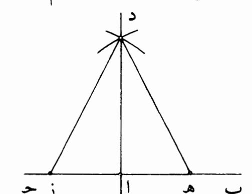
فقد انتهى التحليل إلى أمر ممكن: وهو أن نرسم على مركز ا دائرة يقطعها خط ب جـ.



وتركيب هذه المسألة يكون بأن نفرض من وراء خط ب جـ نقطة مثل نقطة ح، ويُدار على مركز ا وببعد ا ح دائرة فهي تقطع خط ب جـ على نقطتين؛ فليقطعها على نقطتي هـ ز، ويوصل ا هـ ا ز ويقسم هـ ز بنصفين على نقطة د ويوصل ا د. فيكون خطا هـ د د ا مثل خطي ز د د ا وقاعدة ا هـ مثل قاعدة ا ز، فزاوية ا د هـ مثل زاوية ا د ز، فهما قائمتان، فخط ا د عمود على خط ب جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

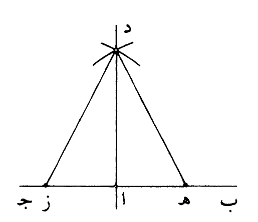
وهو بيّنٌ أنه لا يمكن أن يخرج من نقطة ا إلى خط ب جـ عمود إلاّ عمود واحد، لأنه إن خرج من نقطة ا إلى خط ب جـ عمودان، حدث مثلث زاويتان منه قائمتان، وهذا محال.

〈**يجـ**〉 فأما المثال في القسم العملي الغير محدود الذي يقع بوجه واحد، فمثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة مفروضة على خط مستقيم معلوم خطًا يكون عمودًا عليه.



2 إذا خرج: ان اخرج [س] – 3 فيما: ناقصة [ب] / موضع: موضعى [ب] – 5 تقطع: يقطع [ب] – 6 ز: د [ب] – 7 خط: ناقصة [س] – 10 تقطع: يقطع [س] / فليقطعها: فليقطعهما – 11 ا ز: هـ ز [س] – 13 ذلك: ناقصة [س].

فليكن النقطة آ والخط ب جـ، ونريد أن نخرج من نقطة آ خطًا يكون عمودًا على خط ب جـ. فنفرض أن ذلك قد كان وهو عمود ا د. فإذا نظر المحلل في خاصة هذا الخط ظهر له أن كل خط يخرج من نقطة آ سوى خط ا د يكون الزاويتان اللتان عن جنبتيه مختلفتين، وأنه ليس يخرج من نقطة آ خطٌّ يكون الزاويتان اللتان عن جنبتيه متساويتين سوى خط واحد. ثم يظهر أنه إذا خرج من نقطة دَ خطان إلى نقطتين من خط ب جـ عن جنبتي نقطة آ يكون بعداهما عن نقطة آ بعدين متساويين، فإنهما يكونان متساويين. فيكون المثلث الذي يحدث متساوي الساقين، ويكون نقطة آ هي وسط قاعدته، وليكن ذلك مثل مثلث د هـ ز ويكون هـ ا مثل / ا ز. فقد انتهى التحليل إلى أمر ممكن: ب-٧٧-و وهو أن نعمل على قطعة من خط ب جـ مثلثًا متساوي الساقين يكون نقطة آ تقسم قاعدته بنصفين، وهذا أمر ممكن.

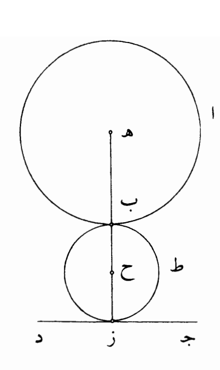


وتركيب هذه المسألة هو أن نفصل من خط ب جـ عن جنبتي نقطة آ خطين متساويين مثل خطي ا هـ ا ز. ونعمل على خط هـ ز مثلثًا متساوي الأضلاع، وليكن مثلث هـ د ز، فيكون هذا المثلث متساوي الساقين. ونصل ا د، فيكون المثلثان اللذان عن جنبتيه متساويي الزوايا، فيكون زاوية هـ ا د مثل زاوية ز ا د، فيكون خط ا د عمودًا على خط ب جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

‹يد› فأما المثال في القسم العملي ‹الغير محدود› السيّال من المسائل الهندسية، فمثل قولنا: إذا كانت دائرة مفروضة وخط مستقيم مفروض غير متناهٍ خارجًا عن الدائرة، كيف نعمل دائرة تماس الدائرة المفروضة وتماس الخط المستقيم معًا.

فليكن الدائرة ا ب والخط المستقيم جـ د، ونريد أن نرسم دائرة تماس دائرة ا ب وتماس خط جـ د.

1-2 ونريد ... ب جـ: ناقصة [س] – 4 خط: خطا [ب] – 6 ب جـ: ب ح [ب] – 8 وليكن: فليكن [س] / مثلث: مثل [س] – 12 مثلث: مثل [ب] – 14 متساويي: متساويتين [ب، س] – 16 فأما: واما [س] – 18 نعمل: يعمل [س] / تماس: ناقصة [س].



فنفرض أن ذلك قد كان، وليكن دائرة ب ط ز ولتماس دائرة ا ب على نقطة ب ولتماس خط جـ د على نقطة ز، وليكن مركز هذه الدائرة ‹نقطة› ح وليكن مركز دائرة ا ب نقطة هـ. فإذا نظر المحلل في خواص هذا الشكل وفي خواص الدائرة المماسة، وجد أن كل دائرتين/ تتماسان، فإن الخط الذي يصل بين مركزيهما يمرّ بنقطة التماس، كما س-٣٥٦-ظ

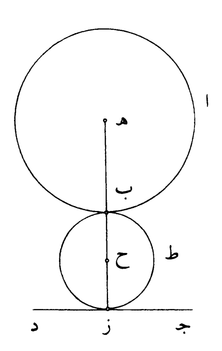
5 تبيّن في المقالة الثالثة من كتاب أقليدس. فنصل بين نقطتي هـ ح، فخط هـ ح [فهو] يمرّ بنقطة ب. وإذا نظر أيضًا في خاصة الدائرة المماسة للخط المستقيم وجد أن الخط المستقيم الذي يخرج من مركز الدائرة إلى موضع التماس يكون عمودًا على الخط المماس. فيصل خط ح ز، فيكون خط ح ز عمودًا على ‹خط› جـ د، وخط ح ز إما أن يكون متصلاً بخط هـ ح على استقامةٍ أو لا يكون متصلاً على استقامةٍ. فإن كان خطا هـ ح ح ز

10 متصلين على استقامةٍ على ما في الصورة الأولى، فإن خط هـ ز خط مستقيم وهو عمود على خط جـ د. ونقطة هـ معلومة، لأنها مركز الدائرة المعلومة وخط جـ د معلوم الوضع بالفرض لأنه مفروض. وقد خرج من نقطة هـ المعلومة إلى خط جـ د المعلوم الوضع خط هـ ز، فأحاط معه بزاوية معلومة. فخط هـ ز معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل كط من *المعطيات*. وخط جـ د معلوم الوضع، فنقطة ز معلومة، كما تبيّن في الشكل كد من

15 *المعطيات*. فنقطتا هـ ز معلومتان، فخط هـ ز معلوم القدر والوضع ودائرة ا ب معلومة الوضع، فنقطة ب معلومة. فخط ب ز معلوم القدر، وهو مقسوم بنصفين على نقطة ح، لأن خط ب ح ز مستقيم، فنقطة ح معلومة، وخط ح ب معلوم القدر، فدائرة ب ط ز معلومة القدر والوضع.

1 ب ط ز: ناقصة [ب] – 2 ز: د [ب] – 3-2 ح ... ا ب: ناقصة [ب] – 4 تتماسان: يتماسان [ب] – 8 فيكون خط ح ز: ناقصة [ب] – 10-11 هـ ز ... على خط: ناقصة [ب] – 11 المعلومة: المفروضة [س] – 13 الشكل: ناقصة [ب] – 14 كد: الرابع والعشرين [ب].

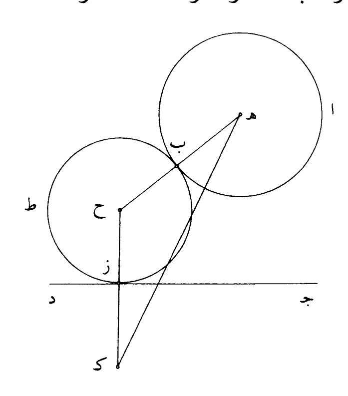
فقد انتهى التحليل إلى أن يُدار على نقطة معلومة من خط هـ ز، المعلوم الوضع، دائرة معلومة القدر، وذلك ممكن.



وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف: نخرج من نقطة هـ عمودًا على خط جـ د، وليكن هـ ز. فهذا العمود لا بُدّ أن يقطع محيط دائرة ا ب، فليقطعها على نقطة ب
5 ونقسم خط ب ز بنصفين على نقطة ح، ونجعل ح مركزًا ويُدار على نقطة ح وببعد ح ب دائرة ب ط ز.

فأقول: إن دائرة ب ط ز تماس دائرة ا ب وتماس خط جـ د.

برهان ذلك: أن ‹خط› ح هـ قطر لدائرتي ا ب ب ط ز، فالعمود الخارج من نقطة ب القائم على خط هـ ح مماس للدائرتين، فالدائرتان متماستان. ولأن جـ د عمود على
10 قطر ب ح ز، يكون دائرة ب ط ز مماسة لخط جـ د. فقد رسمنا دائرة تماس دائرة ا ب وتماس خط جـ د، وهي دائرة ب ط ز؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.



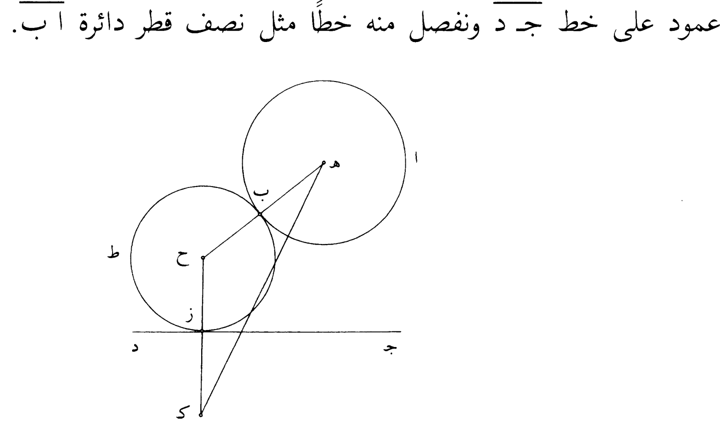
8 ح هـ: حـ د [ب] – 9 متماستان: ناقصة [س].

فإن كان خطا هـ ح ح ز غير متصلين على استقامةٍ على ما في الصورة الثانية، فإن المحلل إذا نظر في خواص هذا الشكل وجد خط ب ح مثل خط ح ز؛ فنجد خط هـ ح يزيد على خط ح ز بمقدار خط ب هـ، وب هـ معلوم القدر لأنه نصف قطر دائرة ا ب المعلومة القدر والوضع لأنها مفروضة. فإذا زيد على خط ح ز خط مساوٍ لخط هـ ب، صار مساويًا لخط هـ ح. فنخرج خط ح ز على استقامةٍ في جهة ز، ونفصل ز ک مثل نصف قطر دائرة ا ب. فيصير ک ح مثل ح هـ؛ ونصل هـ ک. فيكون مثلث هـ ح ک متساوي الساقين. وإذا كانت / نقطة ز معلومة الوضع كان ح ز ک معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل الثامن والعشرين من *المعطيات*، وكان خط ز ک معلوم القدر والوضع، فيكون نقطة ک معلومة. ونقطة هـ معلومة بالفرض، فيكون خط هـ ک معلوم النهايتين، فهو معلوم القدر والوضع، كما تبيّن في الشكل الخامس والعشرين من *المعطيات*. ويكون زاوية هـ ک ح معلومة، لأن خطيها معلوما الوضع، ويكون زاوية ک هـ ح معلومة لأنها مساوية لزاوية هـ ک ح. فيكون خط هـ ح معلوم الوضع، ويكون مثلث هـ ک ح معلوم الزوايا، / وخط ک ح معلوم الوضع، فخطا ک ح هـ ح معلوما الوضع وقد تقاطعا على نقطة ح، فنقطة ح معلومة.

ب – ٧٧ – ظ

س – ٣٥٧ – و

فقد انتهى التحليل إلى أنه متى كانت نقطة ز معلومة كان خط ز ح – الذي هو نصف قطر الدائرة المماسة – معلوم الوضع، فكانت نقطة ح التي هي مركز الدائرة معلومة. وهذا أمر ممكن وغير متعذرٍ، أعني أن نفرض نقطة على خط جـ د، ويخرج منها عمود على خط جـ د ونفصل منه خطًا مثل نصف قطر دائرة ا ب.



2 ح ز: ح د [س] – 3 ح ز: ح د [س] / ب هـ (الأولى والثانية): هـ ب [س] – 4 ح ز: جـ د [ب] / خط مساوٍ: خطا مساويا [ب، س] – 7 وإذا: فاذا [س] – 12 هـ ک ح (الأولى): ک ح [س] – 14 ز: د [ب] – 15 فكانت: وكانت [س] – 16 جـ د: جـ ز [ب، س].

وتركيب هذه المسألة يكون على هذه الصفة: نفرض الدائرة والخط، ونفرض على خط جـ د نقطة ز كيفما اتفق. ونخرج منها عمود ز ح، ونخرجه في جهة ز على استقامة، ونفصل ز ك مثل نصف قطر دائرة ا ب، ونوصل خط هـ ك. فيكون زاوية هـ ك ز حادة، لأن زاوية جـ ز ك قائمة. ونعمل على خط هـ ك على نقطة هـ منه زاوية
5 مساوية لزاوية هـ ك ح، ولتكن زاوية ك هـ ب. فخط هـ ب يلقى خط ك ح، فليلقه على نقطة ح. فلأن زاوية ك هـ ح مساوية لزاوية هـ ك ح، يكون خط هـ ح مثل خط ك ح؛ وخط هـ ب مثل خط ك ز، فيبقى خط ب ح مثل خط ز ح. فنجعل نقطة ح مركزًا وندير ببعد ح ز دائرة، فهي تمرّ بنقطة ب، لأن ح ب مثل ح ز، ولتكن دائرة ب ط ز. فلأن خط ح هـ قطر مشترك لدائرتي ا ب ط ز ونقطة ب مشتركة للدائرتين، يكون دائرة
10 ط ز مماسة لدائرة ا ب. ولأن جـ د عمود على خط ز ح، يكون دائرة ز ط مماسة لخط جـ د. فقد رسمنا دائرة تماس دائرة ا ب وتماس خط جـ د، وهي دائرة ب ط ز؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

وقد تبيّن من فرضنا لنقطة ز أنه يمكن أن نعمل دوائر كثيرة بلا نهاية، كلّ واحدة منها مماسة لدائرة ا ب ولخط جـ د. فيكون هذه المسألة سيّالة، لأن كل نقطة تُفرض على خط
15 جـ د يمكن أن يخرج منها عمود على خط جـ د، ويُعمل فيه مثل ما عمل في عمود ز ح، وتؤخذ على ذلك العمود نقطة إذا جعلت مركزًا لدائرةٍ، كانت الدائرة مماسة لدائرة ا ب ولخط جـ د. وإن كان خط جـ د يمكن أن يخرج إليه عمود من نقطة هـ، فإنه يمكن أن نعمل دائرة تماس دائرة ا ب وتماس خط جـ د على الصفة المذكورة الأولى أيضًا.

فقد استوفينا أمثلة جميع أقسام المسائل الهندسية.

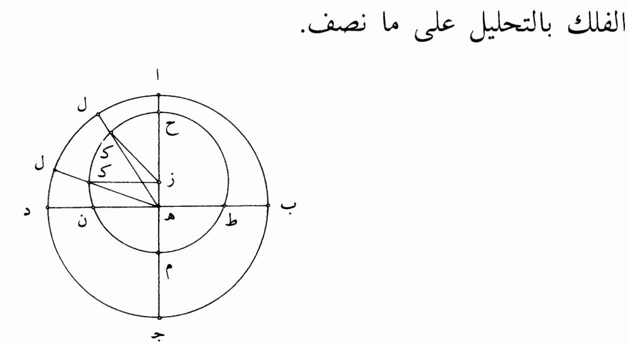
20 فأما المسائل التي تتعلق بعلم الهيئة، فأكثرها يرجع إلى المسائل العددية والمسائل الهندسية. فأمثلتها هي الأمثلة التي تقدمت، ومنها ما يتعلق بكيفيات حركات الكواكب.

〈يه〉 ونحن نمثل فيه مثالاً يتبين منه التحليل الذي يؤدي إلى المعاني المستخرجة من علم الهيئة. فمن ذلك حركة الشمس.

1 والخط: أثبت الواو فوق السطر [ب] – 2 جـ د: جـ ز [س] / ونخرجه: ونخرج [ب، س] – 3 ا ب: ا ب د [س] / ونوصل: نوصل [س] – 8 ب: د [س] – 9 ح هـ: هـ ح [س] – 13 واحدة: واحد [ب] – 14 مماسة: مماس [ب] / جـ د: كتب «هـ» فوق الدال [س] – 18 المذكورة: ناقصة [س] – 20 تتعلق: يتعلق [س] / يرجع: رجع [س] – 22 مثالاً: ناقصة [س] / منه: من [س].

فإن المتقدمين لمّا رصدوا حركة الشمس وقاسوها إلى مراكز الآلات التي رصدوا بها الشمس – التي تقوم مقام مركز العالم – وجدوا حركتها تختلف بالقياس إلى مراكز الآلات، أعني أنهم وجدوا الشمس تقطع في الأزمنة المتساوية زوايا غير متساوية عند مراكز الآلات. وقد كان تقرر في نفوسهم أن حركات الأجرام السماوية لا تكون إلاّ متساوية
5 متشابهة بسيطة غير مركبة، لأن جوهرها جوهر بسيط غير مركب ولا فيه اختلاف. فلما وجدوا حركاتها مختلفة – مع فرضهم أن حركاتها متساوية – اعتقدوا أن وضع فلكها يوجب لها أن يكون ما يظهر بالرؤية من حركاتها مخالفًا لحركاتها الحقيقية، واستخرجوا وضع فلكها بالتحليل. وقد كانوا وجدوا الشمس يتحرك مركزها في سطح واحد مستقر قاطع للعالم. وقد كان استقر عندهم أن شكل العالم شكل كرّي، فلزم من ذلك أن يكون
10 السطح الذي يتحرك فيه مركز الشمس قاطعًا لكرة العالم، ويلزم من ذلك أن يحدث في سطح كرة / العالم دائرة مركزها مركز العالم. فاستخرجوا وضع هذه الدائرة واعتبروا حركة الشمس بالقياس إلى محيط هذه الدائرة، فوجدوه مختلفًا. فاستخرجوا من هذا الاختلاف وضع / فلك الشمس الذي يحرك الشمس الحركة المستوية. وكان استخراجهم لوضع هذا الفلك بالتحليل على ما نصف.

س – ٣٥٧ – ظ
ب – ٧٨ – و



15 ليكن الدائرة – التي مركزها مركز العالم التي هي يتحرك في سطحها مركز الشمس – دائرة $\overline{\text{ا ب جـ د}}$ ومركزها $\overline{\text{هـ}}$. فمن أجل أن مركز الشمس يتحرك أبدًا في سطح هذه الدائرة، وجب أن يكون مركز الحركة المستوية التي تحرك الشمس هو في سطح هذه الدائرة أيضًا، فليكن مركز الحركة المستوية $\overline{\text{ز}}$، وليكن مركز الشمس يتحرك بالحركة المستوية على

2 الشمس: ناقصة [س] – 3 غير متساوية: مختلفة [س] – 4 تكون: يكون [س] – 5 جوهر: ناقصة [ب] – 7 واستخرجوا: فاستخرجوا [س] – 8 مستقر: مستوى [ب] / قاطع: فقاطع [س] – 11 فاستخرجوا: فاستخروا [ب] – 12 هذا: هذه [س] – 15 هي: ناقصة [ب] / سطحها: وسطها [ب] – 18 $\overline{\text{ز}}$: ناقصة [ب].

محيط دائرة ح ط م ن. فلو كان مركز دائرة ح ط م ن هو مركز دائرة ا ب جـ د، كانت الشمس تقطع من الدائرتين في زمان واحد قوسين متشابهتين، وكانت [تكون] حركة الشمس على محيط دائرة ح ط م ن أيضاً مختلفة. لكن حركة الشمس على محيط دائرة ح ط م ن بالفرض متساوية، فمركز دائرة ح ط م ن ليس هو مركز دائرة ا ب جـ د،

5 فنقطة ز ليست هي نقطة هـ، فنقطة ز خارجة عن نقطة هـ. فانتهى التحليل إلى أن مركز الحركة المستوية غير مركز الحركة المختلفة الذي هو مركز العالم.

فركبوا هذا التحليل بأن وصلوا بين نقطة هـ وبين نقطة ز بخط مستقيم، وأخرجوه في الجهتين على استقامةٍ إلى نقطتي ا جـ. وأخرجوا من نقطة هـ خط هـ كـ ل يقطع الدائرتين ووصلوا ز كـ. وكانت الشمس، إذا وجدت بالرؤية على خط هـ ل، تكون قد

10 قطعت من دائرة ا ب جـ قوس ا ل وقطعت من دائرة ح ط م ن قوس ح كـ، لأن الشمس في دورانها لا بُدّ أن تمرّ بنقطة ح وتُرى بالقياس إلى دائرة ا ب جـ د على نقطة ا. فإذا صارت على نقطة كـ، فإنها توجد بالرؤية على خط هـ كـ ل، فتكون قد قطعت من دائرة ا ب جـ د قوس ا ل، وقطعت من دائرة ح ط م ن قوس ح كـ. وقوس ح كـ أعظم شيئًا من قوس ا ل، لأن زاوية ح ز كـ أعظم من زاوية ا هـ ل. فيكون حركتها في

15 دائرة ا ب جـ د في هذا الموضع أبطأ من حركتها في دائرة ح ط م ن. ونخرج من نقطة هـ خط ب هـ د على زوايا قائمة، فهو يقطع دائرة ا ب جـ د بأرباع متساوية، ويقطع دائرة ح ط م ن بأقسام مختلفة، فيكون قوس ا د ربع دائرة ويكون قوس ح ن أعظم من ربع دائرة، ويكون قوس د جـ ربع دائرة، ويكون قوس ن م أقل من ربع دائرة. ونخرج ز كـ موازيًا لـ هـ ن، فيكون قوس ح كـ ربع دائرة، ويكون قوس كـ ن هي زيادة قوس

20 ح ن على ربع دائرة، وهي نقصان قوس ن م عن ربع دائرة، فلزم من هذا الوضع أن يكون قوس ط ح ن أعظم من نصف دائرة وقوس ط م ن أصغر من نصف دائرة.

وإذا كانت حركة الشمس في دائرة ح ط م ن متساوية، وجب أن تقطع قوس ط ح ن في زمان أطول من الزمان الذي تقطع فيه قوس ن م ط. وهي إذا قطعت قوس ط ح ن تكون قد قطعت من دائرة ا ب جـ د قوس ب ا جـ التي هي نصف دائرة، وإذا

---

5 فنقطة ز ليست هي نقطة هـ: ناقصة [ب] – 6 الذي هو: التي هي [ب، س] – 7 وبين: و [س] – 9 ووصلوا: وضلوا [ب] / وكانت: فكانت [س] – 11 وترى: فيرى [س] / نقطة: ناقصة [س] – 12 خط: ناقصة [ب] – 13 ح ط م ن: خط كـ ن [ب] – 17 ح ن: ح ر [س] – 19 هـ ن: هـ د [س] – 21 قوس: ناقصة [ب] – 23 ط ح ن: ح ط ن [س] / فيه: ناقصة [ب].

قطعت قوس ن م ط، تكون قد قطعت من دائرة ا ب جـ د قوس د جـ ب التي هي نصف دائرة، فيكون حركة الشمس في نصف دائرة ب ا د أبطأ من حركتها في نصف دائرة د جـ ب، وهذه هي الحركة التي تُدرك بالرؤية.

ثم استخرجوا بالتحليل أيضًا مقدار زيادة قوس ط ح ن على قوس ن م ط من مقدار زيادة الزمان الذي تقطع فيه الشمس قوس ط ح ن على الزمان الذي تقطع فيه قوس ن م ط، لأن نسبة الزمان إلى الزمان هي نسبة المسافة إلى المسافة / إذا كانت الحركة متساوية. س-٣٥٨-و

واستخرجوا أيضًا من مقدار زيادة قوس ط ح ن على نصف دائرة مقدارَ خط هـ ز ونسبته إلى خط ز ح. وعلى هذه الصفة استخرجوا بالتحليل أوضاع أفلاك جميع الكواكب المتحيّرة ومقادير أفلاكها وخروج مراكزها؛ وهذا القدر كافٍ في أمثلة تحليل الهيئة.

فأما المعاني التي تتعلق بعلم الموسيقى والمسائل التي تستخرج من هذه الصناعة، فإن جميعها يرجع إلى المسائل العددية.

‹يو› فالمثال في ذلك قولنا: الاتفاق الذي بالكل مؤلف من الاتفاق الذي بالأربع والاتفاق الذي بالخمس.

فليكن الاتفاق الذي بالكل بين نغمتي ا ب، وليكن الاتفاق الذي بأربع في نغمتي جـ د، وليكن الاتفاق الذي بالخمس في نغمتي هـ و.

فأقول: إن النسبة التي بين نغمتي ا ب مؤلفة من النسبة التي بين نغمتي جـ د ومن النسبة التي بين نغمتي هـ و، فنفرض أن ذلك كذلك، وليكن ‹الاتفاق الذي بين› نغمتي ا ح – الذي بأربع – فيكون ‹الاتفاق الذي بين› نغمتي ح ب الذي بالخمس ويكون الاتفاق الذي بين نغمتي / ا ب مؤلف من الاتفاق الذي بين نغمتي ا ح والاتفاق الذي بين نغمتي ح ب. فلأن الاتفاق الذي بأربع هو في نسبة مثل وثلث، يكون الاتفاق الذي بين نغمتي ا ح هو في نسبة المثل والثلث. ولأن الاتفاق الذي بالخمس في نسبة المثل ب-٧٨-ظ

5 ط ح ن ... قوس: ناقصة [ب] – 10 مراكزها: مراكزاها [ب] – 12 تتعلق: يتعلق [س] – 13 يرجع: ترجع [س] – 14 فالمثال: والمثال [س] – 16 بين: هو في [س] – 17 وَ: رَ [ب، س] – 19 وَ: رَ [ب، س] – 20 فيكون: فيكن [ب] / نغمتي: نغمتا [ب، س] – 21 مؤلف: مؤلفة [ب، س] – 23 هو: ناقصة [ب].

والنصف، يكون الاتفاق الذي بين نغمتي ح ب في نسبة المثل والنصف. فيلزم من ذلك أن يكون الاتفاق الذي بين نغمتي ا ب مؤلفًا من نسبة المثل والثلث والمثل والنصف. لكن النسبة المؤلفة من نسبة المثل والثلث والمثل والنصف هي نسبة الضعف. فيلزم من ذلك أن يكون الاتفاق الذي بين نغمتي ا ب هو في نسبة الضعف. لكنه كذلك، لأن الاتفاق الذي بالكل هو في نسبة الضعف.

ب ح ا
و هـ د ج

فقد انتهى التحليل إلى معنى معطى وهو أن الاتفاق الذي بالكل هو في نسبة الضعف، وعلى هذه الصفة يكون تحليل جميع المسائل التأليفية.

وتركيب هذه المسألة: هو أن الاتفاق الذي بالكل يكون في نسبة الضعف، ونسبة الضعف مؤلفة من نسبة المثل والثلث ‹والمثل› والنصف. والاتفاق الذي بأربع هو في نسبة المثل والثلث، والاتفاق الذي بالخمس هو في نسبة المثل والنصف. والاتفاق الذي بالكل مؤلف من الاتفاق الذي بأربع والاتفاق الذي بالخمس؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

فقد أتينا على أمثلة تحليل جميع المعاني التي إليها تنقسم جزئيات جميع العلوم التعليمية، وجميع هذه الأمثلة اعتمدنا فيها السهولة ليسهل على طالب صناعة التحليل فهمها.

‹الفصل الثاني›

وقد بقي علينا أن نذكر مسائل من التحليل فيها بعض الصعوبة، ليكون آلة يرتاض بها من نظر في هذه المقالة ويسترشد بها من يروم اكتساب صناعة التحليل ويهتدي بالمعاني التي تُستعمل فيها وبالزيادات التي تزاد في موضوعاتها إلى التصرف في صناعة التحليل، لأن تصيُّد المقدمات إنما يكون بالزيادات التي تزاد وبالخواص التي تظهر في الزيادات، ونقتصر في هذه الأمثلة على مسائل عددية ومسائل هندسية فقط، فإنهما أبين وعليهما يحول في جميع المسائل.

2 مؤلفًا: مؤلف [ب، س] – 3 هي: هو [ب] من [س] – 6 أن: ناقصة [س] – 9 المثل ... نسبة: ناقصة [س] – 10 هو: وهو [ب] / والاتفاق: فالاتفاق [س] – 12 إليها: ناقصة [ب] – 13 فهمها: منها [س] – 15 علينا: ناقصة [س] / بعض: بعرض [س] – 17 تستعمل: يستعمل [ب] / وبالزيادات: بالزيادات [ب] / موضوعاتها: موضوعها [س] – 18 وبالخواص: وبالخوص [ب].

‹يز› فمن ذلك قولنا: نريد أن نجد العدد التام.

والعدد التام هو المساوي لجميع أجزائه التي تَعُدُّه، وهذه المسألة هي التي ذكرها أقليدس في آخر العدديات من كتابه، إلا أنه لم يذكر تحليلها، ولا تبين في كلامه كيف وجد العدد التام بالتحليل، وإنما ذكره بالتركيب فقط كسائر المسائل التي ضمَّنها كتابه، 5 ونحن نبيّن في هذا الموضع كيف وجد العدد التام بالتحليل، ثم نركب التحليل.

وطريق التحليل لهذه المسألة: هو أن نعتقد أنه قد وجد العدد التام، وليكن بالمثال عدد ا ب وليكن أجزاؤه التي تعدّه أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م ن، ولنعتقد أن ا ب مساوٍ لأعداد جـ د هـ ز ح ط ل م ن. ثم ننظر في خواص الأعداد ذوات الأجزاء. وإذا نظر في خواص الأعداد ذوات / الأجزاء، وجد أنه قد تبيّن في الشكل لو من المقالة س-٣٥٨-ظ 10 التاسعة: أنه إذا توالت أعداد على نسبة واحدة – كم كانت – وفُصل من الثاني ومن الأخير مثل الأول، فإن نسبة الباقي من الثاني إلى الأول هي نسبة الباقي من الأخير إلى جميع الأعداد التي قبله. فيلزم من ذلك أن تكون الأعداد المتوالية المتناسبة، التي هي في نسبة الضعف، إذا نقص من ثانيها ومن آخرها مثل الأول، كان الباقي من الثاني مثل الأول، فيكون الباقي من الأخير مثل جميع الأعداد المتقدمة. والأعداد المتوالية، التي في 15 نسبة الضعف، كل واحد منها يعدّ العدد الأعظم وكل واحد منها هو جزءٌ من العدد الأعظم، فيلزم من جميع ذلك أن تكون أعداد ا ب جـ د هـ ز ح ط ل م ن إن كانت في نسبة الضعف وكانت متوالية، فإن كل واحد من جـ د هـ ز ح ط ل م ن هو جزء من ا ب، وأنه إذا نقص من ا ب مثل ن، كان الباقي من ا ب مثل جميع الأعداد الباقية التي هي أجزاء من ا ب. لكن جميع ا ب هو مساوٍ لجميع الأجزاء، فليس عدد ا ب مع 20 جميع الأعداد الباقية المتوالية في نسبة الضعف.

وأيضًا، فإن من خواص الأعداد المتوالية المتناسبة – التي في نسبة الضعف – المبتدئة من الواحد، أن كل واحد منها إذا نقص منه واحد، كان الباقي منه مساويًا لجميع الأعداد التي قبله، لأنه إذا نُقص من الثاني أيضًا الذي هو اثنان واحدٌ كان الباقي [من الباقي] مساويًا للأول الذي هو واحد. فيلزم من ذلك أن تكون أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م ن،

4 ذكره: ذكرها [س] – 5 نركب: ركب [س] – 8 هـ: ناقصة [س] – 8-9 وإذا نظر ... الأجزاء: مكررة [س] – 11 الأخير: الاجزا [ب] / الأخير: الاجزا [ب] – 12 فيلزم: ويلزم [س] / هي: ناقصة [س] / في: ناقصة [ب] – 15 يعدّ: بعدد [س] / وكل: فكل [س] – 16 فيلزم: ناقصة [ب] – 18 الباقية: ناقصة [ب] – 19 جميع: ناقصة [ب] – 20 المتوالية: متوالية [ب، س] – 21 المتناسبة: ناقصة [س] – 23-24 أيضًا ... مساويًا: ناقصة [ب] – 24 مساويًا: مساوى [ب] / جـ: ح [ب]؛ كتب قبلها «ا ب» [س].

إن كان بعضها متواليًا في نسبة الضعف مبتدئًا من ا ب وكان آخرها الذي هو أصغرها
ينقص عن ضعف العدد الذي قبله الذي يليه واحدًا، كانت جميع الأعداد التي تلي ا ب
أجزاءً من ا ب وكان ا ب مساويًا لجميعها./

ا
ك ج د هـ ز ح ط ل م ن
ب

فليكن أعداد ا ب جـ د هـ ز متوالية في نسبة الضعف وعدد ز ينقص عن ضعف ب-٧٩-و
5 عدد ح بواحد، ونفصل ‹من ا ب› كـ ب مثل ز، فيكون ا كـ مثل جميع أعداد جـ د هـ
ز، وز ينقص عن ضعف ح بواحدٍ، فهو مساوٍ لجميع ح ط ل م ن؛ وكـ ب مثل ز وكـ ب
مثل جميع ح ط ل م ن؛ فجميع ا ب مثل جميع أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م ن،
وأعداد ح ط ل م ن أعداد متوالية في نسبة الضعف مبتدئة من الواحد، ون هو الواحد.
ولأن جـ نصف ا ب، يكون جـ يعدّ ا ب بآحاد م، ويكون د يعدّ ا ب بآحاد ل، ويكون
10 هـ يعدّ ا ب بآحاد ط، وكذلك الباقي. فإن كانت أعداد جـ د هـ ز عدتها عدة أعداد ح
ط ل م، كان كل واحد من الأعداد التي تلي ا ب يعدّ ا ب بآحاد واحد من الأعداد
التي تلي ن، ويكون كل واحد من الأعداد التي تلي ن يعدّ ا ب بآحاد واحد من الأعداد
التي تلي ا ب. فيكون جميع الأعداد أجزاءً من ا ب، ولا يكون عدد آخر يعدّ ا ب. وإن
كانت الأعداد التي تلي ا ب أكثر عددًا من الأعداد التي تلي ن، وكانت بعض الأعداد
15 التي تلي ا ب تعدّ ا ب بآحاد الأعداد التي تلي ن، وكانت بقية الأعداد التي تلي ا ب
تعدّ ا ب بآحاد أعداد أخر، فيكون تلك الأعداد الأخر أجزاءً من ا ب، وليس لـ ا ب
أجزاء غير أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م ن. فليس الأعداد التي تلي ا ب أكثر عددًا من
الأعداد التي تلي ن. وإن كانت الأعداد التي تلي ا ب أقل عددًا من الأعداد التي تلي
ن، كانت بعض الأعداد التي تلي ن تعدّ ا ب بآحاد الأعداد التي تلي ا ب، وكانت
20 بقية الأعداد التي تلي ن تعدّ ا ب بآحاد أعداد أخر، فيكون تلك الأعداد الأخر أجزاءً

1 مبتدئًا: مبتدية [س] / آخرها: اخيرها [س] – 2 الذي يليه: ناقصة [ب] / كانت: كان [ب] – 5 جـ: ح [ب] –
6 وكـ ب: فـ كـ ب [س] – 7 جميع (الأولى): ناقصة [س] / جـ: ح [ب] – 9 جـ: ح [س] – 15 وكانت: فكانت
[س] – 17 ل: ناقصة [ب] – 20 أخر: الاخر [ب].

من ا ب. وليس لـ ا ب أجزاء غير الأعداد المفروضة. فالأعداد التي تلي ا ب المتوالية على نسبة الضعف عدتها عدة الأعداد التي تلي ن. فيكون عدة أعداد جـ د هـ ز مساوية لعدة أعداد ح ط ل م.

وأيضًا، فإن عدد ز إن كان له جزء أو أجزاء، فإن ذلك الجزء – أو الأجزاء – يعدّ
5 ا ب، لأن ز يعدّ ا ب. فيكون ذلك الجزء – أو الأجزاء – جزءًا – أو أجزاءً – من ا ب، وليست واحدًا من أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م، لأن أعداد جـ د هـ ليس واحد منها جزءًا من ز، لأن كل واحد منها أعظم من ز، وأعداد ح ط ل م ليس واحد منها يعدّ ز، لأن ز إذا زيد عليه واحد، كانت أعداد ح ط ل م تعدّه، وليس واحد من أعداد ح ط ل م يعدّ الواحد الزائد، لأن كل واحد منها أكثر من الواحد، فأعداد ح ط ل م لا تعدّ
10 عدد / ز، فليس واحد منها جزءًا من عدد ز، فإن كان لعدد ز جزء أو أجزاء غير الواحد، س - ٣٥٩ - و
فإن ذلك الجزء أو الأجزاء هو جزء من ا ب، وهو غير كل واحد من أعداد جـ د هـ ز ح ط ل م. لكن ا ب ليس له جزء غير هذه الأعداد والواحد؛ فعدد ز إذن عدد أول.

فقد انتهى التحليل إلى أن بيْن عدد ا ب وبين عدد ز أعداد، وجميعها متوالية على
15 نسبة الضعف، وأن عدد ز منها أول، وأن عدد ز ينقص عن ‹ضعف› أحد الأعداد المتوالية المتناسبة التي في نسبة الضعف المبتدئة من الواحد بواحد. وهذا المعنى ممكن وهو وجود عدد من الأعداد المتوالية المتناسبة التي في نسبة الضعف المبتدئة من الواحد، وإذا نقص منه واحد، كان ذلك العدد عددًا أولَ.

وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف: نستقرئ أعداد زوج الزوج، وهي التي في
20 نسبة الضعف المبتدئة من الواحد، وينقص من كل واحد منها واحد، فأيّها كان أولَ ضوعف مرات إلى أن تصير عدة الأعداد المتوالية المضاعفة بعدة الأعداد المتوالية المتناسبة التي قبل ذلك العدد مع الواحد الذي هو أولها، فيكون أعظم الأعداد الذي ينتهي إليه التضعيف عددًا تامًا.

1 لـ ا ب: ا ب [ب] – 6 أعداد: الاعداد [ب] / جـ: ناقصة [س] / واحد: واحدا [ب] – 7 من ز (الثانية): من ن [ب] منه [س] – 8-9 تعدّه ... م: مكررة [س] – 8 أعداد (الثانية): الأعداد [ب] – 10 جزء: جزا [س] / غير الواحد: لواحد [س] – 12 والواحد: فالواحد [ب] – 14 وجميعها: جميعها [ب] – 15 أحد: واحد [ب] – 18 واحد: واحدا [ب] / عددًا أولَ: عدد اولاً [ب] – 19 نستقرئ: نستقرا [ب، س] – 20 أول: اولا [ب، س] – 21 عدة: مرة [س] / المتوالية: المبتدئة [ب] / بعدة: بعد [س] – 22 الذي (الثانية): التي [س].

ومثال ذلك: أعداد ا ب جـ د هـ زح متوالية على نسبة الضعف وا منها واحد، فـ زح إذا نقص منه واحد، كان الباقي عددًا أولَ. ويُنقص من زح واحد – وهو س ح – فيبقى زس عددًا أولَ، فيُضعّف زس مرات حتى تصير عدة الأضعاف مثل عدة أعداد ا ب جـ د هـ، وليكن أعداد زس ط كـ ل ن ع.

5 فأقول: إن عدد ن ع عدد تام.

برهان ذلك: أنا نفصل ع ف مثل زس، فيكون ن ف مثل جميع أعداد ل كـ ط زس، وعدد ف ع مثل جميع أعداد هـ د جـ ب ا، فيكون عدد ن ع مساويًا لجميع أعداد ا ب جـ د هـ زس ط كـ ل. وأعداد ل كـ ط زس كل واحد منها يعدّ ن ع بعدد آحاد واحد من أعداد هـ د جـ ب، ويكون كل واحد من أعداد ب جـ د هـ يعدّ ن ع

10 بعدد آحاد واحد من أعداد زس ط كـ ل. فيكون جميع أعداد ب جـ د هـ زس ط كـ ل أجزاء من ن ع، ون ع قد تبيّن أنه مساوٍ لجميع هذه الأعداد ‹مع ا الذي هو الواحد›. فقد بقي أن نبيّن أن عدد ن ع ليس يعدّه عدد غير هذه الأعداد.

وليكن عدد م يعدّ ن ع. فأقول: إن م هو واحد من أعداد ب جـ د هـ زس ط كـ ل. وليكن عدد / م يعدّ ن ع بآحاد عدد ق. ثم إذا ضُرب في ق كان منه ن ع؛ وعدد ب – ٧٩ – ظ

15 زس يعدّ ن ع بآحاد عدد هـ، فـ زس إذا ضُرب في هـ كان منه ن ع. فضرب هـ في زس مثل ضرب م في ق، فنسبة زس إلى ق كنسبة م إلى هـ. وزس إما أن يعدّ ق أو لا يعدّه؛ فإن كان زس يعدّ ق، فـ م يعدّ هـ؛ وأعداد ا ب جـ د هـ متوالية من الواحد متناسبة، والذي يلي الواحد أول، لأنه اثنان، فليس يعدّ أكثرها إلاّ عدد منها، كما تبيّن في الشكل يجـ من المقالة التاسعة، فعدد م هو أحد أعداد [ا] ب جـ د ‹هـ›. وإن كان

20 عدد زس لا يعدّ ق، فهو أول عنده، كما تبيّن في الشكل لا من المقالة السابعة؛ وإذا كان أولَ عنده، فهما أقل عددين على نسبتهما، كما تبيّن في الشكل كب من المقالة السابعة. وإذا كان عددا زس ق أقل عددين على نسبتهما، فهما يعدّان الأعداد التي على نسبتهما، كما تبيّن في الشكل كـ من المقالة السابعة. فإذا كان عدد زس لا يعدّ ق،

1 ومثال: مثال [ب] – 2 فـ زح: وزح [س] / أول: اولا [ب، س] – 3 أول: اولا [ب، س] / مرات: من ا ب [س] / عدة (الثانية): عدده [ب] – 6 ن ف: ر ب [ب] / ل : اول [س] – 7 ف ع: نع [ب] / ن ع: رع [س] – 8 ط (الأولى): ناقصة [ب] / كل واحد منها: ناقصة [ب] / ن ع: رع [س] – 9 د (الأولى): ر [ب، س] – 10 د: و د [س] – 15 هـ في: هـ ح [س] – 17 فـ م: نم [ب] / يعدّ هـ: يعده [س] / د: و [س] – 18 اثنان: اثنين [ب، س] / إلاّ عدد: الاعداد [س] – 19 يجـ: لجـ [ب] / أحد: واحد من [س] / ب: ف [ب] – 20 تبين: ناقصة [س] – 21 أول: اولا [ب، س] / نسبتهما: نسبتها [س].

فهما أقل عددين على نسبتهما ويعدّان الأعداد التي على نسبتهما. ونسبة ز س إلى ق
كنسبة م إلى هـ. فعدد ق يعدّ هـ، فعدد ق هو واحد من أعداد [ا] ب جـ د، فعدد ق
يعدّ ن ع بعدد آحاد عدد من أعداد ز س ط كـ ل. لكن ق يعدّ ن ع بعدد آحاد م،
فعدد م هو واحد من أعداد ز س ط كـ ل.

5 فكل عدد يعدّ ن ع فهو واحد من أعداد ب جـ د هـ ز س ط كـ ل. وليس يعدّ
ن ع جزء غير أعداد ب جـ د هـ ز س ط كـ ل، وا الذي هو الواحد. وعدد ن ع مساوٍ
لجميع هذه الأعداد، فعدد ن ع عدد تام؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

‹**يح**› ومن ذلك قولنا: نريد أن نجد ثلاثة أعداد، إذا أُضيف إلى ‹ثلثي› الثاني منها
نصف الأول / وأُضيف إلى ‹ثلاثة أرباع› الثالث ثلث الثاني وأُضيف إلى ‹نصف› الأول س-٣٥٩-ظ
10 ربع الثالث، صارت الثلاثة متساوية.
فتحليل هذه المسألة هو كما نصف: لتكن الأعداد ا ب جـ د هـ ز. ولنفصل من
ا ب نصفه، وهو ا ح، ويُضاف إلى جـ د، وليكن جـ ط؛ ونفصل من جـ د ثلثه، وليكن
كـ د؛ ويُضاف إلى هـ ز، وليكن هـ ل؛ ونفصل من هـ ز ربعه وليكن م ز؛ ويُضاف إلى
ا ب، وليكن ا ن. فيصير أعداد ح ن ط كـ ل م الثلاثة متساوية. فنفرض أن ذلك
15 كذلك، وننظر فيما يلزم من مقادير الأعداد من بعد الزيادات. فلأن ح ن مثل ط كـ
وط كـ هو ط جـ الذي هو نصف ا ب وجـ كـ الذي هو ثلثا جـ د وح ا هو نصف ا ب،
فهو مثل ط جـ، فيبقى ا ن مثل جـ كـ. وا ن هو ربع هـ ز، فثلثا جـ د هو ربع هـ ز،
فجميع جـ د هو ربع وثمن هـ ز.

ناقصة [س] – 7 ن ع: ف ع [س] – 9 وأضيف (الأولى): المخطوطة متآكلة في هذا الموضع [س] – 11 الأعداد: اعداد [س] – 12 جـ د ثلثه: جـ وثلثه [س] – 13 هـ ل: هـ ر [ب] – 14 ا ب: جـ ب [ب، س] / ح ن: حـ ر [ب] – 17 جـ كـ: جـ ح كـ [س] / هـ ز: ز هـ [س] / هو: الأفصح «هما»، ولكنه يقصد العدد، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد.

ب ح ا ن
د ك جـ ط
ز م هـ ل

وأيضًا، من أجل أن ح ن مثل ل م ول م هو ل هـ – الذي هو ثلث جـ د – وهـ م، الذي هو ثلاثة أرباع هـ ز، وا ن هو ربع هـ ز، فيسقط من هـ م ربع هـ ز ومن ح ن ا ن، فيبقى ل هـ مع نصف هـ ز مثل ح ا. وح ا هو نصف ا ب، فنصف ا ب هو ثلث جـ د ونصف هـ ز، فكل ا ب هو ثلثا جـ د وكل هـ ز. لكن ثلثا جـ د هو ربع هـ ز، فكل ا ب
5 هو مثل هـ ز ومثل ربعه، فنسبة ا ب إلى هـ ز هي نسبة خمسة إلى أربعة، فهي نسبة عشرة إلى ثمانية. ونسبة جـ د إلى هـ ز نسبة ثلاثة إلى ثمانية، ونسبة ا ب إلى جـ د هي نسبة عشرة إلى ثلاثة.

فقد انتهى التحليل إلى أن نبيّن أن نسب الأعداد المطلوبة بعضها إلى بعض نسب معلومة، فوجودها إذن ممكن.

10 وتركيب هذه المسألة يكون على هذه الصفة: نفرض عددًا له ربع وثمن، أيّ عدد كان، وليكن عدد ا ب، ونضيف إليه ربعه وليصرْ عدد جـ د، ونأخذ أيضًا ربعه وثمنه، وليكن هـ ز.

فأقول: إن عدد جـ د هو العدد الأول المطلوب، وإن هـ ز هو العدد الثاني، وإن ا ب هو العدد الثالث.

ا ب
جـ د
هـ ز

15 برهان ذلك: أن عدد جـ د يكون عشرة أجزاء وعدد هـ ز يكون ثلاثة أجزاء وعدد ا ب يكون ثمانية أجزاء. فإذا أضفنا إلى الثاني – الذي هو ثلاثة أجزاء – نصف الأول، الذي هو خمسة أجزاء، صار ثمانية أجزاء وبقي من الأول خمسة أجزاء. وإذا أضفنا إلى الثالث – الذي هو ثمانية أجزاء – ثلث الثاني الذي هو جزء واحد صار الثالث تسعة

5 ا ب: ا هـ [ب] – 6 ونسبة (الأولى): ولنسبة [ب] – 8 نسب (الأولى): نسبة [ب، س] – 11 ربعه: اربعه [س] / وليصر: وليصير [ب، س] / ربعه: اربعه [س] – 17 صار: صارت [س].

أجزاء وبقي الثاني سبعة أجزاء. وإذا أُضيف إلى الأول – الذي هو خمسة أجزاء – ربع الثالث الذي هو جزآن، صار الأول سبعة أجزاء، وصار الثالث سبعة أجزاء. فيصير الأعداد بعد الزيادات متساوية؛ وذلك ما أردنا أن نجد.

وتبيّن من هذا التركيب / أن هذه المسألة سيّالة، لأنها تتم بكل عدد له ثمن؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. (ب – ٨٠ – و) 5

〈يط〉 ومن ذلك قولنا: نريد أن نقسم عددين معلومين بثلاث نسب مثل نسب مفروضة.

فليكن العددان ا ب جـ د والنسب المفروضة نسبة هـ إلى ز ونسبة ح إلى ط ونسبة كـ إلى ل. فليكن أعظم النسب نسبة هـ إلى ز وأصغر النسب نسبة كـ إلى ل.

10 فطريق التحليل في هذه المسألة يكون بأن نفرض أن العددين قد انقسما بهذه النسب، ثم ننظر في خواص هذين العددين من بعد انقسامهما. وليقسم العددان على نقط ن م ف ق. وليكن نسبة ا م إلى جـ ف كنسبة هـ إلى ز ونسبة م ن إلى ف ق كنسبة ح إلى ط ونسبة ن ب إلى ق د كنسبة كـ إلى ل. وإذا نُظر في خواص هذين العددين بعد انقسامهما وُجد نسبة ا ن إلى جـ ق أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من 15 نسبة ح إلى ط، ووجد نسبة م ب إلى ف د أصغر من نسبة ح إلى ط / وأعظم من نسبة (س – ٣٦٠ – و) كـ إلى ل، ووجد نسبة ا م م ب مجموعين إلى جـ ف ف د مجموعين أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل، لأن هذا المعنى قد تبيّن في الشكل و من هذه المقالة. وإذا كانت نسبة ا ن إلى جـ ق أعظم من نسبة ح إلى ط وكانت نسبة ن ب إلى ق د كنسبة كـ إلى ل، وكانت نسبة كـ إلى ل أصغر من نسبة ح إلى ط، فإن نسبة ا ن إلى 20 جـ ق أعظم من نسبة ن ب إلى ق د، فإذا كانت نسبة ا ن إلى جـ ق أعظم من نسبة ن ب إلى ق د، فإن نسبة ا ب إلى جـ د أعظم من نسبة ن ب إلى ق د، فهي أعظم

2 الذي هو جزآن ... الثالث: مكررة [ب] – 3 وذلك ما ... نجد: ناقصة [ب] – 4 وتبين: ويتبين [س] / تتم: يتم [ب] – 4-5 وذلك ... نبين: ناقصة [س] – 9 فليكن: وليكن [س] – 10 المسألة: ناقصة [ب] – 11 ننظر: ينظر [س] / انقسامهما: انقسامها [ب، س] / وليقسم: ولنقسم [ب، س] – 12 ن م: م ن [س] / كنسبة ... ف ق: ناقصة [ب] – 13 ن ب: م ب [ب] – 14 وجد: يوجد [ب، س] / جـ ق: جـ ن [ب] – 15 ووجد: ويوجد [ب، س]، أثبت الواو فوق السطر [ب] / ف د: ق د [ب] – 16 ووجد: ويوجد [ب، س] / م ب: ن ب [ب، س] / ف د: ق د [ب، س] – 17 و: ح [ب، س] – 19-21 كنسبة ... ق د (الأولى): ناقصة [ب] – 21 ق د: ف د [س] / ن ب: ف ب [س].

من نسبة كـ إلى ل. ولأن نسبة ا ن إلى جـ ق أصغر من نسبة هـ إلى ز ونسبة ن ب إلى ق د كنسبة كـ إلى ل – التي هي أصغر من نسبة هـ إلى ز – يكون كلٌّ واحدة من نسبة ا ن إلى جـ ق ونسبة ن ب إلى ق د أصغر من نسبة هـ إلى ز، فيكون نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة هـ إلى ز. فنسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من
5 نسبة كـ إلى ل. ونسبة ح إلى ط هي أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل، لأن نسبة هـ إلى ز هي أعظم النسب الثلاث ونسبة كـ إلى ل هي أصغر النسب الثلاث. وإذا كان ذلك كذلك، فنسبة ا ب إلى جـ د يمكن أن تكون كنسبة ح إلى ط ويمكن أن تكون أعظم منها ويمكن أن تكون أصغر منها.

ا م ن ب
جـ ف ق د
ل ك ط ح ز هـ

فإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د كنسبة ح إلى ط، فإن نسبة م ن إلى ف ق هي
10 كنسبة ا ب إلى جـ د وكنسبة الباقي إلى الباقي، فيكون نسبة مجموع ا م ن ب إلى مجموع جـ ف ق د كنسبة ا ب إلى جـ د وكنسبة ح إلى ط.

وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أعظم من نسبة ح إلى ط التي هي نسبة م ن إلى ف ق، فإن نسبة مجموع ا م ن ب إلى مجموع جـ ف ق د أعظم من نسبة ح إلى ط، وهي مع ذلك أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل.
15 وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة ح إلى ط، فإن نسبة مجموع ا م ن ب إلى مجموع جـ ف ق د أصغر من نسبة ح إلى ط، وهي مع ذلك أعظم من نسبة كـ إلى ل.

فقد انتهى التحليل إلى أن نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل، وهي إما مساوية لنسبة ح إلى ط، وإما أعظم وإما أصغر منها؛ ‹وأن
20 نسبة ا ب إلى جـ د إذا كانت مساوية لنسبة ح إلى ط، فإن نسبة ا م ن ب مجموعين إلى جـ ف ق د مجموعين مساوية لنسبة ح إلى ط›، وأن نسبة ا ب إلى جـ د إذا كانت

2 كل: نسبة كل [ب] / واحدة: واحد [ب] – 4 فنسبة ... ز: ناقصة [س] – 6 هي (الثانية): وهي [ب] – 8 تكون (الأولى): يكون [س] – 11 ق د: ق و [س] – 13 إلى (الأولى): ناقصة [ب] – 14 ز: هـ [ب] – 15-16 فإن نسبة ... ط: ناقصة [ب] – 18 أن: ناقصة [ب].

أعظم من نسبة ح إلى ط، فإن نسبة ا م ن ب مجموعين إلى جـ ف ق د مجموعين أعظم من نسبة ح إلى ط، وهي مع ذلك أصغر من نسبة هـ إلى ز؛ وأن نسبة ا ب إلى جـ د إذا كانت أصغر من نسبة ح إلى ط، فإن نسبة ا م ن ب مجموعين إلى جـ ف ق د مجموعين أصغر من نسبة ح إلى ط، وهي مع ذلك أعظم من نسبة كـ إلى ل.

5 وتركيب هذه المسألة يكون على هذه الصفة: إن كانت نسبة ا ب إلى جـ د كنسبة ح إلى ط، فُصل من ا ب جـ د عددان يكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة ح إلى ط، وذلك ممكن ومع ذلك سيّال. وليكن العددان ا م جـ ف، فيبقى نسبة ب م إلى ف د كنسبة ا ب إلى جـ د، التي هي نسبة ح إلى ط. ونسبة ح إلى ط هي أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل. فنقسم عددي م ب ف د بنسبتين مساويتين لنسبتي 10 هـ إلى ز وكـ إلى ل، كما بيّنا في الشكل و من هذه المقالة. وليكن نسبة م ن إلى ف ق كنسبة هـ إلى ز ونسبةُ ن ب إلى ق د كنسبة كـ إلى ل، فيكون عددا ا ب جـ د قد انقسما بالنسب الثلاث المفروضة.

وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أعظم من نسبة ح إلى ط، فُرضت نسبة أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة ا ب إلى جـ د،/ وذلك ممكن لأن نسبة هـ إلى ز أعظم س-٣٦٠-ظ
15 من نسبة ا ب إلى جـ د. وكل نسبتين مختلفتين تكون إحداهما أعظم من الأخرى، فإنه يمكن أن توجد نسبة ثالثة أصغر من العظمى وأعظم من / الصغرى؛ ونحن نبيّن هذا ب-٨٠-ظ المعنى من بعد فراغنا من هذا الشكل.

فليكن نسبة س إلى ع أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة ا ب إلى جـ د. فيكون نسبة س إلى ع أعظم من نسبة ح إلى ط ويكون نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من 20 نسبة س إلى ع وأعظم من نسبة ح إلى ط. فنقسم ا ب جـ د بنسبتين مساويتين لنسبتي س إلى ع وح إلى ط، كما تبيّن في الشكل و من هذه المقالة. وليكن نسبة ا ن إلى جـ ق كنسبة س إلى ع ونسبة ن ب إلى ق د كنسبة ح إلى ط، فيكون نسبة ا ن إلى جـ ق أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل. فنقسم عددي ا ن جـ ق بنسبتين مساويتين لنسبتي هـ إلى ز وكـ إلى ل. وليكن نسبة ا م إلى جـ ف كنسبة هـ إلى

5 كنسبة: وكنسبة [س] – 6 عددان: عددين [ب، س] – 7 ب م: م ب [س] – 8-9 ط هي ... كـ إلى: ناقصة [س] – 9 ف د: ق د [ب] / مساويتين: متساويتين [س] – 10 و: ز [ب، س] – 14 جـ د: كتب بعدها «اعظم من نسبة هـ إلى ز واعظم من نسبة ا ب إلى جـ د» [ب] – 15 إحداهما: احدهما [ب] – 17 المعنى: ناقصة [ب] – 20 مساويتين: متساويتين [س] – 21 س إلى ع: س ع [ب] / وح إلى ط: وح ط [ب] – 23 من (الثانية): ناقصة [ب] – 24 وكـ إلى ل: فنقسم د كـ إلى ل [س] / جـ ف: حـ ق [ب].

ز ونسبة م ن إلى ف ق كنسبة كـ إلى ل. فيكون عددا ا ب جـ د قد انقسما بالنسب الثلاث المفروضة.

وإن كانت نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة ح إلى ط، فُرضت نسبة أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د وأعظم من نسبة كـ إلى ل. فليكن نسبة ص إلى و أصغر من نسبة
5 ا ب إلى جـ د وأعظم من نسبة كـ إلى ل. فيكون نسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة ح إلى ط وأعظم من نسبة ص إلى و. فنقسم ا ب جـ د بنسبتين مساويتين لنسبتي ص إلى و وح إلى ط. وليكن نسبة ا ن إلى جـ ق كنسبة ص إلى و ونسبة ن ب إلى ق د كنسبة ح إلى ط؛ ونسبة ص إلى و أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د ونسبة ا ب إلى جـ د أصغر من نسبة هـ إلى ز، فنسبة ص إلى و أصغر من نسبة هـ إلى ز. ونسبة ص إلى و أعظم
10 من نسبة كـ إلى ل، فنسبة ا ن إلى جـ ق أصغر من نسبة هـ إلى ز وأعظم من نسبة كـ إلى ل. فنقسم ا ن جـ ق بنسبتين مساويتين لنسبتي هـ إلى ز وكـ إلى ل. وليكن نسبة ا م إلى جـ ف كنسبة هـ إلى ز، ونسبة م ن إلى ف ق كنسبة كـ إلى ل. فيكون عددا ا ب جـ د قد انقسما بالنسب الثلاث المفروضة.

فقد تبيّن من جميع ما ذكرناه كيف يقسم عددا ا ب جـ د بالنسب الثلاث المفروضة؛
15 وذلك ما أردنا أن نعمل.

وقد تبيّن مع ذلك أن هذه المسألة سيّالة، أعني أنها يمكن أن تُعمل بعدة وجوه؛ وذلك أن نسبة ا ب إلى جـ د إذا كانت كنسبة ح إلى ط، فإن أي جزء فُرض من عدد ا ب وجُعلت نسبته إلى جزء من عدد جـ د كنسبة ح إلى ط تمت المسألة.

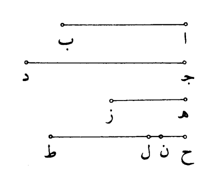
وإذا كانت نسبة ا ب إلى جـ د أعظم أو أصغر من نسبة ح إلى ط، فإنه يُحتاج في
20 العمل إلى وجود نسبةٍ أصغر من نسبةٍ وأعظم من نسبةٍ، وقد يمكن أن توجد نسب كثيرة

4-5 فليكن ... كـ إلى ل: ناقصة [س] – 4 و: ق [ب] – 6 و: د [س] / فنقسم: فيقسم [س] – 7 و: كتب ناسخ [س] الواو دالاً، ولن نشير إليها فيما بعد / كنسبة ... ق د: ناقصة [ب] – 12 جـ ف: حـ ق [ب] – 14 ذكرناه: ذكرنا [ب، س] / يقسم عددا: نقسم عدد [ب] – 16 تعمل بعدة وجوه: يوجد بوجوه عدة [س] – 17 فإن: فانه [ب] – 18 جـ د كنسبة: جـ وكنسبة [س].

أعظم من نسبة واحدة بعينها وأصغر من نسبة واحدة بعينها، فتكون المسألة على هذا الوجه أيضاً سيّالة. فعلى تصاريف الأحوال يمكن أن ينقسم العددان بالنسب الثلاث بعدة وجوه.

إلاّ أن هذه المسألة محدودة، لأنه ليس يمكن أن تتم إلا بعد أن تكون نسبة العددين أحدهما إلى الآخر أصغر من أعظم النسب وأعظم من أصغر النسب. وإن فرضت
5 نسبة / العددين ليست أصغرَ من أعظم النسب وأعظمَ من أصغر النسب لزم منه المحال. س-٣٦١-و
ولزوم المحال في هذا الشكل مثل المحال الذي لزم في الشكل و من هذه المقالة، فتحديد هذا الشكل هو تحديد الشكل و بعينه.

فأما كيف توجد نسبة أصغر من نسبةٍ وأعظم من نسبةٍ، فإنه يكون كما نصف: ليكن أعظم النسبتين نسبة ا ب إلى جـ د وأصغرهما نسبة هـ ز إلى ح ط، فنجعل نسبة هـ ز
10 إلى ط ل كنسبة ا ب إلى جـ د، فتكون نسبة هـ ز إلى ط ل أعظم من نسبة هـ ز إلى ح ط، فيكون ط ل أصغر من ح ط. فنفصل من ح ل ح ن كيفما اتفق، فيكون نسبة هـ ز إلى ط ن أصغر من نسبة ا ب إلى جـ د وأعظم من نسبة هـ ز إلى ح ط.



فإن كان عدد ح ل واحدًا، أضعفنا جميع الأعداد أضعافًا كم شئنا إلى أن يصير مكان ح ل عدد صحيح. ويكون أضعاف الأعداد على نسبة الأعداد الأول. وكذلك إن
15 كان في أحد الأعداد المفروضة للنسبتين كسور، ضربنا جميع الأعداد في العدد السميّ للكسر، فتصير النسب في أعداد صحاح. فعلى هذه الصفة يمكن أن توجد نسبة أصغر من نسبة مفروضة وأعظمُ من نسبة مفروضة. وهذا القدر من المسائل العددية مقنع في الرياضة.

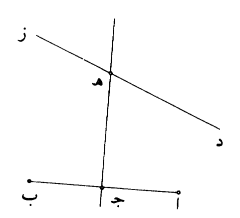
‹كـ› فأما المسائل الهندسية فمثل قولنا: خط ا ب مفروض وعليه ثلاث نقط وهي ا ب جـ، وخط د ز معلوم الوضع غير متناهٍ،/ ونريد أن نخرج من نقطتي ا ب خطين ب-٨١-و

1 وأصغر ... بعينها: ناقصة [ب] / الوجه: الفرض [س] – 3 تتم: يتم [س] – 4 أصغر (الأولى): ناقصة [ب] – 5 العددين: العدد [س] / ليست أصغر: ليس باصغر [س] / منه: ناقصة [ب] – 6 المحال (الثانية): المثالى [س] / و: ح [ب، س] – 7 و: ح [ب] الثامن [س] – 14 ح ل: حـ [ب] ح و [س] / عدد صحيح: عددا صحيحا [ب، س] – 18 فمثل قولنا: فان منها [س] – 19 جـ: ح [ب].

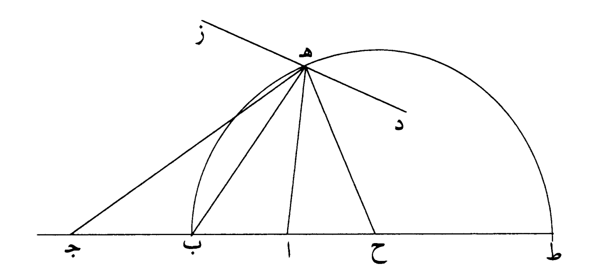
يلتقيان على نقطة من د ز، وإذا أُخرج من نقطة جـ خط إلى تلك النقطة، قسم الزاوية التي حدثت عند تلك النقطة بنصفين.

فعلى طريق التحليل نفرض أن ذلك قد كان، وهي خطوط ا هـ ب هـ جـ هـ. فيكون زاوية ا هـ جـ مثل زاوية جـ هـ ب. فلأن زاوية ا هـ ب قد انقسمت بنصفين بخط هـ جـ، يكون نسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة ا جـ إلى جـ ب. 5

فإن كان ا جـ مثل جـ ب، فإن جـ هـ عمود وقد خرج من نقطة جـ المعلومة من خط ا ب. فخط هـ جـ معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل الثامن والعشرين من *المعطيات*، وخط د ز بالفرض معلوم الوضع. فخطا د ز هـ جـ معلوما الوضع، وقد تقاطعا على نقطة هـ، فنقطة هـ معلومة، كما تبيّن في الشكل كد من *المعطيات*.



10 وتركيب هذا الوضع يكون بأن يخرج من نقطة جـ عمود ‹على ا ب› وينفذ على استقامة إلى أن يلقى خط د ز. فحيث لقي خط د ز أُخرج إليه خطان من نقطتي ا ب، وقد تمت المسألة.



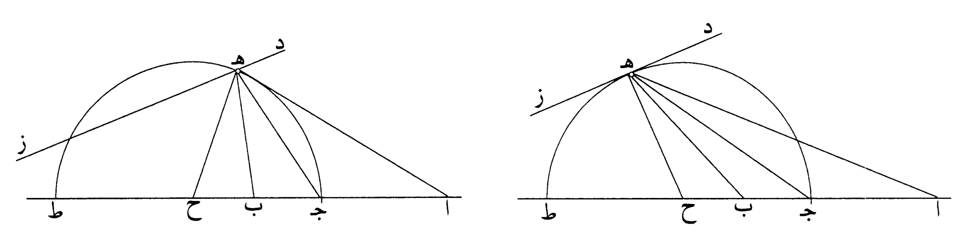
وإن كان خطا ا جـ جـ ب مختلفين، فليكن أعظمهما ا جـ، فيكون نسبة ا هـ إلى هـ ب نسبة معلومة، لأنها كنسبة ا جـ إلى جـ ب المعلومين، وهي نسبة أعظمَ إلى أصغرَ. 15 فنقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل الأول من هذه المقالة.

6 من (الثانية): ناقصة [س] – 7 هـ جـ: جـ هـ [س] – ليس هذا الشكل في المخطوطتين – 10-11 على استقامة إلى أن: حتى [ب] – 11 لقي: بقى [س] – 13 مختلفين: مختلفتين [س] / أعظمهما: أعظمها [س] / نسبة: ناقصة [س] – 14 لأنها: لأنهما [ب].

فلتكن الدائرة دائرة هـ جـ ط، فدائرة هـ جـ ط معلومة الوضع، وخط د ز معلوم الوضع، وقد تقاطعا على نقطة هـ، فنقطة هـ معلومة، كما تبيّن في الشكل كـد من *المعطيات*.

وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف: نجعل نسبة جـ ح إلى ح ب كنسبة ا جـ إلى جـ ب، فيكون نسبة جميع ا ح إلى جميع ح جـ كنسبة جـ ح إلى ح ب. ونجعل ح ب، ونجعل ح مركزًا ونديرِ ببعد ح جـ دائرة ولتكن دائرة جـ هـ ط، ولتقطع هذه الدائرة / خط د ز على نقطة هـ، ونصل ا هـ ب هـ جـ هـ ح هـ، فيكون ح هـ مثل ح جـ، فيكون نسبة ا ح إلى ح هـ هي نسبة ا ح إلى ح جـ، ونسبة ا ح إلى ح جـ هي كنسبة جـ ح إلى ح ب، فنسبة ا ح إلى ح هـ كنسبة هـ ح إلى ح ب. وزاوية ا ح هـ مشتركة لمثلثي ا ح هـ ب ح هـ، فمثلثا ا ح هـ ب ح هـ متشابهان. فنسبة ا ح إلى ح هـ كنسبة ا هـ إلى هـ ب، ونسبة ا ح إلى ح هـ هي كنسبة ا ح إلى ح جـ وكنسبة ا جـ إلى جـ ب، فنسبة ا هـ إلى هـ ب كنسبة ا جـ إلى جـ ب، فزاوية ا هـ ب قد انقسمت بخط جـ هـ بنصفين، كما تبيّن في المقالة السادسة من كتاب أقليدس؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

س - ٣٦١ - ظ



وهذه المسألة تحتاج إلى تحديد، لأن دائرة هـ جـ ط ربما لم تلق خط د ز، وتحديد هذه المسألة هو أن يكون خط ح جـ ليس بأصغر من العمود الخارج من نقطة ح القائم على خط د ز على زوايا قائمة، لأن ح جـ هو نصف قطر الدائرة ونقطة ح مركز الدائرة. فإذا كان نصف قطر الدائرة أصغر من العمود الخارج من مركزها إلى خط د ز، فإن طرف العمود يكون خارجًا عن محيط الدائرة. وطرف هذا العمود هو أقرب نقطة على خط د ز من محيط الدائرة، فيكون كل خط يخرج من مركز الدائرة إلى محيطها لا يصل إلى خط د ز.

1 هـ جـ ط (الأولى والثانية): هـ ح ط [س] – 2 كد: كـ [ب، س] – 4 ونجعل ح ب: ناقصة [ب] – 5 جـ هـ ط: ح هـ ط [س] – 7 هي: المخطوطة متآكلة في هذا الموضع [س] / إلى ح جـ: ناقصة [ب] / كنسبة: نسبة [ب] – 9 فمثلثا ا ح هـ ب ح هـ: ناقصة [ب] – 10 ح جـ وكنسبة ا جـ إلى: ناقصة [ب] / جـ ب: جـ ب ا [س] – 11 ا جـ: ا ح [ب] – 13 وهذه: وهذا [س] / هـ جـ ط: جـ ط [ب] – 14 ح جـ: جـ ح [ب] / القائم: للقائم [ب] – 16 فإذا: واذا [س] / من العمود الخارج: مكررة [ب].

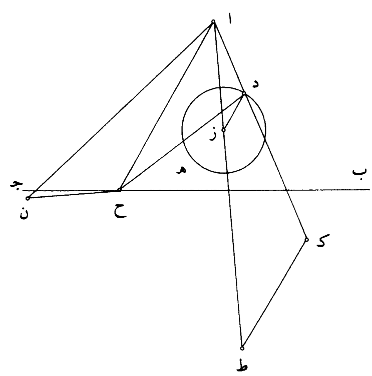
فإذا كان نصف قطر الدائرة أصغر من العمود الخارج من مركزها إلى خط د ز، فليس تتم هذه المسألة.

وإن كان نصف قطر الدائرة مساويًا للعمود الخارج من المركز ‹إلى خط د ز›، فإن هذه المسألة تتم وتقع مرة واحدة على مثل الصورة الأولى. وذلك أنه إذا كان نصف قطر 5 الدائرة مساويًا للعمود وخرج من مركز الدائرة – الذي هو نقطة ح – عمود ح هـ، كان ح هـ نصف قطر الدائرة، وكان خط د ز يماس الدائرة على نقطة هـ، فليس يلقى الدائرة خط د ز على نقطة أخرى.

وإن كان نصف قطر الدائرة أعظم من العمود، فإنه إذا خرج من مركز الدائرة عمود على خط د ز، ثم انتهى إلى محيط الدائرة، كان خط د ز يقطع الخط الذي هو نصف 10 قطر الدائرة، الذي هو عمود، فهو يقطع الدائرة في موضعين. وكل واحد من الموضعين إذا خرج إليه خطوط من نقط ا جـ ب، انقسمت الزاوية التي تحدث عند ذلك / الموضع بنصفين. والبرهان على كل واحد من الموضعين هو البرهان الذي تقدم. ب-٨١-ظ

فإذا كان نصف قطر الدائرة أعظم من العمود الخارج من مركزها إلى خط د ز، فالمسألة تقع مرتين على وضعين مختلفين. وإن كان نصف القطر مساويًا للعمود، فإن المسألة 15 تقع مرة واحدة. وإن كان نصف قطر الدائرة أصغر من العمود، فإن المسألة لا تتم. وهذا هو تحديد هذه المسألة.

‹**كا**› ومنها قولنا: نقطة ا مفروضة، وخط ب جـ معلوم الوضع مفروض، ودائرة د هـ مفروضة، ونريد أن نخرج من نقطة ا خطًا إلى دائرة د هـ ونعطفه على زاوية معلومة حتى ينتهي إلى خط ب جـ ويكون نسبة الخطين الحادثين أحدهما إلى الآخر معلومة.



11 خرج: وهو جائز وإن كان الأفصح «خرجت» لأن الفاعل جمع تكسير، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 14-15 القطر ... نصف: ناقصة [س] – 16 هذه: ناقصة [ب] – 17 نقطة: مكررة [س] / د هـ: د ر [ب] – 18 خطًا: خط [ب].

فطريق التحليل هو أن نفرض أن هذا المعنى قد تمّ وهو ‹أن وُجد› خطا ا د د ح، وأن زاوية ا د ح معلومة ونسبة ا د إلى د ح معلومة. ونحدّ مركز الدائرة وليكن ز، ونخرج ا د على استقامة ونجعل د ک مثل د ح، فيكون نسبة ا د إلى د ک معلومة، فنقطة ک على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل الثاني من هذه المقالة. وذلك أنا نصل
5 ا ز، فيكون معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه معلومتان، كما تبيّن في الشكل که من *المعطيات*. ونخرج ا ز على استقامة، ونجعل نسبة ا ز إلى ز ط كنسبة ا د / إلى د ک س-٣٦٢-و
المعلومة، فيكون خط ز ط معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل ب من *المعطيات*، وهو معلوم الوضع، فنقطة ط معلومة، كما تبيّن في الشكل کو من *المعطيات*. ونصل ز د ط ک، فيكونان متوازيين، لأن نسبة ا ز إلى ز ط كنسبة ا د إلى د ک، فيكون مثلث
10 ا ط ک شبيهًا بمثلث ا ز د، فنسبة ط ک إلى ز د كنسبة ط ا إلى ا ز، ونسبة ط ا إلى ا ز معلومة، فنسبة ط ک إلى ز د معلومة. فـ ط ک معلوم ونقطة ط معلومة، فنقطة ک على محيط دائرة معلومة القدر والوضع. ونصل ا ح، فيكون مثلث ا د ح معلوم الصورة، لأن نسبة ا د إلى د ح معلومة وزاوية ا د ح معلومة، كما تبيّن في الشكل لط من *المعطيات*. فزاوية ح ا ک معلومة ونسبة ح ا إلى ا د معلومة، ونسبة ا د إلى د ک معلومة، فنسبة ا د
15 إلى ا ک معلومة، فنسبة ح ا إلى ا ک معلومة. فنعمل على خط ا ط – على نقطة ا منه – زاوية ط ا ن مساوية لزاوية ک ا ح المعلومة، فيكون ا ن معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل کح من *المعطيات*. ونجعل نسبة ن ا إلى ا ط كنسبة ح ا إلى ا ک المعلومة، فيكون ا ن معلوم القدر، لأن نسبته إلى ا ط – المعلوم القدر – نسبة معلومة، كما تبيّن في الشكل ب من *المعطيات*. ونصل ن ح. فلأن زاوية ط ا ن مثل زاوية ک ا ح تكون زاوية
20 ن ا ح مثل زاوية ط ا ک، ونسبة ن ا إلى ا ط هي كنسبة ح ا إلى ا ک، فنسبة ن ا إلى ا ح كنسبة ط ا إلى ا ک. فمثلث ن ا ح شبيه بمثلث ط ا ک، فأضلاعهما متناسبة، فنسبة ن ح إلى ط ک كنسبة ح ا إلى ا ک، ونسبة ح ا إلى ا ک معلومة، فنسبة ن ح إلى ط ک معلومة، وط ک معلوم القدر، فـ ن ح معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل ب من *المعطيات*. ونقطة ن معلومة، لأن ا ن معلوم القدر والوضع، فخط ن ح معلوم القدر،
25 ونقطة ن معلومة الوضع، فنقطة ح على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل جـ من هذه المقالة.

1 د ح: د حـ [ب] – 2 ا د ح: ا د هـ ح [س] – 9 فيكونان: فيكون ان [س] – 10 بمثلث: المثلث [س] – 12 ا ح: ا جـ [س] – 14 ح ا ک: جـ ا ک [ب] / ح ا: ح [ب] – 16 ط ا ن: ط ا ب [ب] – 18 نسبته ... في: ناقصة [س] – 19 ن ح: رح [س] / ط ا ن: ط ا ب [ب] – 20 ح ا: جـ ا [ب] – 24 ونقطة: فنقطة [ب].

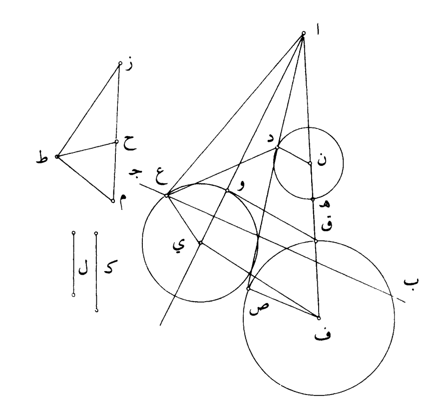
فقد انتهى التحليل إلى معنى ممكن.

وقد يمكن أن نحلل هذه المسألة بطريق أقصر من هذا الطريق، وهو أن نصل خط ا ح، فيكون مثلث ا ح د معلوم الصورة، لأن نسبة ا د إلى د ح معلومة وزاوية ا د ح معلومة، فنسبة ا ح إلى ا د معلومة. ونقطة ا معلومة وخط ب جـ معلوم الوضع، وقد خرج 5 من نقطة ا خط ا ح وانعطف على زاوية معلومة وهي زاوية ح ا د وصارت نسبة ا ح إلى ا د معلومة، فنقطة د على خط مستقيم معلوم الوضع، كما تبيّن / في الشكل جـ من هذه المقالة. ب-٨٢-و

وتركيب هذه المسألة عن التحليل الأول يكون على هذه الصفة: ليكن النقطة المفروضة ا والخط المفروض ب جـ والدائرة المفروضة د هـ والزاوية المعلومة زاوية ز ح ط 10 والنسبة المعلومة نسبة كـ إلى ل، ونفرض على أحد خطي الزاوية نقطة ز، ونجعل نسبة ز ح إلى ح ط كنسبة كـ إلى ل. ونصل ز ط، ونخرج ز ح إلى م، ونجعل ح م مثل ح ط، ونحدّ مركز الدائرة وليكن ن، ونصل ا ن ونخرجه على استقامة، ونجعل نسبة ا ن إلى ن ف كنسبة ز ح إلى ح م، ونجعل نسبة ف ق إلى نصف قطر الدائرة كنسبة ف ا إلى ا ن. ونعمل على نقطة ا زاوية ف ا ي مثل زاوية م ز ط، ونجعل نسبة ي ا إلى ا ف 15 كنسبة ط ز إلى ز م، ونجعل نسبة ي و إلى ف ق كنسبة ي ا إلى ا ف. ونجعل ي مركزًا / وندير ببعد ي و دائرة، ولتكن دائرة و ع، ولتقطع هذه الدائرة خط ب جـ على نقطة ع، ونصل ا ع. س-٣٦٢-ظ

فأقول: إنا إذا عطفنا خط ا ع على زاوية مساوية لزاوية ز ط ح انتهى الخط المنعطف إلى دائرة د هـ، وإذا وصلنا بين طرفه وبين نقطة ا بخط مستقيم، أحاط 20 معه بزاوية مساوية لزاوية ز ح ط وكانت نسبة أحد الخطين إلى الآخر كنسبة ز ح إلى ح ط.

2 أقصر: اخير [ب] اخصر [س] – 3 ا ح د: ا ح ر [ب] ا ح و [س] – 4 ا د: حـ د [ب] ح د [س] / ونقطة: فنقطة [ب، س] – 5 ح ا د: جـ ا د [ب] ا ح د [س] – 6 ا د: ح د [س] حـ د [ب] / فنقطة: ونقطة [س] – 12 ونحدّ: ونجد [س] / ا ن: كتب ا كـ، ثم أثبت «ن» فوق السطر [ب] – 13 ن ف: ن د [س] – 14 ونعمل: نعمل [ب] / م ز ط: ر ط د [س] / ونجعل: نجعل [س] / ي ا: با [ب] – 15 ي و: بق [ب] ي ف [س] / ي ا: با [ب] – 16 ي و: نو [ب] ي د [س] / و ع: وح [ب] د ع [س] / هذه: بهذه [ب] / ب جـ: عحـ [ب] – 18 ز ط ح: رح ط ح [س] – 19 وإذا: فاذا [ب] / مستقيم: ناقصة [س].



برهان ذلك: أنا نصل ي ع ونجعل ف مركزًا وندير ببعد ف ق دائرة، ولتكن دائرة ق ص. ونخرج من نقطة ف خطًا يحيط مع خط ا ف بزاوية مساوية لزاوية ا ي ع، وليلق محيط الدائرة على نقطة ص. ونصل ا ص، فيكون مثلث ا ف ص شبيهًا بمثلث ي ا ع؛ ونخرج ن د موازيًا لـ ف ص، فيكون نسبة ف ص إلى ن د كنسبة ف ا إلى ا ن. لكن نسبة ف ا إلى ا ن هي كنسبة ف ص – المساوي لـ ف ق – إلى نصف قطر الدائرة، فخط ن د هو نصف قطر الدائرة، فنقطة د على محيط الدائرة.

ونصل ع د. فلأن مثلث ا ف ص شبيه بمثلث ا ي ع، يكون نسبة ي ا إلى ا ف كنسبة ع ا إلى ا ص. ونسبة ي ا إلى ا ف هي كنسبة ط ز إلى ز م، فنسبة ع ا إلى ا ص كنسبة ط ز إلى ز م. ونسبة ص ا إلى ا د كنسبة م ز إلى ز ح، لأنها كنسبة ف ا إلى ا ن. فنسبة ع ا إلى ا د كنسبة ط ز إلى ز ح. وزاوية ع ا ي مساوية لزاوية ص ا ف، فزاوية ع ا ص مساوية لزاوية ف ا ي. وزاوية ف ا ي مساوية لزاوية ط ز ح، فزاوية ع ا د مساوية لزاوية ط ز ح، ونسبة ع ا إلى ا د كنسبة ط ز إلى ز ح، فمثلث ع ا د شبيه بمثلث ط ز ح. فنسبة ا د إلى د ع كنسبة ز ح إلى ح ط ونسبة ز ح إلى ح ط كنسبة كـ إلى ل، فنسبة ا د إلى د ع كنسبة كـ إلى ل المفروضة، وزاوية ا د ع مثل زاوية ز ح ط المفروضة؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

وهذه المسألة تحتاج إلى تحديد، وتحديد هذا التركيب هو مثل تحديد الشكل الذي قبل هذا، وهو أن يكون خط ي و – الذي هو نصف قطر دائرة و ع – ليس بأصغر من

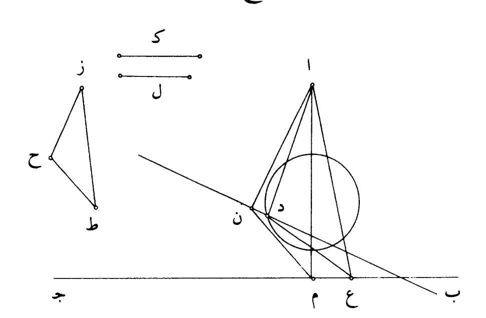
2 نخرج من: مكررة [س] / ا ي ع: ا د ع [س] – 3 ونصل ا ص: ناقصة [ب] / ا ف ص: افم [ب] – 4 لـ ف ص: بفرض [س] – 7 ا ي ع: ا د ع [س] – 12 ز ح: د ح [ب] – 13-14 زح إلى (الأولى) ... دع كنسبة: ناقصة [ب] – 16 إلى تحديد: ناقصة [س] – 17 ي و: ي د [س] / و ع: د ع [س].

العمود الخارج من نقطة ي المعلومة على خط ب جـ. فإن كان مساويًا للعمود، فإن المسألة تقع مرة واحدة، وإن كان أعظم من العمود، فالمسألة تقع مرتين.

فأما تركيب هذه المسألة على التحليل الأخير: و‹ليكن› الخط والزاوية والنسبة مفروضات، على ما كانت في التركيب الذي قد مضى. فإنا نجعل نسبة ز ح إلى ح ط كنسبة كـ إلى ل، ونصل ز ط. ونخرج من نقطة ا عمودًا على خط ب جـ، وليكن ا م. ولنعمل على خط ا م زاوية م ا ن مساوية لزاوية ط ز ح. ونجعل نسبة م ا إلى ا ن كنسبة ط ز إلى ز ح، ونخرج من نقطة ن خطًا على زاوية قائمة، وليكن ن د. ولنخرجه على استقامة، وليلق الدائرة على نقطة د، ونصل ا د، ونجعل زاوية د ا ع مثل زاوية ن ا م. ولأن زاوية د ا ع مثل زاوية ن ا م، فزاوية ن ا د مثل زاوية م ا ع. فخط ا ع يلقى خط ب جـ، فليلقه على نقطة ع. فيكون مثلث / م ا ع شبيهًا بمثلث ن ا د. ونصل ع د، فيكون نسبة م ا إلى ا ع كنسبة ن ا إلى ا د،/ فنسبة م ا إلى ا ن كنسبة ع ا إلى ا د، ونسبة م ا إلى ا ن هي كنسبة ط ز إلى ز ح، فنسبة ع ا إلى ا د كنسبة ط ز إلى ز ح. وزاوية ع ا د مساوية لزاوية ط ز ح، فمثلث ا ع د شبيه بمثلث ز ح ط، فزاوية ا د ع مساوية لزاوية ز ح ط، ونسبة ا د إلى د ع كنسبة ز ح إلى ح ط، التي هي كنسبة كـ إلى ل. فقد أخرجنا خطًا إلى الدائرة وهو خط ا د، وعطفناه على زاوية مساوية لزاوية ز ح ط وهي زاوية ا د ع، وصارت نسبة ا د إلى د ع كنسبة كـ إلى ل؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

ب – ٨٢ – ظ

س – ٣٦٣ – و



وهذا التركيب أيضًا يحتاج إلى تحديد، وتحديد هذا التركيب هو لخط ن د. فإن خط ا ن معلوم القدر والوضع ونقطة ن منه معلومة، وقد خرج منها خط على زاوية قائمة وهو ن د، فخط ن د معلوم الوضع. وخط ن د إما أن يلقى الدائرة، وإما ألاّ يلقاها. فإن كان

3 على: ربما كانت في الأصل «عن»، كما في ص. 351، سطر 8. – 6 ولنعمل على: ونعمل [س] – 7 ن: ف [س] / ن د: ر د [س] – 9 ولأن: فلان [س] – 10 مثلث: كرر من هنا الفقرة بين النجمتين في الصفحة السابقة [ب] – 17 هذا: ناقصة [س] / لخط: بخط [ب].

خط ن د يلقى الدائرة، فإن المسألة تتم؛ وإن كان لا يلقاها، فإن المسألة لا تتم. وإذا لقي خط ن د الدائرة، فهو إما أن يماسّها وإما أن يقطعها. فإن ماسّها فهو يلقاها على نقطة واحدة، فالمسألة تقع مرة واحدة. وإن قطعها فهو يلقاها على نقطتين، فالمسألة تقع مرتين.

‹كب› ومنها قولنا: نريد أن نرسم دائرة تماس ثلاث دوائر مفروضة مختلفة المقادير

5 وليست مراكزها على خط واحد مستقيم. فليكن الدوائر الثلاث *دوائر ا ب جـ د هـ ز. ونريد أن نرسم دائرة تماس هذه الدوائر.

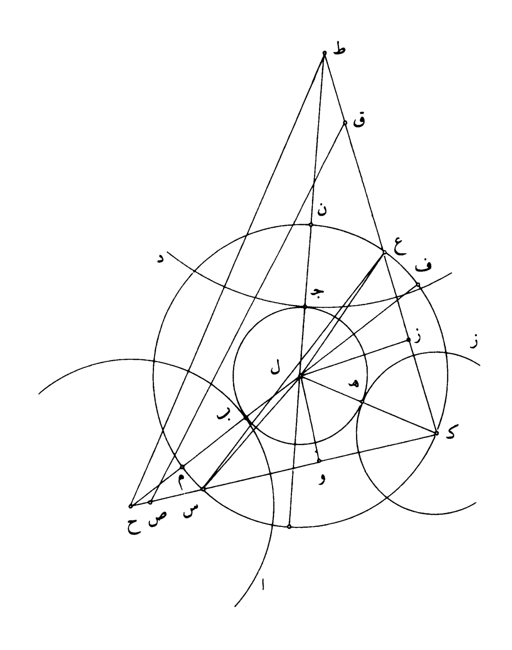
فطريق التحليل في هذه المسألة هو أن نفرض أن ذلك قد تمّ وأن الدائرة المماسة للدوائر الثلاث دائرة ب جـ هـ. وليكن مراكز الدوائر ح ط كـ ل. ثم ننظر فيما يلزم هذا الموضوع من الخواص. وإذا نظر المحلل في خواص هذا الموضوع، تبين منه أن كل خط

10 يُوصل بين مركزي دائرتين من هذه الدوائر فهو يمرّ بموضع التماس، كما تبيّن في المقالة الثالثة من كتاب أقليدس. فلنوصل بين المراكز بخطوط ح ل ل كـ ل ط فهي تمرّ بنقط ب جـ هـ. ثم ننظر فيما يلزم من هذه الخطوط، فيظهر من ذلك أن خطوط ح ب هـ كـ جـ ط كل واحد منها معلوم القدر، لأن هذه الدوائر مفروضة. ولأن هذه الدوائر مختلفة المقادير، يكون تفاضل هذه الخطوط معلومة. فليكن أقصر هذه الخطوط كـ هـ وأطولها خط

15 جـ ط. ونفصل كل واحد من ب م جـ ن مثل كـ هـ، فيكون كل واحد من خطي ح م ن ط معلومًا، ويكون خطوط ل كـ ل م ل ن متساوية. فيكون نقط كـ م ن على محيط دائرة مركزها ل. فنجعل ل مركزًا ونذير ببعد ل كـ دائرة، فهي تمرّ بنقطتي م ن، ولتكن دائرة كـ م ن. فيكون نقطة كـ على محيط دائرة كـ م ن، ونقطتا ح ط خارجتين عنها. ولأنا نريد أن نزيد زيادة تحدث بها خواص لم تكن، فنصل خطي كـ ح كـ ط، فيكون

20 هذان الخطان يحيطان بزاوية، لأن المراكز الثلاث هي بالفرض ليست على خط مستقيم. وإذا كان خطا ح كـ كـ ط يحيطان بزاوية، فإن زاويتي ل كـ ح ل كـ ط أصغر من قائمتين، فإحدى هاتين الزاويتين على كل حال حادة، أو كل واحدة منهما / حادة. ب – ٨٣ – و

... خط كـ ح: كرر ناسخ [ب] ما بين النجمتين، ثم رجع فأشار إلى هذا بكلمة «خطا» فوق السطر – 7 فطريق: بطريق [س] / الدائرة: الدوائر [ب] – 8 ط: ناقصة [ب] – 9 من ... الموضوع: ناقصة [ب] – 11 ح ل: ط ح [س] – 12 ننظر: ينظر [س] – 14-15 خط جـ ط ونفصل: ط د نفصل [س] – 16 نقط: نقطة [ب] – 18 دائرة كـ م ن: هذه الدائرة [س] – 19 تحدث بها: مطموسة [ب] / تكن: يكن [س].



فليكن أولاً كل واحدة منهما حادة، فيكون كل واحد من خطي كـ ح كـ ط قاطعًا لدائرة كـ م ن. فليقطع خط كـ ح *الدائرة على نقطة س، وليقطع ‹خط› كـ ط هذه الدائرة على نقطة ع. ونصل س ل ع ل ح ط،/ ونخرج ح ل حتى يلقى الدائرة، وليلقها على نقطة ف. فيكون ضرب كـ ح في ح س مثل ضرب ف ح في ح م. فيكون نسبة ف ح إلى ح س كنسبة كـ ح إلى ح م. ونسبة كـ ح إلى ح م معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم، كما تبيّن في الشكل الأول من *المعطيات*. فنسبة ف ح إلى ح س معلومة، فلتكن كنسبة م ح إلى ح ص، فيكون نسبة م ح إلى ح ص معلومة. وم ح معلوم، فـ ح ص معلوم، كما تبيّن في الشكل ب من *المعطيات*. فتبقى نسبة م ف – الذي هو قطر الدائرة – إلى ص س كنسبة ف ح إلى ح س المعلومة، التي هي كنسبة كـ ح إلى ح م، وتكون نسبة كـ ح إلى ح م كنسبة م ح إلى ح ص.

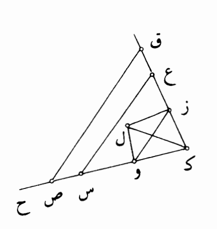
س – ٣٦٣ – ظ

وكذلك أيضًا، إذا أخرجنا خط ط ل إلى أن يلقى الدائرة، كان ضرب جميعه في ط ن مثل ضرب كـ ط في ط ع. فيكون نسبة جميع ذلك الخط إلى ط ع كنسبة ط كـ إلى ط ن المعلومة. فإذا جُعل نسبة كـ ط إلى ط ن المعلومة كنسبة ن ط إلى ط ق، كان ط ق معلومًا وكانت نسبة قطر الدائرة إلى ع ق معلومة. ولأن نقطتي كـ ح معلومتان

7 فلتكن: وليكن [س] / كنسبة: نسبة [س] – 8 فـ ح ص: فـ ح ض [س] – 9 ح س: جـ س [ب] – 10 ح ص: جـ ص [ب] – 13 كـ ط: ط كـ [س] – 14 معلومتان: معلومتين [ب].

بالفرض، يكون خط كـ ح معلوم القدر والوضع، كما تبيّن في الشكل كه من *المعطيات*.
ولأن ح ص معلوم القدر ونقطة ح منه معلومة، يكون نقطة ص معلومة، كما تبيّن في
الشكل كو من *المعطيات*. فنقطة ص معلومة. وكذلك يتبين أن نقطة ق معلومة. ونصل
ص ق، فيكون ص ق معلوم القدر والوضع، ويكون مثلث كـ ص ق كل واحد من
5 أضلاعه معلوم القدر والوضع، فيكون معلوم الصورة، أعني أن زواياه معلومة ونسبة
أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة، كما تبيّن في الشكل لز من *المعطيات*. ونصل س ع،
فيكون وترًا في دائرة م كـ ن. ولأن زاوية س كـ ع معلومة، يكون زاوية س ل ع معلومة،
لأنها ضعفها، وزاويتا ل س ع ل ع س متساويتان وكل واحدة منهما معلومة. فمثلث
ل س ع معلوم الصورة، فنسبة ع س إلى س ل معلومة، فنسبة ع س إلى ضعف س ل –
10 الذي هو قطر الدائرة – معلومة. فنسبة خط س ع إلى قطر الدائرة معلومة ونسبة كل واحد
من ص س وق ع إلى قطر الدائرة معلومة، فنسبة خط س ع إلى كل واحد من خطي
ص س ق ع نسبة معلومة، كما تبيّن في الشكل ح من *المعطيات*.

فقد انتهى التحليل إلى أنه قد خرج في مثلث ص كـ ق – المعلوم الصورة – خط
س ع حتى صارت نسبته إلى كل واحد من خطي س ص ع ق نسبة معلومة. ونسبة
15 ص س إلى ق ع معلومة، لأن نسبة كل واحد منهما إلى قطر الدائرة معلومة، ونسبة
ص كـ إلى كـ ق معلومة، فنسبة ص كـ إلى كـ ق إما أن تكون كنسبة ص س إلى ق ع
أو لا تكون كنسبة ص س إلى ق ع. فإن كانت نسبة ص كـ إلى كـ ق كنسبة ص س
إلى ق ع، فإن خط س ع هو موازٍ لخط ص ق، لأن نسبة س ص إلى ص كـ تكون
كنسبة ع ق إلى ق كـ. وإن لم تكن نسبة ص كـ إلى كـ ق كنسبة ص س إلى ق ع، فإن
20 خط س ع ليس بموازٍ لخط ص ق.



7 ولأن: فلان [س] / س ل ع: س ا ع [س] – 8 وكل: فكل [س] – 9 س ل: س د [ب] – 10-11 قطر (الثانية) ... س ع إلى: ناقصة [ب] – 11 وق ع: د ق ع [س] – 13 أنه: ان [س] – 16 تكون: يكون [س] – 17 أو لا تكون ... ق ع: ناقصة [ب] – 18 هو موازٍ: موازيًا [ب] / ص كـ: ص ق [ب] – 20 ليس: ناقصة [س] / بموازٍ: بموازي [ب] مواز [س].

وإذا كان خط س ع موازيًا لخط ص ق، يكون مثلث ع س كـ شبيهًا بمثلث ق كـ ص. ومثلث ق كـ ص معلوم الصورة، كما تبيّن من قبل، فيكون مثلث ع س كـ معلوم الصورة، فيكون نسبة ع س إلى س كـ معلومة. ونسبة ع س إلى س ص معلومة، فنسبة ص س إلى س كـ معلومة. وص كـ معلوم القدر، فكل واحد من خطي ص س

5 س كـ معلوم القدر، كما تبيّن في الشكل ز من *المعطيات*./ فخط س كـ معلوم القدر، — س-٣٦٤-و
وكذلك يتبيّن أن خط ع كـ معلوم القدر، ويكون ‹خط› ع س معلوم القدر، لأن نسبته إلى س كـ معلومة. فيكون مثلث ع س كـ كل واحد من أضلاعه معلوم القدر والوضع. وقد رُسم عليه دائرة م كـ ن. ونخرج من نقطة ل عمودًا على خط س كـ وليكن ل و. فهو يقسم س كـ – المعلوم القدر – بنصفين، فيكون نقطة و معلومة. ونخرج من نقطة ل أيضًا

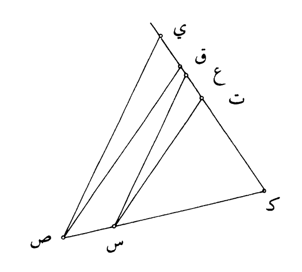
10 عمودًا على خط ع كـ، وليكن ل ز؛ فتكون نقطة ز معلومة. ونصل و ز، فيكون و ز معلومًا، ويكون مثلث كـ و ز معلوم الصورة، لأن كل واحد من أضلاعه معلوم. فيكون نسبة ز و إلى و كـ معلومة، ويكون زاوية كـ و ز معلومة وزاوية كـ و ل قائمة، فزاوية ز و ل معلومة، لأنه إذا نقص من مقدار معلوم مقدار معلوم، فإن الباقي معلوم، كما تبيّن في الشكل د من *المعطيات*. وكذلك يتبيّن أن زاوية و ز ل معلومة، وتبقى زاوية و ل ز معلومة،

15 فيكون مثلث ل و ز معلوم الصورة، كما تبيّن في الشكل لح من *المعطيات*. فيكون نسبة ز و إلى و ل معلومة، ونسبة و ز إلى و كـ معلومة، فنسبة كـ و إلى و ل معلومة، وزاوية كـ و ل معلومة، فمثلث ل و كـ معلوم الصورة. فزاوية و كـ ل معلومة، وخط ح كـ معلوم الوضع، فخط كـ ل معلوم الوضع، كما تبيّن في الشكل كح من *المعطيات*. ونسبة و كـ إلى كـ ل معلومة، لأن مثلث و كـ ل معلوم الصورة. وخط و كـ معلوم القدر، فخط كـ ل

20 معلوم القدر والوضع، ونقطة كـ منه معلومة، فنقطة ل معلومة، كما تبيّن في الشكل كو من *المعطيات*. فنقطة ل معلومة وهي مركز دائرة ب هـ جـ المماسة، وخط كـ ل معلوم القدر وكـ هـ منه معلوم، لأنه نصف قطر الدائرة المفروضة،/ فيبقى هـ ل معلومًا وهو نصف قطر — ب-٨٣-ظ
دائرة ب هـ جـ، فدائرة ب جـ هـ نصف قطرها معلوم القدر ومركزها معلوم الوضع، فدائرة ب جـ هـ معلومة القدر والوضع، فقد يمكن أن توجد، لأن كل مقدار معلوم القدر

25 والوضع، فإنه يمكن أن يوجد.

1 خط: ناقصة [ب] / ص ق: س ق [س] – 2 ق كـ ص (الثانية): كـ ق ص [ب] – 6 يتبين: تبين [ب، س] / القدر (الثانية): ناقصة [ب] – 8 ل و: كثيرًا ما كتب ناسخ [س] الواو دالاً، ولقد سبق أنه استعمل الدال لتحديد دائرة جـ د، فنصححها حتى لا تختلط الحروف دون إثباتها – 13 معلومة: ناقصة [س] – 14 د: الرابع [ب] / يتبين: تبين [ب] / وتبقى: فيبقى [س] – 16 و ل (الثانية): ر د [س] – 22 هـ ل: هـ د [ب] – 23 فدائرة: وزاوية [ب].



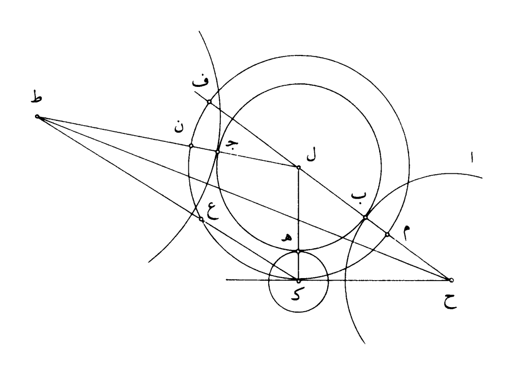
وإن كان خط س ع غير موازٍ لخط ص ق، فإنا نخرج من إحدى نقطتي س ع خطًا موازيًا لخط ص ق، وليكن س ت. فيكون نسبة ص س إلى ق ت معلومة، لأنها كنسبة ص ك إلى ك ق. وقد كانت نسبة ص س إلى ق ع معلومة، فيكون نسبة ع ق إلى ق ت معلومة، كما تبيّن في الشكل ح من *المعطيات*. ويكون نسبة ق ع إلى ع ت
5 معلومة، كما تبيّن في الشكل هـ من *المعطيات*. ونسبة ق ع إلى ع س معلومة، فنسبة ق ع إلى كل واحد من مقداري ع ت ع س معلومة، فنسبة س ع إلى ع ت معلومة، كما تبيّن في الشكل ح من *المعطيات*. ونخرج من نقطة ص خطًا موازيًا لخط س ع، وليكن ص ي، فيكون مثلث ص ي ق شبيهًا بمثلث س ع ت. فيكون نسبة ص ي إلى ي ق كنسبة س ع إلى ع ت. ونسبة س ع إلى ع ت معلومة، فنسبة ص ي إلى ي ق
10 معلومة، وزاوية ص ق ي معلومة، فمثلث ص ي ق معلوم الصورة كما تبيّن في الشكل ما من *المعطيات*. فزاوية ص ي ق معلومة، وزاوية ي ص ق معلومة، ويبقى زاوية ص ي ك معلومة، فزاوية ي ص ك معلومة، فمثلث ص ي ك معلوم الصورة. فنسبة ص ك إلى ك ي معلومة، ونسبة ص ك إلى ك ي هي كنسبة ص س إلى ع ي، لأن ص ي موازٍ لـ س ع. فنسبة ص س إلى ع ي معلومة، فقد خرج في مثلث ص ك ي المعلوم الصورة /
15 خط س ع موازيًا لخط ص ي وصارت نسبة س ع إلى كل واحد من خطي س ص ع ي معلومة. وتمام التحليل هو ما تقدم، أعني أن من الموضع الذي فرضنا فيه خط س ع موازيًا لخط ص ق – الذي هو قاعدة المثلث المعلوم الصورة – إلى الموضع الذي تبيّن فيه أن دائرة ب جـ هـ معلومة القدر والوضع، هو تمام هذا التحليل.

س – ٣٦٤ – ظ

كتب ناسخ [ب] بإزاء هذا الشكل «الصورة الأولى» – 2 ق ت: ق ب [ب] / لأنها: لا [س] – 3 ص ك: ص ق [ب] – 4 ق ع: ف ع [ب] – 5 ع س: ح س [س] – 7 ونخرج: كتب قبلها «ونسبته» [ب] – 8 س ع ت: س ع ب [ب] – 9 ي ق: ب ق [ب] – 10 ما: مطموسة [ب] ص [س]؛ وهذا رقمها في نص الترجمة التي اعتمد عليها نصير الدين الطوسي عند تحريره – 12 فزاوية: وزاوية [ب، س] / ي ص ك: ي ص ق [س] – 13 ع ي: ع س [س] / موازٍ: موازى [ب] – 14 فقد: وقد [س] – 15 موازيًا: موازي [س] – 16 من: ناقصة [س] – 18 أن: ا ن [س].

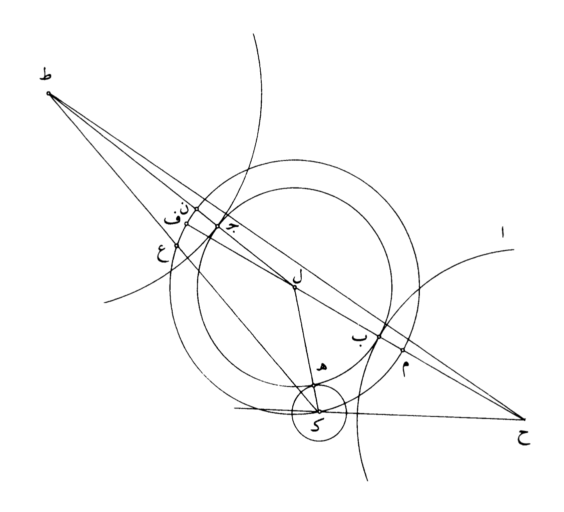
وهذان التحليلان جميعًا هما على أن خطي كـ ح كـ ط يقطعان دائرة كـ م ن، وذلك إذا كانت كل واحدة من زاويتي ح كـ ل ط كـ ل أصغر من قائمة.

فإن كانت إحدى هاتين الزاويتين ليست بأصغر من قائمة، فإن الزاوية الأخرى تكون أصغر من قائمة. فليكن زاوية ح كـ ل ليست بأصغر من قائمة، فزاوية ل كـ ط تكون أصغر من قائمة، فيكون خط ط كـ يقطع دائرة كـ م ن، ويكون زاوية ح كـ ل إما قائمة وإما أعظم من قائمة.



فإن كانت زاوية ح كـ ل قائمة، كما في الصورة الثانية، فإن ضرب ف ح في ح م مثل مربع ح كـ، فنسبة ف ح إلى ح كـ هي كنسبة كـ ح إلى ح م. ونسبة كـ ح إلى ح م معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم، فنسبة ف ح إلى ح كـ معلومة، وح كـ معلوم القدر، فخط ف ح معلوم القدر. وح م معلوم القدر، فخط م ف معلوم القدر وهو قطر دائرة كـ م ن. فقطر دائرة كـ م ن معلوم القدر، فنصفه معلوم القدر، فخط ل كـ معلوم القدر، وهو معلوم الوضع، لأنه يحيط مع خط ح كـ – المعلوم الوضع – بزاوية قائمة، فخط كـ ل معلوم القدر والوضع، ونقطة كـ منه معلومة،/ فنقطة ل معلومة، ب-٨٤-و وهي مركز دائرة ب جـ هـ. وخط كـ ل معلوم القدر، وخط كـ هـ معلوم القدر، فخط هـ ل معلوم القدر. وقد تبيّن أنه معلوم الوضع. فدائرة ب جـ هـ المماسة معلومة القدر والوضع.

5 ط كـ: كـ ط [س] – 13 منه: ناقصة [ب].



وإن كانت زاوية ح ك ل أعظم من قائمة، كما في الصورة الثالثة، فإن تحليل الشكل هو التحليل بعينه الذي ذكرناه عند فرضنا خط س ع غير موازٍ لخط ص ق، لا يختلفان بشيء. فيتأدى تحليل هذه الصورة، أعني الثالثة، إلى أن دائرة ب جـ هـ معلومة القدر والوضع.

5 فيتبيّن بهذا التحليل أن الدائرة المطلوبة – التي تماس الدوائر الثلاث المفروضة – هي معلومة القدر والوضع. فقد يمكن أن تُوجد. ووجودها يكون باستعمال المقدمات التي تبينت في التحليل، التي أدت إلى أن الدائرة المماسة معلومة القدر والوضع.

ومن المقدمات التي انتهى إليها التحليل وبها يتم وجود الدائرة المماسة هي أن مثلث ص ك ق معلوم الصورة وقد خرج فيه خط س ع حتى صارت نسبته إلى كل واحد من 10 خطي س ص ع ق معلومة، وهو الذي به تمت المسألة، وبها وُجد مركز الدائرة المماسة./

وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف: ليكن الدوائر المفروضة دوائر ا ب جـ د هـ ز، ولتكن أصغرها هـ ز، ونريد أن نرسم دائرة تماس هذه الدوائر. فنحدّ مراكز هذه الدوائر، ولتكن نقط ح ك ط. ونصل خطوط ح ك ك ط ط ح. وليقطع خط ح ك دائرة ا ب على نقطة ا ويقطع دائرة هـ ز على نقطة هـ، وليقطع خط ك ط دائرة جـ د على نقطة 15 د، وليقطع دائرة هـ ز على نقطة ز. ونفصل كل واحد من خطي ا و د ت مثل ك هـ، س-٣٦٥-و

2 موازٍ: موازى [ب] – 3 يختلفان: يختلفا [س] – 5 المفروضة: ناقصة [س] – 7 أدت: ا د ت [س] – 8 هي: هو [ب، س] – 10 س ص: س م [ب] / هو: يعود الضمير على خط س ع / بها: يعود الضمير على النسب – 13 نقط: نقطه [ب] – 14-15 هـ ... نقطة: ناقصة [س] – 15 ز: د [ب].

ونجعل ضرب كـ ح في ح ص مثل مربع ح و، ونجعل ضرب كـ ط في ط ق مثل مربع ط ت. ونصل ص ق، فيكون مثلث ص كـ ق معلوم الصورة، لأن كل واحد من أضلاعه معلوم القدر والوضع. ونجعل قوس هـ ف مثل قوس هـ ز ونصل كـ ف ز ف، ونجعل نسبة مجموع ز كـ كـ ف إلى ف م كنسبة كـ ح إلى ح و، ونجعل نسبة مجموع ف كـ كـ ز إلى ز ع كنسبة كـ ط إلى ط ت. ونخرج في مثلث ص كـ ق خطًا يفصل من خطي ص كـ ق كـ خطين ويكون نسبته إلى ما يفصله من خط ص كـ كنسبة ز ف إلى ف م، ويكون نسبته إلى ما يفصله من ق كـ كنسبة ز ف إلى ز ع، وليكن خط س ن. وقد تبيّن بالتحليل كيف يوجد هذا الخط، ونحن نركبه من بعد فراغنا من عمل الدائرة لئلا يختلط الكلام.

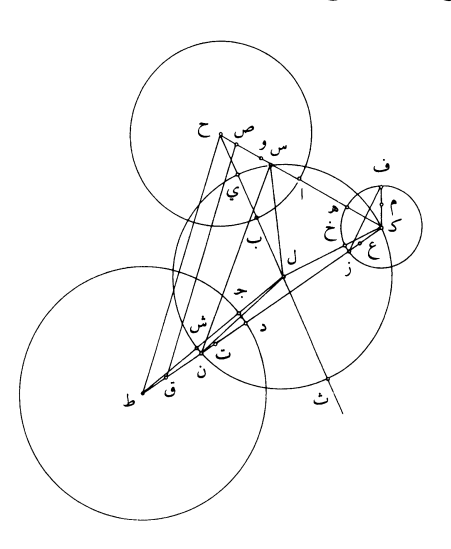
وإذا أخرج خط س ن في مثلث ص كـ ق على النسبة التي ذكرناها، صار مثلث س كـ ن معلوم القدر، فكل واحد من أضلاعه معلوم القدر والوضع. ونديرعلى مثلث س كـ ن دائرة، ولتكن دائرة س كـ ن، فيكون مركز هذه الدائرة معلومًا، وليكن نقطة ل. ونصل خطوط ح ل كـ ل ط ل س ل ن ل. وليقطع خط ح ل دائرة س كـ ن على نقطة ي، وليقطع دائرة ا ب على نقطة ب، وليقطع خط ط ل دائرة س كـ ن على نقطة ش ويقطع دائرة جـ د على نقطة جـ، وليقطع خط كـ ل دائرة هـ ز على نقطة خ. فيكون خطوط ل كـ ل ي ل ش متساوية.

فإن كانت زاوية ح كـ ط أصغر من قائمة، فإن قطعة س كـ ن تكون أعظم من نصف دائرة، فيكون خط س ن من وراء مركز ل في داخل مثلث ص كـ ق، كما في الصورة الأولى، فيكون زاوية س ل ن ضعف زاوية س كـ ن، فهي مثل زاوية ف كـ ز، فيكون مثلث س كـ ن شبيهًا بمثلث ف كـ ز. فيكون نسبة مجموع س ل ل ن إلى س ن كنسبة مجموع ف كـ كـ ز إلى ز ف. ونسبة ن س إلى س ص كنسبة ز ف إلى ف م، فنسبة مجموع س ل ل ن إلى س ص كنسبة مجموع ز كـ كـ ف إلى ف م ‹و›نسبة مجموع ف كـ كـ ز إلى ف م كنسبة كـ ح إلى ح و، فنسبة مجموع س ل ل ن إلى س ص كنسبة كـ ح إلى ح و. ونخرج ح ل على استقامة إلى ث، فيكون ي ث قطر دائرة

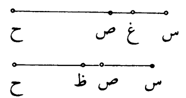
1 ح ص: ط ق [ب] – 4 ح و: حـ م [ب] / ف كـ كـ ز: ف كـ ر [س] – 7 ق كـ: د كـ [س] / ز ف: و ف [ب] / تبين: ناقصة [ب] – 10 ص كـ ق: ص كـ ن [ب، س] – 13 ح ل (الثانية): د ل [ب] – 14 ش: س [ب] – 15 خ: ح؛ غالبًا ما كتبها هكذا ولن نشير إليها فيما بعد [ب، س] – 16 ل ش: ل س [ب] – 19 س ل ن: س كـ ن [ب] / ف كـ ز: و كـ د [ب] – 20 س كـ ن: س ل ن [س] / ف كـ ز: ن كـ ر [س] – 21 ف كـ: ب كـ [س] – 21-23 ز ف إلى ... س ص: ناقصة [ب] – 24 ح و: ح ق [س] / ح ل: حـ د [ب] / ي ث: ي ن [س].

س كـ ن، فهو مساوٍ لمجموع س ل ل ن. فيكون نسبة ي ث إلى س ص كنسبة كـ ح إلى ح و.

فأقول أولاً : إن ح ي مثل ح و.



برهان ذلك: أنه لا يمكن غيره. فإن أمكن، فليكن ح ي أعظم من ح و. ونجعل
5 نسبة ح ي إلى ح غ كنسبة كـ ح إلى ح ي، فيكون ح غ أعظم من ح ص، لأن ضرب
كـ ح في ح ص مثل مربع ح و، وضرب كـ ح في ح غ مثل مربع ح ي، وح ي أعظم
من ح و، فـ ح غ أعظم من ح ص. ولأن ضرب ث ح في ح ي / مثل ضرب كـ ح في   س – ٣٦٥ – ظ
ح س، يكون نسبة كـ ح إلى ح ي / كنسبة ث ح إلى ح س. ونسبة كـ ح إلى ح ي   ب – ٨٤ – ظ
هي كنسبة ي ح إلى ح غ. فنسبة ث ح إلى ح س هي كنسبة ي ح إلى ح غ، فخط
10 ح غ أصغر من خط ح س. وقد تبيّن أنه أعظم من خط ح ص، فنقطة غ فيما بين
نقطتي ص س.



2 ح و: ح ف [س] – كتب ناسخ [ب] بإزاء هذا الشكل «الصورة الأولى» – 5 نسبة: ناقصة [س] / ح غ: غالبًا ما كتبها ناسخ [ب] «حع» أو «جع» وناسخ [س] «ح ع»، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 9-10 فخط ح غ: ناقصة [س] – 10 خط (الأولى): ناقصة [ب].

وأيضًا، فلأن نسبة ث ح إلى ح س كنسبة ي ح إلى ح غ، يكون نسبة ث ي الباقي إلى غ س كنسبة ث ح إلى ح س وكنسبة كـ ح إلى ح ي. فنسبة ي ث إلى غ س كنسبة كـ ح إلى ح ي. ونسبة كـ ح إلى ح ي هي أصغر من نسبة كـ ح إلى ح و، لأن ح ي أعظم من ح و. فنسبة ي ث إلى غ س أصغر من نسبة كـ ح إلى ح و. ونسبة 5 كـ ح إلى ح و هي كنسبة ي ث إلى ص س، فنسبة ي ث إلى غ س أصغر من نسبة ي ث إلى ص س. فـ غ س أعظم من ص س. فهذا محال لأن نقطة غ هي فيما بين نقطتي ص س. وهذا المحال عرض من فرضنا خط ح ي أعظم من خط ح و، فليس خط ح ي بأعظم من خط ح و.

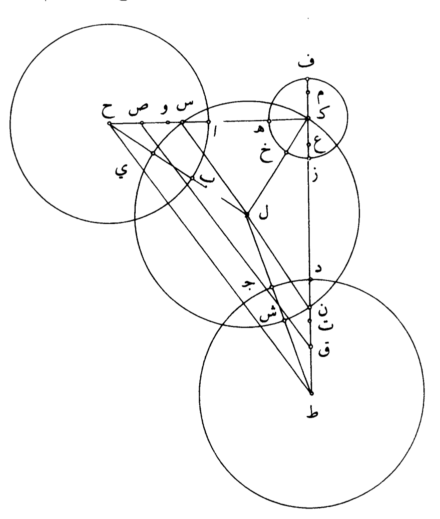
فأقول: إن خط ح ي ليس هو أصغر من خط ح و. فإن أمكن، فليكن أصغر من 10 ح و. ونجعل نسبة ح ي إلى ح ظ كنسبة كـ ح إلى ح ي، فيكون ح ظ أصغر من ح ص، لأن ضرب كـ ح في ح ص مثل مربع ح و، وضرب كـ ح في ح ظ مثل مربع ح ي. وح ي أصغر من ح و، فـ ح ظ أصغر من ح ص. ولأن ضرب ث ح في ح ي مثل ضرب كـ ح في ح س، يكون نسبة كـ ح إلى ح ي كنسبة ث ح إلى ح س. ونسبة كـ ح إلى ح ي هي كنسبة ي ح إلى ح ظ، فنسبة ث ح إلى ح س هي كنسبة ي ح 15 إلى ح ظ وكنسبة الباقي – وهو ي ث – إلى الباقي وهو ظ س. فنسبة ي ث إلى ظ س كنسبة كـ ح إلى ح ي ونسبة كـ ح إلى ح ي هي أعظم من نسبة كـ ح إلى ح و، لأن ح ي أصغر من ح و؛ فنسبة ي ث إلى ظ س أعظم من نسبة كـ ح إلى ح و. ونسبة كـ ح إلى ح و هي كنسبة ي ث إلى ص س، فنسبة ي ث إلى ظ س أعظم من نسبة ي ث إلى ص س، فخط ظ س أصغر من خط ص س، وهذا محال، لأن خط ح ظ 20 أصغر من خط ح ص. وهذا المحال عرض من فرضنا خط ح ي أصغر من خط ح و. فليس خط ح ي بأصغر من خط ح و ولا هو أعظم منه، فخط ح ي مثل خط ح و. وح ب مثل ح ا، فيبقى ي ب مثل و ا، وو ا مثل كـ هـ، أعني خ كـ، فخط ي ب مثل خط كـ خ، وي ل مثل ل كـ، فيبقى ب ل مثل خ ل. وبمثل هذا الطريق يتبين أن خط ط ش مثل خط ط ت، ويكون خط ش جـ مثل خط كـ خ، فيبقى جـ ل مثل خ ل.

4 ح و (الأولى): حـ ق [ب] – 6 فهذا: وهذا [س] – 7 ح و: غالبًا ما كتبها ناسخ [ب] «جو» ولن نشير إلى مثلها مرة أخرى – 8 ح و: كرر بعدها «فليس خط ح ي»، ثم ضرب عليها بالقلم [ب] – 9-10 من ح و: ناقصة [س] – 10 ح ظ: ح ط، غالبًا ما كتبها هكذا ولن نشير إليها فيما بعد [ب، س] – 15 ي ث: ث ي [س] – 16 ونسبة كـ ح إلى ح ي: ناقصة [ب] – 18 هي: ناقصة [ب] – 22 ح ا: جـ ا [ب] – 23 وي ل: وكـ ل [س] – 24 فيبقى: ويبقى [ب، س].

فخطوط ل ب ل خ ل جـ الثلاثة متساوية. فنجعل ل مركزًا ونَدير ببعد ل ب دائرة، ولتكن دائرة ب جـ خ. فهذه الدائرة تماس الدوائر الثلاث، لأنها تلقى كل واحدة من هذه الدوائر على نقطة من الخط الواصل بين مركزها ومركز تلك الدوائر؛ وذلك أن نقطة ب إذا خرج منها عمود على خط ح ل، فهو يماس دائرة ا ب؛ وهو يماس دائرة ا ب وهو يماس دائرة ب جـ خ، فدائرة ب جـ خ تماس دائرة ا ب على نقطة ب. وكذلك يتبيّن أنها تماس دائرة جـ د على نقطة جـ وتماس دائرة هـ ز على نقطة خ. فدائرة ب جـ خ تماس الدوائر الثلاث؛ وذلك ما أردنا أن نعمل./

س-٣٦٦-و

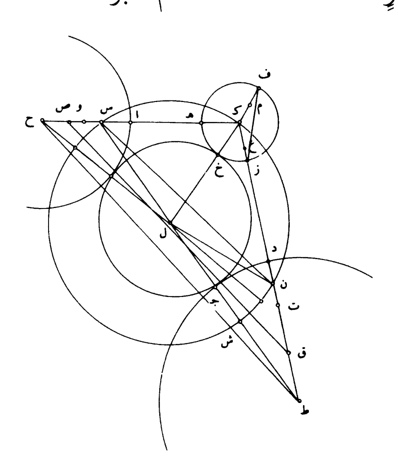
وإن كانت زاوية ح كـ ط قائمة، فإن خط س ن يكون قطرًا للدائرة، كما تبيّن في الصورة الثانية. ويكون نسبة ن س إلى س ص كنسبة ز ف – الذي هو قطر دائرة هـ ز – إلى ف م، ونسبة س ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى ز ع. وتمام العمل على مثل ما تقدم.



وإن كانت زاوية ح كـ ط أعظم من قائمة، فإن خط ن س ربما كان خارج المثلث، كما في الصورة الثالثة، وربما كان في داخل مثلث ص كـ ق، ويكون مركز الدائرة خارجًا

2 واحدة: واحد [س] – 3 الدوائر (الثانية): الدائرة [س] – 4 فهو يماس دائرة ا ب وهو: كتب بعدها ناسخ [ب] «يماس دائرة ا ب وهو»، وهذه العبارة يمكن أن تكون تكرارًا لما سبقها أو تأكيدًا لها، وأخذنا بالوجه الأول لغيابها عن [س] – 5 ب جـ خ (الأولى والثانية): ب ح حـ [س] – 6 جـ وتماس: حـ د تماس [س] – 7 ب جـ خ: ب خ حـ [س] – 8 ح كـ ط: ح ط كـ [ب] / قطرًا للدائرة: قطر الدائرة [س] / تبين: ناقصة [س] نبين [ب] – 9 ن س: ل س [ب] – 10 ف ز: د ر [س] – كتب ناسخ [ب] بإزاء هذا الشكل «الصورة الثانية» – 11 كانت: كان [ب].

عن مثلث س كـ ن، وربما كان خط ن س هو نفس خط كـ ق،/ كما سنبيّن فيما بعد. ب-٨٥-و
وتمام البرهان على مثل ما تقدم، وهو أن نبيّن في كلتا الصورتين أن خط ح ي مساوٍ لخط
ح و وأن خط ط ش مساوٍ لخط ط ت، فقد تمّ البرهان.

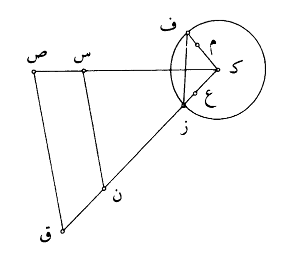


فقد بقي أن نبيّن كيف نخرج في مثلث ص كـ ق – المعلوم الصورة – خطًا مثل خط
5 ن س حتى يكون نسبة ن س إلى س ص كنسبة ز ف إلى ف م، ويكون نسبة ن س إلى
ن ق كنسبة ز ف إلى ز ع.

وتحليل هذه المقدمة قد تبيّن في تحليل المسألة؛ فقد بقي أن نركب ذلك التحليل لتتمّ
المسألة.

فنفرض مثلث ص كـ ق ثم ننظر: فإن كانت نسبة ف م إلى ع ز كنسبة ص كـ إلى
10 كـ ق وكانت زاوية ق كـ ص أصغر من قائمة، فإنا نجعل نسبة ف ز – الذي في الصورة
الأولى -- إلى ز جا كنسبة ق ص إلى ص كـ. ونقسم خط ص كـ على نقطة س حتى
يكون نسبة ص س إلى س كـ كنسبة ف م إلى ز جا. ونخرج من نقطة س خط س ن
موازيًا لخط ص ق.

1 نفس: والأفصح أن يكون التأكيد بعد المؤكّد لا قبله، وتركناها كما هي / كـ ق: ق كـ [س] / سنبيّن: يتبين [ب] –
2 كلتا: كلتي [ب، س] – 3 ط ش: حـ ش [ب] / فقد: وقد [س] – كتب ناسخ [ب] بإزاء هذا الشكل «الصورة الثالثة» –
5 إلى س ص ... ن س: ناقصة [ب] – 9 ننظر: ينظر [س] – 10 ق كـ ص: ح كـ ص [س] – 11 ز جا: رح [ب] رحـ
[س]، أثبتناها هكذا، هنا وفيما بعد، حتى لا تختلط الحروف.



فأقول: إن نسبة ن س إلى س ص هي كنسبة ز ف إلى ف م، وإن نسبة س ن إلى ن ق هي كنسبة ف ز إلى ز ع.

برهان ذلك: أن نسبة ف م إلى ز جا مؤلفة من نسبة ف م إلى ف ز ومن نسبة ف ز إلى ز جا، ونسبة ف م إلى ز جا هي كنسبة ص س إلى س ك، فنسبة ص س إلى س ك مؤلفة من نسبة ف م إلى ف ز ومن نسبة ف ز إلى ز جا. ونسبة ف ز إلى ز جا هي كنسبة ق ص إلى ص ك التي هي كنسبة ن س إلى س ك، فنسبة ص س إلى س ك مؤلفة من نسبة ف م إلى ف ز ومن نسبة ن س إلى س ك. لكن نسبة ص س إلى س ك هي مؤلفة من نسبة ص س إلى س ن ومن نسبة ن س إلى س ك. فالنسبة المؤلفة من نسبة ص س إلى س ن ومن نسبة س ن إلى س ك هي النسبة المؤلفة من نسبة ف م إلى ف ز ومن نسبة ن س إلى س ك. فنسقط نسبة ن س إلى س ك المشتركة، فتبقى نسبة ص س إلى س ن كنسبة ف م إلى ف ز، فنسبة ن س إلى س ص كنسبة ز ف إلى ف م. ونسبة س ص إلى ن ق كنسبة ص ك إلى ك ق. ونسبة ف م إلى ز ع هي كنسبة ص ك إلى ك ق، فنسبة س ص إلى ن ق كنسبة ف م إلى ز ع./ ففي نسبة المساواة تكون نسبة س ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى ز ع. فقد أخرجنا في مثلث ص ك ق خط ن س حتى صارت نسبة ن س إلى س ص كنسبة ز ف إلى ف م ونسبةُ ن س إلى ن ق كنسبة ز ف إلى ز ع؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

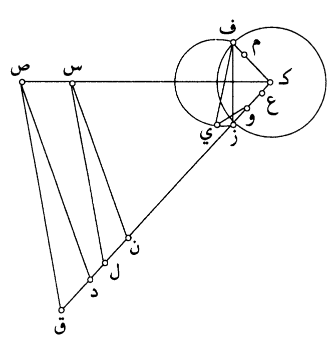
س – ٣٦٦ – ظ

وإن كانت نسبة ف م إلى ز ع ليست كنسبة ص ك إلى ك ق، فإن نسبة ف م إلى ز ع إما أن تكون أعظم من نسبة ص ك إلى ك ق وإما أن تكون أصغر منها.

وإذا كانت أصغر منها، فإن نسبة ز ع إلى ف م تكون أعظم من نسبة ك ق إلى ك ص. فإحدى نسبتي ز ع إلى ف م وف م إلى ز ع أعظم من إحدى نسبتي ص ك

1 ن س: ف س [س] / هي: ناقصة [س] – 3 ف م (الأولى): ن م [س] – 8 فالنسبة: فالنسب [ب] – 10 س ك (الأولى): ش ك [ب] – 12 ن ق: ف ق [س] – 13 س ص: ش ص [ب] / ن ق: ف ق [س] – 14 ص ك ق: ص ق [ب] – 16 ن ق: ف ق [س] – 19 وإذا كانت أصغر منها: ناقصة [ب] / ك ق: ق ك [س].

إلى كـ ق وكـ ق إلى كـ ص. فلتكن نسبة ز ع إلى ف م أعظم من نسبة كـ ق إلى كـ ص. فنجعل نسبة ف م إلى ز و كنسبة ص كـ إلى كـ ق؛ ولكن زاوية ص كـ ق أصغر من قائمة، كما تبيّن في الصورة الأولى. ونعمل على خط ف ز قطعة دائرة تقبل زاوية مثل زاوية كـ ق ص ولتكن قطعة ف ي ز، ونخرج فيها وتر ز ي مساويًا لخط و ع ونصل 5 ف ي. ونخرج من نقطة ص خطًا يحيط مع ‹خط› ص ق بزاوية مساوية لزاوية ز ف ي، وليكن هو خط ص د، فيحدث مثلث ص ق د وتكون نسبة ص د إلى د ق كنسبة ف ز إلى ز ي، فنخرج في مثلث ص كـ د خطًا موازيًا لخط ص د وتكون نسبته إلى ما يفصله من خط كـ ص كنسبة ف ز إلى ف م، وتكون نسبته إلى ما يفصله من خط كـ د كنسبة ف ز إلى ز و، كما عملنا في الشكل الذي قبل هذا الشكل، وليكن خط س ن.



10 فأقول: / إن نسبة س ن إلى ن ق هي كنسبة ف ز إلى ز ع. ب – ٨٥ – ظ

برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة س خط س ل موازيًا لخط ص ق، فيكون مثلث س ل ن شبيهًا بمثلث ص د ق، فيكون نسبة س ن إلى ن ل كنسبة ص د إلى د ق. ونسبة ص د إلى د ق هي كنسبة ف ز إلى ز ي، فهي كنسبة ف ز إلى و ع؛ فنسبة س ن إلى ن ل كنسبة ف ز إلى و ع، فنسبة ل ن إلى ن س كنسبة و ع إلى ز ف. ونسبة 15 ن س إلى س ص كنسبة ز ف إلى ف م، ونسبة س ص إلى ل ق كنسبة ص كـ إلى كـ ق التي هي كنسبة ف م إلى ز و، ففي نسبة المساواة يكون نسبة ن ل إلى ل ق كنسبة

1 كـ ق (الثالثة): ق كـ [س] – 2 كـ ص: كـ م [ب] / ف م: ن م [س] / ز و: ر ق [ب] / ولكن: وليكن [س] / ص كـ ق: ص كـ [ب] – 3 تبين: ناقصة [س] – 4 ف ي ز: ف ب ر [ب] – 4-5 ونخرج ... ف ي: ناقصة [ب] – 6 هو: و [ب] ناقصة [س] / ص ق د: ص كـ و [ب] ص كـ د [س] / وتكون: وليكن [س] – 8 ف ز: ر ف [س] / كـ د: كـ ر [ب] – 9 ز و: ز ف [ب] – 12 س ل ن: س كـ ن [ب] / ن ل: ف ل [س] – 14 إلى و ع: كتب بعدها ناسخ [ب] «فنسبة ل ن إلى واع» / و ع إلى ز ف ونسبة: ناقصة [ب] – 15 ن س: ر س [ب] – 16 ز و: ز ف [س].

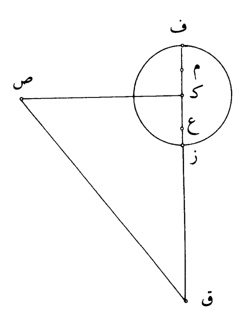
ع و إلى و ز، فنسبة ن ق إلى ق ل كنسبة ع ز إلى ز و، فنسبة ق ن إلى ن ل كنسبة ز ع إلى ع و. ونسبة ل ن إلى ن س كنسبة ع و إلى ز ف، فنسبة ق ن إلى ن س هي كنسبة ز ع إلى ز ف. فنسبة س ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى ز ع. ونسبة ن س إلى س ص هي كنسبة ز ف إلى ف م. فقد أخرجنا في مثلث ص كـ ق خطًا على النسبة المطلوبة؛

5 وذلك ما أردنا / أن نعمل. س - ٣٦٧ - و

وهذا العمل هو على أن زاوية ح كـ ط أصغر من قائمة على ما في الصورة الأولى.

فإن كانت زاوية ح كـ ط قائمة، أخرجنا في مثلث ص كـ ق خطًا يفصل من خط ص كـ خطًا يكون نسبته إليه كنسبة ز ف، الذي هو قطر دائرة هـ ز، إلى ف م على ما في الصورة الثانية، فنفصل من كـ ق خطًا يكون نسبته إليه كنسبة ف ز إلى ز ع. وتمام

10 العمل على مثل ما تقدم.



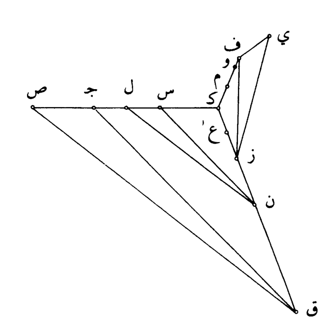
وإن كانت زاوية ح كـ ط أعظم من قائمة، على ما في الصورة الثالثة، تكن إحدى نسبتي ز ع إلى ف م وف م إلى ز ع أصغر من إحدى نسبتي ص كـ إلى كـ ق وق كـ إلى كـ ص. فليكن نسبة ز ع إلى ف م أصغر من نسبة ق كـ إلى كـ ص. ونجعل نسبة ز ع إلى ف و كنسبة ق كـ إلى كـ ص. ونعمل على خط ز ف قطعة دائرة تقبل زاوية مثل

15 زاوية ق ص كـ، ولتكن قطعة ف ي ز، ونخرج فيها خط ف ي مثل خط م و، ونصل

2 ع و (الأولى والثانية): ع ف [س] / ق ن: ف ن [س] / هي: ناقصة [ب] – 3 ز ع (الأولى): ن ع [ب] / ن س: ل س [ب] – 4 النسبة: نسبة [س] – 6 ح كـ ط: حـ كـ ص [ب، س] / على ما: كما [ب] – 8 هو: يكون [ب] – 9 فنفصل: ونفصل [س] – 11 كانت: كان كانت [ب] / ح كـ ط: كتب الكاف فوق السطر [س] / تكنْ: فتكون [ب، س]، جواب الشرط مجزوم لا يصح هنا اقترانه بالفاء – 14 ق كـ: كـ ق [ب] / إلى: كتبها فوق السطر [س] – 15 ف ي ز: ف ي د [س].

زي. ونعمل على خط ص ق على نقطة ق منه زاوية مساوية لزاوية ف زي، ولتكن زاوية ص ق جـ. فيحدث مثلث ق كـ جـ ‹ومثلث ق ص جـ›. ويكون مثلث ق ص جـ شبيهًا بمثلث ف زي. فيكون نسبة ق جـ إلى جـ ص كنسبة زف إلى ف ي. فنخرج في مثلث ق كـ جـ خطًا موازيًا لخط ق جـ يفصل من خط كـ ق خطًا تكون نسبته إليه كنسبة ف ز إلى زع، ويفصل من خط كـ ص خطًا يكون نسبته إليه كنسبة زف إلى ف و، كما بينا فيما تقدم، وليكن خط ن س.

فأقول: إن نسبة ن س إلى س ص كنسبة زف إلى ف م.



برهان ذلك: أنا نخرج ن ل موازيًا لـ ق ص، فيكون مثلث ن ل س شبيهًا بمثلث ق ص جـ. فيكون نسبة ل س إلى س ن كنسبة ص جـ إلى جـ ق ونسبة ص جـ إلى جـ ق هي كنسبة ي ف إلى ف ز، فنسبة ل س إلى س ن كنسبة ي ف إلى ف ز، أعني م و إلى ف ز، فنسبة ل س إلى س ن كنسبة م و إلى ف ز. ونسبة س ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى زع، ونسبة ن ق إلى ل ص كنسبة ق كـ إلى كـ ص التي هي كنسبة زع إلى وف، ففي نسبة المساواة تكون نسبة س ل إلى ل ص كنسبة م و إلى وف، فنسبة ص س إلى س ل كنسبة ف م إلى م و. ونسبة ل س إلى س ن كنسبة م و إلى ف ز، فنسبة ص س إلى س ن كنسبة ف م إلى ف ز. فنسبة ن س إلى س ص كنسبة زف إلى ف م، ونسبة س ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى زع. فقد أخرجنا خط ن س على الصفة المطلوبة؛ وذلك ما أردنا أن نعمل./

3 ق جـ: ف جـ [س] – 5 ويفصل: ونفصل [ب] / ف و: ف م [ب، س] – 8 ن ل: ن كـ [س] / ق ص: ف ص [ب] / ن ل س: ف ل س [س] – 11 م و (الأولى والثانية): م ف [س] – 12 كـ ص: كـ م [س] / كنسبة: نسبة [س] – 13 م و: م ف [س] / وف: رف [ب] – 14-15 م و إلى ف ز: م ف إلى د ر [س] – 16 س ن: ي ن [س].

وخط ق جـ ربما وقع خارجًا عن مثلث ق كـ ص. وربما وقع في داخل مثلث ق كـ ص ‹و›كان الشكل كما هو في صورة المثلث. وإذا وقع ق جـ خارجًا عن المثلث، كان الشكل هو الصورة الثالثة. س-٣٦٧-ظ

وإذا وقع خط ق جـ في داخل المثلث، كان المثلث شبيهًا بالصورتين المتقدمتين، لأن خط ن س يكون متوسطًا بين نقطة كـ وبين مركز ل، ويكون دائرة س كـ ن تقطع خط ص كـ على نقطة فيما بين نقطتي ص كـ. وربما كان ق جـ هو خط ق كـ إذا كانت زاوية ف ز ي مثل زاوية ص ق كـ، فحينئذٍ يُقسم خط ق كـ بقسمين على نقطة مثل نقطة ن حتى تكون نسبة كـ ن إلى ن ق كنسبة ف ز إلى ز ع. ونخرج من نقطة ن خط ن ل موازيًا لخط ق ص، فتكون نسبة ل كـ إلى كـ ن كنسبة ي ف إلى ف ز، أعني نسبة م و إلى ف ز. فيكون في المساواة نسبة ل كـ إلى ن ق كنسبة م و إلى ز ع. ونسبة ن ق إلى ل ص كنسبة ق كـ إلى كـ ص، التي هي نسبة ز ع إلى و ف. فنسبة كـ ل إلى ل ص كنسبة م و إلى و ف، فنسبة ص كـ إلى كـ ل كنسبة ف م إلى م و. ونسبة ل كـ إلى كـ ن كنسبة م و إلى ف ز، فنسبة ص كـ إلى كـ ن كنسبة م ف إلى ف ز. فنسبة ن كـ إلى كـ ص كنسبة ز ف إلى ف م. فيكون خط ن كـ مقام خط ن س وتكون الدائرة مماسة لخط ص كـ على نقطة كـ، كما تبيّن في التحليل عند قسمة زاوية ص كـ ق إلى الأقسام الثلاثة التي هي الحادة والقائمة والمنفرجة.

وإذا وقع خط ق جـ خارجًا عن مثلث ص كـ ق، وجعلت نسبة ص س إلى س كـ مركبة – وهي في الشكل الذي قبل هذا مفصلة – فتمام البرهان على مثل ما تقدم.

وهذا الذي / ذكرناه في مثلث ص كـ ق هو جميع أقسامه وجميع الأوضاع التي تقع له. ب-٨٦-و

فعلى هذه الصفة يكون تحليل هذه المسألة وتركيبها.

وهذه المسألة تقع على أوضاع كثيرة. وذلك أن الدائرة المماسة للدوائر الثلاث قد يمكن أن تماس الدوائر الثلاث بمقعرها، ويمكن أن تماس دائرتين منها بمقعرها وتماس واحدة

1 مثلث ق كـ ص: المثلث [ب] – 2 كان: ناقصة [س] / الشكل: الجسم [ب] ناقصة [س] / ق جـ: ف جـ [س] – 7 ق كـ: كـ [س] / نقطة (الثانية): ناقصة [ب] – 8 ف ز: د ز [س] / ن: ب [ب] – 9 ق ص: ف ص [س] – 11 كـ ص: كـ م [س] – 12 م و (الثانية): م ف [س] / ل كـ: ا كـ [س] – 14 ف م: ر م [س] – 17 وجعلت: جعلت [س] – 18 مفصلة: الفصل [س] / فتمام: وتمام [ب، س] – 23 تماس (الثالثة): ناقصة [س].

بمحدبها، ويمكن أن تماس واحدة منها بمقعرها واثنتين بمحدبها، فتختلف كيفية التحليل والتركيب فيها، ومع ذلك فإن كل واحد من هذه الأوضاع يمكن أن يحلل بعدة وجوه، وقوس ز ي ف التي زدناها في تركيب المسألة والمثلث الذي أخرجناه فيها والنسب التي استعملناها في أوتارها ليست من المقدمات التي وجدناها بالتحليل، وإنما زدناها لاستخراج
5 المسألة بوقوع خط ن س في مثلث ص ک ق الذي إليه انتهى التحليل. ولم نحلل هذا المعنى عند انتهائنا إليه، لأنا لو حللناه هناك، لطال التحليل وصعب فكان مُشتبهًا على كثير ممن ينظر فيه. فوقفنا في التحليل عند هذا الخط ثم استخرجناه من بعد بالتركيب / فقط طلبًا للسهولة. س – ٣٦٨ – و

وجميع الأوضاع التي ذكرناها هي على أن الدوائر الثلاث متفرقة، وقد تكون متقاطعة
10 ومتماسة، ويمكن أن تماسها دائرة واحدة على أوضاع مختلفة، ويمكن أن نحلل كل واحدة منها بعدة وجوه، ولكن ليس غرضنا استخراج المسألة ولا التصرف في استخراجها، وإنما غرضنا الإشارة إلى كيفية التحليل وتبيين الطريق الذي به يتصيد المقدمات التي بها نستخرج المسائل. وفيما ذكرناه من التحليل في هذه المسألة وفيما قبلها كفاية في الغرض الذي قصدنا له.

15 وهذا حين نختم هذه المقالة،
والله تعالى نستودع شكر ما أولانا من نعمه.

4 استعملناها: استعملت [ب] / وجدناها: وجدت [ب] – 5 ن س: ع س [ب] س ع [س] – 6 انتهائنا: انتها [س] / مشتبهًا: شبيه [س] – 7 فوقفنا: فوقعنا [س] / بالتركيب: التركيب [س] – 8 للسهولة: السهولة [ب] – 10 واحدة: وضع [س] – 13 نستخرج: يستخرج [س] – 16 تعالى: ناقصة [س] / نستودع: مستودع [س] / شكر ما: شكرنا [ب] / نعمه: وبعدها نجد «تم والحمد لله رب العالمين والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين» [س] «وهو حسبنا ونعم الوكيل» [ب]؛ في صفحة ٦٨–و، كتب ناسخ [ب] العبارة التالية: «فرغ من نسخه العبد الضعيف الراجي غفران ربه الحسن بن الحسن بن محمد بن علي بن أحمد بن نظام الملك بمدينة السلم بالمدرسة النظامية ضحوة نهار السبت ثالث ‹و›عشرين جمادى الأولى سنة ٦١٢».

II– *المَعْلومَاتُ* : عِلْمٌ هَنْدَسِيٌّ جَديدٌ

مُقَدِّمَةٌ

لَيْسَ مُؤَلَّفُ ***في المَعْلومَاتِ*** مُجَرَّدَ عَمَلٍ عابِرٍ وَضَعَهُ ابنُ الهَيْثَمِ، فَهُوَ كِتَابٌ أَرَادَ مُؤَلِّفُهُ مِنْهُ أن يَكونَ عَمَلاً تَأْسيسِيّاً عَلَى غِرارِ ما كانَ عَلَيْهِ مُؤَلَّفُهُ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***. ولَيْسَ مِن النادِرِ في مِثْلِ هَذِهِ الحالاتِ أن تَتَعَدَّدَ الأهْدافُ وتَتَداخَلَ. تُرَى، أَأَرادَ ابنُ الهَيْثَمِ مِن وَرَاءِ هَذا العَمَلِ أن يُتابِعَ بَحْثاً ما، كانَ قَدْ بَدَأَهُ سابِقوهُ، أو أن يُرْسِيَ أُسُسَ عِلْمٍ جَديدٍ، أو أَنَّهُ أرادَ مِن ذَلِكَ أن يُعيدَ تَأْسيسَ عِلْمٍ مُنْشَأٍ مِن خِلالِ إتْمامِ مُساهَمَةٍ ما، لَرُبَّما عُدَّتْ مِن صُلْبِ التَقْليدِ آنذاك؟ تَتَقَاطَعُ كلُّ هَذِهِ الأهْدافِ فيما بَيْنَها، ورَغْمَ أَنَّها تَبْدو لِلوَهْلَةِ الأُولَى مُتَفاوِتَةً مُخْتَلِفَةً، فإِنَّها في واقِعِ الأمْرِ وَثيقَةُ الصِلَةِ. والحَقيقَةُ، أَنَّهُ مَا كانَ غِيابُ هَذِهِ التَعَدُّدِيَّةِ المَذْكورَةِ لِيُضْفِي ما يُضْفيهِ وُجودُها مِن أهَمِيَّةٍ عَلَى مَوْقِعِ هَذا المُؤَلَّفِ وفَرادَتِهِ في تاريخِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ.

يُتابِعُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا المُؤَلَّفِ بَحْثاً كانَ قَدْ أُطْلِقَ مِن عِقالِهِ مُنْذُ قَرْنٍ ونِصْفٍ فَأَسْهَبَ فيهِ وأَوْصَلَهُ إِلَى أبْعَدِ مَدًى مُمْكِنٍ، لا سِيّما في مَسْأَلَتَي الحَرَكَةِ والتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ: التَحَاكي والانْسِحَابِ الخَطِّيِّ والمُشَابَهَةِ وحَتَّى في التَطْبيقِ المُنْطَقِ مِن المَرْتَبَةِ الثانِيَةِ. يُوَصِّفُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذِهِ التَحْويلاتِ ويَعْمَدُ إِلَى اسْتِخْدَامِها في مُخْتَلِفِ المَسَائِلِ الّتي يَتَضَمَّنُها الكِتَابُ. وفي هَذا السِيَاقِ، فإنّ هَذا الكِتَابَ يَنْتَمي إِلَى مَجْمُوعَةِ مُؤَلَّفاتٍ وَضَعَها ابنُ الهَيْثَمِ، تَضُمُّ ما سَبَقَ أن حَقَّقْنَاهُ وشَرَحْنَاهُ في هَذا المُجَلَّدِ: ***في خَواصِّ الدَوائِرِ*** و ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ***

فإذا كانَ هَذا البَحْثُ في مَسْأَلَةِ الحَرَكَةِ والتَحْويلاتِ في الهَنْدَسَةِ لا يُمَيِّزُ مُؤَلَّفَ ***في المَعْلومَاتِ*** مِن الكِتَاباتِ الأُخْرَى، فإنّ الأَمْرَ يَخْتَلِفُ تَماماً بالنِسْبَةِ إلَى الهَدَفِ الثاني لِلمُؤَلَّفِ، والَّذي لَمْ يَلْقَ مُتَابَعَةً إلاّ في كِتَاب ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، ويَتَمَثَّلُ هَذا الهَدَفُ في ابْتِكارِ عِلْمٍ هَنْدَسِيٍّ جَديدٍ يَحْمِلُ نفسَ الاسمِ، ويُقَدِّمُ لَهُ هَذا الكِتَابُ الطَرِيقَةَ (المَنْهَج) الخاصَّةَ بهِ. وثَمَّةَ فِكْرَتانِ مَرْكَزِيَّتَانِ تَضْبُطانِ هَذا العِلْمَ الجَديدَ: فمِن جهَةٍ، لا يَنْبَغي تَصَوُّرُ الكائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ، عَلَى غِرارِ ما هِيَ عَلَيْهِ في الهَنْدَسَةِ الإقليدِيَّةِ، كَأشْكالٍ ساكِنَةٍ، أي مُسَلَّمٍ بها مَرَّةً واحِدةً وَبشَكلٍ نِهائِيٍّ، بَلْ يَنْبَغي تَصَوُّرُها كَأَشْكالٍ تُحْدِثُها حَرَكَةٌ أو حَرَكَاتٌ مُتَّصِلَةٌ، وهِيَ بالتالي مُتَغَيِّرَةٌ. ومِن هُنا فَصاعِداً، تَتَمَحْوَرُ المَسْأَلَةُ كُلُّها إذاً حَوْلَ تَحْديدِ ماهِيَّةِ العَناصِرِ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ إبَّانَ الحَرَكَةِ. ومِن جهَةٍ أُخْرَى، فهُناك الفِكْرَةُ الثانِيَةُ، إذ لا بدَّ مِن التَسْليمِ بِشَكْلٍ واضِحٍ بالحَرَكَةِ لَيْسَ في التَعْريفاتِ فَحَسْب، بَلْ أيضاً بِوَصْفِها عَمَلِيَّةً مَشْروعَةً في البُرْهانِ.

يَفرِضُ هَذا العِلْمُ الهَنْدَسِيُّ الجَديدُ عَلَى الباحِثِ في عِلْم الهَنْدَسَةِ مَهامَّ جَديدَةً. وَبما أَنَّهُ يَنْطَلِقُ مِن أشْكالٍ تُحْدِثُها حَرَكَةٌ أو أُخْرَى، فيَنْبَغي لِلباحِثِ أن يُحَدِّدَ ماهِيَّةَ هَذِهِ الحَرَكَةِ، وأن يَعْمَلَ في هَذِهِ الحالَةِ بواسِطَةِ التَحْليلِ؛ والتَحْليلُ هُوَ الَّذي سَيَسْمَحُ لَهُ فَضْلاً عن ذَلِكَ بتَحْديدِ العَناصِرِ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ خِلالَ حَرَكَةِ حُدوثِ ذَلِكَ الشَكْلِ. لَكِنْ، مِن جِهَةٍ أُخْرَى، انْطِلاقاً مِن تَعْريفاتِ الكائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ مِن خِلالِ الحَرَكَةِ الّتِي تُحْدِثُ هَذِهِ الكائِناتِ – مثلاً، حُدوثُ خَطٍّ مُسْتَقيمٍ بواسِطَةِ دَوَرانٍ حَوْلَ مِحْوَرٍ، أو حُدوثُ دائِرَةٍ بواسِطَةِ دَوَرانِ خَطٍّ مُسْتَقيمٍ حَوْلَ طَرَفٍ ثابتٍ ...، – نَسْتَطيعُ أن نَسْتَخْلِصَ بِطَريقَةٍ داخِلِيَّةٍ النَتائِجَ المُتَرَتِّبَةَ، وَبالتَحْديدِ الخَصائِصَ الّتِي وَصَفَها كِتَابُ ***الأصول***. ويَبْدو بَديهِيّاً أنَّ هَذا المَسارَ تَرْكيـــبِيٌّ، وَبهَذا المَعْنَى تَتَضَمَّنُ *الصَناعَةُ التَحْليلِيَّةُ* الطَريقَيْنِ. في هَذِهِ الحالَةِ، أفَلا يُمَثِّلُ *التَرْكيبُ* أيضاً سَبيلاً إلى الاكتِشافِ؟ فَهُوَ عَلَى طَريقَتِهِ وعَلَى

غِرارِ *التَحْليل*، يُساعِدُ في البَحْثِ عن الخَصائِصِ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ خِلالَ حَرَكَةِ إحْداثِ الكائِنِ الهَنْدَسِيِّ، الَّذي لا يَكونُ سِوَى كائِنٍ فِكْرِيٍّ. وتَتَوَضَّحُ هُنا ضَرورَةُ نُشوءِ هَذا العِلْمِ الجَديدِ: إذ إنّهُ يُسْتَحْضَرُ بُغْيَةَ تَحْليلِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ الّتي كانَ اللُّجوءُ إلَيْها يَتَزايَدُ مُتَسارِعاً؛ وقَدْ بُنِيَ أيضاً بُغْيَةَ الإجابَةِ عَن المُتَطَلِّباتِ الجَديدَةِ لابنِ الهَيْثَمِ الرامِيَةِ إلَى إثْباتِ وُجودِ الكائِناتِ الهَنْدَسِيَّةِ. ومِن خِلالِ تَعْريفاتِهِ الخاصَّةِ، يؤمِّنُ لنا هَذا العِلْمُ الجَديدُ في كُلِّ مَرَّةٍ العِلَّةَ برُمَّتِها لِلكائِنِ الفِكْرِيِّ بَلْ ولِوُجودِهِ أيضاً. فَضْلاً عن ذَلِكَ، فإنَّ ابنَ الهَيْثَمِ عَلَى سَبيلِ المِثالِ[1]، يَلْجَأُ عَلَى هَذا النَحْوِ إلَى هَذِهِ المَفاهيمِ في مُؤَلَّفِهِ ***في تَرْبيعِ الدائِرَةِ***. وقَدْ سَبَقَ أن لاحَظْنا أنَّ هَذا العِلْمَ الجَديدَ – *المَعْلومات* – الَّذي كانَ ابنُ الهَيْثَمِ أوّلَ مَن تَصَوَّرَهُ وَفْقَ ما خَبِرْناهُ، سيُبْعَثُ مُجَدَّداً في بِداياتِ النِصْفِ الثاني لِلقَرْنِ السابِعِ عَشَرَ، تَحْتَ مُسَمَّياتٍ وظُروفٍ أُخْرَى.

يَتَمَثَّلُ الهَدَفُ الثالِثُ، الَّذي رَمَى ابنُ الهَيْثَمِ إليهِ في مُؤَلَّفِهِ ***في المَعْلومات***، في تَأْسيسِ الهَنْدَسَةِ الإقْليدِيَّةِ بواسِطَةِ العِلْمِ الهَنْدَسِيِّ الجَديدِ. ويَبْدو أنَّ هَذِهِ المُحاوَلَةَ تُشَكِّلُ جُزْءاً مِن بَرْنامَجٍ خاصٍّ بابنِ الهَيْثَمِ، جَهَدَ لِتَحْقيقِهِ في عِدَّةِ فُصولٍ مِن الرِياضِيّاتِ وعِلْمِ البَصَرِيَّاتِ وعِلْمِ الفَلَكِ؛ ويَتَمَثَّلُ هَذا البَرْنامَجُ في إنْجازِ ما تَرَكَهُ أسْلافُهُ، إمّا مِن خِلالِ تَصْحيحِهِ، وإمّا بتَأْسيسِهِ مِن جَديد. ولا تَنْقُصُنا الأمْثِلَةُ، ومِنْها: ***مخروطاتُ*** أبلونيوسَ، والأبْنِيَةُ الهَنْدَسِيَّةُ العائِدَةُ لأرشميدسَ[2]، وإسْهامُ أتْباعِ أرشميدسَ في مِساحةِ المُجَسَّمِ المُكافِئِ والكُرَةِ، ومَسَائِلُ تَساوي الخُطوطِ المُحيطَةِ

---

[1] انْظُرِ الجُزْءَ الثاني من هذا الكتابِ بِنُسخَتِهِ العَرَبِيَّة أو الفَرَنْسيَّة:

R. Rashed, *Les Mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle*, vol II: *Ibn al–haytham* (Londres, 1993)

[2] انْظُرْ الجُزْءَ الأوّلَ من هذا الكتابِ بِنُسخَتِهِ العَرَبِيَّة أو الفَرَنْسيَّة:

Les Mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle, vol. I: Fondateurs et commenteurs: banū Mūsā, Thābit ibn Qurra, al–Khāzin. al–Qūhī. Ibn al–Samḥ, Ibn Hūd, (Londres, 1996).

بمِسَاحَاتٍ، ومَسَائِلُ تَساوِي المِسَاحَاتِ المُحيطَةِ بمُجَسَّمَاتٍ، والزاوِيَةُ المُجَسَّمَة...، ***ومناظِر*** بَطْلَمْيُوسَ إلخ. وفي هَذِهِ المَرَّةِ مِن الواضِحِ أنَّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ بما هُوَ لَيْسَ بأقَلَّ مِن الهَنْدَسَةِ الإقْليدِيَّةِ. وَبالنِسْبَةِ إلَى إتْمامِ هَذِهِ المُهِمَّةِ، نَجدُ ابنَ الهَيْثَمِ لا يُعارِضُ إقليدسَ، بَلْ يُحاوِلُ الذَهابَ أبْعَدَ مِنْهُ. ففَضْلاً عن كوْنِ العِلْمِ الجَديدِ يَتَضَمَّنُ الهَنْدَسةَ الإقْليدِيَّةَ؛ فَهُوَ يُعَلِّلُها ويُؤَسِّسُها، في نطاقٍ تَوَفَّرَت لَها فيهِ وَسائِلُ تَعْريفِ كائِناتِها الخاصَّةِ بواسِطَةِ الحَرَكَاتِ الّتِي تُحْدِثُ هَذِهِ الكائِناتِ، كَما يُقَدِّمُ لَها العَمَلِيَّاتِ الّتِي تَدْخُلُ فيها الحَرَكَاتُ، الّتِي تَسْمَحُ لِلهَنْدَسةِ بإقامةِ بَراهينِها. ويَعْرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ ***في المَعْلومَاتِ*** التَصَوُّراتِ حَوْلَ هَذا العِلْمِ، لَكِنَّهُ يُكْمِلُ مَشْروعَهُ بتَأْسيسِ الهَنْدَسةِ الإقْليدِيَّةِ تَحْديداً في مُؤَلَّفَيْهِ ***في شَرْحِ مُصادَراتِ كِتَابِ أقليدس*** وفي كِتَابِ ***في حَلِّ شُكوكِ كِتَابِ أقليدس في الأصول***. وهَذا المَشْروعُ الَّذي كانَ ابنُ الهَيْثَمِ أوّلَ مَن تَصَوَّرَهُ، الَّذي لَمْ يُدْرَكْ مَغْزاهُ جَيِّداً حَتَّى ذَلِكَ الحينِ، قَدْ بُعِثَ مَرَّةً أُخْرَى بَعْدَ سِتَّةِ قُرونٍ مِن الزَمَنِ في كِتَاباتِ هوبس (Hobbes)، لَكِنْ بأُسْلوبٍ أقَلَّ مَهارَةً، وَبصيغَةٍ أقَلَّ عُمْقاً[٣].

وعَلَى هَذا الأساسِ الأخيرِ، يَنْتَمي كِتَابُ ***في المَعْلومَاتِ*** إلَى مَجْمُوعَةٍ أُخْرَى مِن كِتَاباتِ ابنِ الهَيْثَمِ الّتِي تَتَضَمَّنُ بخَاصَّةٍ الشَرْحَيْنِ المَذْكورَيْنِ أَعْلاه. وعِنْدَ تَحْقيقِ ودِراسَة هَذَيْنِ الشَرْحَيْنِ، سَنَجدُ إذاً أنَّ هَذا المُؤَلَّفَ ثُنائِيُّ المَرْكَزِيَّةِ — إن يَكُن بالنِسْبَةِ إلَى نِتَاجِ ابنِ الهَيْثَمِ الهَنْدَسِيِّ، وإن يَكُن بالنِسْبَةِ إلَى تاريخِ الهَنْدَسَةِ بشَكْلِها العامِّ —. لقَدْ وَضَّحْنا في هَذا المُجَلَّدِ، في بِدايَةِ الفَصْلِ الثاني، فِكْرَةَ هَذا

---

[٣] حَوْلَ تَصَوُّرِ هوبس، انْظُرْ

Opera philosophica quae latine scripsitomnia ..., éd. Gulielmi Molesworth; Elementorum philosophiae section prima de corpore, vol. II (Londres, 1839), p. 98-99, *Examinato et emendatio mathematicae,* vol IV (Londres, 1865), p. 76.

انْظُرْ أيضاً شَرْحَ مارتيال غيرو (Martial Gueroult)، وكَذَلِكَ المُقارَنَةَ الَّتِي يُقيمُها بَيْنَ تَصَوُّرِ هوبس والتَصَوُّرِ اللاّحِقِ لسبينوزا (Spinoza)؛

Martial Gueroult, *Spinoza,* vol. II: *L'âme* (Paris, 1974), p. 480 – 487.

العِلْمِ الهَنْدَسِيِّ الجَديدِ. يَبْقَى الآنَ أن نَنْبَرِيَ لِدِراسَةِ المَضْمونِ الهَنْدَسِيِّ لِكِتَابِ ***في المَعْلومَاتِ***.

الشَرْحُ الرِياضِيُّ

١ – خَصائِصُ الوَضْعِ والشَكْلِ والتَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ

إذا صَدَّقْنا ابنَ الهَيْثَمِ، فإنَّ الجُزْءَ الأوَّلَ مِن ***في المَعْلومَاتِ*** كانَ سيَتَضَمَّنُ مَفاهيمَ وقَضايا "لم يَذْكُرْها أحَدٌ مِن المُتَقَدِّمينَ ولا ذَكَروا شَيْئاً مِن جِنْسِها"[٤]. ماذا تُخْفي بِالضَبْطِ هَذِهِ الجِدَّةُ الّتي أعْلَنَها رِياضِيٌّ بارِزٌ عُرِفَ دائِماً بِالدِقَّةِ والحَذَرِ؟ وَقَبْلَ أن نُباشِرَ بِشَرْحٍ مُفَصَّلٍ لِهَذا الجُزْءِ، نُشيرُ إلَى أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يُعالِجُ مَيْدانَيْنِ وَثيقَيِ الصِلَةِ، هُما: مَجْموعاتٌ مِن النِقاطِ والتَحْويلاتُ النُقَطِيَّةِ. ويَتَمَثَّلُ الاهتِمامُ الأساسِيُّ لابنِ الهَيْثَمِ خِلالَ هَذا البَحْثِ في تَمْييزِ العَناصِرِ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ لِلشَكْلِ ولِلوَضْعِ الهَنْدَسِيِّ، والعَناصِرِ الّتي تَتَغَيَّرُ *صورَةً ووَضْعاً وَقَدْراً*. وتَتَناوَلُ غالِبِيَّةُ قَضايا هَذا الجُزْءِ خَصائِصَ الوَضْعِ والشَكْلِ. إذ يَبْحَثُ ابنُ الهَيْثَمِ عن الأمْكِنَةِ الهَنْدَسِيَّةِ المُسْتَقيمةِ أو الدائِرِيَّةِ المُتَجاوِبَةِ مع مَسَائِلَ تَرْبُطُ كُلَّ نُقْطَةٍ مِن مَكانٍ هَنْدَسِيٍّ مَعْلومٍ – سواءٌ أكانَ خَطّاً مُسْتَقيماً أم دَائِرةً – مع نُقْطَةٍ جَديدَةٍ مِن خِلالِ تَحْويلِ المَكانِ المَعْلومِ إلَى المَكانِ الّذي يَجْري البَحْثُ عَنْهُ. وتُعْرَضُ هَذِهِ التَحْويلاتُ بِوُضوحٍ عِنْدَما يَتَعَلَّقُ الأمْرُ بِتَحاكٍ أو بِمُشَابَهَةٍ أو بِانْسِحَابٍ خَطِّيٍّ. أمّا في الحالاتِ الأُخْرَى، فإنَّ التَحْويلاتِ لا تُحَدَّدُ ماهِيَّتُها، بالرَّغْمِ مِن أنَّها حاضِرَةٌ. فَالبَعْضُ مِنها يُمَثِّلُ تَحْويلاتٍ مُنْطَقَةً ثُنائِيّاً مِن المَرْتَبَةِ الثانِيَةِ. بِالإضافَةِ إلَى ما وَرَدَ، لِنُذَكِّرْ بِاخْتِلافٍ أساسِيٍّ بَيْنَ نَوْعَيِ التَحْويلاتِ المُشارِ

---

[٤] انْظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٤٩٠.

إِلَيْهِما أعْلاه: فَفي حينِ أنَّ تَحْويلاتِ التَحاكي والمُشابَهَةِ والانْسِحاب الخَطِّيِّ يُمكِنُ أن يُعْمَلَ بِها عَلَى جَميعِ نقاطِ المُسْتَوي فإنَّ التَحْويلاتِ التَرْبيعِيَّةَ المُنْطَقَة ثُنائِيّاً الّتي أدْخَلَها ابنُ الهَيْثَمِ تَعْمَلُ فَقَط مِن مُنْحَنٍ إِلَى مُنْحَنٍ.

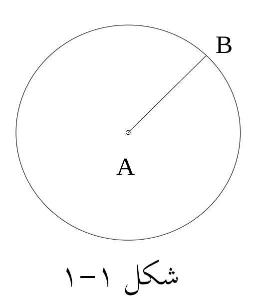
ولرُبَّما كانَ هَذا الاختِلافُ هُوَ السَبَبَ الَّذي جَعَلَ ابنَ الهَيْثَمِ لا يُسْهِبُ في شَرْحِ النَوْعِ الثاني مِن التَحْويلاتِ، بالرَّغْمِ مِن أنَّها حاضِرَةٌ في مُؤَلَّفِهِ.

نُشيرُ أيضاً إِلَى أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ في كَثيرٍ مِن الأحْيانِ لا يُناقِشُ مَسْأَلَةَ وُجودِ الحُلولِ وأعْدادِها. ومِن السَذاجَةِ الاعْتِقادُ أنَّ هَذِهِ النقاشاتِ، السَهْلَةَ في أغْلَبِ الأحْيانِ، كانَت عَصِيَّةً عَلَى ابنِ الهَيْثَمِ؛ فَغِيابُها، وكَما يَحْصُلُ ذَلِكَ في كُتُبٍ أُخْرَى (عَلَى سَبيلِ المِثالِ في مُؤَلَّف ***في تمامِ كِتابِ المَخْروطاتِ***)، يَشْهَدُ بِبَساطَةٍ عَلَى واقِعٍ مَفادُهُ أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ ما كان يَشْعُرُ أنَّهُ مُلْزَمٌ بالإسْهابِ في تَقَصِّي شُروطِ وُجودِ حُلولِ المَسَائِلِ أو إيصالِها إِلَى النهايَةِ.

لنَأْخُذْ عَلَى التَوالي قَضايا هَذا الجُزْءِ.

قَضِيَّة ١.– كُلُّ نُقْطَةٍ B واقِعَةٍ عَلَى مَسافَةٍ مَعْلومَةٍ d مِن نُقْطَةٍ ثابِتَةٍ A، إنَّما تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ مَرْكَزُها في النُقْطَةِ A ونِصْفُ قُطْرِها مُساوٍ لـ d.

يُكَرِّسُ ابنُ الهَيْثَمِ كُلَّ هَذا القِسْمِ لِلهَنْدَسةِ المُسْتَوِيَةِ، ويَتَعَمَّدُ عَدَمَ الاهتِمامِ



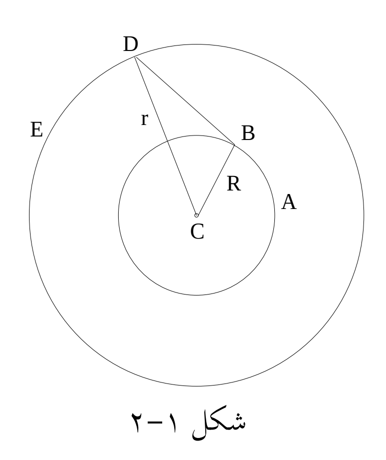
شكل ١–١

بأيِّ شَيءٍ آخرَ غَيْرِ الخُطوطِ المُسْتَقيمةِ والدَوائِرِ. ويَبْدَأُ بتَوْصيفِ الدائِرةِ كَمَكانٍ هَنْدَسِيٍّ لِنقاطٍ مُتَساوِيَةِ البُعْدِ عن نُقْطَةٍ ثابِتَةٍ.

وهُوَ يُشَدِّدُ عَلَى أنَّ الدائِرَةَ تَكونُ مَعْلومَةَ الوَضْعِ والقَدْرِ طالَما يَكونُ المَرْكَزُ ونِصْفُ القُطْرِ مَعْلومَيْنِ. ويُمَيِّزُ في ذَلِكَ العَناصِرَ اللاّمُتَغَيِّرَةَ وهِيَ نُقْطَةٌ ثابِتَةٌ ومَسافَةٌ مَعْلومَةُ القَدْرِ، والعَناصِرَ المُتَغَيِّرَةَ وهِيَ أوْضاعُ النُقْطَةِ B. ونَشْهَدُ هُنا بُزوغَ فِكْرَةِ رَسْمِ الأشْكالِ بِحَرَكَةٍ مُتَّصِلَةٍ؛ وهَذِهِ الفِكْرَةُ سَتُرافِقُنا في كُلِّ مَراحِلِ النَصِّ.

تَهْدِفُ القَضايا الثَلاثُ التالِيَةُ إلَى تَوْصيفِ تَحْويلَي التَحاكِي والمُشابَهَةِ.

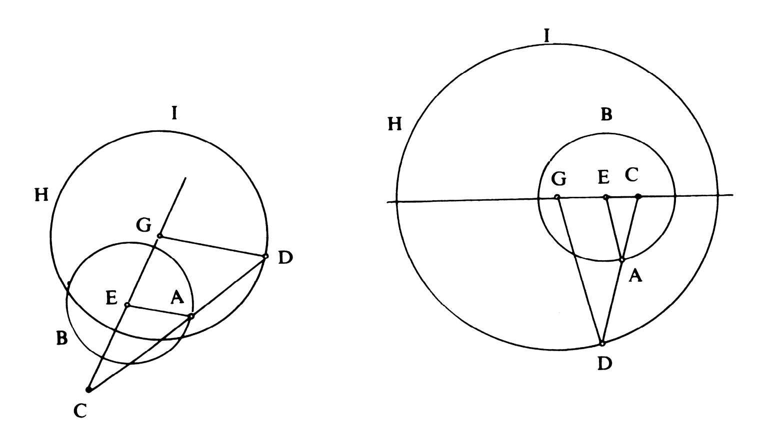
قَضِيَّة ٢.– لِتَكُنْ (C, R) دائِرَةً مَعْلومَةً وَ B نُقْطَةً مَعْلومةً عَلَيْها. إنّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ D المُحَقِّقَةِ لِلعَلاقَةِ $k = \frac{BD}{BC}$، حَيْثُ تَكونُ النِسْبَةُ k والزاوِيَةُ $C\hat{B}D = \alpha$ مَعْلومَتَيْنِ، يَكونُ دائِرَةً مُتَمَرْكِزَةً (C, r). وتَكونُ هَذِهِ الدائِرَةُ الأخيرةُ الشكلَ المُحَوَّلَ مِن الدائِرَةِ (C, R) بِواسِطَةِ المُشابَهَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ C، الّتِي تُسْتَنْبَطُ نِسْبَتُها k_1 وزاوِيَتُها α_1 مِن العَناصِرِ المَعْلومَةِ R وَ k وَ α.



شكل ١–٢

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ أنَّ النُقْطَةَ D هِيَ صورَةُ النُقْطَةِ B بِواسِطَةِ المُشَابَهَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ C والّتي نِسْبَتُها $k_1 = \frac{CD}{CB}$ وزاوِيَتُها $BCD = \alpha_1$. والعُنْصُرانِ k_1 وَ α_1 مَعْلومَانِ لأنَّهُ في المُثَلَّثِ BCD، الزاوِيَةُ B ونِسْبَةُ الضِلْعَيْن المحيطَيْنِ بها مَعْلومَتانِ، أي أنَّ هَذا المُثَلَّثَ *مَعْلومُ الصورةِ*.

قَضِيَّة ٣.– لِنَأْخُذْ دَائِرَةً وهِيَ (E, R) ونُقْطَةً مَعْلومَةً C، $(C \neq E)$، ونُقْطَةً ما A عَلَى (E, R). إنّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ D المَوْجودَةِ عَلَى $[C, A)$ والّتي تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{CA}{AD}$ هُوَ دَائِرَةٌ (G, R_1). وهَذِهِ الدَائِرَةُ الأخيرةُ هِيَ الشكلُ المُحَوَّلُ مِن دَائِرَةِ (E, R) بِواسِطَةِ التَحاكِي $h\left(C, \frac{k+1}{k}\right)$.



شكل ١–٣

يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ القَضِيَّةَ العَكْسِيَّة ويُوَصِّفُ التَحَاكيَ.

مُلاحَظَةٌ

لقَدْ تَناوَلَ القوهِيُّ هَذِهِ المَسْأَلَةَ في مُؤَلَّفِهِ حَوْلَ ***مَسْأَلَتَيْنِ هَنْدَسِيَّتَيْنِ***[٥]. ومِن المُرَجَّحِ وَفْقَ ما يَبْدو أن يَكونَ ابنُ الهَيْثَمِ قَد اطَّلَعَ عَلَى نَصِّ القوهِيِّ، فَضْلاً عن إمكانيّةِ اطّلاعِهِ عَلَى نُصوصٍ أُخْرَى لِلمُبَرِّزينَ مِن سابِقيهِ. وقَدْ لا تَخْلو المُقارَنَةُ بَيْنَ نَصَّي القوهِيِّ وابنِ الهَيْثَمِ مِن الفائِدَةِ.

في هَذِهِ المَسْأَلَةِ الثالِثَةِ مِن ***في المَعْلومَاتِ***، يَدْرُسُ ابنُ الهَيْثَمِ الشَكْلَ المُتَحاكِيَ مع دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في نُقْطَةٍ E ولها نِصْفُ قُطْرٍ r. وتَتَضَمَّنُ المَسْأَلَةُ قِسْمَيْنِ:

القِسْمَ الأوّلَ: يأخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ نُقْطَةً C مَوْجودَةً داخِلَ أو خارِجَ الدَائِرَةِ، فَضْلاً عن نِسْبَةٍ مَعْلومَةٍ k. ويأخُذُ نُقْطَةً A تَخُطُّ دَائِرَةَ (E, r_1). ويَدْرُسُ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنُقْطَةِ D الواقِعَةِ عَلَى المُسْتَقيمِ CA والمُحَدَّدَةِ بالنِسْبَةِ المَعْلومَةِ $\frac{CA}{AD}$.

وفي مَعْرِضِ الاسْتِدْلال تُسْتَعْمَلُ النِسْبَةُ $\frac{CD}{CA} = k$. وَبِما أنَّ

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CA}{AD} + 1,$$

فإنّ النِسْبَةَ $k = \frac{CD}{CA}$ تَكونُ مَعْلومَةً.

يُخْرِجُ ابنُ الهَيْثَمِ المُسْتَقيمَ DG بِحَيْثُ يَكونُ $DG \parallel EA$، وذَلِكَ فَضْلاً عن أخْذِهِ لِلنُقْطَةِ G عَلَى المُسْتَقيمِ CE، ويَسْتَنْبِطُ كما يَلي:

١) $\frac{CG}{CE} = k$، فإذاً النُقْطَةُ G مَعْلومَةٌ؛ وَ $CG = k \,.\, CE$

٢) $\frac{DG}{EA} = k$، فإذاً طُولُ القِطْعَةِ DG مَعْلومٌ، وَ $DG = k \,.\, r_1$؛

وتَقَعُ النُقْطَةُ D إذاً عَلَى الدَائِرَةِ (G, r_2) بِحَيْثُ يَكونُ $r_2 = k \,.\, r_1$.

[٥] انْظُرْ: مَخْطوطَةَ القاهِرَةِ، دار الكُتُب، ٤٠، ص ٢٠٦ظ – ٢٠٨؛ مَخْطوطَةَ إسطنبول، أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص١٧١و – ١٧٣و وكذَلِكَ ص ١٢٣ظ – ١٢٥و. نُشيرُ إلى أنّ تَحْقيقَ هذا النَصِّ يَعودُ إلى فيليب أبغرال.

القِسْمَ الثاني: لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ (E, r_1) وَ (G, r_2) ونُقْطَةً C عَلَى المُسْتَقيمِ EG بِحَيْثُ يَكونُ $\frac{CE}{CG} = \frac{r_1}{r_2}$.

لِكُلِّ نِصْفِ مُسْتَقيمٍ مُخْرَجٍ مِن النُقْطَةِ C، يَقْطَعُ دائِرَةَ (E, r_1) عَلَى نُقْطَةٍ A ودَائِرَةَ (G, r_2) عَلَى نُقْطَةٍ D، سيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{DG}{AE} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{CE}{CG}.$$

ويُسْتَنْبطُ مِن ذَلِكَ أنَّ $DG \parallel AE$؛ ولِذَلِكَ فإنّ

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CG}{CE} = \frac{r_2}{r_1}.$$

وتَكونُ النِسْبَةُ $\frac{CD}{CA}$ هي نَفْسَها لِكُلِّ نِصْفِ مُسْتَقيمٍ مُخْرَجٍ مِن النُقْطَةِ C. ويَكونُ نفسُ الشَيْءِ صَحيحاً بِما يَتَعَلَّقُ بالنِسْبَةِ $\frac{CA}{AD}$.

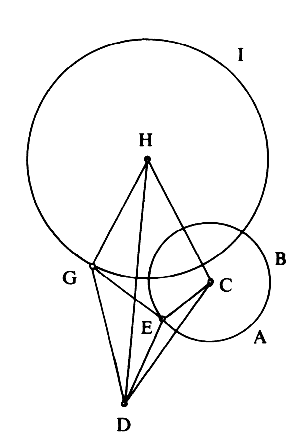
إذا ما كانَتِ النُقْطَةُ C خارِجَ الدائِرَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ E، فإنَّ وَضْعَ الدائِرَةِ الّتي مَرْكَزُها النُقْطَةُ G، يَتْبَعُ قَدْرَ النِسْبَةِ المَعلومَةِ. فقَدْ نَحْصُلُ عَلَى دائِرَتَيْنِ مُتَقاطِعَتَيْنِ، كَما هُوَ مُبَيَّنٌ عَلَى الشَكْلِ، أو مُتَماسَّتَيْنِ، أو تَكونُ الواحِدَةُ مِنْهُما خارِجيَّةً بالنِسْبَةِ إلَى الأُخْرَى. ويَبْقَى الاسْتِدْلالُ نَفْسُهُ قائِماً في مُخْتَلِفِ حالاتِ الشَكْلِ.

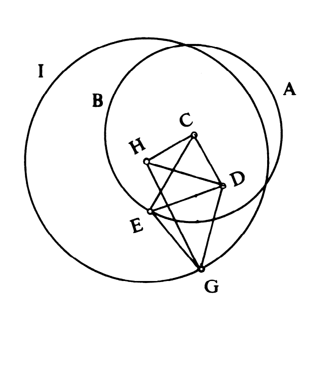
يَتَوافَقُ قِسْما قَضِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ مع القَضِيَّتَيْنِ الأُولَيَيْنِ مِن مُؤَلَّفِ القوهِيِّ ولَكِن بِالتَرْتيبِ المَعْكوسِ. وخِلافاً لِلقوهيِّ الّذي يَفْتَرِضُ النُقْطَةَ C داخِلَ الدائِرَةِ في القَضِيَّتَيْنِ الأُولَيَيْن، فإنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يُوردُ اسْتِدْلالاً واحِداً صالِحاً لِلحالَتَيْن، أكانَت النُقْطَةُ المَعلومَةُ داخِلَ الدائِرَةِ أم خارِجَها؛ في حالَةِ القوهِيِّ المَذكورَةِ تَكونُ إذاً إحْدَى الدائِرَتَيْنِ المُتَحاكِيَتَيْنِ داخِلَ الدائِرَةِ الأُخْرَى. وفي قَضِيَّةٍ ثالِثَةٍ مِن مُؤَلَّفِهِ، يَتَناوَلُ القوهِيُّ الحالَةَ الّتي تَكونُ النُقْطَةُ فيها خارِجَ الدائِرَةِ المَعلومَةِ. غَيْرَ أنَّ البُرْهانَ يَبْقَى عَلَى حالِهِ بدونِ تَغْيير. إنَّ تَراتُبيَّةَ الاسْتِدْلالِ الّذي يَتَّبِعُهُ ابنُ الهَيْثَمِ أكْثَرُ تِلْقائِيَّةً، وبُرْهانُهُ أكْثَرُ اقْتِضاباً مِمَّا يَكونُ عَلَيْهِ الحالُ لَدَى القوهِيِّ. فَفي

بُرْهانِهِ، لا يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ أطْرافَ الأقْطارِ عَلَى المُسْتَقيمِ CE، في حينِ أنَّ القوهيَّ يَعْمَدُ إلَى أخْذِها بالحُسْبانِ في أُولَى قَضاياه وذَلِكَ بُغْيَةَ إدْخالِ الدَائِرَةِ الثانِيَةِ. ويَتَفاوَتُ الاسْتِدْلالُ قَليلاً لَدَى الرَجُلَيْنِ، فابنُ الهَيْثَمِ يُخْرِجُ المُسْتَقيمَ DG مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ EA ويَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ تَساوِي النسَبِ الّتِي تَقودُهُ إلَى النَتيجَةِ، في حينِ أنَّ القوهِيَّ يَنْطَلِقُ مِن تَساوِي نِسَبٍ يَسْتَنْبِطُ مِنهُ تَوَازِيَ المُسْتَقيمَيْنِ وتَسَاوِيَ نِسَبٍ أُخْرَى، ومِن ثَمَّ يَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ بِنَفْسِ الطَريقَةِ.

لِنُشِرْ أخيراً إلَى أنَّهُ في الحالَةِ الّتِي يَقَعُ فيها مَرْكَزُ التَحاكي خارِجَ الدَائِرَةِ المَعلومَةِ، يُبَيِّنُ القوهِيُّ أنَّ المُسْتَقيمَ المُماسَّ لِلدائِرَةِ الأُولَى والمُخْرَجَ مِن مَرْكَزِ التَحاكي يَكونُ مُماسّاً أيضاً لِلدَائِرَةِ الثانِيَةِ. أمّا ابنُ الهَيْثَمِ، فيَدْرُسُ مَسْأَلَةَ الخُطوطِ المُسْتَقيمَةِ المُماسَّةِ المشتَرَكَةِ بِشَكْلٍ عامٍّ في القَضِيَّةِ ٢٤ مِن المقالةِ الثانية ***في المَعْلومَاتِ***. وتَكونُ نُقْطَةُ تَقَاطُعِ المُماسِّ المشتَرَكِ مع مُسْتَقيمِ المَراكِزِ مَرْكَزاً لِتَحاكٍ.

قَضِيَّة ٤.– لِتَكُنْ *(C, R)* دَائِرَةً مَعْلومَةً ولْتَكُنْ D نُقطَةً المَعلومَةً غَيْرَ مَتَطابِقَةٍ والنُقْطَةَ C، *(D ≠ C)*، ولْتَكُنْ E نُقْطَةً مُتَغَيِّرَةً عَلَى *(C, R)*. إنّ المَكانَ



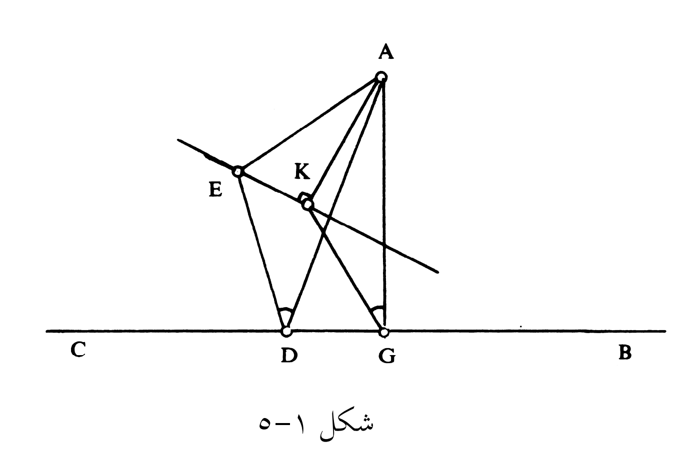


شكل ١–٤

الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ G الّتي تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{DE}{EG}$، وحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $D\hat{E}G = \alpha$ مَعْلومَةً، يَكونُ دائِرَةً. و تَكونُ هَذِهِ الدائِرَةُ الشكلَ المُحَوَّلَ مِن الدائِرَةِ (C, R) بِواسِطَةِ المُشَابَهَةِ الّتي تَكونُ النُقْطَةُ D مَرْكَزَها وَ k_1 نِسْبَتَها وَ β زاوِيَتَها، والّتي نَسْتَنْبِطُ عَناصِرَها المَذْكورَةَ مِن مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ.

ويُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ القَضِيَّةَ العكسِيَّةَ ويُوَصِّفُ فَضْلاً عن ذَلِكَ المُشَابَهَةَ.

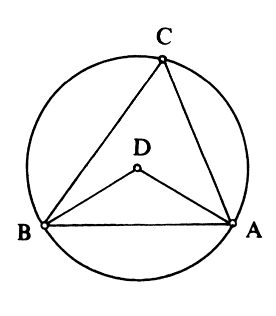
قَضِيَّة ٥.– لِيَكُنْ BC مُسْتَقيماً مَعلوماً، ولْتَكُنْ D نُقْطَةً مُتَغَيِّرةً عَلَيْهِ، ولْتَكُنْ A نُقْطَةً مَعْلومَةً لا يَجوزُ عَلَيْها المُسْتَقيمُ $(A \notin BC)$. إنّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ E الّتي تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{DA}{DE}$ وحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $A\widehat{D}E = \alpha$ مَعْلومَةً، يَكونُ خطّاً مُسْتَقيماً. وهَذا المُسْتَقيمُ الأخيرُ هُوَ المُحَوَّلُ مِن المُسْتَقيمِ BC بِواسِطَةِ المُشَابَهَةِ الّتي مَرْكَزُها G، حَيْثُ يَكونُ $AG \perp BC$، ونِسْبَتُها k_1، وزاوِيَتُها α. وتُسْتَنْبَطُ النِسْبَةُ k_1 مِن المُعْطَياتِ.



شكل ١–٥

قَضِيَّة ٦.– لِنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ مَعلومَتَيْنِ A وَ B وزاوِيَةً مَعْلومَةً α، إنّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ، في نِصْفِ المُسْتَوي المُحَدَّدِ بالمُسْتَقيمِ AB، لِلنقاطِ C الّتي تُحَقِّقُ

العَلاقَةَ $A\hat{C}B = \alpha$، هُوَ قَوْسُ دَائِرَةٍ. وتُسَمَّى هَذِهِ القَوْسُ "القَوْسَ القابِلَةَ لِلزاوِيَةِ α".



شكل ١-٦أ

لنفرِضْ أنَّ النُقْطَةَ C تَسْتَوفي شُروطَ المَسْأَلَةِ ولْتَكُنِ النُقْطَةُ D مَرْكَزَ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ ABC، فَيَكونُ لَدَيْنا

$$A\widehat{D}B = 2\alpha\,,\ D\hat{A}B = D\widehat{B}A = \frac{\pi}{2} - \alpha,\ DA = \frac{AB}{2\sin\alpha}.$$

وتَتَحَدَّدُ النُقْطَةُ D والطولُ DA بِواسِطَةِ المُعْطَياتِ. وتَقَعُ النُقْطَةُ C إذاً عَلَى دائِرَةِ $\mathscr{C}(D, DA)$.

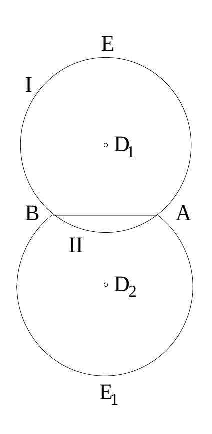
مُلاحَظاتٌ

١) يَقْسِمُ المُسْتَقيمُ AB الدائِرَةَ إلَى قَوْسَيْنِ (I) وَ (II) بِحَيْثُ يَكونُ:

$$C \in (I) \Rightarrow A\hat{C}B = \alpha,$$
$$C \in (II) \Rightarrow A\hat{C}B = \pi - \alpha;$$

وتَكونُ القَوْسُ الأُولَى فَقَط مُلائِمَةً.

٢) إذا كانَتِ النُقْطَةُ C مُسْتَوْفِيَةً لِشُروطِ المَسْأَلَةِ، فإنَّ النُقْطَةَ المُتَناظِرَةَ وإيّاها بالنسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ AB تَكونُ مُلائِمَةً أيضاً. وتَقَعُ النُقْطَةُ C عَلَى القَوْسِ AEB أو عَلَى القَوْسِ AE_1B.



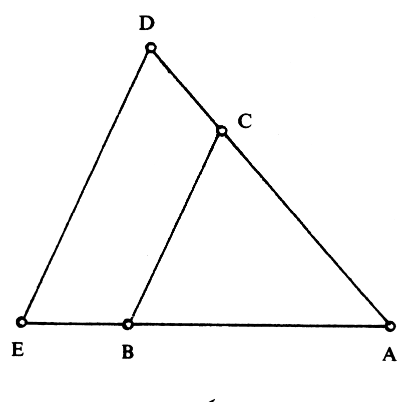
شكل ١-٦ب

٣) وَبِالعَكْسِ، كُلُّ نُقْطَةٍ C مِن القَوْسِ AEB أو القَوْسِ AE_1B تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $A\hat{C}B = \alpha$.

٤) تُمَهِّدُ هَذِهِ القَضِيَّةُ لِلقَضِيَّةِ اللاَّحِقَةِ الَّتِي تَدْرُسُ المُتَحَاكِيَ مع الدائِرَةِ في تَحاكٍ يَقَعُ مَرْكَزُهُ عَلَى هَذِهِ الدائِرَةِ.

لِنُشِرْ إِلَى أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يَسْتَخْدِمُ في هَذِهِ الخاصِيَّةِ العَلاقَةَ القائِمَةَ في الدائِرَةِ بَيْنَ الزاوِيَةِ المُمَرْكَزَةِ والزاوِيَةِ المُحَاطَةِ.

قَضِيَّة ٧.– لِتَكُنِ القَوْسُ القابِلَةُ، الَّتِي حَصَلْنا عَلَيْها في القَضِيَّةِ السادِسَةِ مَعْلومَةً. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ D مِن $[AC)$، الَّتِي تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $\frac{AC}{CD} = k$، هُوَ القَوْسُ المُتَحَاكِيَةُ مع القَوْسِ القابِلَةِ في التَحَاكِي $h\left(A, \frac{k+1}{k}\right)$.



شكل ١–٧

مُلاحَظَةٌ

تَقَعُ النُقْطَةُ C عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ α، والمَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعةِ AB، ويَكونُ لَدَيْنا

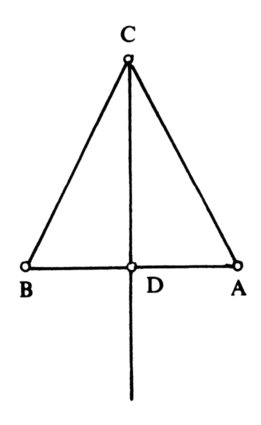
$$\frac{AC}{CD} = k \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{k+1}{k} = k_1,$$

فإذاً تَكونُ النُقْطَةُ D صورَةً لِلنُقْطَةِ C في التَحاكِي $h(A, k_1)$.

وتَقَعُ النُقْطَةُ D إذاً عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ α، المَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعَةِ AE، بِشَكْلٍ تَكونُ فيهِ النُقْطَةُ E صورَةً لِلنُقْطَةِ B في التَحاكِي $h(A, k_1)$.

يَبْني ابنُ الهَيْثَمِ النُقْطَةَ E عَلَى امْتِدادِ القِطْعَةِ AB، بِشَكْلٍ يَكونُ فيهِ $k = \frac{AB}{BE}$ (فإذاً $\frac{AE}{AB} = k$) ويُبَيِّنُ – مُسْتَنِداً في ذَلِكَ إلَى المُثَلَّثاتِ المُتَحاكِيَةِ – أنَّ الزاوِيَةَ ADE تُساوِي α؛ وَبِذَلِكَ يَكونُ قَدْ رَدّ المَسْأَلَةَ إلَى القَضِيَّةِ السابِقَةِ، أي إلَى القَوْسِ القابِلَةِ.

قَضِيَّة ٨.– إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنِقاطِ المُتَساوِيَةِ البُعدِ عن نُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ A وَ B هُوَ العَمودُ المُنَصِّفُ لِلقِطْعَةِ AB.



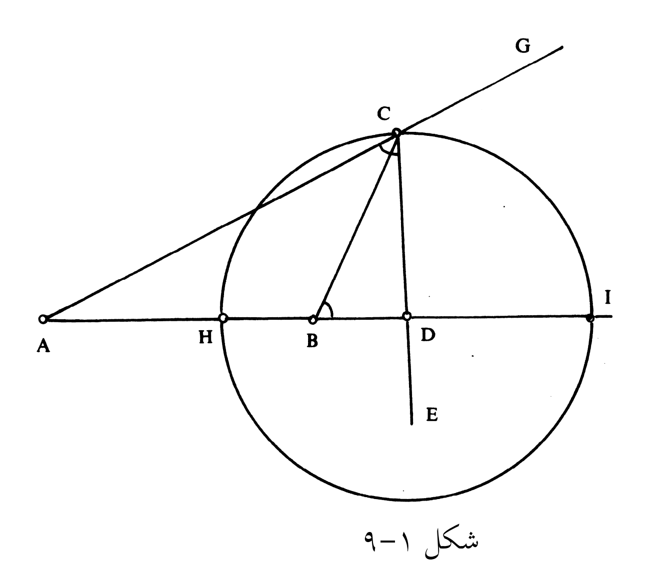
شكل ١–٨

يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا الحالَةَ الثالِثَةَ في تَساوِي المُثَلَّثاتِ (انْظُرِ ***الأصول***، القَضِيَّةُ الثامِنَةُ مِن المقالةِ الأُولى)

قَضِيَّة ٩.– لِتَكُنِ النُقْطَتانِ A وَ B مَعلومَتَيْنِ ولْتَكُنِ النسْبَةُ k مَعْلومَةً $(k \neq 1)$. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ C، الّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $k = \frac{CA}{CB}$، هُوَ دائِرَةٌ، تَكونُ النُقْطَتانِ اللّتانِ تَقْسمانِ القِطْعَةَ AB عَلَى النسْبَة k، طَرَفَيْ قُطْرِها؛ وتُشَكِّلُ إذاً هاتانِ النُقْطَتانِ مع النُقْطَتَيْنِ A وَ B قِسْمَةً توافُقِيَّةً.

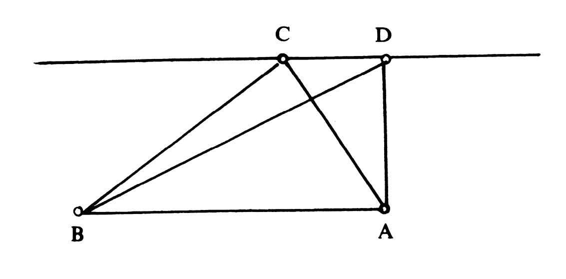
يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ أيضاً القَضِيَّةَ العَكْسِيَّةَ: كلُّ نُقْطَةٍ عَلَى الدائِرَةِ المَبْنِيَّةِ تُمَثِّلُ حَلاًّ لِلمَسْأَلَةِ.

وقد دَرَجَتِ العادَةُ أن نُسَمِّيَ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ الدائِرِيَّ الَّذي تَمَّ الحُصولُ عَلَيْهِ دائِرَةَ أبلونيوسَ.



شكل ١–٩

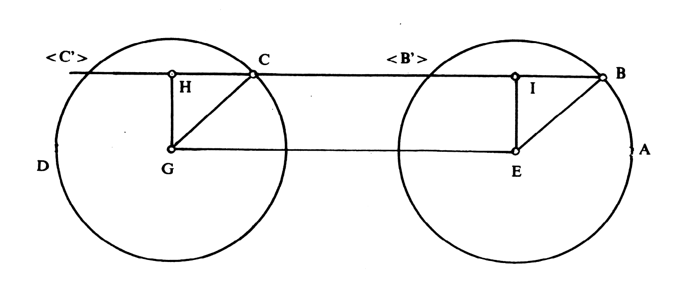
قَضِيَّة ١٠.– لِتَكُنِ النُّقْطَتانِ A وَ B مَعْلومَتَيْنِ والقِطْعَةُ $AB = l$ مَعْلومَةً. وَلْنَأْخُذْ مِسَاحَةً مَعْلومَةً S. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ C الّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ* $aire(ABC) = S$، تتألّفُ مِن مُسْتَقيمَيْنِ موازِيَيْنِ لِلمُسْتَقيمِ AB ويَقَعُ كلٌّ مِنْهُما عَلَى مسافَةٍ مُساوِيَةٍ لِـ $\frac{2S}{l}$ مِن المُسْتَقيمِ AB.



شكل ١–١٠

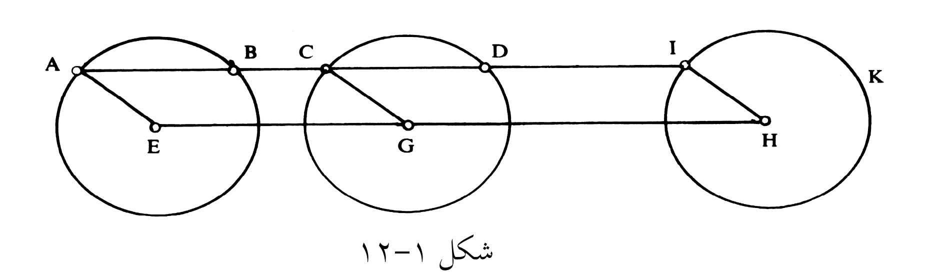
* يُشيرُ الرَمْزُ $aire(...)$ إلى قَدْرِ المِسَاحَةِ (المُتَرْجِم).

قَضِيَّة ١١.– لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَساوِيَتَيْنِ مُمَرْكَزَتَيْنِ في النُقْطَتَيْنِ E وَ G. إنَّ الدَائِرَةَ المُمَرْكَزَة في النُقْطَةِ G تكونُ الشكلَ المُحَوَّلَ مِن الدائِرَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ E بواسِطَةِ الانْسِحَابِ الخَطِّيِّ $T(\overline{EG})$.



شكل ١–١١

قَضِيَّة ١٢.– إنَّ الشكلَ المُحَوَّلَ مِن دَائِرَةٍ بِواسِطَةِ انْسِحَابٍ خَطِّيٍّ هُوَ دَائِرَةٌ مُساوِيَةٌ لَها.



شكل ١–١٢

لنَعُدْ إِلَى صياغةِ ابن الهَيْثَمِ:

لنأْخُذْ دَائِرَتَيْنِ مُتَساوِيَتَيْنِ (E, R) وَ (G, R) وخَطّاً مُسْتَقيماً مُوازِياً لِلمُسْتَقيم EG يَقْطَعُ الدَائِرَتَيْنِ تَرْتيباً عَلَى النُقْطَتَيْنِ A وَ C (عَلَى أن يَكونَ $EG = AC$)؛ إذا كانَت نُقْطَةُ I عَلَى امْتِدادِ AC تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $\frac{AC}{CI} = k$، فإنَّ النُقْطَةَ I تَقَعُ عَلَى دَائِرَةٍ مُساوِيَةٍ لِكُلٍّ واحِدَةٍ مِن الدَائِرَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ.

لتَكُنْ H نُقْطَةً عَلَى EG مُحَدَّدَةً بالعَلاقَةِ $\frac{EG}{GH} = k$، وتَكونُ H إذاً نُقْطَةً مَعْلومَةً. لَدَيْنا $AC = EG$ ولِذَلِكَ فإنَّ $CI = GH$؛ ويَكونُ رُباعِيُّ الأضْلاعِ $(HICG)$ إذاً مُتَوازِيَ أضْلاعٍ، ولِذَلِكَ فإنَّ $HI = GC = R$ وَ $I \in (H, R)$.

مُلاحَظَةٌ

وَبِلُغَةٍ أُخْرَى، يُمْكِنُ التَعْبيرُ عن المُعْطَى عَلَى الشَكْلِ التالي

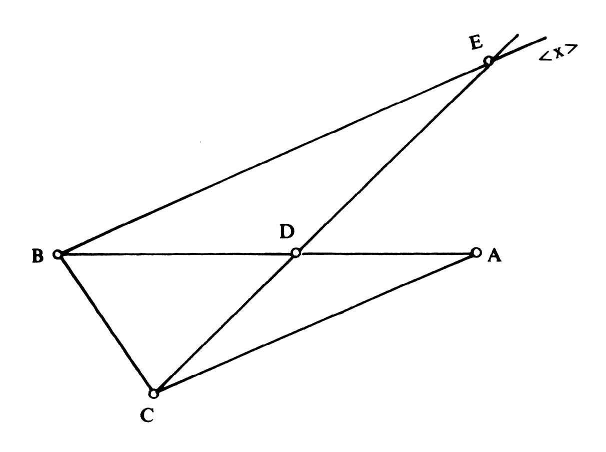
$$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{k} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{k} \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{V_1},$$

أو عَلَى هَذا الشَكْلِ

$$\overrightarrow{AI} = \left(1 + \frac{1}{k}\right) \cdot \overrightarrow{AC} = \left(1 + \frac{1}{k}\right) \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{V_2},$$

وتُسْتَنْبَطُ النُقْطَةُ I مِن النُقْطَةِ C بواسِطَةِ الانْسِحَابِ الخَطِّيِّ $T(\overrightarrow{V_1})$ أو مِن النُقْطَةِ A بِواسِطَةِ الانْسِحَابِ الخطِّيِّ $T(\overrightarrow{V_2})$.

قَضِيَّة ١٣.– لِنَأْخُذْ قِطْعَةً مَعْلومَةً $[AB]$ ونُقْطَةً مُتَغَيِّرةً عَلَيْها وهِيَ D. وَلْتَكُنْ C نُقْطَةً مَعْلومَةً لا تَقَعُ عَلَى المُسْتَقيمِ AB $(C \notin AB)$. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنِقاطِ E الّتِي تَقَعُ عَلَى $[CD)$ وتُحَقِّقُ العَلاقَةَ $\frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE}$ هُوَ نِصْفُ مُسْتَقيمٍ $[Bx)$ موازٍ لِلمُسْتَقيمِ CA.



شكل ١–١٣

وَبِكَلامٍ آخرَ، فإنَّ العَلاقَةَ $\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{DE}}$ تُحَدِّدُ التَحْويلَ الَّذي يُحَوِّلُ القِطْعَةَ $[BA]$ إلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ $(Bx]$.

ويَكونُ هَذا التَحْويلُ التَحْويلَ التجانُسيَّ الَّذي يَتْرُكُ النُقْطَةَ B ثابتَةً، ويُحَوِّلُ النُقْطَةَ A إلَى النُقْطَةِ اللاّنهائِيَّةِ الخاصَّةِ بالمُسْتَقيمِ CA، كَما يُحَوِّلُ النُقْطَةَ اللاّنهائِيَّةَ الخاصَّةَ بالمُسْتَقيمِ (BA) إلَى النُقْطَةِ الّتي يَتَقاطَعُ عَلَيْها (Bx) مع المُسْتَقيمِ المُوازي لِ (BA)، والَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C.

لنَحْسُبْ عِبارَةَ هَذا التَحْويلَ آخِذينَ، بُغْيَةَ ذَلِكَ، (BA) مِحْوَراً لِلإحْداثِيّاتِ الأُولَى، وَ (Bx) مِحْوَراً لِلإحْداثِيّاتِ الثانِيَةِ. وتَكونُ إحْداثِيّاتُ النِقاطِ المَعْنِيَّةِ بالمَسْأَلَةِ كالتالي:

$$B(0, 0), A(a, 0), C(a, c), D(x, 0), E(X, Y);$$

وتصيرُ مُعادَلَةُ CD

$$\frac{X - a}{x - a} = \frac{Y - c}{- c},$$

أمّا الشَرْطُ

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$$

فَيَسْتَتْبِعُ العلاقة التالية

$$\frac{x - a}{X - x} = \frac{a - x}{x},$$

أي ما يَعْني أنَّ $X = 0$؛ العَلاقَةُ الّتي تُحَدِّدُ المُسْتَقيمَ (Bx). ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{Y - c}{c} = \frac{a}{x - a},$$

أي

$$Y = \frac{cx}{x - a},$$

وهَذِهِ هِيَ عِبارَةُ التَحْويلِ التَجانُسِيِّ. وفي حالَةِ ابنِ الهَيْثَمِ، بِما أنَّ $0 \leq x \leq a$، فإنَّ $0 \leq y < +\infty$.

مُلاحَظتان

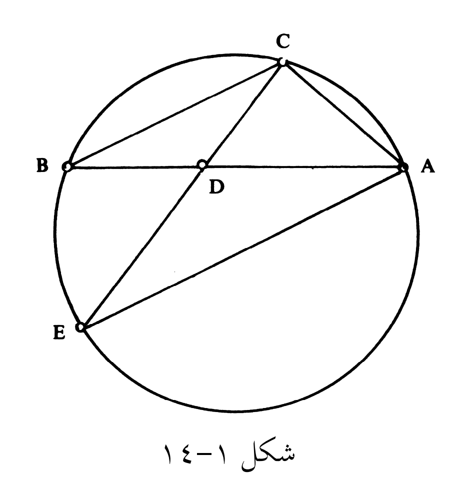
١) إذا أصْبَحَ المُتَغَيِّرُ x غَيْرَ مُنْتَهٍ، فإنَّ الشَرْطَ يَتَحَوَّلُ إلَى مُتَطابَقَةٍ $-1 = -1$ لا يُمْكِنُها أن تُحَدِّدَ X؛ ولِذَلِكَ فإنَّ المُسْتَقيمَ $Y = c$ المُوازِيَ لِـ (BA)، والَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C يَنْبَغي أن يُعْتَبَرَ كَجُزْءٍ شاذٍّ مِن المَكانِ الهَنْدَسِيِّ (إذ إنَّ هَذا المُسْتَقيمَ يَرْتَبِطُ بِمُجْمَلِهِ بنُقْطَةٍ واحِدَةٍ مِن (BA)، وهِيَ تَحْديداً نُقْطَةُ اللاّنهايَةِ).

٢) يَتَوَصَّلُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى المَكانِ الهَنْدَسِيِّ، عِنْدَما يَكونُ وَضْعُ النُقْطَةِ D مُثَــبَّتاً عَلَى BA، وذَلِكَ عَبْرَ تَناوُلِهِ لِتَحاكٍ مُمَرْكَزٍ في النُقْطَةِ D يُحَوِّلُ النُقْطَةَ A إلَى النُقْطَةِ B؛ يُحَوِّلُ هَذا التَحاكِي النُقْطَةَ C إلَى النُقْطَةِ E، فإذاً يُحَوِّلُ المُسْتَقيمَ AC إلَى المُسْتَقيمِ BE، الَّذي يَكونُ إذاً مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AC. وَبِما أنَّ المُسْتَقيمَ AC والنُقْطَةَ B مَعْلومان، فإنَّ المُسْتَقيمَ BE يَكونُ مَعْلوماً. وتَرْتَبِطُ المَسْأَلَةُ كَما نَرَى بِتَحاكٍ مُتَغَيِّرٍ، مُتَعَلِّقٍ بِتَغَيُّرِ النُقْطَةِ D.

لِنُعاوِدْ تَناوُلَ المُعادَلَةِ $Y = \frac{cx}{x - a}$؛ إذا ثَبَّتْنا فيها x وجَعَلْنا c مُتَغَيِّراً، فإنَّنا نَكونُ في الواقِعِ قَدْ أوْجَدْنا تَحاكِياً مَرْكَزُهُ النُقْطَةُ D وَنِسْبَتُهُ $\frac{x}{x - a}$، يُحَوِّلُ المُسْتَقيمَ CA إلَى المُسْتَقيمِ BE.

بما أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يُورِدُ شَرْحاً وافِياً في بُرْهانِهِ المُقْتَضَب، وَبما أنَّ قضاياه السَابِقَةَ تَتَناوَلُ تَحْويلاتِ التَحاكِي، فَمِنَ المَنْطِقِيِّ أن نُفكِّرَ بأنَّ التأْويلَ الأخيرَ يَتلاءَمُ أكْثَرَ مع حَقيقَةِ النَصِّ، وأنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَدْ بَقِيَ بَعيداً عن تَحْويلاتِ التَجانُسِ.

قَضِيَّة ١٤.– لِنَأْخُذْ قِطْعَةً مُسْتَقيمَةً مَعْلومَةً $[AB]$ ونُقْطَةً D مُتَغَيِّرةً عَلَى هَذِهِ القِطْعَةِ وَلْتَكُنْ C نُقْطَةً مَعْلومَةً لا تَقَعُ عَلَى AB. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ E مِن $[C, D)$، الّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $CD \cdot DE = AD \cdot DB$ هُوَ قَوْسُ للدَائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ ABC.



شكل ١–١٤

يُحَوِّلُ ابنُ الهَيْثَمِ شَرْطَ المَسْأَلَةِ إلَى تَناسُبٍ $\frac{AD}{DE} = \frac{CD}{DB}$، يُؤَكِّدُ أنَّ المُثَلَّثَيْنِ ADE وَ CBD مُتَشابِهان؛ ولِذَلِكَ فإنَّ الزاوِيَةَ AEC تَتَساوَى والزاوِيَةَ المَعْلومَةَ CBD، وتَقَعُ النُقْطَةُ E عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ ذاتِ الصِلَةِ.

لِنُلاحِظْ أنَّهُ بِكُلِّ نُقْطَةٍ D مِن AB تَرْتَبِطُ نُقْطَةٌ E مِن الدائِرَةِ الّتي تُمَثِّلُ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ؛ ويُحَدَّدُ بِهَذِهِ الصورَةِ ترابُطٌ بَيْنَ المُسْتَقيمِ AB وتِلْكَ الدائِرَةِ. والعَكْسُ صَحيحٌ أيضاً: فَبِكُلِّ نُقْطَةٍ E مِن القَوْسِ القابِلَةِ، تَرْتَبِطُ نُقْطَةٌ D تَحْدُثُ

عن تَقَاطُعِ CE وَ AB؛ والمُثَلَّثانِ AED وَ CBD مُتَشابِهانِ أيضاً لأنَّهُ لِكُلٍّ واحِدٍ مِنْهُما زاوِيَتانِ تَتَساوَى كلٌّ واحِدَةٍ مِنْهُما مع مثيلَتِها مِن المُثَلَّثِ الآخَرِ، فإذاً تكونُ العَلاقَةُ $CD \,.\, DE = AD \,.\, DB$ مُحَقَّقَةً.

لنَحْسُبِ التَرابُطَ القائِمَ بَيْنَ AB والدَائِرَةِ. لِنَأْخُذْ كَمِحْوَرَيْنِ المُسْتَقيمَ AB والمُسْتَقيمَ القائِمَ عَموداً عَلَيْهِ الَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C؛ وتُكتَبُ إحداثيّاتُ النِقاطِ المَعْنِيَّةِ بالمَسْأَلَةِ كَما يَلي:

$$A(a, 0);\ B(b, 0);\ C(0, c);\ D(x, 0);\ E(X, Y).$$

لَدَيْنا $\frac{X}{x} + \frac{Y}{c} = 1$ لأنَّ النِقاطَ C، D، E مُتَسَامِتَةٌ ويُكتَبُ شَرْطُ المَسْأَلَةِ كَما يَلي:

$$(x^2 + c^2)[(X - x)^2 + Y^2] = (a - x)^2(x - b)^2.$$

لَدَيْنا

$$Y = \frac{c}{x}(x - X),$$

فإذاً

$$(X - x)^2(x^2 + c^2)^2 = x^2(a - x)^2(x - b)^2,$$

الأمْرُ الَّذي يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$X = x \pm \frac{x(a - x)(x - b)}{x^2 + c^2} = \begin{cases} x\dfrac{(a + b)x + c^2 - ab}{x^2 + c^2} \\ x\dfrac{2x^2 - (a + b)x + c^2 + ab}{x^2 + c^2} \end{cases}.$$

ومِن ثَمَّ لَدَيْنا

$$Y = \mp \frac{c(a - x)(x - b)}{x^2 + c^2}.$$

ونَسْتَنْتِجُ أنَّ هَذا التَحْويلَ هُوَ تَطْبيقٌ مُنْطَقٌ مِن الدَرَجَةِ الثانيَةِ أو الثالِثَةِ تِبْعاً لِلإشارَةِ المُعْتَمَدَةِ. وتَتَلاءَمُ حالَةُ ابنُ الهَيْثَمِ مع خَيارِ الإشارَةِ العُلْيا.

ومِن ناحِيَةٍ أُخْرَى فإنَّ

$$x = \frac{cX}{c - Y},\ X - x = -\frac{XY}{c - Y}.$$

$$(X-x)^2 + Y^2 = Y^2 \frac{X^2 + (c-y)^2}{(c-Y)^2}, \; x^2 + c^2 = c^2 \frac{X^2 + (c-Y)^2}{(c-Y)^2}.$$

ويَتَّخِذُ شَرْطُ المَسْأَلَةِ الشَكْلَ التالي

$$cY[X^2 + (c-Y)^2] = \pm (ac - aY - cX)(cX - bc + bY).$$

في حالَةِ ابنِ الهَيْثَمِ، يَكونُ الطَرَفُ الأيْسَرُ مِن المُعادَلةِ سالِباً $(c > 0, Y < 0)$ في حينِ أنَّ الضَرْبَ في الطَرَفِ الثاني لَهُ نَفْسُ إشارَةِ العِبارَةِ $(a-x)(x-b)$ والّتي تَكونُ موجِبَةً؛ ولِذَلِكَ فإنَّهُ يَنْبَغي اِخْتِيارُ الإشارَةِ الدُنْيا.

عِنْدَما نَجْعَلُ $Y = c$ في المُعادَلَةِ، نَسْتَنْتِجُ أَنَّها مُحَقَّقَةٌ تَطابُقِيّاً؛ نَسْتَطيعُ إذاً أن نَجْعَلَ $Y - c$ عامِلاً مُشْتَرَكاً في الضَرْبِ. ويَكونُ لَدَيْنا

$$cY(Y-c)^2 + cX^2Y = [a(Y-c) + cX][cX + b(Y-c)]$$

$$= (Y-c)[(a+b)cX + ab(Y-c)] + c^2X^2;$$

أي

$$(Y-c)[cY(Y-c) + cX^2 - (a+b)cX - ab(Y-c)] = 0,$$

أو

$$c(Y-c)[X^2 + Y^2 - (a+b)X - \frac{ab+c^2}{c}Y + ab] = 0.$$

العامِلُ الأوّل $(Y - c)$ يَرْتَبِطُ بالمُسْتَقيمِ المُوازي لِ AB والَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C؛ وهَذا المُسْتَقيمُ هُوَ جُزْءٌ شاذٌّ مِن المَكانِ الهَنْدَسِيِّ، إذ إنَّهُ يَكونُ الصورَةَ لِنُقْطَةِ اللاَّنهايَةِ الوحيدة الخاصَّةِ بالمُسْتَقيمِ AB. أمّا العامِلُ الثاني فيُعْطِي مُعادَلَةَ الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ ABC.

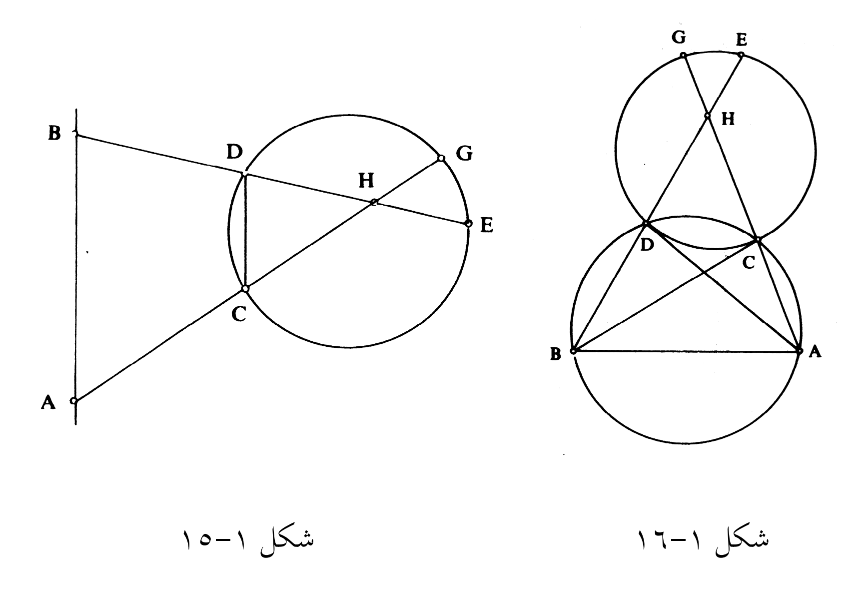
في مَعْرِضِ تَحْويلِ المُسْتَقيمِ AB إلَى هَذِهِ الدائِرَةِ، تَبْقَى النُقْطَتانِ A وَ B ثابِتَتَيْنِ وتَتَحَوَّلُ النُقْطَةُ اللاّنهائِيَّةُ الخاصَّةُ بالمُسْتَقيمِ AB إلَى النُقْطَةِ $(a + b, c)$ وهِيَ نُقْطَةُ تَقاطُعِ المُسْتَقيمِ المُوازي لِ AB والَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C مع الدائِرَةِ.

أمّا الإشارةُ العُلْيا في المُعادَلَةِ فتُعْطينا خَطّاً مُنْحَنياً تَكْعيبيّاً لا يَتَلاءَمُ والحالَةَ المَدْروسَةَ في هَذا المُؤَلَّفِ.

إذا ما عَمَّمْنا البِناءَ باختِيارِ النُقْطَةِ D خارِجَ المُسْتَقيمِ AB، سَنَجِدُ تَحْويلاً غَيْرَ مُنْطَقٍ لِلسَطْحِ المُسْتَوِي إلَى نَفْسِهِ.

القَضِيَّتانِ ١٥ وَ ١٦.- لِتَكُنْ $\mathscr{C}$ دائِرَةً مَعْلومَةً و A وَ B نُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ واقِعَتَيْنِ خارِجَ $\mathscr{C}$. إذا أخْرَجْنا مِن A وَ B مُسْتَقيمَيْنِ وَالتَقَيا عَلَى نُقْطَةٍ H داخِلَ الدائِرَةِ $\mathscr{C}$ وتحقَّقَتِ العَلاقَةُ $\overline{HE} \cdot \overline{HB} = \overline{HG} \cdot \overline{HA}$، فإنَّ $AB \parallel CD$، وتكونُ النِقاطُ (A, B, G, E) عَلَى دائِرَةٍ واحِدَةٍ.

وَفِي الواقِعِ، فِي القَضِيَّةِ ١٥، يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ، أنَّهُ إذا كانَتِ النِقاطُ الأرْبَعُ A وَ B وَ G وَ E مَوْجودَةً عَلَى نَفْسِ الدائِرَةِ، فإنَّ $AB \parallel CD$؛ أمّا في القَضِيَّةِ ١٦ فإنَّهُ يُثْبِتُ أنَّهُ إذا كانَ $AB \parallel GE$، فإنَّ A، B، C، D تَكونُ عَلَى نَفْسِ الدائِرَةِ.



شكل ١–١٥   شكل ١–١٦

قَضِيَّة ١٧.- لِنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ A وَ B تَقَعانِ خارِجَ دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ. وَلْنُخْرِجْ مِن A وَ B مُسْتَقيمَيْنِ يَلْتَقِيانِ عَلَى نُقْطَةٍ C تَقَعُ عَلَى الدائِرَةِ ويَقْطَعانِ

الدَائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ أُخْرَيَيْنِ هُما عَلَى التَرْتيبِ D وَ E. إذا تَحقَّقَتِ العَلاقَةُ $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$ فإنَّهُ يَكونُ لَدَيْنا إمّا $AD \,.\, DC = BE \,.\, EC$، وإمّا تَكونُ النِسْبَةُ $\frac{AD \,.\, DC}{BE \,.\, EC}$ مَعْلومَةً.

لنَجْعَلْ P_A وَ P_B قُوَّتَيِ النُقْطَتَيْنِ A وَ B بالنِسْبَةِ إِلَى الدائِرَةِ، $P_A > 0$ وَ $P_B > 0$؛ يَكونُ لَدَيْنا

$$AC \,.\, AD = P_A$$

وَ

$$BC \,.\, BE = P_B$$

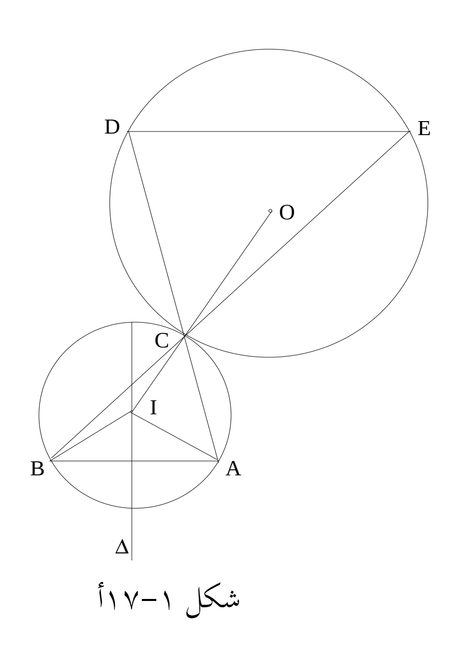
لنَجْعَلْ $\frac{P_A}{P_B} = k$؛ لَدَيْنا وَفْقَ المُعْطَياتِ $\frac{CD}{CE} = \frac{AC}{CB}$، ولِذَلِكَ فإنَّ $\frac{EB}{k \,.\, AD} = \frac{CD}{CE}$، أي أنَّ $k \,.\, AD \,.\, CD = CE \,.\, EB$.

مُلاحَظَةٌ

الفَرَضِيَّةُ $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$ تَسْتَتْبِعُ عَلاقَةَ التَوازِي $DE \,//\, AB$. ولَكِن إذا قَطَعَ مُسْتَقيمٌ مُوازٍ لِ AB الدَائِرَةَ عَلَى D وَ E، فإنَّ النُقْطَةَ C الحادِثَةَ عن تَقَاطُعِ المُسْتَقيمَيْنِ AD وَ BE لا تَقَعُ بِشَكْلٍ عامٍّ عَلَى الدَائِرَةِ. وإسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٦، فَمِنَ المُمْكِنِ أن تَقَعَ تِلْكَ النُقْطَةُ داخِلَ الدَائِرَةِ.

وتَبْدو القَضِيَّةُ ١٧ إذاً كَحالَةٍ خَاصَّةٍ مِن القَضِيَّةِ ١٦، تَتَطَابَقُ فيها النِقاطُ D وَ C وَ H.

لِكَي تُحَقِّقَ النُقْطَةُ C شُروطَ القَضِيَّةِ ١٧، يَجِبُ أن تَكونَ نُقْطَةَ تَماسٍّ لِدائِرَةٍ تَجوزُ عَلَى النُقْطَتَيْنِ A وَ B وتُماسُّ الدَائِرَةَ المَعْلومَةَ. ويَفْتَرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ، وَفْقَ ما يَرِدُ فِي النَصِّ، تَماسّاً خارِجيّاً.



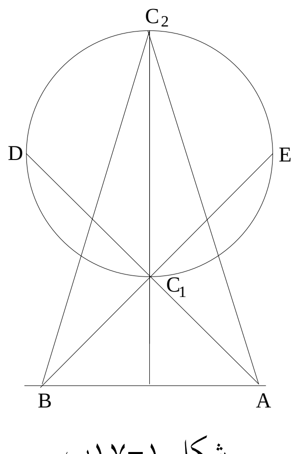
شكل ١–١٧أ

إذا كانَتِ النُقْطَةُ I مَرْكَزَ الدَائِرَةِ المَطْلوبَةِ، والنُقْطَةُ O مَرْكَزَ الدَائِرَةِ المَعْلومَةِ وَ R نِصْفَ قُطْرِها، يَكونُ لَدَيْنا

$$IO - IA = R, IA = IB.$$

وإذا كانَتِ النُقْطَةُ I مَوْجودَةً فَإنَّها تَقَعُ عَلَى تَقَاطُعِ العَمودِ المُنَصِّفِ Δ لِلقِطْعَةِ AB، مع الفَرْعِ $\mathscr{H}_A$ لِلقَطْعِ الزائِدِ، الَّذي يُحيطُ بالنُقْطَةِ A وتَكونُ النُقْطَتانِ O وَ A بُؤْرَتَيْهِ.

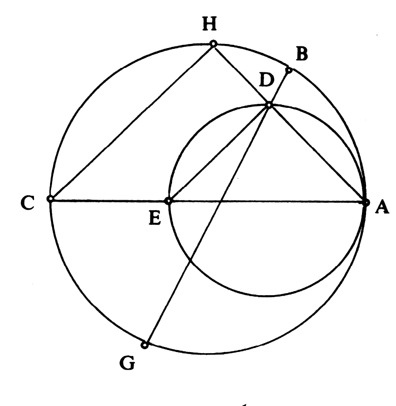
ويَجوزُ إذاً أن يَتَحَقَّقَ الحَلُّ بنُقْطَتَيْنِ أو بنُقْطَةٍ واحِدَةٍ، كَما أنَّهُ يُمْكِنُ أن تَكونَ المَسْأَلَةُ مُمْتَنِعَةً لا حَلّ لَها.



شكل ١–١٧ب

لِنُشِرْ أيضاً إِلَى أَنَّهُ في الحالَةِ الّتي يَمُرُّ فيها العَمودُ المُنَصِّفُ Δ لِلقِطْعَةِ AB بِمَرْكَزِ الدَائِرَةِ $(P_A = P_B,\ k = 1)$، فإنَّ Δ يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ C_1 وَ C_2. تَكونُ الأُولَى مِنْهُما، أي C_1، حَلاًّ أمّا الثانِيَةُ، أي C_2، فَلا.

قَضِيَّة ١٨.– لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَمَاسَّتَيْنِ داخِلِيّاً عَلَى النُقْطَةِ A. وَلْنُخْرِجْ مُسْتَقيماً مِن نُقْطَةٍ D تَقَعُ عَلَى الدَائِرَةِ الصُغْرَى فيَقْطَعُ الدائِرَةَ الكُبْرَى عَلَى نُقْطَتَيْنِ، هُما B وَ G. إذا تَغَيَّرَت D عَلَى الدائِرَة الصُغْرَى، فإنَّ النِسْبَةَ $\frac{DB\ .\ DG}{DA^2}$ تَبْقَى مَعْلومَةً.



شكل ١–١٨

فَليَقْطَعِ المُسْتَقيمُ AD الدائِرَةَ الكُبْرَى عَلَى النُقْطَةِ H. لَدَيْنا $DB \cdot DG = DA \cdot DH$، ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{DB \cdot DG}{DA^2} = \frac{DA \cdot DH}{DA^2} = \frac{DH}{DA};$$

ولَكِنَّ

$$\frac{DH}{DA} = \frac{CE}{EA},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{DB \cdot DG}{DA^2} = \frac{CE}{EA} = \frac{R - r}{r},$$

حَيْثُ يَكونُ R وَ r نِصْفَيْ قُطْرَيِ الدَائِرَتَيْنِ الكُبْرَى والصُغْرَى عَلَى التَرْتيبِ.

مُلاحَظَةٌ

تَترابَطُ الدَائِرَتانِ بالتَحاكي $h(A, \frac{R}{r})$، ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{AH}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{R}{r}.$$

وَبِالتالي فإنَّ

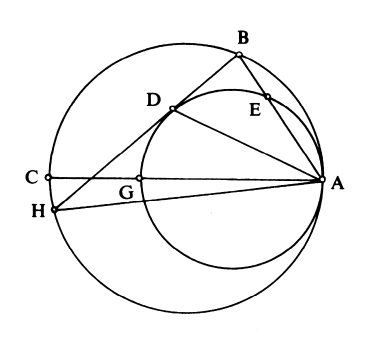
$$\frac{DH}{AD} = \frac{R - r}{r}$$

قَضِيَّة ١٩.– لِنَأْخُذْ دَائِرَتَيْنِ مُتَمَاسَّتَيْنِ داخِلِيّاً عَلَى النُقْطَةِ A. المُسْتَقيمُ المُماسُّ لِلدَائِرَةِ الصُغْرَى، عَلَى نُقْطَةٍ اختياريّةٍ D مِنْها، يَقْطَعُ الدائِرَةَ الكُبْرَى عَلَى نُقْطَتَيْنِ، لِتَكُنِ النُقْطَةُ B إحْداهُما. فإذاً، عِنْدَما تَتَغَيَّرُ النُقْطَةُ D فإنَّ النِسْبَةَ $\frac{BA}{BD}$ تَبْقَى ثابِتَةً.

لِيَكُنْ AGC القُطْرَ المُشْتَرَكَ وَلْتَكُنْ E نُقْطَةَ تَقاطُعِ AB مع الدائِرَةِ الصُغْرَى. لَدَيْنا

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AG}{GC},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ



شكل ١-١٩

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{GC} = \frac{R}{R-r} = \frac{AB^2}{AB \cdot BE};$$

ولَكِنَّ

$$BD^2 = BE \cdot BA$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{AB^2}{BD^2} = \frac{R}{R-r}, \quad \frac{BA}{BD} = \sqrt{\frac{R}{R-r}}.$$

إذا قَطَعَ BD الدَائِرَةَ الكُبْرَى عَلَى نُقْطَةٍ ثانِيَةٍ H، نُبَيِّنُ بِنَفْسِ الطَرِيقَةِ أنَّ

$$\frac{HA}{HD} = \sqrt{\frac{R}{R-r}}.$$

ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{HA}{HD} = \frac{BA}{BD}$$

ونَسْتَنْتِجُ أنَّ

$$\frac{AB + AH}{BD + HD} = \frac{AB + AH}{BH} = \sqrt{\frac{R}{R-r}}.$$

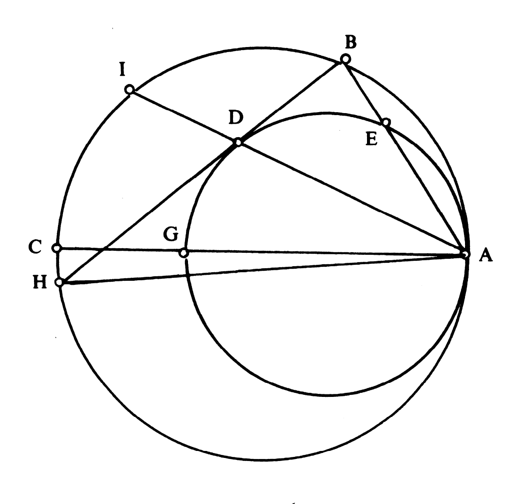
لِنُلاحِظْ أنَّ الدَائِرَتَيْنِ مُرْتَبِطَتانِ بالتَحاكي $h(A, \frac{R}{r})$.

مُلاحَظَةٌ

في القَضِيَّتَيْنِ ١٨ وَ ١٩، نَأْخُذُ نُقْطَةً مُتَغَيِّرةً عَلَى دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ فَضْلاً عن مُسْتَقيمَيْنِ يَجوزانِ عَلَى تِلْكَ النُقْطَةِ، ونَدْرُسُ في كُلِّ حالَةٍ نِسْبَةً مُرتَبِطَةً بِذَيْنِكَ المُسْتَقيمَيْنِ، ونُبَيِّنُ أنَّ تِلْكَ النِسْبَةَ ثابتةٌ ويُمْكِنُ التَعْبيرُ عَنْها بواسِطَةِ المُعْطَياتِ.

تَتَناوَلُ كُلٌّ واحِدَةٍ مِن القَضِيَّتَيْنِ ٢٠ وَ ٢١ دَائِرَتَيْنِ مُتَمَاسَّتَيْنِ داخِلِيّاً. وتَرْتَبِطُ هاتانِ الدَائِرَتانِ دائِماً بِتَحاكٍ مُمَرْكَزٍ في نُقْطَةِ التَماسِّ، لهُ نِسْبَةٌ مُساوِيةٌ لِنِسْبَةِ نِصْفَيْ قُطْرَي الدَائِرَتَيْنِ. وَتُوضِحُ هاتانِ القَضِيَّتانِ مِن ناحِيَةٍ أُخْرَى الفائدةَ الكامِنةَ وَراءَ القَضايا السَابِقَةِ. فالقَضِيَّةُ ٢٠ لازِمَةٌ تَنْتُجُ مِن القَضِيَّةِ ١٩ في حينِ أنَّ القَضِيَّةَ ٢١ هِيَ استنتاجٌ مَبْنِيٌّ عَلَى أساسِ القَضِيَّةِ ١٨.

قَضِيَّة ٢٠.– لِنَأْخُذْ دَائِرَتَيْنِ مُتَمَاسَّتَيْنِ داخِلِيّاً عَلَى النُقْطَة A، وَلْيَكُنْ AGC قُطْرَهُما المُشْتَرَكَ، وَ BDH المُسْتَقيمَ المُماسَّ لِلدائِرَةِ الصُغْرَى عَلَى النُقْطَةِ D. لِنَرْسُمْ AD وَ نُخْرِجْهُ إِلَى النُقْطَةِ I عَلَى الدائِرَةِ الكُبْرَى. فالنُقْطَةُ I الحادِثَةُ عن



شكل ١–٢٠

تَقاطُعِ AD مع الدَائِرَةِ الكُبْرَى، تُنَصِّفُ القَوْسَ الّتِي يُوَتِّرُها المُماسُّ لِلدَائِرَةِ الصُغْرَى عَلَى النُقْطَةِ D.

اِسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٩، لَدَيْنا

$$\frac{BD}{BA} = \frac{DH}{AH}$$

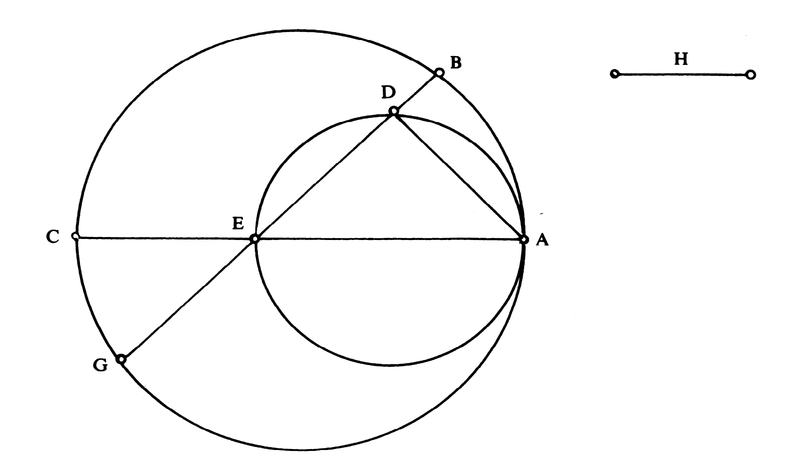
أو

$$\frac{DB}{DH} = \frac{AB}{AH},$$

فإذاً المُسْتَقيمُ AD مُنَصِّفٌ لِلزاوِيَةِ BAH المُحاطَةِ بالدَائِرَةِ الكُبْرَى، فإذاً النُقْطَةُ I تُنَصِّفُ القَوْسَ HB.

قَضِيَّة ٢١.– لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ مُتَماسّتَيْنِ عَلَى نُقْطَةٍ A وَلْيَكُنْ AEC قُطْرَهُما المُشْتَرَكَ؛ لِنَجْعَلْ $k = \frac{CE}{EA}$ وَ $k_1 = EC \,.\, EA$. إذا قَطَعَ مُسْتَقيمٌ مُتَغَيِّرٌ مارٌّ بالنُقْطَةِ E الدَائِرَةَ الصُغْرَى عَلَى نُقْطَةٍ D والكُبْرَى عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ G، فإنَّ

$$DB \,.\, DG + k \,.\, DE^2 = k_1.$$



شكل ١–٢١

اِسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ١٨، لَدَيْنا

$$\frac{DB \, . \, DG}{DA^2} = \frac{CE}{EA} = k,$$

فإذاً

$$DB \, . \, DG = k \, . \, DA^2,$$

ولِذَلِكَ فإِنَّ

$$DB \, . \, DG + k \, . \, DE^2 = k(DA^2 + DE^2) = k \, . \, AE^2,$$

ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ حَيْثُ يَكونُ

$$k = \frac{CE}{EA}, \; k_1 = \frac{CE}{EA} \, . \, AE^2 = EC \, . \, EA;$$

فإذاً k وَ k_1 قَدْرانِ مَعْلومَانِ ويُمْكِنُ التَعْبيرُ عَنْهُما بِواسِطَةِ R (نِصْفُ قُطْرِ الدَائِرَةِ الكُبْرَى) وَ r (نِصْفُ قُطْرِ الدَائِرَةِ الصُغْرَى):

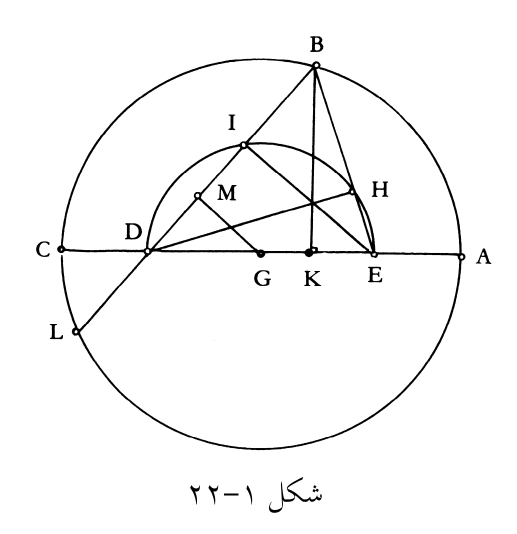
$$k = \frac{R - r}{r}, \; k_1 = 4r(R - r).$$

تَتَناوَلُ القَضِيَّتانِ ٢٢ وَ ٢٣ الأَمْكِنَةَ الهَنْدَسِيَّةَ لِلنقاطِ. ففي القَضِيَّةِ ٢٢، تُسْتَخْدَمُ خاصِيَّةٌ مِتْرِيَّةٌ لإِيجادِ المَكانِ الهَنْدَسِيِّ لِلنقاطِ؛ وتُمَثِّلُ هَذِهِ القَضِيَّةُ مُقَدِّمَةً لِلقَضِيَّةِ ٢٣.

قَضِيَّة ٢٢.– لِنَأْخُذْ دائِرَةً مُمَرْكَزَةً في النُقْطَةِ G وقُطْرُها AC. وَلْنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ E وَ D عَلَى القُطْرِ AC بِحَيْثُ يَكونُ $GE = GD$. فَلِكُلِّ نُقْطَةٍ B عَلَى الدائِرَة يَكونُ لَدَيْنا

$$BE^2 + BD^2 = AD^2 + DC^2. \qquad (*)$$

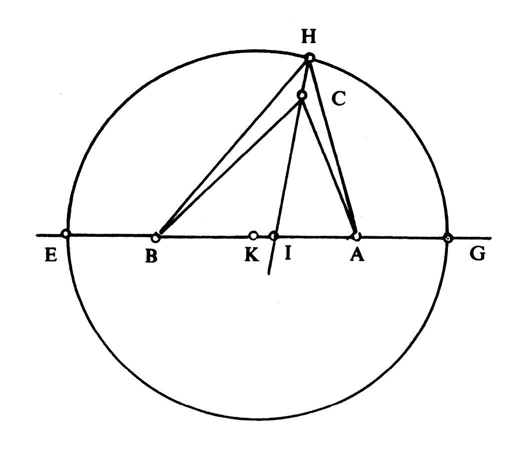
وبِتَعْبيرٍ آخَرَ، لِنَأْخُذْ قِطْعَةً مُسْتَقيمةً AC ومُنْتَصَفَها G وَلْتَكُنِ النُقْطَتانِ E وَ D عَلَى هَذِهِ القِطْعَةِ بِحَيْثُ يَكونُ $GE = GD$؛ فإِنَّ مَجْموعَ مُرَبَّعَي المَسافتَيْنِ مِن أيِّ نُقْطَةٍ B، واقِعَةٍ عَلَى الدائِرَةِ الّتي يَكونُ AC قُطْرَها، إِلَى النُقْطَتَيْنِ E وَ D، يَكونُ ثابتاً. والعَكْسُ صَحيحٌ أيضاً (انْظُرِ القَضِيَّةَ ٢٣)، المَكانُ الهَنْدَسِيُّ لِلنقاطِ B الّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ (*) هُوَ دائِرَةٌ مُمَرْكَزَةٌ في النُقْطَةِ G وقُطْرُها القِطْعةُ AC.



شكل ١–٢٢

والبُرْهانُ الَّذي يُورِدُهُ ابنُ الهَيْثَمِ صالِحٌ لِكُلِّ نُقْطَةٍ B واقِعَةٍ عَلَى الدَائِرَةِ.

قَضِيَّة ٢٣.– لِتَكُنْ A وَ B نُقْطَتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ وَلْيَكُنْ l طولاً مَعْلوماً. إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنِقاطِ C، حَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ $CA^2 + CB^2 = l^2$ وتَكونُ الزاوِيَةُ



شكل ١–٢٣

$A\hat{C}B$ حادَّةً، هُوَ دائِرَةٌ مُمَرْكَزَةٌ في النُقْطَةِ المُنَصِّفَةِ لِ AB، ونِصْفُ قُطْرِها مَعْلومٌ.

إذا كانَتِ الزاوِيَةُ C حادَّةً، فإنَّهُ مِن الضَروريِّ أن يَكونَ الطولُ المَعْلومُ مُحَقِّقاً لِلشَرْطِ $l > AB$ وذَلِكَ لِكَي يَكونَ المُثَلَّثُ ABC مَوْجوداً بالفِعْلِ.

لنَجْعَلْ $l^2 - AB^2 = d^2$ ولْنَأْخُذْ نُقْطَةً E بحَيْثُ يَكونُ $2EA \cdot EB = d^2$، ونُقْطَةً G بحَيْثُ يَكونُ $AG = EB$. لِنَرْسُمِ الدائِرَةَ الّتي قُطْرُها GE، ولْنُثْبِتْ أنَّها تَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ C.

إذا لَمْ تَكُنِ النُقْطَةُ C عَلَى الدائِرَةِ، فإنَّ مُنَصِّفَ الزاوِيَةِ ACB يَلْقَى الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْ H وَ I، فإذاً، اِسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٢٢، يَكونُ لَدَيْنا

$$HA^2 + HB^2 = AB^2 + 2AE \cdot EB,$$

فإذاً

$$HA^2 + HB^2 = CA^2 + CB^2.$$

وَلَكِنَّ الزاوِيَةَ ACI حادَّةٌ فإذاً الزاوِيَتانِ HCB وَ HCA مُنْفَرِجَتانِ، ولِذَلِكَ فإنَّ $HB > CB$ وَ $HA > CA$ وَبالتالي نَحْصُلُ عَلَى

$$HA^2 + HB^2 > CA^2 + CB^2,$$

وهَذا مُحالٌ.

مُلاحَظتان

١) تَبْقَى طَريقَةُ بُرْهانِ الخُلْفِ صالِحَةً سواءٌ أكانَتِ النُقْطَةُ C داخِلَ الدائِرَةِ أم خارِجَها.

٢) اِسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٢٢، يُصبِحُ مِن المُمْكِنِ أن نَحْسُبَ نِصْفَ قُطْرِ الدائِرَةِ. لِتَكُنِ النُقْطَةُ K مَرْكَزَ الدائِرَةِ، لقَدْ سَبَقَ أن رَأَيْنا أنَّ

$$CB^2 + CA^2 = GA^2 + GB^2 = 2(GK^2 + KA^2),$$

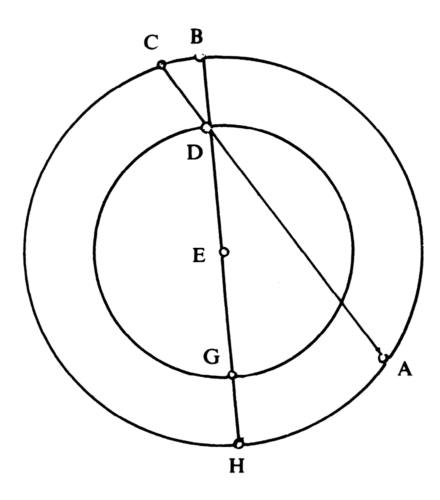
ولِذَلِكَ فإنَّ

$$2GK^2 = l^2 - 2KA^2 = l^2 - \frac{AB^2}{2}.$$

قَضِيَّة ٢٤.– لِيَكُنْ AC وَتَراً اِخْتِيارِيّاً في دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ. إذا كانَتِ النُقْطَةُ D مِن هَذا الوَتَرِ تُحَقِّق العَلاقَةَ:

$$DA \cdot DC = k^2,$$

(k مِقْدارٌ مَعْلومٌ) فإنَّ النُقْطَةَ D تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ.



شكل ١–٢٤

وبِتَعْبيرٍ آخَرَ: إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ D الّتي لَها قُوَّةٌ مَعْلومَةٌ k^2 بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ المَعْلومَةِ (E, R)، يَكونُ دائِرَةً مُتَمَرْكِزَةً وإيّاها (E, R'). ويُسْتَنْبَطُ نِصْفُ القُطْرِ R' مِن k وَ R.

إذا كانَت النُقْطَةُ D داخِلَ الدائِرَة، يَكونُ لَدَيْنا

$$k^2 = R^2 - R'^2 \Rightarrow R'^2 = R^2 - k^2.$$

إذا كانَت النُقْطَة D خارِجَ الدائِرَةِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$k^2 = R'^2 - R^2 \Rightarrow R'^2 = R^2 + k^2.$$

لِتَكُنِ النُقْطَةُ E مَرْكَزَ الدائِرَةِ؛ يَقْطَعُ ED الدائِرَةَ عَلَى B وَ H، ولَدَيْنا

$$DA \cdot DC = DB \cdot DH = EB^2 - ED^2 = k^2,$$

فإذاً $ED^2 = R^2 - k^2$. ولَكِنَّ القِطْعة ED تَكونُ ثابِتَةً إذا ما كانَ قَدْرُ k مَعْلوماً، وَبِالتالي فإنَّ النُقْطَةَ D تَقَعُ عَلَى الدائِرَةِ

$$(E, \sqrt{R^2 - k^2}).$$

٢– الخواصُّ اللامُتَغيِّرَةُ لِلأمْكِنَةِ، والتَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ

في الجُزْءِ الثاني والأخيرِ مِن مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومَاتِ***، يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ مَفاهيمَ وقَضايا، ويَكتُبُ بِهَذا الصَدَدِ "وهُوَ مِن جِنْسِ ما ذَكَرَهُ أقليدسُ في ***كِتَابِ المُعْطَياتِ***، إلاّ أنَّهُ لَيْسَ شيءٌ مِنهُ في ***كِتَابِ المُعْطَياتِ***"[٦]. يُفْهِمُ ابنُ الهَيْثَمِ القارِئَ بِهَذا القَوْلِ أنَّ إقليدسَ لَمْ يَتَناوَلْ في ***كِتَابِ المُعْطَياتِ*** غَيْرَ نَوْعٍ جُزْئِيٍّ مِن *المَعْلومَاتِ*، وأنَّهُ هُوَ سَيُتابِعُ الدِراسَةَ بُغْيَةَ إتمامِ كِتَابِ إقليدسَ بقَضايا جَديدَةٍ لَمْ تَخْطُرْ عَلَى بالِ هَذا الأخيرِ. مِن وُجْهَةِ نَظَرِ ابنِ الهَيْثَمِ، فإنَّ سَلَفَهُ البَعيدَ قَدِ اهْتَمَّ أيضاً بأحَدِ أنْواعِ الخواصِّ اللاّمُتَغَيِّرَةِ لِلأشْكالِ. ومِن الواضِحِ هُنا، أنَّ هَذا الرَأْيَ يُشيرُ إلَى شَرْحٍ مُتَأَخِّرٍ يَذْكُرُ مُؤَلَّفَ إقليدسَ المَذْكورَ في "مَيْدانِ التَحْليلِ"، الأمْرُ الَّذي يُطالِعُنا أثَرُهُ عِنْدَ بابوسَ في تَمْهيدِهِ لِلمقالةِ السابعةِ مِن ***مَجْموعَتِهِ الرياضِيَّةِ***. وعَلَى تَصَاريفِ الأحْوالِ، فإنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يُتابِعُ في هَذا القِسْمِ البَحْثَ في بَعْضِ الخَواصِّ اللاّمُتَغَيِّرةِ لِلأمْكِنَةِ الهَنْدَسِيَّةِ المُسْتَقيمَةِ والدائِرِيَّةِ.

ويُضاعِفُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا الطُرُقَ الّتي يُقَارِبُ بَعْضُها طُرُقَ إقليدسَ. وتَظْهَرُ التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ مَبْدَئِيّاً عَلَى شَكْلِ تَحْويلاتِ تَحاكٍ في قِسَمٍ مُتَشابِهَةٍ. وتُحَدِّدُ القَضِيَّةُ الأخيرَةُ مَرَاكِزَ التَحاكِي لِدائِرَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ؛ وَبِذَلِكَ فإنَّها تَظْهَرُ كالمَسارِ العَكْسِيِّ لِلقَضِيَّةِ ٣ مِن القِسْمِ الأوَّلِ.

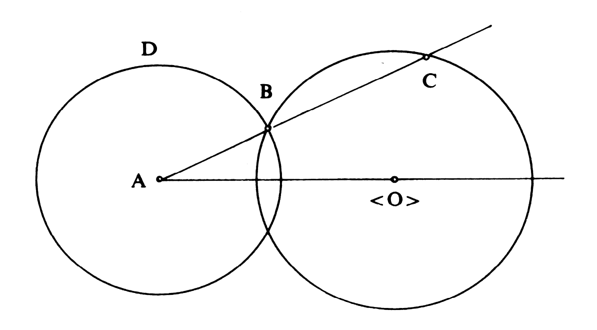
يَبْدَأ ابنُ الهَيْثَمِ بِمَجْموعةٍ تَتَضَمَّنُ خَمْسَ قَضايا، حَيْثُ يَسْعَى فيها إلَى إيجادِ مُسْتَقيمٍ مارٍّ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ ومُحَقِّقاً خاصِيَّةً P. فَفي القَضِيَّةِ الأُولى مِن هَذِهِ المَجْموعَةِ، يَتَعَلَّقُ الأمْرُ بإيجادِ مُسْتَقيمٍ يَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ A ويَقْطَعُ دائِرَةً مَعْلومَةً بَيْنَ نُقْطَتَيْنِ A وَ B عَلَى نِسْبَةٍ مَعْلومَةٍ $k = \frac{BA}{BC}$. تُفْضي مَسْأَلَةُ

---

[٦] انْظُرْ أدْناه ص. ٥١٤

إيجادِ هَذا المُسْتَقيمِ إلَى مَسْأَلَةِ بناءِ نُقْطَةٍ ثانيَةٍ بِواسِطَةِ تَقَاطُعِ خطَّيْنِ وهما: دَائِرَتانِ في القَضِيَّةِ الأُولَى، دَائِرَةٌ ومُسْتَقيمٌ في الثالِثَة، مُسْتَقيمانِ في القَضِيَّتَيْنِ الرابِعَةِ والخامِسَةِ. أمّا القَضِيَّةُ الثانِيَةُ فإنَّها تُرْجَعُ إلَى القَضِيَّةِ الأُولَى. لِنُلاحِظْ أنَّ الأَمْرَ يَتعَلَّقُ عَلَى الدَوامِ بمَسَائِلِ بِناءٍ يُشَكِّلُ شِقُّها الثاني بِناءً بالآلَةِ (نوسيس).

قَضِيَّة ١.– لِنُخْرِجْ مِن نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ A تَقَعُ خارِجَ دائِرَةٍ، مُسْتَقيماً يَقْطَعُ الدَائِرَةَ عَلَى النُقْطَتَيْنِ B وَ C (تَقَعُ النُقْطَةُ B بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ A وَ C). إذا كانَتِ النِسْبَةُ $k = \frac{BA}{BC}$ مَعْلومَةً، فإنَّ وَضْعَ المُسْتَقيمِ يَكونُ مَعْلوماً.



شكل ٢–١

المطلوبُ إذاً أن نَجدَ مُسْتَقيماً يَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ A ويَقْطَعُ دائِرَةً مَعْلومَةً عَلَى نُقْطَتَيْنِ B وَ C بِحَيْثُ يَكونُ $k = \frac{BA}{BC}$ (قَدْرُ k مَعْلومٌ).

قوّةُ النُقْطَةِ A بالنِسْبَةِ إلَى الدَائِرَة (O, R) مَعْلومَةٌ؛

$$AB \,.\, AC = AO^2 - R^2 = k_1^2$$

وهَذا قَدْرٌ مَعْلومٌ.

لَدَيْنا

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AB + BC}{AB} = 1 + \frac{1}{k} = \frac{AC \,.\, AB}{AB^2} = \frac{k_1^2}{AB^2},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$AB^2 = \frac{k_1^2}{1 + \frac{1}{k}};$$

ويَتَحدّدُ طولُ AB بواسِطَةِ مُعْطَياتِ المَسْأَلَة؛ لِنَجْعَلْ $AB = d$، ويَكونُ لَدَيْنا بالتالي $B \in \mathcal{C}(A, d)$ ، وتَقَعُ النُقْطَةُ B إذاً عَلَى تَقاطُعِ الدَائِرَتَيْنِ $\mathcal{C}(O, R)$ وَ $\mathcal{C}(A, d)$.

مُلاحَظَةٌ

لا يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا وُجودَ النُقْطَةِ B. فالدَائِرَتانِ $\mathcal{C}(O, R)$ وَ $\mathcal{C}(A, d)$ تَتَقاطَعانِ إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$(1) \qquad AO - R < d < AO + R;$$

ولَكِنَّ

$$d^2 = \frac{k}{1+k} . k_1^2 = \frac{k}{1+k}(AO^2 - R)^2,$$

ولِذَلِكَ فإنَّ العَلاقَةَ (1) تُكتَبُ مِن جَديدٍ كَما يَلي

$$(AO - R)^2 < \frac{k}{1+k} (AO^2 - R^2) < (AO + R)^2,$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$(1 + k)(AO - R) < k(AO + R)$$

وَ

$$k(AO - R) < (1 + k)(AO + R).$$

الشَرْط الثاني مُحَقَّقٌ عَلَى الدَوامِ، ويَبْقَى أن نَتَحَقَّقَ مِن الشَرْطِ

$$AO < (2k + 1)R.$$

ويُصْبِحُ لَدَيْنا:

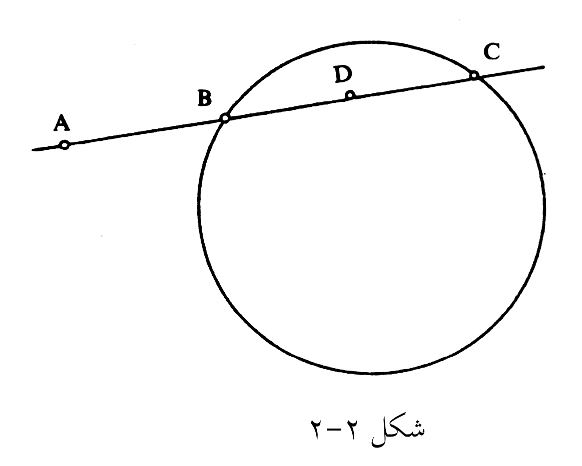
- $AO < (2k + 1)R$، يُوجَدُ مُسْتَقيمانِ مُتَناظِرانِ بالنِسْبَةِ إلَى AO يُشَكِّلانِ حَلَّيْنِ للمَسْأَلَةِ.
- $AO = (2k + 1)R$، يُوجَدُ مُسْتَقيمٌ واحِدٌ يُمَثِّلُ حَلَّ المَسْأَلَةِ وهُوَ المُسْتَقيمُ AO.
- $AO > (2k + 1)R$، لا يُوجَدُ أيُّ مُسْتَقيمٍ مُحَقِّقٍ لِشُروطِ المَسْأَلَةِ.

قَضِيَّة ٢.– "إذا خَرَجَ مِن نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ إِلَى دَائِرَةٍ مَعْلومَةِ الوَضْعِ خَطٌّ مُسْتَقيمٌ، فَفَصَلَ مِن الدَائِرَةِ قِطْعةً مَعْلومَةً، فإِنَّهُ مَعْلومُ الوَضْعِ"

لقَدْ صاغ ابنُ الهَيْثَمِ قَضِيَّتَهُ الثانيَةَ بِهَذا الشَكْلِ.

لنُلاحِظْ أَنَّهُ وَفْقَ التَعاريفِ الوارِدَةِ في المقالَةِ الثالِثَةِ مِن ***الأصول*** (التَعاريف ٦ وَ ٧ وَ ٨ وَ ١١) فَضْلاً عن التَعْريفِ ٢٣ مِن نَفْسِ المقالَةِ، أو وَفْقَ التَعْريفَيْنِ ٧ وَ ٨ والقَضايا ٨٨ و٨٩ مِن ***المُعْطَيات***، تَكونُ القِطْعةُ الدائِرِيَّةُ مَعْلومَةً إذا عَرَفْنا قاعِدَتَها والزاوِيَةَ المُحاطَةَ الّتي يَكونُ رَأْسُها عَلَى القَوْسِ الّتي تَحِدُّ القِطْعةَ.

في دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ، تَرْتَبِطُ كلُّ زاوِيَةٍ مُحاطَةٍ مَعْلومَةٍ بوَتَرٍ لَهُ طولٌ مَعْلومٌ. فالقَوْلُ، إنَّ قِطْعةً دَائِرِيَّةً مَعْلومَةٌ، يَعْني إذاً القَوْلَ إنَّ قاعِدَةَ هَذِهِ القِطْعةِ مَعْلومَةٌ. ويُورِدُ إقليدسُ في القَضِيَّةِ ٣٤ مِن المقالَةِ الثالِثَةِ مِن ***الأصول*** بناءً لِهَذِهِ القاعِدَةِ. ويُمْكِنُ إعادَةُ كِتَابَةِ مَسْأَلَةِ ابنِ الهَيْثَمِ عَلَى الشَكْلِ التالي:



شكل ٢–٢

نُخْرِجُ مِن نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ A مُسْتَقيماً يَقْطَعُ دَائِرَةً مَعْلومَةً عَلَى نُقْطَتَيْنِ B وَ C؛ إذا كانَ طولُ الوَتَرِ BC مَعْلوماً، فإنَّ المُسْتَقيمَ BC يَكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ.

قُوَّةُ النُقْطَةِ A بالنِسْبَةِ إِلَى الدَائِرَةِ مَعْلومَةٌ، لِتَكُنْ $AB \,.\, AC = k^2$.

لنَجْعَلْ $BC = 2BD = 2l$ (النُقْطَةُ D تُنَصِّفُ BC).

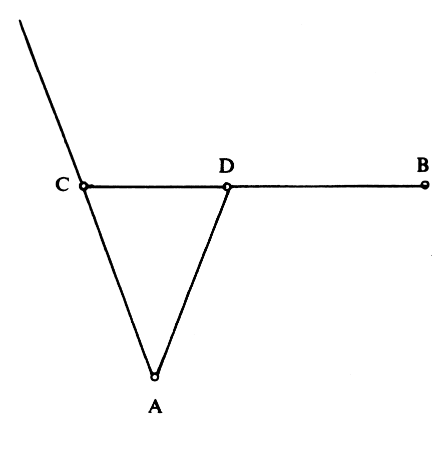
ولَكِن إذا كانَت النُقْطَةُ A خارِجَ الدَائِرَةِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$AB \,.\, AC = AD^2 - BD^2 \Rightarrow AD^2 = k^2 + l^2.$$

وَبالمُقابِلِ، إذا كانَتِ النُقْطَةُ A داخِلِيَّةً (وهَذِهِ الحالَةُ لا يَتَناوَلُها ابنُ الهَيْثَمِ بِهدفٍ واضِحٍ، إذ إنَّهُ يَرْمي إلَى رَدِّ المَسْأَلَةِ إلَى القَضِيَّةِ السَابِقَةِ)، سيَكونُ لَدَيْنا $AD^2 = l^2 - k^2$.

فيَكونُ الطولُ AD إذاً مَعْلوماً. ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ النِسْبَةَ $\frac{AD}{DB}$ ومِن ثَمَّ النِسْبَةَ $\frac{AB}{BC} = \frac{AD - DB}{2DB}$ ونَعودُ بذَلِكَ إلَى الحالَةِ السَابِقَةِ.

قَضِيَّة ٣.– لِنَأْخُذْ ثَلاثَ نِقاطٍ مَعْلومَةٍ A وَ B وَ C، وَلْتَكُنْ D نُقْطَةً عَلَى القِطْعَةِ BC. إذا كانَت النِسْبَةُ $k = \frac{AD}{DB}$ مَعْلومَةً فإنَّ المُسْتَقيمَ AD سيَكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ.

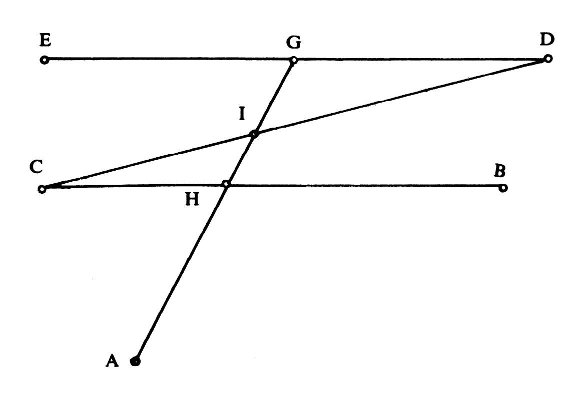


شكل ٢–٣

وَفْقَ المُعْطَياتِ، النُقْطَتانِ A وَ C مَعْلومَتانِ وَ $k = \frac{AD}{DC}$، فإذاً، اِسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٩، تَقَعُ النُقْطَةُ D عَلَى دَائِرَةٍ يَكونُ مَرْكَزُها نُقْطَةً عَلَى AC. فإذا كانَتِ

النُقْطَةُ D مَوْجودَةً، فَستَقَعُ عَلَى تَقَاطُعِ تِلْكَ الدائِرَةِ مع القِطْعةِ CB. والنُقْطَةُ D مَعْلومَةٌ وكذَلِكَ النُقْطَةُ A، فإذاً المُستَقيمُ AD مَعْلومٌ.

قَضِيَّة ٤.– لِنَأْخُذْ نُقْطَةً مَعْلومَةً A ونصْفَيْ مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ لَهُما مَنْحَيانِ مُتَضادَّانِ وهما $(B, C]$ وَ $(E, D]$. لِنَفرِضْ أنَّ خَطّاً مُسْتَقيماً مُخْرَجاً مِن النُقْطَةِ A يَقْطَعُ نِصْفَي المُسْتَقيمَيْنِ عَلَى النُقْطَتَيْنِ H وَ G عَلَى التَرْتيبِ. إذا كانَت النِسْبَةُ $k = \frac{HC}{DG}$ مَعْلومَةً، فإنَّ المُسْتَقيمَ AG يَكونُ مَعْلوماً.



شكل ٢–٤أ

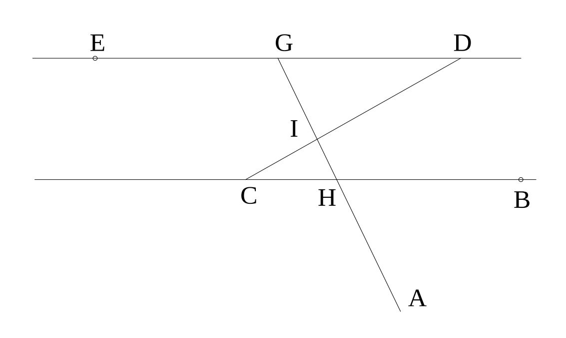
لِنفْتَرِضْ أنَّ النُقْطَةَ A لَيْسَتْ عَلَى المُسْتَقيمِ CD. وَلْتَكُنِ النُقْطَةُ I حادِثَةً عن تَقَاطُعِ AG وَ DC، يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{IC}{ID} = \frac{HC}{DG} = k \Rightarrow \frac{CD}{ID} = 1 + k,$$

وذَلِكَ لأنَّ النُقْطَةَ I تَقَعُ بَيْنَ C وَ D.

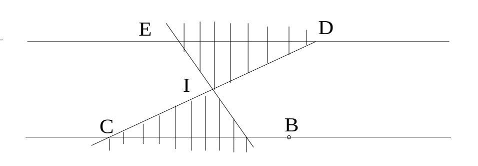
وتَكونُ النُقْطَةُ I إذاً مَعْلومَةً، وَبِالتالي فالمُسْتَقيمُ AI يَكونُ مَعْلوماً أيضاً.

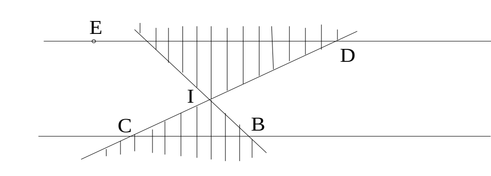
الشَرْح: في مَعْرِضِ صِياغَةِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ، وفي البَدْءِ يُشيرُ ابنُ الهَيْثَمِ بِدِقَّةٍ إلَى كَوْنِ الخَطَّيْنِ BC وَ DE "مُتَوازِيَيْنِ مَعْلومَيِ القَدْرِ والوَضْعِ". يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ إذاً بِقِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ. والنُقْطَتانِ H وَ G المَوْجودَتانِ عَلَى المُسْتَقيمَيْنِ CB وَ DE، بِحَيْثُ يَكونُ $0 > k = \frac{CH}{DG}$، تَكونانِ مُتَحاكِيَتَيْنِ في تَحاكٍ تَكونُ فيهِ النُقْطَةُ C صورَةً لِلنُقْطَةِ D. وتَكونُ إذاً النُقْطَةُ I مَرْكَزاً لِهَذا التَحاكِي بِحَيْثُ يَكونُ $k = \frac{IC}{ID}$. فإذا كانَتِ النِسْبَةُ k مَعْلومَةً وسالِبَةً (أي ما يَعْني في هَذا المُؤَلَّفِ أنَّ القِطْعَتَيْنِ في النِسْبَةِ لَهُما مَنْحَيَانِ مُتَضادَّانِ)، تَكونُ النُقْطَةُ I مَوْجودَةً ووحيدَةً $(I \in [CD])$. ونَسْتَنْتِجُ مِن ذَلِكَ، أَنَّهُ إذا كانَ $A \notin [CD]$، فإنَّ المُسْتَقيمَ AI يَقْطَعُ المُسْتَقيمَيْنِ CB وَ DE تَرْتيباً عَلَى نُقْطَتَيْنِ H وَ G بِحَيْثُ يَكونُ $k = \frac{CH}{DG}$.



شكل ٢–٤ب

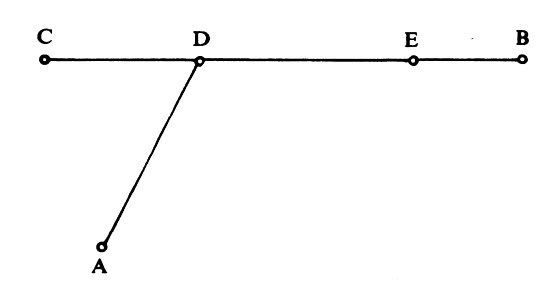
ولَكِن، إذا تَحَتَّمَ وُقوعُ النُقْطَتَيْنِ H وَ G تَرْتيباً عَلَى القِطْعَتَيْنِ $[CB]$ وَ $[DE]$، فإنَّ المُسْتَقيمَ AI لا يَكونُ حَلاًّ إلاّ إذا وَقَعَتِ النُقْطَةُ A في الزاوِيَةِ الصُغْرَى مِن بَيْنِ الزاوِيَتَيْنِ BIC وَ DIE أو في الزاوِيَةِ المُقابِلَةِ لَها رأسِيّاً (المِنْطَقَةُ المُظَلَّلَةُ عَلَى الشَكْلِ ٢-٤ ج).





شكل ٢-٤ج

قَضِيَّة ٥.- لِنَأْخُذْ نُقْطَةً A وقِطْعَةً مُسْتَقيمَةً BC ونُقْطَةً ما D عَلَى هَذِهِ القِطْعةِ. إذا كانَ الطولُ $AD + CD = l$ مَعْلوماً، فإنَّ المُسْتَقيمَ AD يَكونُ مَعْلوماً.



شكل ٢-٥

لنَجْعَلْ $BC = l_1$؛ لَدَيْنا $BD + DC = l_1$ وَ $AD + DC = l$.

إذا كانَ $l = l_1$، فإنَّ $AD = BD$؛ فإذاً، اِسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ٨ مِن القِسْمِ الأوَّل، تَقَعُ النُقْطَةُ D عَلَى العَمودِ المُنَصِّفِ Δ لِلقِطْعَةِ AB. ويَنْبَغي لِذَلِكَ أن تَكونَ النُقْطَةُ D عَلَى تَقاطُعِ القِطْعةِ BC والمُسْتَقيمِ Δ.

مُلاحَظَةٌ

لِنُلاحِظْ أَنَّهُ إذا كانَ $AB \perp BC$، فإنَّ $AB \,//\, \Delta$، والنُقْطَةُ D لا تَكونُ مَوْجودَةً. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، قَدْ يَحْدُثُ ألاّ يَكونَ تَقاطُعُ Δ وَ BC عَلَى القِطْعةِ BC.

إذا كانَ $l_1 > l$، فإنَّ $DB > AD$. لِتَكُنِ النُقْطَةُ E بِحَيْثُ يَكونُ

$$BE = l_1 - l = BD - AD;$$

فتَكونُ النُقْطَةُ E مَعْلومَةً ويَكونُ $ED = DA$. إذا كانَت النُقْطَةُ D مَوْجودَةً، سَتَكونُ إذاً عَلَى العَمودِ المُنَصِّفِ لِلقِطْعَةِ EA وعَلَى القِطْعةِ EC؛ وتَكونُ بالتالي مَعْلومَةً، ولِذَلِكَ يَكونُ المُسْتَقيمُ AD مَعْلوماً أيضاً.

ونَرجعُ إلَى نَفْسِ المُلاحَظَةِ كَما في السابِقِ.

إذا كانَ $l < l_1$، فإنَّ الاسْتِدْلالَ يَجْري عَلَى نَفْسِ المِنوالِ. وتَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً بَعْدَ النُقْطَةِ B.

في القَضايا ٦ وَ ٧ وَ ٨ يُعْمَدُ إلَى بِناءِ نُقْطَةٍ بواسِطَةِ تَقَاطُعِ مُسْتَقيمٍ ودَائِرَةٍ. وَفي الواقِعِ، يَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بمُسْتَقيمَيْنِ يَمُرُّ كُلُّ واحِدٍ مِنْهُما بنُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ ويُحَقِّقانِ خاصِيَّةً P. ويَتَحَدَّدُ هَذانِ المُسْتَقيمانِ بواسِطَةِ نُقْطَةٍ ثانِيَةٍ تُبْنَى كَما في المَجْموعةِ السَابِقَةِ بتَقاطُعِ خَطَّيْنِ (في الحالَةِ الراهِنَةِ لَدَيْنا تَقَاطُعُ مُسْتَقيمٍ ودَائِرَةٍ (قَوْسٌ قابِلَةٌ)). وسَوْفَ يُطالِعُنا نَفْسُ المَسارِ لاحِقاً في القَضِيَّتَيْنِ ٢١ وَ ٢٢.

ويُمْكِنُ صِياغَةُ القَضِيَّتَيْنِ ٦ وَ ٧ كالتالي: لِنَأْخُذْ مُسْتَقيماً Δ ونُقْطَتَيْنِ A وَ B. المطلوبُ إيجادُ نُقْطَةٍ E عَلَى المُسْتَقيمِ Δ بِحَيْثُ يَكونُ

(٦) $A\hat{E}B = \alpha$ (زاوِيَةٌ مَعْلومَةٌ)

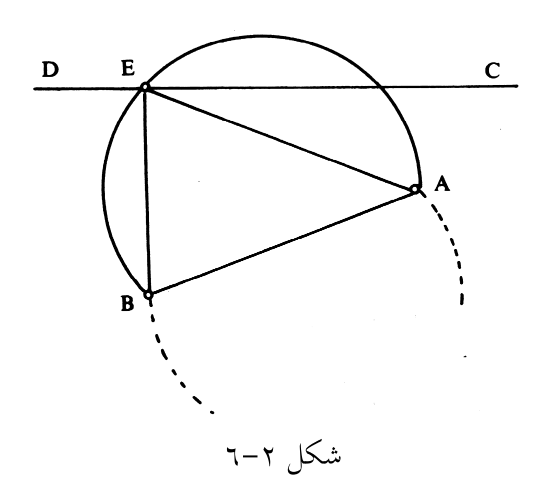
(٧) $\dfrac{EA}{EB} = k$ (نسْبَةٌ مَعْلومَةٌ)

وفي الحالَتَيْنِ تَقَعُ النُقْطَةُ D عَلَى تَقاطُعِ مُسْتَقيمٍ Δ ودَائِرَةٍ $\mathscr{C}$. فيُمْكِنُ أن يَكونَ لِلمَسْأَلَةِ حَلاّنِ اثنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ، ويُمْكِنُ أن تَكونَ مُمْتَنعةً لا حَلَّ لَها.

في القَضِيَّةِ ٨، نَأْخُذُ أيضاً مُسْتَقيماً Δ ونُقْطَتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ E وَ G ونَسْعَى إلَى إيجادِ النِقاطِ H $(H \in \Delta)$ بحَيْثُ يَكونُ $EH \,.\, HG = k$ (k قَدْرٌ مَعْلومٌ). تَقَعُ النُقْطَةُ H في هَذِهِ الحالَةِ عَلَى قَوْسٍ قابِلَةٍ ويَكونُ لِلمَسْأَلَةِ حَلاّنِ اثنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ، كَما أنَّهُ قَدْ لا يَكونُ لَها أيُّ حَلٍّ.

وفي القَضايا الثَلاثِ ٦ وَ ٧ وَ ٨، يُوجَدُ عَدَدٌ مُنْتَهٍ مِن أزْواجِ الخُطوطِ المُسْتَقيمَةِ، الّتي تُمَثِّلُ حلاًّ للمسْأَلَةِ؛ بَيْنَما سيَكونُ عَديدُ هَذِهِ الأزْواجِ غَيْرَ مُنْتَهٍ، كَما سَنَرَى في حالَةِ القَضِيَّةِ التاسِعَةِ.

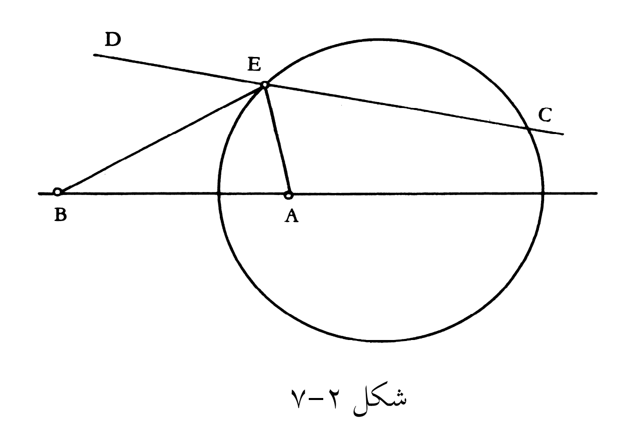
قَضِيَّة ٦.– لِنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ A وَ B وخَطّاً مُسْتَقيماً CD. ولْتَكُنْ E نُقْطَةً عَلَى CD بِحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $A\hat{E}B = \alpha$ مَعْلومَةً. إنَّ القِطْعَتَيْنِ المُسْتَقيمَتَيْنِ AB وَ BE سَتَكونانِ إذاً مَعْلومَتَيْنِ.



شكل ٢–٦

إذا كانَتِ النُقْطَةُ E مَوْجودَةً، فَسَوْفَ تَكونُ عَلَى تَقاطُعِ المُسْتَقيمِ CD والقَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ α، المَبْنِيَّةِ عَلَى AB، واسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٦ مِن القِسْمِ الأوَّلِ؛ يُمْكِنُ أن يَكونَ عِنْدَنا إذاً حَلاّنِ اثنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ، كَما يُمْكِنُ ألاَّ يكونَ لِلمَسْأَلَة أيُّ حَلٍّ. ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بتَقاطُعِ مُسْتَقيمٍ وقَوْسَيْنِ مُتَناظِرَتَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ AB.

قَضِيَّة ٧.– لِنَأْخُذْ نُقْطَتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ A وَ B وخَطّاً مُسْتَقيماً ثابِتاً CD. وَلْتَكُنْ E نُقْطَةً عَلَى CD بِحَيْثُ تَكونُ النِسْبَةُ $k = \frac{AE}{BE}$ مَعْلومَةً. يَكونُ إذاً المُسْتَقيمانِ AE وَ BE مَعْلومَيْنِ.



شكل ٢–٧

إذا كانَتِ النُقْطَةُ E مَوْجودَةً، فإنَّها سَتَكونُ عَلَى تَقاطُعِ المُسْتَقيمِ CD مع دائِرَةٍ مُحَدَّدَةٍ بواسِطَةِ مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ. فاسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٩ مِن القِسْمِ الأوّلِ، يُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا هُنا أيضاً حَلاّنِ اثنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ، أو انْعِدامٌ لأيِّ حَلٍّ.

قَضِيَّة ٨.– لِنَأْخُذْ خَطَّيْنِ مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ AB وَ CD ونُقْطَتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ E وَ G عَلَى AB. وَلْتَكُنْ H نُقْطَةً عَلَى CD بِحَيْثُ يَكونُ $EH \,.\, HG = k$ ضَرْباً مَعْلوماً. تَكونُ القِطْعتانِ EH وَ GH إذاً مَعْلومَتَيِ القَدْرِ والوَضْعِ.

لتَكُنِ النُقْطَةُ H مَعْلومَةً. فَتُوجَدُ نُقْطَةٌ I عَلَى AB بِحَيْثُ يَكونُ $G\widehat{H}I = G\hat{E}H$. ويَكونُ المُثَلَّثانِ IHG وَ HEG مُتَشابِهَيْنِ، ولِذَلِكَ فإنَّ.

$$H\hat{I}G = E\widehat{H}G$$

وَ

$$\frac{IH}{HE} = \frac{HG}{GE},$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$HI \,.\, EG = EH \,.\, HG = k;$$

وَبما أنَّ القِطْعَةَ EG مَعْلومَةٌ، يَكونُ لَدَيْنا

$$IH = \frac{k}{EG} = l$$

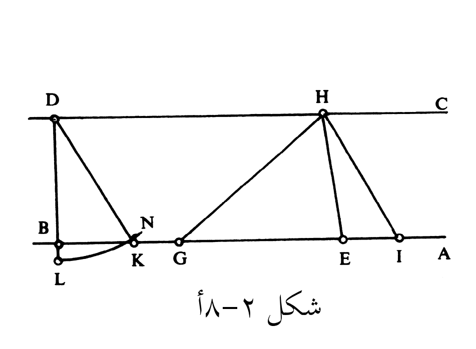
ونَحْصُلُ عَلَى طولٍ مَعْلومٍ.

لنَفرِضْ DB عَموداً عَلَى كِلا المُسْتَقيمَيْنِ المَعْلومَيْنِ، فتَكونُ المَسافَةُ $DB = d$ مَعْلومَةً.

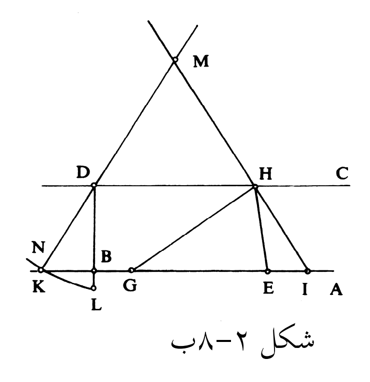
إذا كانَ $d = l$، فإنَّ $IH \perp AB$، فإذاً الزاوِيَةُ HIG قائِمَةٌ، ولِذَلِكَ فالزاوِيَةُ EHG قائِمَةٌ أيضاً.

إذا كانَ $d < l$؛ فَلْنَجْعَلْ $DL = l$، وتقطعُ الدَائِرَةُ (D, l) المُسْتَقيمَ AB عَلَى نُقْطَةِ K ويَكونُ $DK = HI = l$؛ فيَكونُ المُسْتَقيمانِ DK وَ HI إذاً مُتَوازِيَيْنِ أو مُتَضادَّي التَوازي.

في الحالَةِ الأولى يَكونُ لَدَيْنا: $D\hat{K}B = H\hat{I}G$، (زاوِيَةٌ مَعْلومَة)، ولِذَلِكَ فإنَّ $D\hat{K}B = E\hat{H}G$، (زاوِيَةٌ مَعْلومَةٌ).

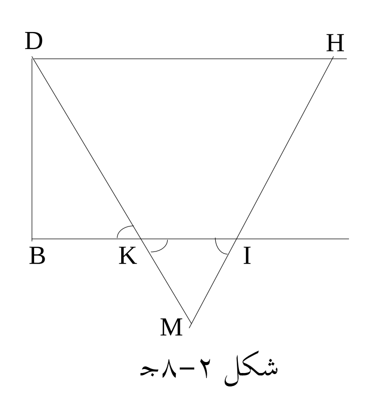


شكل ٢–٨أ

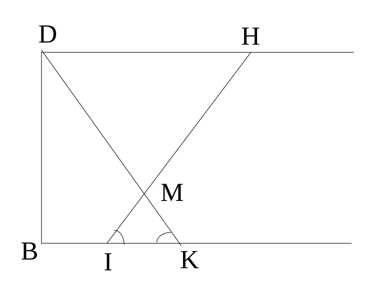


شكل ٢–٨ب

في الحالَةِ الثانيَة (أي حالَةِ تَضادِّ التَوازي)، يَتَقاطَعُ المُسْتَقيمانِ DK وَ HI عَلَى نُقْطَةِ M (انْظُرِ الشَكْلَ ٢–٨ج وَ ٢–٨د)؛ ويَكونُ لَدَيْنا $D\hat{K}B = I\hat{K}M = M\hat{I}K$ (زاوِيَةٌ مَعْلومَةٌ)، فإذاً الزاوِيَتانِ HIG وَ GHE مَعْلومَتانِ كذَلِكَ.



شكل ٢–٨جـ



شكل ٢–٨د

فإذاً في كُلِّ الحالاتِ، تَكونُ الزاوِيَةُ $E\hat{H}G = \alpha$ مَعْلومَةً.

إذا كانَتِ النُقْطَةُ H مَوْجودَةً، ستَكونُ عَلَى تَقاطُعِ القَوْسِ القابِلَةِ لِزاوِيَةِ α، المَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعةِ EG، مع المُسْتَقيمِ DC؛ فإذاً هِيَ مَعْلومَةٌ، وَبِالتالي يَكونُ المُسْتَقيمانِ EH وَ GH أيضاً مَعْلومَيْنِ.

مُلاحَظتان

١) تَقَعُ النُقْطَةُ H عَلَى مُسْتَقيمٍ مُتَوازٍ والمُسْتَقيمَ EG، ويَكونُ لِلمُثَلَّثِ HEG مِساحَةٌ مَعْلومَةٌ S. وَبِما أنَّ

$$S = \frac{1}{2} EH \,.\, HG \sin E\hat{H}G = \frac{1}{2} k \sin E\hat{H}G$$

وَ

$$\sin E\hat{H}G = \frac{2S}{k}$$

فإنّ $E\hat{H}G = \alpha$ زاوِيَةٌ مُحَدَّدَةٌ بِواسِطَةِ مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ.

٢) المَسْأَلَةُ المَطْروحَةُ مُسْتَوِيَةٌ لأنَّ المُسْتَقيمَ CD مُتَوازٍ والمُسْتَقيمَ EG. وبدونِ هَذِهِ الفَرَضِيَّةِ ستواجِهُنا مَسْأَلَةٌ مُجَسَّمَةٌ، كَما يُبَيِّنُ الحِسابُ التالي:

لِنَخْتَرْ كَمِحْوَرَين لِلإحْداثِيَّاتِ المُسْتَقيمَ EG والعَمودَ المُنَصِّفَ لِلقِطْعَةِ EG.
فتَكونُ إحْداثِيَّتا كُلٍّ مِن G وَ E تَرْتيباً $(-a, 0)$ وَ $(a, 0)$. أمّا مُعادَلَةُ المُسْتَقيمِ CD فهِيَ عَلَى شَكْلِ $\alpha x + \beta y = \gamma$، ويُكتَبُ شَرْطُ المَسْأَلَةِ كَما يَلي

$$GH^2 \,.\, HE^2 = ((x + a)^2 + y^2)((x - a)^2 + y^2) = k^2,$$

أو

$$(x^2 - a^2)^2 + 2y^2 (x^2 + a^2) + y^4 = k^2.$$

ونَسْتَبْعِدُ y مُسْتَعينينَ بمُعَادَلةِ CD:

$$\beta^4(x^2 - a^2)^2 + 2\beta^2(\gamma - \alpha x)^2(x^2 + a^2) + (\gamma - \alpha x)^4 = \beta^4 k^2,$$

ونَحْصُلُ عَلَى مُعادَلَةٍ مِن الدَرَجَةِ الرابِعَةِ بالنِسْبَةِ إلَى x.

في الحالَةِ المَطْروحَةِ، حَيْثُ يَتوازَى المُسْتَقيمانِ، يَكونُ لَدَيْنا $\alpha = 0$ وتَتَّخِذُ المُعادَلَةُ شَكْلاً أبْسَطَ:

$$\beta^4(x^2 - a^2)^2 + 2\beta^2\gamma^2 (x^2 + a^2) + \gamma^4 = \beta^4 k^2,$$

أو

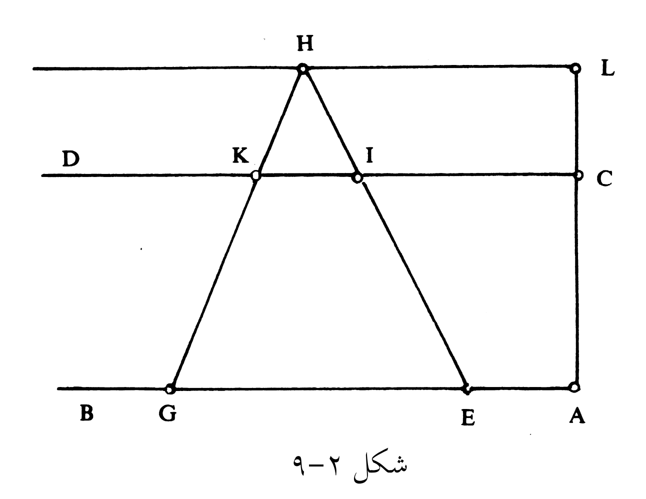
$$\beta^4 z^2 + 2\beta^2\gamma^2 z + 2\beta^2\gamma^2 a^2 + \gamma^4 - \beta^4 k^2 = 0,$$

إذا ما جَعَلْنا

$$z = x^2 - a^2$$

قَضِيَّة ٩.– لِنَأْخُذْ مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ AB وَ CD ونُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ E وَ G عَلَى AB. لِنُخرِجْ مِن النُقْطَتَيْنِ G وَ E نِصْفَيْ مُسْتَقيمَيْنِ يَقْطَعانِ CD تَرْتيباً عَلَى النُقْطَتَيْنِ I وَ K ويَتَقَاطَعانِ عَلَى نُقْطَةٍ H أبْعَدَ مِن CD. إذا كانَتْ مِسَاحَةُ المُثَلَّثِ HGE مَعْلومَةً، فإنَّ القِطْعَةَ KI تَكونُ مَعْلومَةَ الطولِ.

لِكَوْنِ مِسَاحَةِ المُثَلَّثِ HEG مَعْلومَةً، ولِكَوْنِ قاعدتِهِ EG ثابتَةً، يَكونُ الارْتِفاعُ المُخْرَجُ مِن H ثابتَ الطولِ h، فيَكونُ إذاً المَكانُ الهَنْدَسِيُّ لِلنُقْطَةِ H مُسْتَقيماً مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AB. لِتَكُنْ L نُقْطَةَ تَقاطُعِهِ مع العَمودِ AC، فَيَكونُ الطولانِ LA وَ LC مَعْلومَيْنِ، ويَكونُ لَدَيْنا



شكل ٢-٩

$$\frac{AL}{LC} = \frac{EH}{HI} = \frac{EG}{IK} = k.$$

وهَذِهِ النِسْبَةُ مُسْتَقِلَّةٌ عن وَضْعِ النُقْطَةِ H.

لَدَيْنا إذاً

$$IK = \frac{1}{k} EG,$$

ويَكونُ IK ذا طولٍ مَعْلومٍ.

مُلاحَظَةٌ

لِنَجْعَلْ $EG = a$ ولْنَرْمُزْ بِـ d وَ h تَرْتيباً إلَى المَسافَةِ بَيْنَ المُتَوازِيَيْنِ وإلَى ارْتِفاعِ المُثَلَّثِ HEG الَّذي مِسَاحَتُهُ S.

تَفْرِضُ صيغَةُ المَسْأَلَةِ أن يَكونَ $h > d$ أي أنَّ $ad < 2S$. ويَكونُ لَدَيْنا

$$k = \frac{h}{h - d} = \frac{2S}{2S - ad},$$

وَ

$$IK = \frac{a}{k},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$IK = a\left(1 - \frac{ad}{2S}\right).$$

إذا كانَ $d < h$، $2S < ad$، سيَكونُ المَكانُ الهَنْدَسِيُّ لِلنُقْطَةِ H بَيْنَ المُسْتَقيمَيْنِ AB وَ CD وسيَكونُ لَدَيْنا

$$IK = a\left(\frac{ad}{2S} - 1\right).$$

وَبذَلِكَ يَكونُ المَكانُ الهَنْدَسِيُّ لِلنُقْطَة H مُسْتَقيماً Δ بحَيْثُ يَكونُ $\Delta // EG$؛ وتَكونُ المَسافةُ بَيْنَ المُتوازِيَيْنِ $h = \frac{2S}{EG}$. وتَرْتَبِطُ كلُّ نُقْطَةٍ H عَلَى المُسْتَقيمِ Δ بقِطْعةٍ مُسْتَقيمَةٍ IK مِن المُسْتَقيمِ DC ويَكونُ طولُ تِلْكَ القِطْعةِ لامُتَغَيِّراً.

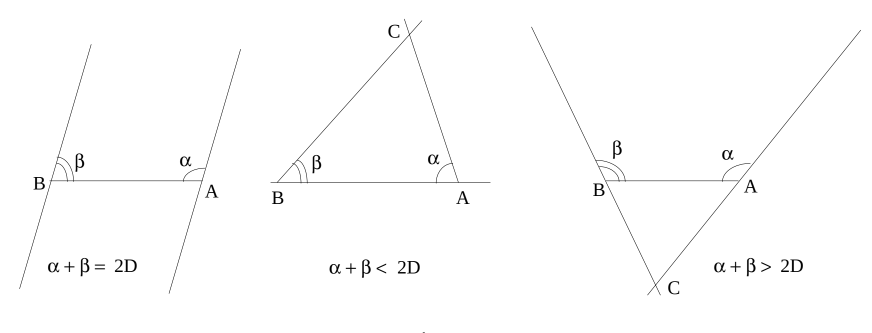
قَضِيَّة ١٠.– في الحالَةِ العامَّةِ يُمْكِنُ تَحْديدُ المُثَلَّثِ بِواسِطَةِ نُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ وزاوِيَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ.

مُلاحَظاتٌ

١) يُفْتَرَضُ أن تَكونَ الزاوِيَتانِ مِن جِهَةٍ واحِدَةٍ بالنسْبَةِ إِلَى AB.

- إذا كانَ مَجْموعُهُما مُساوِياً لِقائمتَيْنِ، يَكونُ المُسْتَقيمانِ مُتوازِيَيْنِ؛
- إذا كانَ مَجْموعُهُما غَيْرَ مُساوٍ لِقائِمَتَيْنِ فإنَّ المُسْتَقيمَيْنِ يَلْتَقِيانِ مِن جِهَةٍ أو مِن أُخْرَى مِن جِهَتَي المُسْتَقيمِ AB. وتَكونُ نُقْطَةُ التَقاطُعِ C وحيدةً. وتُحَدِّدُ المُعْطَياتُ إذاً مُثَلَّثاً وحيداً، لأنَّ النُقْطَتَيْنِ A وَ B ثابِتَتان. وتَكونُ الأَضْلاعُ الثَلاثَةُ مَعْلومَةً، وَبِالتالي فنِسَبُها المَأْخوذَةُ ثُناءً تَكونُ مَعْلومَةً كذَلِكَ.

٢) إذا كانَ المُثَلَّثُ T مَعْلومَ الزَوايا، وإذا كانَتِ النُقْطَتانِ A وَ B مَعْلومَتَيْنِ، يُمْكِنُنا بناءُ مُثَلَّثٍ ABC مُتَشابِهٍ والمُثَلَّثَ T. وتَكونُ نِسَبُ الأَضْلاعِ، مأخوذَةً ثُناءً، مَعْلومَةً. فالمُثَلَّثُ T يَكونُ مُحَدَّداً عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناءِ للمُشابَهَةِ. وإذا ما



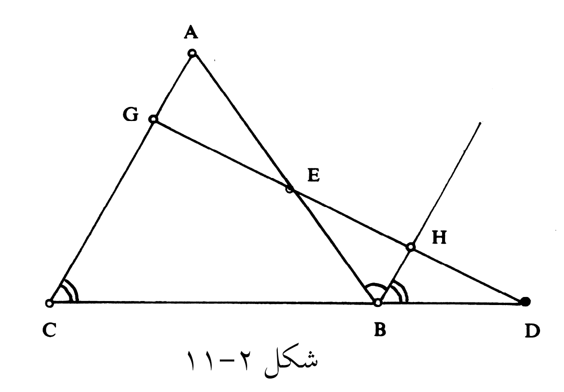
شكل ٢–١٠

كانَ ضِلْعٌ مِن المُثَلَّثِ T مَعْلوماً سيَكونُ المُثَلَّثُ T مُحَدَّداً عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناء تَقَايُسٍ.

يُبَيِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذِهِ القَضِيَّةِ، في البَدْءِ، أنَّ فَرْضَ ضِلْعِ المُثَلَّثِ إضافَةً إلَى زاوِيَتَيْهِ المُجاوِرَتَيْنِ لِهَذا الضِلْعِ يَسْمَحُ بِبِناءِ المُثَلَّثِ. ويَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ ملاحَظَتَيْنِ: الأُولَى حَوْلَ المُثَلَّثاتِ المُتَقايِسَةِ الّتي يَسْتَخْدِمُها في القَضِيَّةِ ١٢، أمّا الثانِيَةُ فحَوْلَ المُثَلَّثاتِ المُتَشابِهَةِ، ويَسْتَخْدِمُها في القَضِيَّةِ ١١، الّتي يُجْري فيها تَوْصيفُ مُسْتَقيمٍ جائِزٍ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ ومُحَقِّقاً خاصِيَّةً ما P، وذَلِكَ بِواسِطَةِ الزاوِيَةِ الّتي يُحْدِثُها مع مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ.

يُمْكِنُنا مُقارَبَةُ دِراسَةِ ابنِ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ ١٠، مع الدِراسَةِ الّتي تَعودُ إلَى إقليدسَ في القَضايا ٣٩ وَ ٤٠ مِن مُؤَلَّفِ ***كِتاب المُعْطَيات***، حَيْثُ نَجِدُ بناءً لِمُثَلَّثٍ مَعْلومِ العَناصِرِ الثَلاثَةِ؛ والمَقْصودُ هُنا ثَلاثَةُ أضْلاعٍ في القَضِيَّةِ ٣٩، وثَلاثُ زَوايا في القَضِيَّةِ ٤٠.

قَضِيَّة ١١.– لِيَكُنِ المُثَلَّثُ ABC مُعْطًى ولْتَكُنِ النُقْطَةُ D مَعْلومَةَ الوَضْعِ عَلَى امْتِدادِ المستقيم لِ BC. إذا قَطَعَ مُسْتَقيمٌ مُخْرَجٌ مِن النُقْطَةِ D المُسْتَقيمَ AB عَلَى نُقْطَةٍ E، وَ AC عَلَى نُقطةٍ G بِحَيْثُ تَكونُ النِسْبَةُ $k = \frac{GC}{EB}$ مَعْلومَةً، فإنَّ المُسْتَقيمَ DEG يَكونُ مَعْلوماً.



شكل ٢-١١

المُستَقيمُ المُخرَجُ مِن النُقطَةِ B مُوازِياً لِ AC يَقْطَعُ DE عَلَى نُقْطَةٍ H.

والنِقاطُ C وَ B وَ D مَعْلومَةٌ، ولِذَلِكَ فإنَّ النسْبَةَ

$$\frac{CD}{DB} = k_1$$

تَكونُ مَعْلومَةً.

ولَدَيْنا

$$\frac{GC}{BH} = \frac{CD}{DB} = k_1.$$

ولَكِن $k = \frac{GC}{EB}$ وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ، ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{EB}{BH} = \frac{k_1}{k}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى فإنَّ $B\hat{A}C = E\hat{B}H$ (زاوِيَةٌ مَعْلومَةٌ). والمُثَلَّثُ EBH مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناءِ للمُشَابَهَةِ، فإذاً الزاوِيَةُ BHE مَعْلومَةٌ، ولِذَلِكَ فإنَّ الزاوِيَةَ BHD تَكونُ أيضاً مَعْلومَةً.

ولَكِن $A\hat{C}B = H\hat{B}D$ (زاوِيَةٌ مَعْلومَة)، فإذاً الزاوِيَةُ BDH مَعْلومَةٌ، ويَكونُ إذاً المُسْتَقيمُ DHG مَعْلوماً وكذَلِكَ النُقْطَتانِ G وَ E.

مُلاحَظَةٌ: يَتَعَلَّقُ الأمْرُ ببِناءِ مُسْتَقيمٍ يَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ، وهُوَ يَتَحَدَّدُ بِواسِطَةِ زاوِيَةٍ.

ولَيْسَ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ حَلٌّ بصورةٍ دائِمة. لِنَجْعَلْ

$$BC = a, AC = b, BA = c, BD = d, EB = x, CG = y; (\frac{y}{x} = k).$$

فيَكونُ لَدَيْنا في المُثَلَّثاتِ EBD وَ CGD وَ AGE:

$$(1) \quad \frac{\sin D}{x} = \frac{\sin E}{d}, \; (2) \quad \frac{\sin D}{y} = \frac{\sin G}{a+d}, \; (3) \quad \frac{\sin E}{b-y} = \frac{\sin G}{c-x}.$$

ونَسْتَخْلِصُ مِن العَلاقَتَيْنِ (1) وَ (2)

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin E}{\sin G} \cdot \frac{a+d}{d},$$

وإذا أخَذْنا بالحُسْبانِ العَلاقَةَ (3) نَجِدُ

$$\frac{y}{x} = \frac{b-y}{c-x} \cdot \frac{a+d}{d},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$y = kx \Leftrightarrow dk\,(c - x) = (b - kx)(a + d),$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$x = \frac{b(a+d) - kdc}{ak}.$$

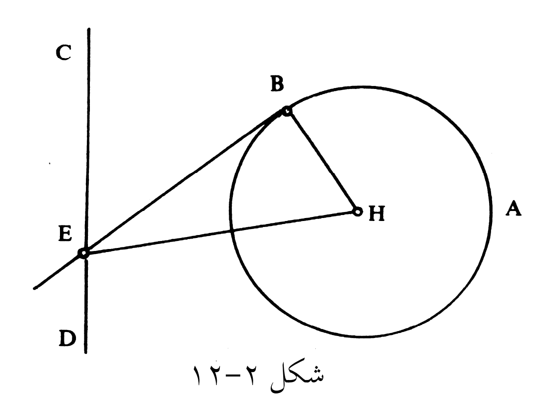
ويَنْبَغي أن يَكونَ $c > x > 0$، الأمْرُ الَّذي يَفْرِضُ العَلاقَةَ

$$\frac{b}{c} < k < \frac{b}{c} \cdot \frac{a+d}{d},$$

وتَسْتَتْبِعُ هَاتانِ المُتَبايِنتان كذَلِكَ العَلاقَةَ $b > y > 0$.

إذا تَحَقَّقَتْ هَذِهِ العَلاقَةُ المُزْدَوِجَةُ سَتَكونُ المَسْأَلَةُ وحيدةَ الحَلِّ.

قَضِيَّة ١٢.– لِنَأْخُذْ دَائِرَةً مَعْلومَةً ومُسْتَقيماً مَعْلوماً CD خارِجيّاً بالنِسْبَةِ إلَى هَذِهِ الدائِرَةِ، ومُسْتَقيماً مُماسّاً لِلدائِرَةِ عَلَى نُقْطَةٍ B، يَقْطَعُ المُسْتَقيمَ CD عَلَى نُقْطَةٍ E. إذا كانَ طولُ القِطْعَةِ BE مُساوِياً لِطولٍ مَعْلومٍ، فإنَّ القِطْعةَ BE سَتَكونُ مَعْلومَةَ الوَضْعِ.



شكل ٢-١٢

لتَكُنْ $\mathscr{C}(H, BH)$ الدائِرَةَ ولْيَكُنْ $BE = d$ وَ $r = BH$ طولَيْنِ مَعْلومَيْنِ. المُثَلَّثُ HBE قائِمُ الزاوِيَةِ B وهُوَ مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناء تَقَايُسٍ، فإذاً $HE = d_1$ طولٌ مَعْلومٌ. تَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً عَلَى الدَائِرَةِ $\mathscr{C}(H, d_1)$، كَما تَقَعُ أيضاً عَلَى المُسْتَقيمِ المَعْلومِ CD. فالزاوِيَةُ HEB مَعْلومَةٌ والمُسْتَقيمُ EB يَكونُ مَعْلوماً إذاً.

مُلاحَظاتٌ

١) تَرْتَبِطُ النُقْطَةُ E الواقِعَةُ عَلَى المُسْتَقيمِ DC بمُسْتَقيمَيْنِ مُماسَّيْنِ.

٢) ولإثْباتِ وُجودِ النُقْطَةِ E، لَدَيْنا $HE = d_1 = \sqrt{d^2 + r^2}$. لِنَجْعَلْ h المَسافةَ مِن النُقْطَةِ H إلَى المُسْتَقيمِ المَعْلومِ، فتَكونُ لَدَيْنا الحالاتُ التالِيَةُ:

$d_1 < h$، لا تُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حُلولٌ؛

$d_1 = h$، يُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ واحِدٌ؛

$d_1 > h$، يُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حَلاّنِ.

٣) لا يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ مُبَرْهَنَةَ فيثاغورسَ لِحِسابِ HE، إنَّما يُثْبِتُ، مُسْتَنِداً في ذَلِكَ إلَى مُعْطَياتِ المَسْأَلَةِ، أنَّ المُثَلَّثَ HBE، الَّذي نَعْرِفُ إحْدَى زَواياهُ، وهِيَ قائِمَةٌ، ونَعْرِفُ طولَيْ ضِلْعَيْهِ، يَكونُ مُحَدَّداً عَلَى التَقْريبِ بِاسْتِثْناء

تَقايُسٍ. وهَذا الأمْرُ يؤكِّدُ أنَّهُ لا يُمْكِنُ أن نُرْجِعَ لا هَذا البَحْثَ ولا ***مُعْطَياتِ*** إقليدسَ إلَى مَيْدانِ الجَبْر.

ويُمْكِنُ بناءُ النُقْطَةِ E بواسِطَةِ المِسْطَرَةِ والبرْكار.

٤) وتُرَدُّ المَسْأَلَةُ إذاً إلَى بناءِ النُقْطَةِ E بواسِطَةِ تَقَاطُعِ مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ ودَائِرَةٍ مَعْلومَةِ المَرْكَز. أمّا نصْفُ القُطْرِ فيُسْتَنْبَطُ مِن المُعْطَياتِ.

وسيَكونُ الأمْرُ هَكَذا أيضاً لِكُلِّ مَسَائِلِ المَجْموعةِ مِن ١٢ إلَى ١٦.

قَضِيَّة ١٣.– لِنَأْخُذْ دائِرَةً مَعْلومَةً $\mathscr{C}(H, HB)$ ومُسْتَقيماً مَعْلوماً CD خارِجيّاً بالنِسْبَةِ إلَى هَذِهِ الدَائِرَةِ. لِنَصِلِ النُقْطَةَ B مِن الدَائِرَةِ بالنُقْطَةِ E مِن CD بحَيْثُ تَكونُ $\alpha = B\hat{E}C$ زاوِيَةً مَعْلومَةً وَ $d = BE$ طولاً مَعْلوماً؛ فإذاً يَكونُ المُسْتَقيمُ BE مَعْلومَ الوَضْعِ.

لِتَكُنِ النُقْطَةُ H مَرْكَزَ الدَائِرَةِ، لِنَجْعَلْ $HK = h$ (المسافةُ مِن H إلَى CD).

وَلْتَكُنْ G نُقْطَةً عَلَى CD بِحَيْثُ يَكونُ $H\hat{G}C = \alpha$، فإذاً النُقْطَةُ G مَعْلومَةٌ وكذَلِكَ الطولُ HG،

$$HG = d_1 = \frac{h}{\sin \alpha}.$$

بُغْيَةَ تَوْصيفِ النُقْطَةِ G، يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ القَضِيَّةَ السادِسَةَ مِن القِسْمِ الأوّلِ (وهَذا ما يَفْعَلُهُ أيضاً في حالَةِ القَضِيَّتَيْنِ ١٧ وَ ٢٣)، أي يَسْتَخْدِمُ القَوْسَ القابِلَةَ. وكانَ مِن الأبْسَطِ أن يُلاحَظَ أنَّ HG يُحدِثُ مع المُسْتَقيمِ، المُخْرَجِ مِن النُقْطَةِ H عَموداً عَلَى CD، زاوِيَةً هي

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha,$$

إذا كانَت $\alpha < \frac{\pi}{2}$، أو

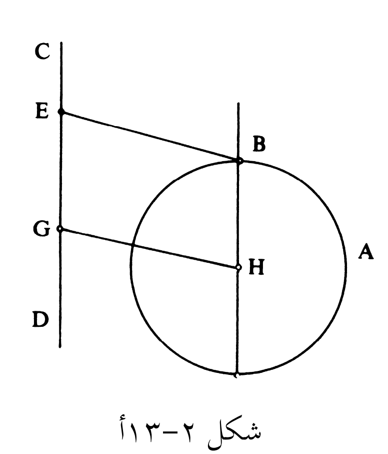
$$\beta = \alpha - \frac{\pi}{2},$$

إذا كانَت $\alpha > \frac{\pi}{2}$.

وفي الحالَتَيْنِ تَكونُ النُقْطَةُ G مَوْجودَةً ووحيدةً.

وَبِما يَتَعَلَّقُ بِعَدَدِ الحُلول، فَيُواجِهُنا العَديدُ مِن الحالاتِ.

إذا كانَ $d = d_1$، فيَكونُ الشَكْلُ $HGEB$ مُتوازيَ أضْلاعٍ، لأنَّ $HG = EB$ وَ $HG // EB$، فإذاً $BH // CD$. وتَقَعُ النُقْطَةُ B عَلَى تَقاطُعِ الدائِرَةِ مع المُسْتَقيمِ المُوازِي لِـ CD، المُخْرَجِ مِن النُقْطَةِ H. ويُوجَدُ حَلاّن.



شكل ٢–١٣أ

إذا كانَ $d_1 > d$، فإنَّ المُسْتَقيمَ HB يُلاقي المُسْتَقيمَ المَعْلومَ؛ لِتَكُنْ C نُقْطَةَ تَقَاطُعِهِما. تَقَعُ النُقْطَةُ B بَيْنَ H وَ C. ولَدَيْنا

$$\frac{HG}{BE} = \frac{HC}{CB} = \frac{d_1}{d} = 1 + \frac{HB}{CB},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{HB}{CB} = \frac{d_1}{d} - 1.$$

وَبِما أنَّ $r = HB$ (نِصْفُ قُطْرِ الدائِرَةِ)، فإذاً

$$CB = r\frac{d}{d_1 - d}$$

وَ

$$HC = \frac{rd_1}{d_1 - d} = R.$$

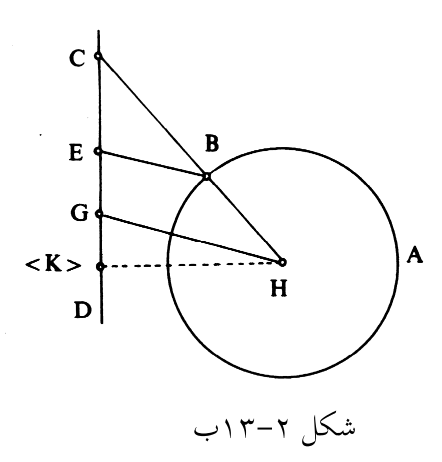
وتَقَعُ النُقْطَةُ C إذاً عَلَى تَقَاطُعِ المُسْتَقيمِ المَعْلومِ مع الدَائِرَةِ $\mathcal{C}(H, R)$.
وتَكونُ النُقْطَةُ C مَوْجودَةً إذا، وفَقَط إذا كانَ

$$R \geq h \Leftrightarrow \frac{rd_1}{d_1 - d} \geq h.$$

ولَكِنَّ $d_1 = \dfrac{h}{\sin\alpha}$، ويُكْتَبُ الشَرْطُ إذاً

$$d \sin \alpha \geq h - r.$$

وعِنْدَما نَجِدُ النُقْطَةَ C نَسْتَنْبِطُ مِنها النُقْطَةَ B وعَلاقَةَ التَوازِي $BE // HG$.



شكل ٢-١٣ب

إذا كانَ $d_1 < d$ فالمُسْتَقيمُ HB يُلاقي المُسْتَقيمَ المَعْلومَ، ولَكِنَّ النُقْطَةَ H تَكونُ بَيْنَ B وَ C، ويَكونُ لَدَيْنا في هَذِهِ الحالَةِ

$$\frac{d_1}{d} = \frac{CH}{CB} = 1 - \frac{r}{CB},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

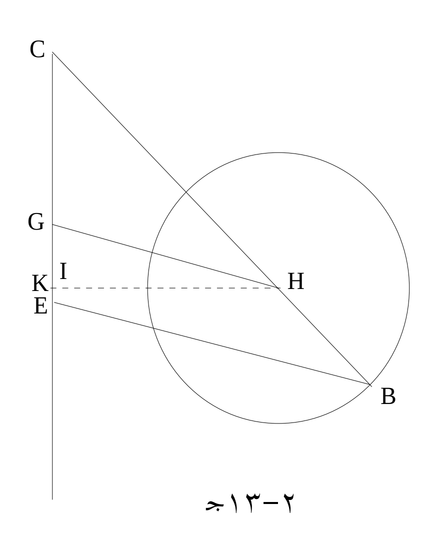
$$CB = \frac{d\, r}{d - d_1},\ HC = \frac{d_1 r}{d - d_1} = R.$$

والشَرْطُ $R \geq h$ يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$d \sin\alpha \leq h + r.$$

وَباختِصارٍ، يَكونُ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ حَلٌّ وحيدٌ إذا كانَ

$$d \sin\alpha = h \pm r;$$



ج١٣-٢

ويَكونُ لَها حَلاّنِ إذا كانَ

$$h - r < d \sin\alpha < h + r;$$

ولا يَكونُ لَها أيُّ حَلٍّ إذا كانَ

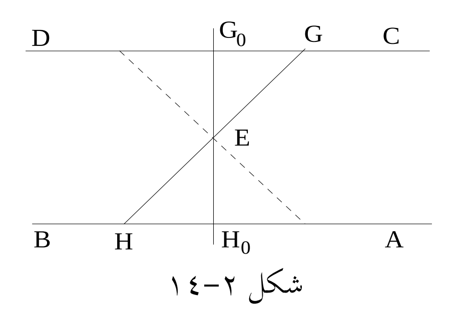
$$d \sin\alpha \notin [h - r, h + r]$$

وتُرْجِعُنا هَذِهِ المَسْأَلَةُ أيضاً إِلَى بناءِ نُقْطَةٍ C بِواسِطَةِ تَقَاطُعِ المُسْتَقيمِ المَعْلومِ مع دَائِرَةٍ مَعْلومَةِ المَرْكَزِ؛ ويُسْتَنْبَطُ نِصْفُ القُطْرِ مِن المُعْطَيات.

قَضِيَّة ١٤.– لِنَأْخُذْ مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ AB وَ CD ونُقْطَةً E بَيْنَهُما. وَلْنَأْخُذْ خَطّاً مُسْتَقيماً يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ E ويَقْطَعُ AB وَ CD تَرْتيباً عَلَى النُقْطَتَيْنِ H وَ G.

إذا كانَ $EG \cdot EH = k$، فإنَّ EG يكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ

يَترابَطُ المُسْتَقيمانِ المَعْلومانِ بِواسِطَةِ تَحاكٍ مَرْكَزُهُ في النُقْطَةِ E. يُجْري ابنُ الهَيْثَمِ اسْتِدْلالَهُ مُنْطَلِقاً مِن نُقْطَةٍ اخْتِيارِيَّةٍ I مَأْخوذَةٍ عَلَى AB ومُسْتَخْدِماً هَذِهِ الخاصِيَّةَ.



شكل ٢-١٤

إذا رَمَزْنا بِـ α وَ β إِلَى المَسافتَيْنِ بَيْنَ النُقْطَةِ E والمُستَقيمَيْنِ AB وَ DC عَلَى التَرْتيبِ، فإنَّ القيمَةَ المُطْلَقَةَ لِنسبْةِ التَحاكي سَتُساوي $\frac{\beta}{\alpha}$.

إذا كانَ المُسْتَقيمُ EG مَوْجوداً، يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{EG}{EH} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{EG^2}{EG \, . \, EH} = \frac{EG^2}{k} \Rightarrow EG^2 = k \, . \, \frac{\beta}{\alpha}.$$

والدَائِرَةُ الّتي مَرْكَزُها في النُقْطَةِ E ونِصْفُ قُطْرِها $\sqrt{\frac{k\beta}{\alpha}}$ لا تَقْطَعُ المُسْتَقيمَ CD إلاّ إذا كانَ $\beta^2 \leq \frac{k\beta}{\alpha}$، أيْ إذا كان $k \geq \alpha\beta$. ونَحْصُلُ إذاً عَلَى النَتيجَةِ التالِيَةِ:

$k < \alpha\beta$: لا يُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ

$k = \alpha\beta$: يُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ واحِدٌ $G_0H_0 \perp AB$

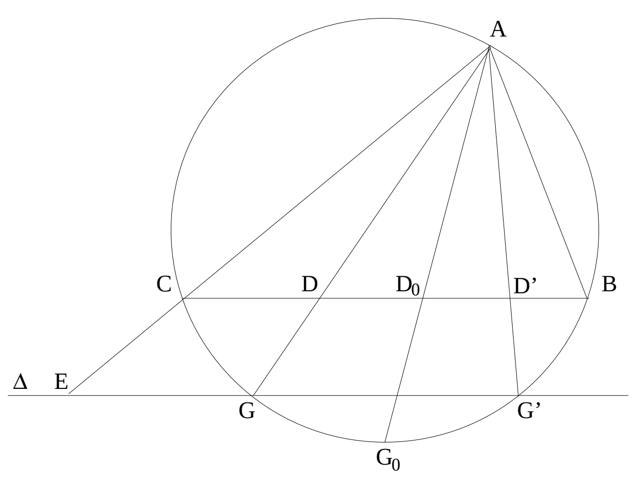
$k > \alpha\beta$: يُوجَدُ لِلمَسْأَلَةِ حَلاّنِ مُتَناظِرانِ بالنِسْبَةِ إِلَى G_0H_0 .

وتُفْضي هَذِهِ المَسْأَلَةُ أيضاً إِلَى بِناء نُقْطَةٍ G بِواسِطَةِ تَقَاطُعِ مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ مع دَائِرَةٍ مَعْلومَةِ المَرْكَزِ؛ ويُسْتَنْبَطُ نِصْفُ قُطْرِ الدائِرَةِ مِن المُعْطَياتِ.

قَضِيَّة ١٥.– لِنَأْخُذْ مُثَلَّثاً مُحَدَّداً عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناء تَقايُسٍ. إذا كانَتْ نُقْطَةٌ D مِن القاعِدةِ تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النسْبَةِ المَعْلومَة

$$\frac{AD^2}{BD \, . \, DC} = k \qquad (1)$$

فإنَّ المُسْتَقيم AD يَكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ.



شكل ٢–١٥

إذا كانَ المُسْتَقيمُ AD مَوْجوداً فإنَّهُ سيَقْطَعُ الدائِرَةَ المُحيطَةَ بِـ (ABC) عَلَى نُقْطَةٍ G؛ وتَكونُ النُقْطَتانِ A وَ G مِن جهتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ BC؛ ولِذَلِكَ فإنَّ

$$DB \,.\, DC = DA \,.\, DG.$$

ويصبحُ الشَرْطُ *(1)*

$$\frac{DA}{DG} = k.$$

لِتَكُنْ E النُقْطَةَ مِن AC الأَبْعَدَ مِن C بِحَيْثُ يكونُ $k = \frac{CA}{CE}$، فإذاً النُقْطَةُ المَطْلوبَةُ G تَكونُ عَلَى المُسْتَقيمِ Δ المُوازِي لِلمُسْتَقيمِ BC والَّذي يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ E، كَما تَكونُ النُقْطَةُ G أيضاً عَلَى الدائِرَةِ. فإذاً تَكونُ النُقْطَةُ G مَوْجودَةً عِنْدَما يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ Δ الدائِرَةَ.

لِنَجْعَلْ G_0 مُنْتَصَفَ القَوْسِ CB، فالمُسْتَقيمُ AG_0 يَكونُ إذاً مُنَصِّفاً لِلزاوِيَةِ A؛ لِتَكُنِ D_0 نُقْطَةَ تَقاطُعِهِ مع الوَترِ CB وَلْتَكُنِ النِسْبَةُ $k_o = \frac{D_0A}{D_0G}$ مَعْلومَةً.

إذا كانَ $k > k_0$، لا يُوجَدُ لِلمَسْأَلَة حَلٌّ.

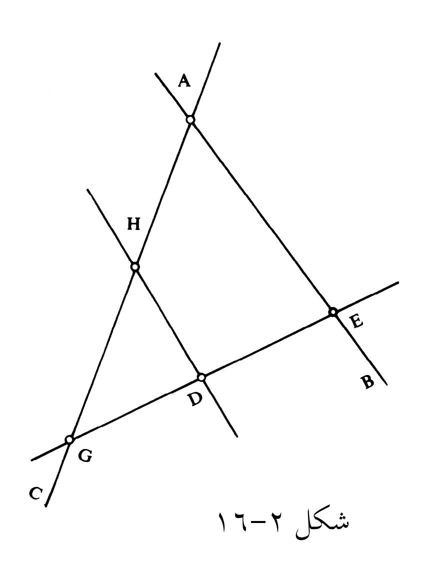
إذا كانَ $k = k_0$، يُوجَدُ لِلمَسْأَلَة حَلٌّ واحِدٌ AD_0، هُوَ مَنصِّفُ الزاوِيَة BAC.

إذا كانَ $k < k_0$، يُوجَدُ لِلمَسْأَلَة حلاّن. والنُقْطَتانِ G وَ G' المُرْتَبطَتانِ بِهَذَيْنِ الحَلَّيْنِ، تُحَقِّقانِ العَلاقَةَ $\widehat{CG} = \widehat{BG'}$، ولِذَلِكَ فإنَّ المُسْتَقيمَيْنِ AD وَ AD' يَكونانِ مُتَناظِرَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى مُنَصِّفِ الزاوِيَة AD_0.

مُلاحَظَةٌ

يَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ في صِياغَةِ القَضِيَّةِ "مثلّثٌ مَعْلومُ الأَضْلاعِ والزوايا". ووَضْعُ المُثَلَّثِ لَيْسَ مُعْطًى. وفي الخُلاصَةِ يَكْتُبُ "فأقولُ: إنَّ خطَّ **ا د** مَعْلومُ الوَضْعِ". فَهُنا المَقْصودُ وَضْعُ AD بالنِسْبَةِ إلَى المُثَلَّثِ.

وتُرجَعُ هَذِهِ المَسْأَلَةُ إلَى بناءِ نُقْطَةٍ G بِواسِطَةِ تَقاطُعِ دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ ومُسْتَقيمٍ يُسْتَنْبَطُ مِن المُعْطَيات.



شكل ٢-١٦

قَضِيَّة ١٦.– لِنَأْخُذْ مُسْتَقيمَيْنِ مَعْلومَيْنِ AB وَ AC ونُقْطَةً D واقِعَةً داخِلَ الزاوِيَةِ الخارِجَةِ BAC. إذا جازَ مُسْتَقيمٌ عَلَى النُقْطَةِ D وقَطَعَ المُسْتَقيمَ AB عَلَى

نُقْطَةٍ E والمُسْتَقيمَ AC عَلَى نُقْطَةٍ G بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $\frac{DE}{DG} = k$، فإنَّ القِطْعَةَ EG تَكونُ مَعْلومَةً.

يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ D، مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AB، المُسْتَقيمَ AC عَلَى نُقْطَةٍ H ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{HA}{HG} = \frac{DE}{DG} = k.$$

وتَرْتَبِطُ بِكُلِّ قيمَةٍ لِـ k نُقْطَةٌ G، وَبِالتالي يرْتَبِطُ بها مُسْتَقيمٌ GD يَقْطَعُ AB عَلَى E ($G \neq H$ ، فإذاً GD لا يُوازي AB).

يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ في القَضايا ١٣ وَ ١٤ وَ ١٥ وَ ١٦ خُطوطاً مُسْتَقيمَةً مُتَوازِيَةً فَضْلاً عن اسْتِخْدامِهِ لِمُبَرْهَنَةِ طاليس. ويَحْصُلُ عَلَى مُثَلَّثاتٍ وخُطوطٍ مُسْتَقيمةٍ مُتَحَاكِيَةٍ.

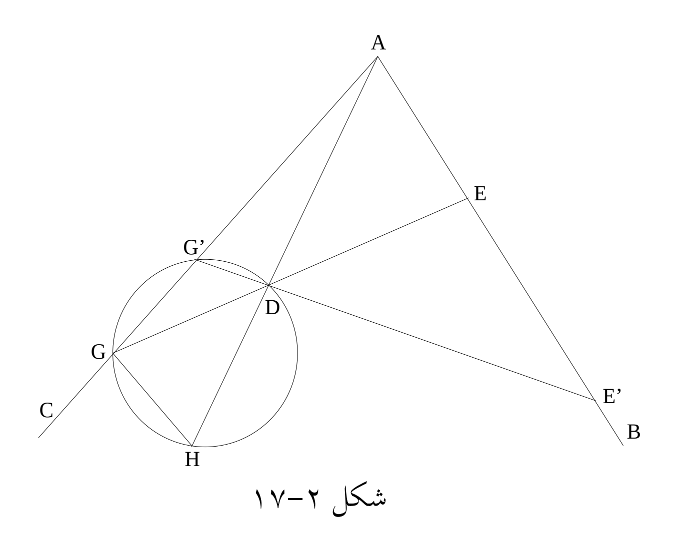
قَضِيَّة ١٧.– لِنَأْخُذِ المُسْتَقيمَيْنِ AB وَ AC ونُقْطَةً D في الزاوِيَةِ الخارِجَةِ BAC. إذا قَطَعَ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ D المُسْتَقيمَ AB عَلَى نُقْطَةٍ E والمُسْتَقيمَ AC عَلَى نُقْطَةٍ G بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ المَعْلومَةُ $DE \,.\, DG = k^2$، فإنَّ القِطْعَةَ EG تَكونُ مَعْلومَةً.

لنَفرِضْ أنَّ المُسْتَقيمَ GE مَوْجودٌ؛ وَلْتَكُنِ النُقْطَةُ H عَلَى امْتِدادِ AD بِحَيْثُ يَكونُ $DA \,.\, DH = k^2$؛ تَقَعُ النُقْطَتانِ A وَ H مِن جِهَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى النُقْطَةِ D. ولَدَيْنا

$$DE \,.\, DG = DA \,.\, DH \Leftrightarrow \frac{DA}{DE} = \frac{DG}{DH};$$

ويَكونُ المُثَلَّثانِ DAE وَ DGH إذاً مُتَشابِهَيْنِ، ولِذَلِكَ فإنَّ الزاوِيَةَ $D\hat{G}H = E\hat{A}D = \alpha$ تَكونُ مَعْلومَةً. وتَقَعُ إذاً النُقْطَةُ G عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ α، المَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعَةِ DH. ولَكِنَّ النُقْطَةَ G تَقَعُ أيضاً عَلَى المُسْتَقيمِ AC. وتَكونُ

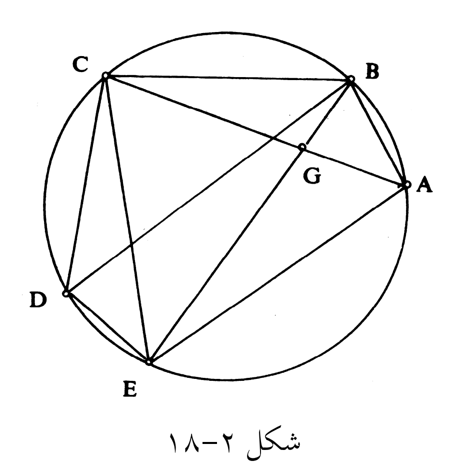
النُقْطَةُ G مَوْجودَةٌ إذاً، إذا تَقَاطعَ المُسْتَقيمُ AC مع القَوْسِ القابِلَةِ؛ ويُمْكِنُ أن نَحْصُلَ عَلَى حلَّيْنِ اثنينِ أو عَلَى حَلٍّ واحِدٍ، وقَدْ لا يَكونُ للمَسْأَلَةِ أيُّ حَلٍّ.



شكل ٢–١٧

تَرْتَبِطُ بالنُقْطَةِ G الّتي تُمَثِّلُ حَلاًّ للمَسْأَلَةِ المطروحةِ قِطْعَةٌ GE مَعْلومَةُ الطولِ والوَضْعِ.

قَضِيَّة ١٨.– لِنَأْخُذْ ثَلاثَ نِقاطٍ مَعْلومَةٍ A وَ C وَ D عَلَى دائِرَةٍ بِحَيْثُ



شكل ٢–١٨

يَكونُ $\widehat{DA} \neq \widehat{DC}$. إذا قَطَعَ مُسْتَقيمٌ مُخْرَجٌ مِن النُقْطَةِ D القَوْسَ AC، الّتي لا تَحْتَوي النُقْطَةَ D، عَلَى نُقْطَةٍ B بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \dfrac{BA + BC}{BD}$، فإنَّ القِطْعَةَ DB تَكونُ مَعْلومَةً (وَضْعاً وقَدْراً).

فَلْنَتَصَوَّرِ المَسْأَلَةَ مَحْلولَةً. إذا كانَتِ النُقْطَةُ E مُنْتَصَفَ القَوْسِ CDA، يَكونُ لَدَيْنا

$$C\widehat{B}E = E\widehat{B}A = C\widehat{A}E.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى $B\hat{C}A = B\hat{E}A$ والمُثَلَّثات ABE وَ GBC وَ EGA مُتَشابِهَةٌ ثُناءً:

$$(ABE) \text{ و } (GBC) \Rightarrow \frac{BE}{EA} = \frac{BC}{CG},$$
$$(ABE) \text{ و } (EGA) \Rightarrow \frac{BE}{EA} = \frac{BA}{AG},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{BE}{EA} = \frac{BC + BA}{CG + AG} = \frac{BC + BA}{AC},$$

فإذاً

$$\frac{AB+BC}{BE} = \frac{AC}{EA} = k',$$

وهَذِهِ نِسْبَةٌ مَعْلومَةٌ (لأنَّ A وَ C وَ E نِقاطٌ مَعْلومَةٌ).

ولَدَيْنا إذاً

$$\frac{BE}{BD} = \frac{k}{k'}$$

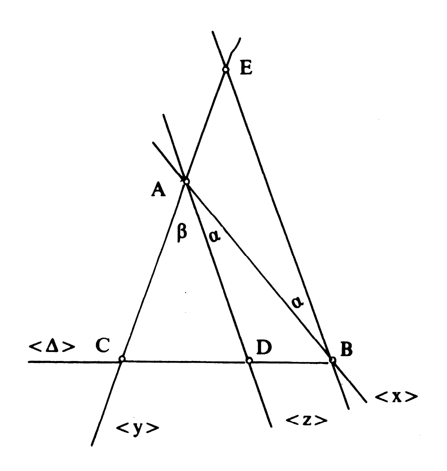
(لأنَّ $k = \dfrac{BA + BC}{BD}$)

في المُثَلَّثِ EBD، الزاوِيَةُ EBD والنِسْبَةُ $\dfrac{BE}{BD}$ مَعْلومَتان؛ وهَذا المُثَلَّثُ مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناءِ للمُشابَهَةِ، فَباقي زَواياهُ مَعْلومَةٌ إذاً.

ويُحْدِثُ المُسْتَقيمُ BD إذاً زاوِيَةً مَعْلومَةً مع المُسْتَقيمِ DE. وتَقَعُ النُقْطَةُ B عَلَى تَقاطُعِ هَذا المُسْتَقيمِ مع الدائِرَةِ المَعْلومَةِ. ويَنْبَغي أن تَكونَ النُقْطَتانِ B وَ D مِن جهَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ AC، وذَلِكَ لِكَي تَكونَ النُقْطَةُ B مُلائِمَةً. في هَذِهِ الحالَةِ تَكونُ القِطْعَةُ BD مُحَدَّدَةً بِكِلا طَرَفَيْها.

وَباخْتِصارٍ، يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ بِثَلاثِ نقاطٍ مَعْلومَةٍ غَيْرِ مُتَسَامِتَةٍ A وَ C وَ D وَبِدَائِرَةٍ مُحيطَةٍ (ADC)؛ المَطْلوبُ بِناءُ نُقْطَةٍ B عَلَى القَوْسِ AC بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{BA + BC}{BD}$. يَبْني ابنُ الهَيْثَمِ النُقْطَةَ B كَتَقَاطُعٍ لِدَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ مع مُسْتَقيمٍ.

قَضِيَّة ١٩.– لِنَأْخُذْ زاوِيَةً مَعْلومَةً xAy وَلْنَأْخُذْ فيها نِصْفَ مُسْتَقيمٍ Az. لِيَقْطَعِ المُسْتَقيمُ Δ المُسْتَقيمَ Ax عَلَى B والمُسْتَقيمَ Ay عَلَى C والمُسْتَقيمَ Az عَلَى D. فيَكونُ لَدَيْنا



شكل ٢-١٩

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{k \, . \, AB},$$

حَيْثُ تَكونُ الزاوِيَتان $\alpha = x\hat{A}y$ وَ $\beta = y\hat{A}z$ مَعْلومَتَيْنِ

وَ

$$k = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

لِنُشِرْ في البَدْءِ إِلَى أنَّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يَذْكُرُ الحالَةَ الخاصَّةَ: $\beta = \alpha$؛ في هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ Az مُنَصِّفاً لِلزاوِيَةِ، وفي أيِّ مُثَلَّثٍ ABC، سيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB}$$

(وتَكونُ في هَذِهِ الحالَةِ $k = 1$)

لِنَتَناوَلِ الحالَةَ العامَّةَ.

لِنُخْرِجْ مِن نُقْطَةٍ B تَقَعُ عَلَى Ax، مُسْتَقيماً يَقْطَعُ Ay، لِنَقُلْ عَلَى نُقْطَةٍ C وَ Az عَلَى نُقْطَةٍ D، و لِنُخْرِجْ مُسْتَقيماً آخَرَ مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ Az، يَقْطَعُ اِمْتِدادَ Ay عَلَى نُقْطَةٍ E. لِلمُثَلَّثِ AEB زاوِيَتانِ مَعْلومَتانِ، فَهُوَ مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ باسْتِثْناءٍ لِلمُشَابَهَةِ. وتَكونُ إذاً النِسْبَةُ $k = \frac{EA}{AB}$ مُسْتَقِلَّةً عن الزَوايا المَعْلومَةِ؛ وَبِالفِعْلِ

$$\frac{EA}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta}$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AE},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{k \cdot AB}.$$

مُلاحَظتان

١) تَسْتَتْبِعُ هَذِهِ الخاصِيَّةُ مُباشَرَةً الخاصِيَّةَ التالِيَة: ثلاثةُ خُطوطٍ مُسْتَقيمَةٍ مُتَقاطِعَةٍ Ax وَ Ay وَ Az تُحْدِثُ عَلَى مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ قِسَماً مُتَشابِهَةً.

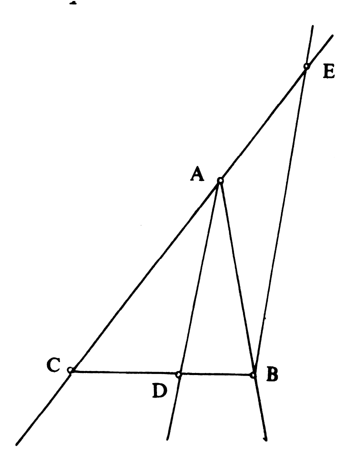
لِتَكُنِ النِقاطُ D وَ B وَ C عَلَى المُسْتَقيمِ Δ وَ D_1 وَ B_1 وَ C_1 عَلَى المُسْتَقيمِ Δ_1، إذا كانَ $\Delta // \Delta_1$ فإنَّ

$$\frac{DB}{DC} = \frac{D_1B_1}{D_1C_1}.$$

٢) هَذِهِ الخاصِيَّةُ المُثْبَتَةُ في هَذِهِ القَضِيَّةِ هِيَ تَعْميمٌ لِخاصِيَّةِ مَسْقَطِ مُنَصِّفِ الزاوِيَةِ الداخِلِيِّ في المُثَلَّثِ ABC.

تُمَثِّلُ القَضِيَّةُ التالِيَةُ القَضِيَّةَ العَكْسِيَّةَ لِهَذِهِ القَضِيَّة.

قَضِيَّة ٢٠.– إذا كانَتْ زَوايا المُثَلَّثِ ABC مَعْلومَةً، وإذا كانَت D نُقْطَةً عَلَى القِطْعَةِ $[BC]$ تُحَقِّقُ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $\frac{DC}{DB} = k$ فإنَّ المُسْتَقيمَ AD يُحْدِثُ مع المُسْتَقيمِ AB وكذَلِكَ مع المُسْتَقيمِ AC زاوِيَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ.



شكل ٢–٢٠أ

المُثَلَّثُ ABC مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ بِاسْتِثْناءٍ للمُشَابَهَةِ، فإذاً $\frac{CA}{CB} = k'$ نِسْبَةٌ مَعْلومَةٌ $\left(k' = \frac{\sin \widehat{B}}{\sin \widehat{C}}\right)$.

لِتَكُنِ النُقْطَةُ E عَلَى امْتِدادِ AC بِشَكْلٍ تَتَحَقَّقُ فيهِ النِسْبَةُ المَعْلومَةُ $\frac{CA}{AE} = k$. والمُسْتَقيمُ BE يَكونُ مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ المطلوبِ، لأنَّ

$$\frac{DC}{DB} = \frac{CA}{AE} = k.$$

ولَكِنَّ المُثَلَّثَ EAB مُحَدَّدٌ عَلَى التَقْريبِ بِاسْتِثْناءٍ للمُشَابَهَةِ، لأنَّ

$$B\hat{A}E = \pi - \hat{A}$$

وَ

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{k'}{k}.$$

فإذاً الزاوِيَةُ AEB مَعْلومَةٌ، ولِذَلِكَ فإنَّ الزاوِيَةَ CAD مَعْلومَةٌ أيضاً.

مُلاحَظتان

١) انْطِلاقاً مِن هَذِهِ القَضِيَّةِ ٢٠، يُثْبَتُ أنَّه:

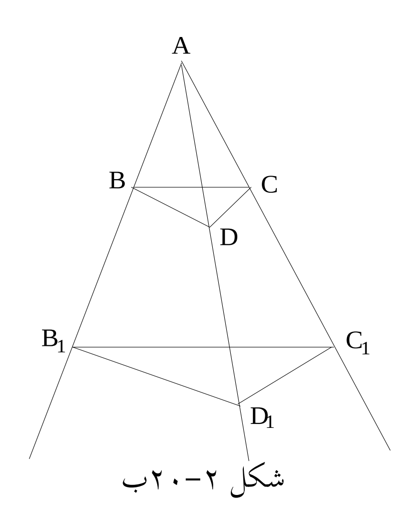
إذا كانَ لَدَيْنا عَلَى مُسْتَقيمَيْنِ مُتوازِيَيْنِ Δ وَ Δ_1 قِسْمَتانِ مُتَشابِهَتانِ D، B، C و وَ D_1، B_1، C_1 بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ

$$\frac{DB}{D_1B_1} = \frac{DC}{D_1C_1} \neq 1,$$

فإنَّ الخُطوطَ المُسْتَقيمَةَ BB_1 وَ CC_1 وَ DD_1 تَكونُ مُتَقاطِعَةً عَلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ؛ وهَذِهِ هِيَ القَضِيَّةُ العَكْسِيَّةُ لِلقَضِيَّةِ ١٩.

وهاتانِ القَضِيَّتانِ ١٩ وَ ٢٠ تؤكّدانِ، أنَّهُ إذا كانَ لَدَيْنا ثَلاثَةُ خُطوطٍ مُسْتَقيمةٍ مُتَقاطِعَةٍ عَلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ، فإنَّها تُحْدِثُ عَلَى خطَّيْنِ مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ قِسَماً مُتَشابِهَةً وَبالعَكْسِ.

٢) تُذَكِّرُنا هَذِهِ التَشْكيلَةُ الهَنْدَسِيَّةُ بِتِلْكَ الخاصَّةِ بديزارغ (Desargues): ففي هَذِهِ الأخيرةِ تَكونُ النُقْطَتانِ D وَ D_1 خارِجَ BC وَ B_1C_1. والمُسْتَقيمانِ BC وَ B_1C_1 يَكونانِ مُتَوازِيَيْنِ وهَذا صَحيحٌ أيضاً بالنِسْبَةِ إلَى BD وَ B_1D_1؛ وإذا

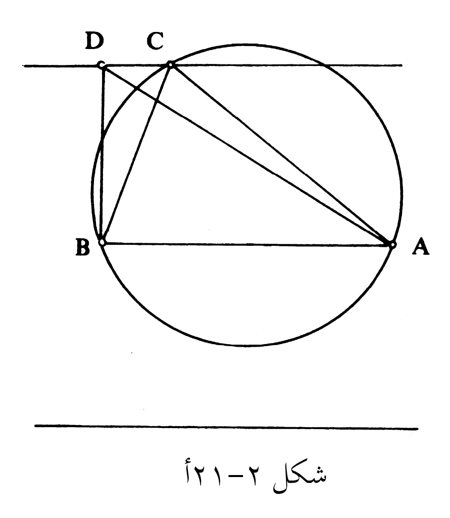


شكل ٢-٢٠ب

كانَت الخُطوطُ المُسْتَقيمَةُ BB_1، CC_1، DD_1 مُتَقاطِعَةً عَلَى نُقْطَةٍ واحِدَةٍ يَكونُ الخَطّانِ المُسْتَقيمانِ DC وَ D_1C_1 مُتَوازِيَيْنِ وَبِالعَكْسِ أيضاً.

تُمَثِّلُ الحالَةُ التي دَرَسَها ابنُ الهَيْثَمِ حَدّاً مُنْحَلاًّ (متردّياً) لِتَشْكيلَةِ ديزارغ هَذِهِ.

قَضِيَّة ٢١.– لِنَأْخُذْ دائِرَةً مَعْلومَةً وَوَتَراً مَعْلوماً AB فيها ومُثَلَّثاً ABC

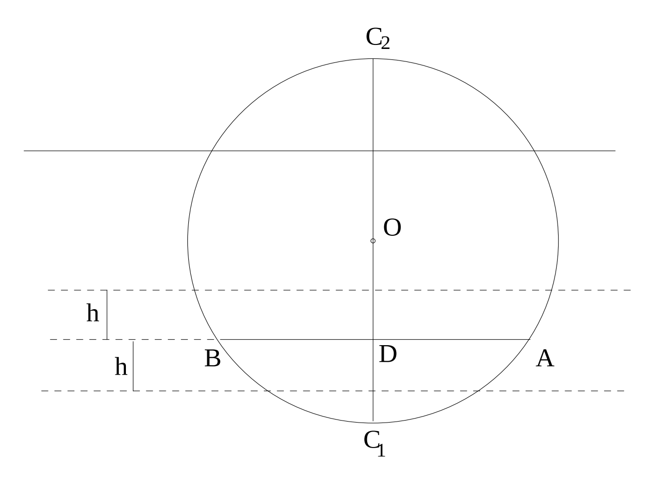


شكل ٢-٢١أ

مُحاطاً بِهَذِهِ الدائِرَةِ. إذا كانَت مِساحَةُ هَذا المُثَلَّثِ مَعْلومَةً فإنَّ النُقْطَةَ C تَكونُ مَعْلومَةً وَبالتالي فإنَّ المُسْتَقيمَيْنِ AC وَ BC يكونانِ مَعْلومَيْنِ أيضاً.

يُعاوِدُ ابنُ الهَيْثَمِ هُنا تَناوُلَ بُرْهانِ القَضِيَّةِ العاشرةِ مِن القِسْمِ الأوَّلِ المُتَعَلِّقَةِ بِالمُثَلَّثاتِ المَعْلومَةِ المِساحَةِ والمَعْلومَةِ القاعِدَةِ؛ ويَسْتَنْبِطُ مِنها أنَّ النُقْطَةَ C تَقَعُ عَلَى وَتَرٍ موازٍ لِ AB. وعَلَى غِرارِ القَضِيَّةِ العاشِرَةِ، فالنُقْطَةُ C تَقَعُ عَلَى أحدِ المُسْتَقيمَيْنِ المُتَوازِيَيْنِ الواقِعَيْنِ عَلَى مَسافَةٍ مُتَساوِيَةٍ مِن AB. عِلْماً أنَّ C تَقَعُ عَلَى الدائِرَةِ وَفْقَ المُعْطَيات.

مُلاحَظاتٌ



شكل ٢-٢١ب

١) يَتَراوَحُ عددُ الحُلولِ المُمْكِنَةِ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ ما بَيْنَ الصِفْرِ والأَرْبَعَةِ ضِمْناً.

٢) لتَكُنِ النُقْطَةُ D مُنْتَصَفَ AB والنُقْطَةُ O مَرْكَزَ الدائِرَةِ. لِنَجْعَلْ $AB = 2a$، $OA = R$، $OD = d$؛ لَدَيْنا $R^2 = a^2 + d^2$. إذا كانَت S المِساحَةَ المَعْلومَةَ لِلمُثَلَّثِ ABC، يَكونُ ارتفاعُهُ $h = \frac{S}{a}$.

يَقْطَعُ العَمودُ المُنَصِّفُ لِلقِطْعَةِ AB الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ C_1 وَ C_2 ولَدَيْنا

$$DC_2 = R + d \text{ وَ } DC_1 = R - d$$

ولِذَلِكَ يَكونُ لَدَيْنا:

$h < R - d$: يَكونُ لِلمَسْأَلَةِ أَرْبَعَةُ حُلولٍ،

$h = R - d$: يَكونُ لِلمَسْأَلَةِ ثَلاثَةُ حُلولٍ،

$R - d < h < R + d$: يَكونُ لِلمَسْأَلَةِ حَلاّنِ اثْنانِ،

$h = R + d$: يَكونُ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ واحِدٌ،

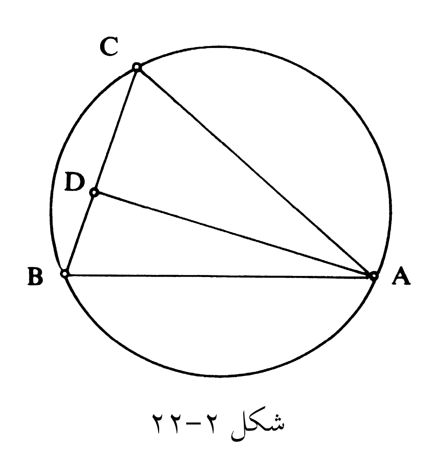
$h > R + d$: لا يَكونُ لِلمَسْأَلَةِ أيُّ حَلٍّ.

٣) تُرْجَعُ المَسْأَلَةُ إلَى بناءِ النُقْطَةِ C بواسِطَةِ تَقَاطُعِ دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ مع مُسْتَقيمٍ يُسْتَنْبَطُ مِن المُعْطَيات، وذَلِكَ بِنَفْسِ الطَرِيقَةِ المَعْروضَةِ في القَضِيَّةِ العاشِرَةِ مِن القِسْمِ الأوَّلِ.

قَضِيَّة ٢٢.– لِنَأْخُذْ دَائِرَةً مَعْلومَةً ونُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ عَلَيْها. إذا كانَت C نُقْطَةً عَلَى الدائِرَةِ مُحَقِّقَةً العَلاقَةَ المَعْلومَةَ $CA \,.\, CB = k^2$، فإنَّ النُقْطَةَ C تكونُ مَعْلومَةً، وَبالتالي فإنَّ المُسْتَقيمَيْنِ CA وَ CB مَعْلومَانِ أيضاً.

تُرْجَعُ هَذِهِ المَسْأَلَةُ إِلَى سابِقَتِها وذَلِكَ لأنَّ

$$aire\ (ABC) = \frac{1}{2}\ CA \,.\, CB \,.\, \sin \hat{C} = \frac{1}{2}\ CA \,.\, CB \,.\, \sin \left(\frac{1}{2}\ A\hat{O}B\right).$$



شكل ٢–٢٢

حَيْثُ تَكونُ $A\hat{O}B$ الزاوِيَةَ المُمَرْكَزَةَ.

وَبِما أنَّ $CA \,.\, CB = k^2$ (ضَرْبٌ مَعْلومُ القَدْرِ) وأنَّ المِقْدارَ $\sin \left(\frac{1}{2}\ A\widehat{O}B\right)$ مُسْتَقِلٌّ عن وَضْعِ النُقْطَةِ C، فإذاً تَكونُ المِسَاحَةُ $S = aire\ (ABC)$ مَعْلومَةً. وهَذا ما يأخُذُهُ ابنُ الهَيْثَمِ بالحُسبانِ مُنْذُ البَدْءِ في بُرْهانه:

لِنَفْرِضْ أنَّ النُقْطَةَ C مَعْلومَةٌ؛ وَلْيَكُنْ $AD \perp BC$، فإذاً المُثَلَّثُ ADC مَعْلومُ الزَوايا ولدينا:

$$\frac{CA}{AD} = k' \left[= \frac{1}{\sin^2 C} \right],$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{CA \,.\, CB}{AD \,.\, CB} = \frac{k^2}{AD \,.\, CB} = \frac{CA}{AD} = k',$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$AD \,.\, CB = \frac{k^2}{k'}$$

وَ

$$aire\ (ABC) = \frac{1}{2}\frac{k^2}{k'} = \left[\frac{1}{2}\, k^2 \sin \widehat{C} \right];$$

وها قد عُدْنا إذاً إلَى المَسْأَلَةِ السَابِقَةِ حَيْثُ يُمْكِنُ أن يَكونَ لِلنُقْطَةِ C حَلاّنِ اثنانِ أو حَلٌّ واحِدٌ، كَما أنَّهُ قَدْ تَنْعَدِمُ الحُلولُ.

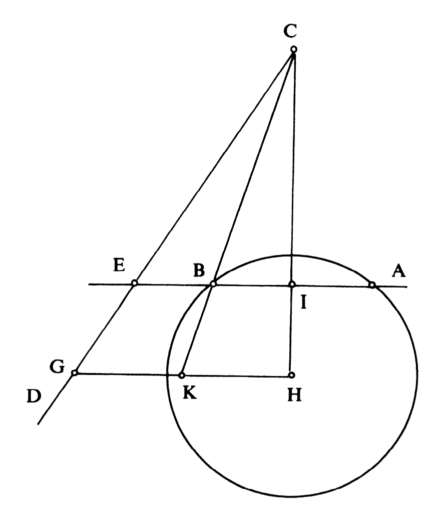
مُلاحَظَةٌ

تُشْبِهُ هَذِهِ المَسْأَلَةُ القَضِيَّةَ ٨، حَيْثُ يَكونُ مَعَنا هُنا دائِرَةٌ عِوَضاً عن المُسْتَقيمَيْنِ المُتَوازِيَيْنِ. وفي الحالَتَيْنِ، تَكونُ مِساحَةُ المُثَلَّثِ ثابِتَةً وَفْقَ المُعْطَياتِ.

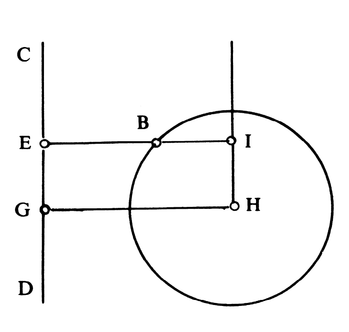
قَضِيَّة ٢٣.– لِنَأْخُذْ دائِرَةً ومُسْتَقيماً CD مَعْلومَيْنِ. إذا قَطَعَ مُسْتَقيمٌ الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ A وَ B، والمُسْتَقيمَ CD عَلَى نُقْطَةٍ E بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{AB}{BE}$، وَبِحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $B\hat{E}C = \alpha$ مَعْلومَةً، فإنَّ المُسْتَقيمَ AB يَكونُ مَعْلوماً، وَبالتالي فالقِطْعَةُ AB تَكونُ مَعْلومَةً أيضاً.

لِنَفْتَرِضْ أنَّ المُسْتَقيمَ AB مَعْلومٌ. ولْتَكُنِ النُقْطَةُ H مَرْكَزَ الدائِرَةِ وَلْيَكُنْ $HI \perp AB$، فإذاً النُقْطَةُ I تُنَصِّفُ AB ويَكونُ $\frac{IB}{BE} = \frac{k}{2}$.

لِتَكُنْ G نُقْطَةً عَلَى CD بِحَيْثُ يَكونُ $H\widehat{G}C = \alpha$؛ إنَّ النُقْطَةَ G مَوْجودَةٌ ووحيدَةٌ والمُسْتَقيمُ HG مُوازٍ لِلمُسْتَقيمِ المَطْلوبِ. لِنَجْعَلْ $HG = l$.



شكل ٢-٢٣أ



شكل ٢-٢٣ب

إذا كانَ $HI // DC$، وهذا أمْرٌ يَقْتَضي أن يَكونَ لَدَيْنا $\frac{\pi}{2} = \alpha$، فإنَّ $IE = HG = l$، ولَكِنَّ $\frac{k}{2} = \frac{IB}{BE}$، ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{IB + BE}{BE} = \frac{k+2}{2} = \frac{IE}{BE} \Rightarrow BE = \frac{2l}{k+2} = l'$$

الأمْرُ الَّذي يُرْجِعُنا إلَى القَضِيَّةِ ١٣ مِن هَذا القِسْمِ الثاني حَيْثُ يَكونُ $BE = l'$ و $B\hat{E}C = \frac{\pi}{2}$.

إذا كانَ لَدَيْنا $\frac{\pi}{2} \neq \alpha$ ؛ فإنَّ المُسْتَقيمَ HI يَقْطَعُ المُسْتَقيمَ CD عَلَى نُقْطَةٍ C مَعْلومَةٍ. والمُسْتَقيمُ CB يَقْطَعُ HG عَلَى نُقْطَةٍ K ويَكونُ لَدَيْنا $\frac{k}{2} = \frac{IB}{BE} = \frac{HK}{KG}$؛ فإذاً، اِسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ٢٠، يَكونُ المُسْتَقيمُ CK مَعْلومَ الوَضْعِ وتَكونُ النُقْطَةُ B عَلَى تَقاطُعِ هَذا المُسْتَقيمِ مع الدائِرَةِ. نُخْرِجُ إذاً مِن النُقْطَةِ B المُسْتَقيمَ القائِمَ عَموداً عَلَى CH، ونَحْصُلُ عَلَى النُقْطَتَيْنِ E وَ A. وتَكونُ النِقاطُ A وَ B وَ E إذاً مَعْلومَةً.

لقَدْ رَأَيْنا فيما سَبَقَ أنَّ هَذِهِ القَضِيَّةَ تُفْضي إلَى القَضِيَّةِ ١٣ أو إلَى القَضِيَّةِ ٢٠ وذَلِكَ تِبْعاً لِلزاوِيَةِ المَعْلومَةِ، أي أنَّها تُفْضي إلَى بِناءِ نُقْطَةٍ بِواسِطَةِ دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ ومُسْتَقيمٍ.

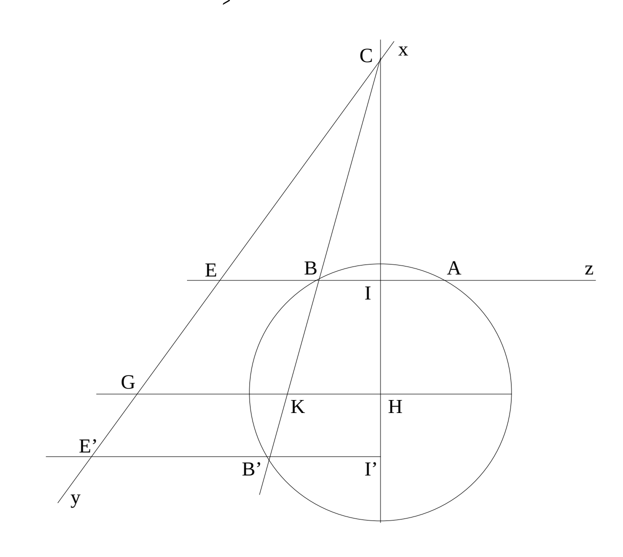
شرح: يُمْكِنُنا إعادةُ صِياغةِ هَذِهِ القَضِيَّةِ كَما يَلي: لِنَأْخُذْ دَائِرَةً $\mathscr{C}(H, R)$ وخطّاً مُسْتَقيماً xy خارِجيّاً بالنِسْبَةِ إلَى الدَائِرَةِ. المطلوبُ أن نَجدَ نُقْطَةً E عَلَى xy بِحَيْثُ يَقْطَعُ نِصْفُ المُسْتَقيمِ Ez، المُحْدِثُ زاوِيَةً مَعْلومَةً $\alpha = x\hat{E}z$، الدَائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ A وَ B مُحَقِّقاً بذَلِكَ عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{BA}{BE}$.

يَقودُنا تَحْليلُ هَذِهِ المَسْأَلَةِ إلَى قِسَمٍ مُتَشابِهَةٍ I ، B ، E وَ H ، K ، G إذا ما كانَ لَدَيْنا $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ ، وإلَى قِسَمٍ مُتَساوِيَةٍ عِنْدَما يَكونُ لَدَيْنا $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

أمّا التَرْكيبُ فيَتَناوَلُ المُعْطَياتِ الّتي تَسْمَحُ ببناءِ النُقْطَتَيْنِ K وَ G.

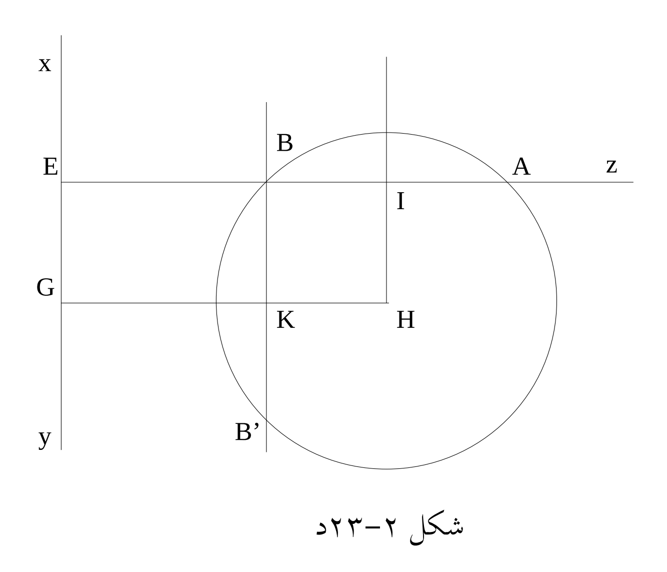
إذا كانَ لَدَيْنا $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ ؛ والنُقْطَةُ C مَعْلومَةٌ، فإنَّ النُقْطَةَ المَطْلوبَةَ B تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $B \in \mathscr{C} \cap KC$، ويُسْتَنْبَطُ المُسْتَقيمُ Ez، وَبالتالي نَجدُ النُقْطَةَ A.

يُمْكِنُ لِلمَسْأَلَةِ أن تَكونَ مَعْدومَةَ الحُلولِ أو وحيدةَ الحَلِّ أو ثُنائيَّةَ الحَلِّ.



شكل ٢-٢٣ج

إذا كانَ لَدَيْنا $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ، فالنُقْطَةُ C تَكونُ غَيْرَ مَوْجودَةٍ، و تَقَعُ النُقْطَةُ المَطْلوبَةُ B عَلَى تَقاطُعِ الدائِرَةِ والمُسْتَقيمِ القائِمِ عَموداً عَلَى HG عَلَى النُقْطَةِ K، ولِذَلِكَ يكونُ لَدَيْنا، إمّا انْعِدامٌ لِلحُلولِ، وإمّا حَلٌّ واحِدٌ، وإمّا حَلاّنِ اثنانِ.



شكل ٢-٢٣د

قَضِيَّة ٢٤.– لِنَأْخُذْ دَائِرَتَيْنِ بحيثُ تكون كلُّ واحِدَةٍ مِنْهُما خارِجيّةً بالنِسْبَةِ إِلَى الأُخْرَى، ولْتَكونا مُتَساوِيَتَيْنِ أو غَيْرَ مُتَساوِيَتَيْنِ. إذا كانَ مُسْتَقيمٌ مُماسّاً مُشْتَرَكاً لِلدَائِرَتَيْنِ، فإنَّهُ مَعْلومٌ.

لِنُشِر إِلَى أنَّ الأشْكالَ الوارِدَةَ في النَصّ المَخْطوطِيِّ تَتَلاءَم وخَيارَ الدَوائِرِ الخارِجيّةِ؛ ولَكِنَّ هَذا الشَرْطَ غَيْرُ ضَروريٍّ لِدِراسَةِ المُماسِّ المُشْتَرَكِ الخارِجيِّ.

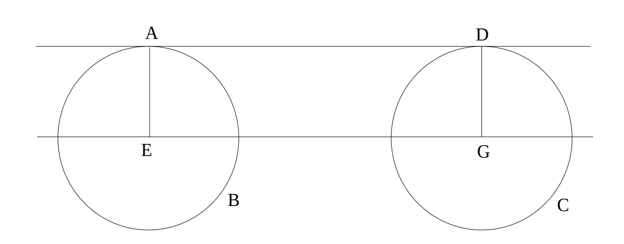
١– الخُطوطُ المُستَقيمةُ المُماسّةُ المُشْتَرَكةُ الخارِجيَّةُ

لِنَأْخُذْ دائِرَتَيْنِ $\mathcal{C}_1\ (E, EA)$ وَ $\mathcal{C}_2\ (G, GD)$ ولْتَكُنْ A وَ D نُقْطَتَي التَماسّ. لَدَيْنا إذاً في هَذِهِ الحالَةِ $\overline{EA} \,//\, \overline{GD}$ ، ويكونُ لِلمُتَّجِهَيْنِ نَفْسُ المَنْحَى.

١–١– الدوائرُ المُتَساوِيَة.

يَكونُ $AEDG$ مُسْتَطيلاً وَبِناؤهُ مُباشَرٌ ويَكونُ لَدَيْنا $AD = EG$، فإذاً AD مَعْلومٌ.

ويُفضي الأمْرُ هُنا إلَى انْسِحَابٍ خَطِيٍّ مُحْدَثٍ بِواسِطَةِ $\overline{EG}$.

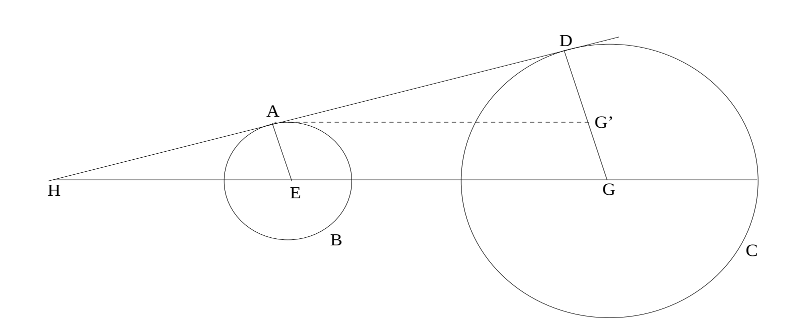


شكل ٢–٢٤أ

١–٢– الدوائرُ غَيْرُ المُتَساوِيَةِ

يَتَقَاطَعُ المُسْتَقيمانِ DA وَ GE عَلَى نُقْطَةٍ H واقِعَةٍ بَعْدَ النُقْطَةِ E ويَكونُ لَدَيْنا $\frac{R}{r} = \frac{GD}{EA} = \frac{GH}{HE}$. وتَكونُ النُقْطَةُ H مَعْلومَةً إذاً.

ويُفضي الأمْرُ هُنا إلَى التَحاكي $h(H, \frac{R}{r})$.

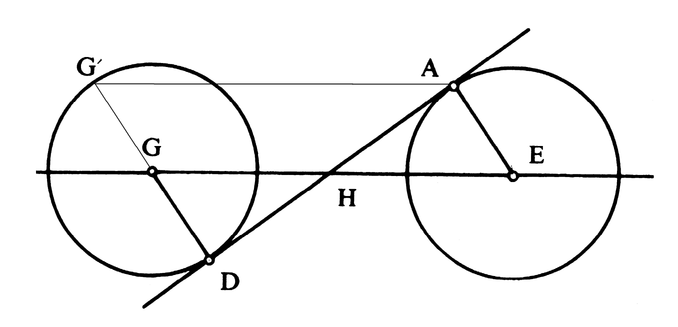


شكل ٢–٢٤ب

٢- الخُطوطُ المُستَقيمَةُ المُماسَّةُ المُشتَرَكَةُ الداخِلِيَّةُ

٢-١ الدَوائر المُتَساوِيَةُ: استِدْلالٌ مُطابِقٌ لِما سَبَقَ.

ويُفضي الأمْرُ هَذِهِ المرّة إلَى تَناظُرٍ مَرْكَزِيٍّ $h(H,-1)$.

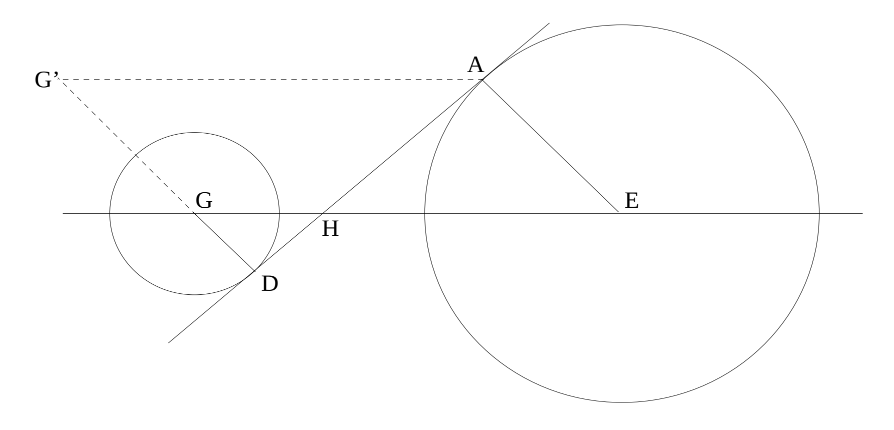


شكل ٢-٢٤جـ

٢-٢ الدوائرُ غَيْرُ المُتَساوِيَةِ

يَكونُ المُتَّجِهانِ $\overrightarrow{EA}$ وَ $\overrightarrow{GD}$ مُتَوازِيَيْنِ، لَهُما مَنحَيانِ مُتَضادّانِ، ويَتَقاطَعُ المُسْتَقيمانِ AD وَ EG عَلَى نُقْطَةٍ H تَقَعُ بَيْنَ المَرْكَزَيْنِ E وَ G ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{EH}{HG} = \frac{GA}{GD} = \frac{R}{r}.$$



شكل ٢-٢٤د

وتَكونُ النُقْطَةُ H مَعْلومَةً إذاً.

ويُفْضي الأمْرُ هُنا إلَى التَحاكي $h(H,-\frac{R}{r})$.

وفي كُلِّ الحالاتِ، يُرْجَعُ بِناءُ المُمَاسِّ إلَى بِناءِ نُقْطَةٍ لِنُسَمِّها D مَثَلاً. فَفي البَنْدِ ١-١، تَحْدُثُ النُقْطَةُ D عن تَقَاطُعِ مُستقيمٍ مُوازٍ لِلمُسْتَقيمِ المَعْلومِ EG مع العَمودِ؛ وفي الحالاتِ الأُخْرَى، تَحْدُثُ عن تَقَاطُعِ دَائِرَةٍ مَعْلومَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في النُقْطَةِ G مع دَائِرَةٍ قُطْرُها GH.

النَصُّ المَخْطوطيُّ

مَقالَةٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ

في المَعْلومَاتِ

ب – ١١ – ظ
س – ٣٣٥ – و

العلم هو ظنّ لا يتغير، والظن هو اعتقاد معنى ما، فالعلم هو اعتقاد معنى ما على ما
5 هو عليه ومع ذلك اعتقاد لا يتغير، كاعتقادنا أن الكل أعظم من الجزء. والاعتقاد لا
يكون إلاّ من مُعتَقِد ومن معنى مُعْتَقَد، وليس يكون الاعتقاد غير متغير إلاّ إذا كان المعنى
المعتقد غير متغير. وإذا كان ذلك كذلك، فالعلم هو اعتقاد معنى لا يصح فيه التغير.
والمعلوم هو المعنى المعتقد الذي لا يصح فيه التغير، والعالم هو المُعتقِدُ معنى لا يصح فيه
التغير. فأما اعتقاد المعاني المتغيرة، فليس يُعدّ علمًا، لأن المعاني المتغيرة ليست ثابتة على
10 صفة واحدة، كاعتقادنا أن زيدًا قائم: وقد يحتمل أن يكون غير قائم في وقت الاعتقاد،
قائمًا في غير وقت الاعتقاد، فإن قُيّد بزمان، كاعتقادنا أن زيدًا قائم الساعة أو كان قائمًا
في وقت كذا، أمكن أن يكون اعتقادًا صحيحًا. فإذا تيقن أنه اعتقاد صحيح، كان
تسميته علمًا على طريق المجاز من أجل أنه يُشبه العلم في صحة الاعتقاد. فأما العلم على
التحقيق، فهو الذي لا يصح فيه التغير في وقت من الأوقات. وإذا كان العلم هو اعتقاد،
15 وكان الاعتقاد لا يكون إلا لُمعتقِدٍ، فالعلم ليس يكون إلاّ لعالم.

إلاّ أن اعتقاد المعنى الذي لا يصح فيه التغير ينقسم قسمين: أحدهما أن يعتقد مُعتقِد
معنى لا يتغير وهو يعلم أن ذلك المعنى لا يتغيّر، والقسم الآخر هو أن يعتقد المعتقد معنى

2 للحسن: للحسين [س] / بن (الثانية): ناقصة [س] – 6 ومن: ناقصة [س] – 7 كذلك: ناقصة [س] – 9 يعد: تعد [س] – 10 زيدًا: زايدا [س] / قائم (الثانية): ناقصة [س] – 11 قائمًا في: وفي [س] أثبت «قائمًا» في الهامش مع بيان موضعها [ب] / قُيّد بزمان: قبل زمان [س] / كاعتقادنا: لاعتقادنا [س] – 12 صحيحًا: مطموسة [س] / فإذا: اذا [س] / تيقن: تيقين [س] / كان: فان [س] – 13 يشبه العلم: مطموسة [س] – 14 فيه التغير في: مطموسة [س] / من: ناقصة [س] – 15 لا... فالعلم: مطموسة [س] – 16 يصح ... يعتقد: مطموسة [س] – 17 أن ... والقسم: مطموسة [س] / المعتقد: ناقصة [س].

لا يتغير وهو لا يعلم أنه لا يتغير، وذلك أن اعتقاد المعنى هو غير اعتقاد تغير المعنى أو عدم تغيره. والمعتقد المعنى الذي لا يتغير وهو يعلم أنه لا يتغير هو عالم بذلك المعنى، وهو مع ذلك عالم بأنه عالم به، لأنه باعتقاده المعنى الذي لا يصح فيه التغير يكون عالمًا بذلك المعنى، وبمعرفته بأنه لا يصح فيه التغير يكون عالمًا بأنه عالم به. والمعتقد المعنى
5 الذي لا يتغير وهو لا يعلم أنه لا يتغير، هو عالم بذلك المعنى، وهو لا يعلم أنه عالم به، لأنه لا يعلم أن ذلك المعنى يصح فيه التغير أو لا يصح فيه التغير. والمعتقد هذا النوع من الاعتقاد هو المعتقد للمعنى من غير برهان ولا ضرورة، بل من طريق السماع والتقليد مع حُسن الظن أو بالخاطر؛ وهذا المعتقد إنما يصح أن يُسمى عالمًا بذلك المعنى، لأنه يعتقد معنى لا يصح أن يتغير وهذا هو حدّ العلم.

10 والعلم ينقسم قسمين: علم بالفعل وعلم بالقوة. فالعلم بالفعل هو ما قد صار اعتقادًا لمعتقد؛ والعلم بالقوة هو ما يصح أن يكون اعتقادًا لمعتقد.

وإذا كان العلم اعتقادًا، وكان الاعتقاد لا يكون إلاّ من مُعتقِد ومن معنى مُعتَقَد وهو المعلوم، وكان العلم ينقسم قسمين: علمًا بالفعل وعلمًا بالقوة؛ فالمعلوم أيضًا ينقسم قسمين: معلومًا بالفعل ومعلومًا بالقوة. والمعلوم بالفعل هو الذي قد صار معلومًا لعالم به،
15 والمعلوم بالقوة هو الذي يصح أن يصير معلومًا لعالم به. وقد تبيّن أن المعلوم هو المعنى الذي لا يصح فيه التغير، فالمعاني التي لا يصح فيها التغير تنقسم قسمين: منها ما هو اعتقاد لُمعتقِد، ومنها ما يصح أن يكون اعتقادًا لُمعتقِد. وكل واحد من القسمين ليس يصح أن يكون معلومًا إلاّ إذا كان المعنى في نفسه لا يصح فيه التغير. وإذا كان جميع ذلك كذلك، فالمعلوم على التحقيق هو كل معنى لا يصح فيه التغير، اعتقد ذلك المعنى معتقد
20 أو لم يعتقده مُعتقِد.

وجميع المعاني المعلومة تنقسم قسمين: أحدهما يختص بالكمية، والآخر لا يختص بالكمية. ونحن نقصر مقالتنا هذه على ما يختص بالكمية من المعاني المعلومة./

والكمية تنقسم قسمين: أحدهما الكمية المنفصلة والآخر الكمية المتصلة. والكمية ب-١٣-و المنفصلة تنقسم قسمين هما: حروف الألفاظ والعدد؛ والكمية المتصلة تنقسم إلى خمسة
25 أقسام هي: الخط والسطح والجسم والثقل والزمان.

1 وهو ... أن: مطموسة [س] – 1-2 أو ... المعنى: مطموسة [س] – 2-3 بذلك ... به: مطموسة [س] – 3-4 التغير ... لا: مطموسة [س] – 4-5 عالم ... يتغير وهو لا: مطموسة [س] – 5 هو عالم: مطموسة [س] – 10 والعلم... قسمين: كررها في الهامش [س] – 13 فالمعلوم: والمعلوم [ب] – 16 فيها: فيه [ب] – 17 لمعتقد: المعتقد [س] / اعتقادًا لمعتقد: اعتقد المعتقد [س] – 21 بالكمية: بالكمية من المعاني [س]، ولعل الناسخ قد قرأ العبارة التي تليها – 23 تنقسم: ينقسم [س].

فالذي تشتمل عليه هذه المقالة من المعاني المعلومة هي: المعاني التي تختص بحروف الألفاظ والمعاني التي تختص بالعدد والمعاني التي / تختص بالخطوط والمعاني التي تختص بالسطوح والمعاني التي تختص بالأجسام والمعاني التي تختص بالأثقال والمعاني التي تختص بالزمان. س-٣٣٥-ظ

5 والمعاني التي تختص بحروف الألفاظ تنقسم إلى ثلاثة أقسام: أحدها هو ما يختص بمائية الحروف والآخر هو ما يختص بكمية عدد الحروف، وهذا القسم يرجع إلى ما يختص بالعدد، والقسم الثالث هو ما يختص بترتيب الحروف واقتران بعضها ببعض، الذي هو الألفاظ.

والمعاني التي تختص بالعدد تنقسم إلى أربعة أقسام: أحدها ما يختص بمائية العدد 10 والآخر ما يختص بكمية العدد والآخر ما يختص بخواص العدد كالذي يخص العدد التام والزائد والناقص والمربع والمكعب وأمثال ذلك التي هي خواص طبيعة العدد، والقسم الرابع هو ما يخص الأعداد عند اقتران بعضها ببعض كالاشتراك والنسب والزيادة والنقصان والكل والجزء.

والمعاني التي تختص بالخطوط تنقسم إلى سبعة أقسام: أحدها ما يختص بمائية الخط 15 والآخر ما يختص بنهاية الخط – وهو النقطة – والآخر ما يختص بشكل الخط، والآخر ما يختص بمقادير الخطوط، والآخر ما يختص بأوضاع الخطوط، أعني نصبتها، وهو ينقسم إلى سبعة أقسام: أحدها وضع الخط من نقط ثابتة، والآخر وضع الخط من نقطة واحدة ثابتة، والآخر وضع الخط من نقطة متحركة أو من نقطٍ متحركة، والآخر وضع الخط من خط ثابت، والآخر وضع الخط من خط متحرك، والآخر وضع الخط من سطح ثابت، 20 والآخر وضع الخط من سطح متحرك. والقسم السادس من القسمة الأولى هو ما يختص بنسب مقادير الخطوط بعضها إلى بعض، والقسم السابع هو ما يختص بتشكل جماعة منها بالتقاء بعضها ببعض.

والمعاني التي تختص بالسطوح تنقسم إلى مثل الأقسام التي تنقسم إليها الخطوط سوى ما يختص بالنهايات، فإن نهايات السطوح هي الخطوط.

9 تنقسم إلى: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 11 العدد: للعدد [س] – 14 والمعاني: المعاني [س] – 16 نصبتها: كتبها «نسبتها» وأثبت الصواب في الهامش [ب] – 17 نقط: نقطه [س] – 18 نقط: نقطه [س] – 21 والقسم: مكررة [س] – 24 الخطوط: الخط [س].

وكذلك المعاني التي تختص بالآجسام تنقسم إلى مثل الآقسام التي تنقسم إليها السطوح، ما سوى القسم الأخير الذي هو التشكل، فإن تشكل الأجسام إنما هو من تشكل أوضاع سطوحها، وكذلك أوضاع الأجسام عند جميع ما تُقاس إليه هي أوضاع سطوح الأجسام.

5 فأما المعاني التي تختص بالأثقال، فهي تنقسم إلى ثلاثة أقسام: أحدها ما يختص بمائية الثقل، والآخر ما يختص بمقادير الأثقال، والآخر ما يختص بنسب الأثقال بعضها إلى بعض.

والمعاني التي تختص بالزمان تنقسم إلى ثلاثة أقسام: أحدها ما يختص بمائية الزمان، والآخر ما يختص بمقدار الزمان، والآخر ما يختص بنسب أجزاء الزمان بعضها إلى بعض.

10 أما المعلوم الذي يختص بمائية حروف اللفظ، فهو الحروف المشتركة التي تُستعمل في جميع اللغات ولا تتغير صورها ولا مخارجها في لغة من اللغات، وذلك أن مائية حروف اللفظ هي أصوات مقطعة تُستعمل في ألفاظ المحاورات والمخاطبات في جميع اللغات، وألفاظ اللغات مختلفة بحسب اختلاف مواصفات أهل اللغات، وجميع الألفاظ المختلفة – في اللغات المختلفة – هي حروف مؤلفة. وهذه الحروف المؤلفة، منها ما هو مشترك لجميع 15 اللغات، ومنها ما يختص بلغة دون لغة. فالذي هو مشترك لجميع اللغات ليس تتغير صورته ولا هيئته، فهو معلوم، لأنه ليس يتغير في جميع الألفاظ التي في جميع اللغات، والذي ليس بمشترك من الحروف قد تتغير صورته في اللغات،/ فمنها ما يوجد في بعض اللغات ب-١٣-ظ ولا يوجد في غيرها من اللغات، ومنها ما يوجد في لغة من اللغات على صفة وفي لغة أخرى على صفة / أخرى. فالمعلوم من حروف اللفظ المختص بمائية الحروف هو الحروف س-٣٣٦-و 20 المشتركة لجميع اللغات.

وأما المعلوم الذي يختص بعدد الحروف، فقد تقدم أنه يرجع إلى ما يختص بكمية العدد.

وأما المعلوم الذي يختص بترتيب الحروف واقتران بعضها ببعضٍ، فهو الألفاظ المستعملة في جميع اللغات. وذلك أن الألفاظ هي حروف مؤلفة مقترن بعضها ببعض، وليس كل 25 حروف مؤلفة هو لفظ مستعمل في لغة من اللغات، بل أكثر ما يتألف من الحروف ليس

1 تنقسم (الأولى والثانية): ينقسم [س] / التشكل: الشكل [ب] – 3 هي: هو [ب، س] – 5 فأما ... بالأثقال: كررها في الهامش [س] – 9 أجزاء الزمان: اجزا لزمان [س] – 10 المشتركة: المشترك [س] / تستعمل: يستعمل [س] – 11 تتغير: يتغير [س]، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 15 تتغير: تغير [ب] – 19 أخرى (الثانية): كرر بعدها «على صفة»، ثم ضرب عليها بالقلم وأثبت الصواب فوقها [س] – 21-22 وأما ... العدد: مكررة [س] – 23 ببعض: ناقصة [س].

هو لفظ مستعمل. والألفاظ المستعملة ليس تتغير صورها ولا ترتيبها، بل كل لفظة تُستعمل في لغة من اللغات هي أبدًا على هيئتها وغير متغيرة في اللغة التي تُستعمل فيها. فالمعلوم الذي يختص باقتران حروف اللفظ هو الألفاظ المستعملة في جميع اللغات.

فأما المعلوم الذي يختص بمائية العدد، فهو الوحدة فقط. وذلك أن مائية العدد هي 5 الوحدة وما يحدث من تكرارها. وكل عدد من الأعداد فليس فيه شيء غير الوحدة والتكرار. والتكرار الذي في العدد ليس هو تكرار واحد بعينه، بل تكرار يزيد وينقص، فالتغير مسلط عليه، والوحدة ليس للتغير إليها طريق بوجهٍ من الوجوه. فالمعلوم الذي يختص بمائية العدد هو الوحدة فقط.

وأما المعلوم الذي يختص بكمية العدد، فهو كل عدد متناهي العدة، وليس يتغير في 10 الزيادة ولا النقصان. وهذا النوع من العدد ينقسم قسمين: أحدهما أن يكون العدد محصورًا بالاضطرار، والآخر أن يكون محصورًا بالفرض. فالذي هو محصور بالاضطرار كعدد الكواكب وعدد الأفلاك وعدد الأسطقسات، وما جرى مجرى ذلك، وهو كل عدد لا تزيد معدوداته ولا تنقص. وإذا كان المعدود لا يتغير بزيادة ولا نقصان، فعدده لا يتغير بزيادة ولا نقصان؛ وليس يدخل على العدد تغيّر إلاّ بالزيادة أو النقصان فقط. وإذا كان 15 المعدود لا يعرض فيه الزيادة ولا النقصان، فعدده لا يعرض فيه الزيادة ولا النقصان، فهذا القسم من العدد هو محصور الكمية بالاضطرار. وأما القسم الآخر فهو المحصور بالفرض، وهو أن يفرض الإنسان في تخيله أو في مسألة عددية يفرضها فرضًا عددًا ما، ويفرض أنه لا يتغير، أو يفرض في الحسّ والوجود معدودات معينة، فيكون قد فرض بطريق الفرض عددًا لا يتغير. فعلى هذين الوجهين تكون كمية العدد معلومة.

20 فأما المعلوم الذي يختص بخواص العدد كخواص المربع والمكعب والمسطح والمجسم والتام والزائد والناقص وما جرى مجرى هذه، فهو صورة كل واحد من هذه الأعداد التي منها تقومت خواصه، كصورة المربع التي منها تقومت خواصه وهي ضرب عدد في مثله. فالمعنى المعلوم من المربع الذي يخص خواص المربع هو ضرب عدد في مثله، وهذا المعنى هو في كل مربع وهو معنى لا يتغير في كل مربع مع تغير أضلاع المربعات وتغير كميات 25 المربعات؛ فإن كل خاصة لكل مربع فإنما تتقوم من ضرب عدد هو ضلعه في مثله. وكذلك

---

1 والألفاظ: الالفاظ [س] – 4 هي: هو [ب، س] – 5 وكل: فكل [س] – 7 مسلط: متسلط [س] – 10 يكون: تكون [س] – 13 بزيادة: زيادة [س] – 14 بزيادة: زيادة [س] – 17 يفرض: بعض [س] – 22 مثله: نجدها في الهامش [س] – 23 فالمعنى... مثله: ناقصة [س] – 25 ضلعه في: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب].

المكعب صورته التي منها تتقوم خواصه هي ضرب عدد فيما يجتمع من ضربه في مثله. وكذلك المسطح صورته هي ضرب عدد في عدد. وكذلك المجسم صورته هي ضرب عدد فيما اجتمع من ضرب عدد في عدد./ والتام صورته هي مساواته لجملة جميع أجزائه، ب-١٤-و
والزائد صورته هي زيادة جميع أجزائه عليه، والناقص صورته هي نقصان جميع أجزائه
5 عنه، وكذلك كل عدد يجري مجرى هذه له صورة منها تقومت خواصه. فالمعلوم من كل عدد ذي خاصة أو خواص هو صورته التي منها تتقوم خاصته أو خواصه، لأن تلك الصورة لا تتغير في كل واحد من أعداد ذلك النوع مع تغير كميته وتغير أجزائه وأضلاعه.

وأما المعلوم الذي يختص باقتران الأعداد بعضها ببعض، فهو ينقسم إلى ستة أقسام: وأحدها وأولها هو مساواة كل وحدة في كل عدد من الأعداد لكل وحدة في كل عدد من
10 الأعداد، والقسم الثاني هو أن كل عدد فهو أضعاف كل وحدة فيه وأضعاف لكل وحدة في كل عدد مقترن به، والقسم الثالث هو أن كل عددين فهما مشتركان بالوحدة وأن الوحدة تعدّ كل واحد منهما، والقسم الرابع هو أن كل عددٍ فهو أجزاء من كل عددٍ يُقرن به، والقسم الخامس هو أن كل عددين مختلفين، فإن أحدهما يزيد على الآخر والآخر ينقص عن الأول. فهذه المعاني هي موجودة في جميع الأعداد ولا تتغير في شيء من
15 الأعداد. وأما القسم السادس فهو النسب، وكل نسبة عددية فهي بين عددين، والنسبة العددية هي قياس كمية العدد المنسوب إلى كمية العدد المنسوب إليه. والنسبة المعلومة هي نسبة كل عددين معلوميْ الكمية أحدهما إلى الآخر، ومع ذلك نسبة كل عددين هما أضعاف متساوية لعددين معلوميْ الكمية أو أجزاء متساوية العدة لعددين معلوميْ الكمية أو جزآن نظيران لعددين معلوميْ الكمية. وكل عددين فهما أقلّ عددين على نسبتهما أو
20 أضعاف متساوية لأقل عددين على نسبتهما؛ وذلك أن كل عددين هما أقل عددين/ على نسبتهما فهما يعدان كل عددين على نسبتهما بالسويّة الأقلُّ الأقلَّ، والأكثرُ الأكثرَ. وربما عدّ العددين المعدودين عددان آخران هما أضعاف متساوية لأقل عددين على نسبتهما. وإذا كان ذلك كذلك، فكل عددين ليسا بأقل عددين على نسبتهما، فهما أضعاف متساوية لأقل عددين على نسبتهما، لأنهما معدودان بأقل عددين على نسبتهما؛ وربما كانا
25 أضعافًا متساوية لأضعاف العددين اللذين هما أقل عددين على نسبتهما. وإذا كان العددان س-٣٣٦-ظ

1 هي: هو [ب، س] – 2 هي: ناقصة [س] هو [ب] / هي: هو [ب، س] – 3 هي: هو [ب، س] / مساواته: مساوية [س] – 4 هي: هو [ب، س] / هي: هو [ب، س]، وكررها ناسخ [س] / نقصان: نفصل [س] – 9 وأحدها: فاحدها [س] – 9-10 لكل ... الأعداد: ناقصة [س] – 11 فهما: فيما [س] – 15 السادس: ناقصة [س] – 18 لعددين: العددين [س] – 19 جزآن: جزان ان [س] / أقل: أول [ب، س] – 23 فكل: لكل [س] – 24 كانا: كان [س].

العادّان معلومين، فإن نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة، وهي نسبة العددين المعدودين، فيكون نسبة العددين المعدودين أحدهما إلى الآخر معلومة، وإنْ لم يكن كمياتهما معلومتين. وإذا كانت كمية العددين المعدودين معلومة، فإن نسبة العددين العادّين أيضًا أحدهما إلى الآخر معلومة، لأن نسبة الأجزاء مساوية لنسبة أضعافها المتساوية. فالنسبة
5 المعلومة هي نسبة كل عددين معلومي الكمية أحدهما إلى الآخر، ونسبةُ كل عددين هما أضعاف العددين المعلومي الكمية ونسبةُ كل جزئين نظيرين للعددين المعلومي العدة ونسبةُ كل عددين هما أجزاء متساوية للعددين المعلومي العدة. وبالجملة، فإن النسبة العددية المعلومة هي التي تكون في عددين/ معلومي الكمية أو مساوية لنسبة عددين معلومي الكمية. فالمعلوم من النسبة العددية المعلومة هو كمية كل واحد من العددين المنسوب
10 أحدهما إلى الآخر إذا كان كل واحد منهما معلومًا، أو كمية العددين المعلومين اللذين على نسبتهما.

ب-١٤-ظ

فأما المعلوم الذي يختص بمائية الخط، فهو أن الخط طولٌ لا عرض له، لأن هذا المعنى هو في جميع الخطوط ولا يتغير في شيء منها. فأما طول الخط وشكله، فإنه يتغير في الخطوط، لأن الخطوط منها مستقيم ومنها مستدير ومنها منحنٍ على اختلاف أنواع
15 الانحناء. فالمعلوم الذي يختص بمائية الخط هو أن الخط طول لا عرض له.

وأما المعلوم الذي يختص بنهاية الخط – التي هي النقطة – فهو معنيان: أحدهما يختص بمائيتها وهو أنها غير متجزئة، والآخر وضعها، وهو بُعدُها من نقطة أخرى موجودة في التخيل أو نقط، إذا كان ذلك البُعد أو تلك الأبعاد لا تتغير. وهذا المعنى ينقسم ثلاثة أقسام: أحدها أن تكون النقطة نفسها المعلومة الوضع ثابتة والنقطة أو النقط الموجودة في
20 التخيل أيضًا ثابتة ولا تتحرك واحدة منها بضرب من ضروب الحركات، والآخر أن تكون النقطة الموجودة في التخيل ثابتة والنقطة المعلومة الوضع متحركة حول النقطة الثابتة حركة مستديرة والبُعد الذي بينهما لا يتغير، والقسم الثالث أن تكون النقطة المعلومة الوضع بُعدها من نقطة موجودة في التخيل بُعد لا يتغير، أو أبعادها من نقطٍ موجودة في التخيل أبعاد لا تتغير، وتكون النقطتان أو جميع النقط متحركة حركة متساوية في جملة واحدة،
25 والأبعاد التي بينها وبين النقط لا تتغير، فهذان المعنيان هما معلومان ويختصان بالنقطة التي هي نهاية الخط.

1 نسبة (الثانية): غير واضحة [ب] – 4 لنسبة: كنسبة [س] – 6 العددين: للعددين [س] – 8 لنسبة: كنسبة [س] – 10 العددين: ناقصة [س] – 12 فأما: واما [س] – 14 على: ناقصة [س] – 18 ذلك: ناقصة [ب] – 21 النقطة (الأولى): النقط [ب] – 22 بينهما: بينها [ب] – 24 جملة: جهة [س] – 25 بينها وبين: بين [س].

وأما المعلوم الذي يختص بشكل الخط، فهو المعنى الذي منه تتقوم ذات الخط، فهو في الخط المستقيم نهايتا الخط مع القصر، وذلك أن الخط المستقيم هو البُعد بين نهايتيه على أن ذلك البُعد هو أقصر الأبعاد التي بين نهايتيه، فالمقوم لذاته هو نهايتاه، لأن نهايتيه هما اللتان تحدّان البُعد الذي بينهما؛ فإذا اشترط مع البُعد القِصر، كان ذلك البُعد

5 هو الخط المستقيم. فالمعنى المعلوم الذي يختص بشكل الخط المستقيم، الذي لا يتغير في شيء من الخطوط المستقيمة، هو النهايتان مع القِصر. وأما الخط المستدير فالمقوم لذاته هو السطح المستدير الذي الخط نهاية له، والمقوم لذات السطح المستدير هو المركز مع البُعد الذي بين المركز والمحيط. فالمقوم لذات الخط المستدير – الذي هو المقوّم الأول – هو مركزه والبُعد الذي بينه وبين المركز./ فالمعنى المعلوم الذي يختص بشكل الخط المستدير هو المركز   س – ٣٣٧ – و

10 ونصف القطر. فإذا كان نصف القطر لا يتغير مقداره، كان الخط المستدير دائرةً تامة أو كان قوسًا من دائرة، كان القوس أو محيط الدائرة محدّبًا أو مقعرًا. فأما الخطوط المنحنية التي تصح أن تكون معلومة الشكل، فهي التي لها ترتيب ونظام ومعنى تتقوم منه ذاتها لا تتغير في واحد من أنواعها. والمعنى المعلوم من الخط المنحني الذي يختص بشكله هو المعنى المقوم لذاته، / فالخط المعلوم الشكل هو الخط الذي يكون المعنى المقوّم لذاته معلومًا.   ب – ١٢ – و

15 وأما المعلوم الذي يختص بمقادير الخطوط، فهو كمية طول الخط. وكمية طول الخط إنما تُعلم بعلم البُعد الذي بين نهايتيه مع العلم بشكل الخط. فالخط المتناهي المعلوم المقدار هو الذي يكون البُعد الذي بين نهايتيه لا يتغير، أعني لا يزيد ولا ينقص، ويكون شكله مع ذلك لا يتغير. وذلك أن كل نقطتين فبينهما خطوط بلا نهاية مختلفة الأشكال، كلُّ واحدٍ منها يُسمى بُعدًا، وليس يُتخيل واحد منها بتخيل نهايتيه فقط إلا الخط المستقيم،

20 لأنه كان أقصر خط يصل بين النقطتين. ولأن صورة الاستقامة مستقرة في التخيل، وليس يختلف شكل الاستقامة في خط من الخطوط المستقيمة ولا يتغير، فالخط المستقيم المعلوم القدر هو الذي أقصر الأبعاد التي بين نهايتيه لا يتغير.

فأما الخط المستدير، فإنه أيضًا بُعد بين نهايتيه إذا كان قوسًا؛ إلا أنه ليس هو أقصر الأبعاد، ومع ذلك فليس ينحصر مقداره بنهايتيه، لأنه قد يقع بين نهايتيه خطوط

25 مستديرة كثيرة مختلفة المقادير، كل واحد منها غير مساوٍ للآخر ولا له إليه نسبة؛ فليس

3 بين: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 4 هما اللتان تحدان: هي التي تحد [ب، س] – 7 المستدير (الثانية): مستدير [س] / البعد: ناقصة [س] – 9 المستدير: ناقصة [س] – 10 فإذا: اذا [ب، س] – 13 الذي: التي [س] – 20 كان: ناقصة [س] – 21 المستقيمة: المستقيم [س] – 23 بين: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 25 مساوٍ: مساوي [س] / للآخر: الاخر [س].

يكون مقدار الخط المستدير معلومًا إلا إذا كان نصف قطره معلومًا، أعني لا يتغير مقداره. وإذا كان نصف قطره معلومًا، فقد صار شكله معلومًا لأن نصف قطره هو الذي يقوّم ذاته. فالخط المستدير المتناهي ليس يكون معلوم المقدار إلاّ إذا كان البُعد الذي بين نهايتيه معلوم المقدار، أعني الخط المستقيم الذي هو وتره، وكان شكله مع ذلك معلومًا.

5 وكذلك الخط المنحني، ليس يكون معلوم المقدار إلاّ إذا كان شكله معلومًا، وليس يكون شكله معلومًا إلاّ إذا عُلم المعنى المقوّم لذاته، لأن كل نقطتين فبينهما خطوط منحنية كثيرة، كل واحد منها غير مساوٍ للآخر ولا له إليه نسبة. فالخط المنحني المتناهي ليس يكون مقداره معلومًا إلاّ إذا كان البعد الذي بين نهايتيه – الذي هو الخط المستقيم الذي هو وتره – معلوم المقدار، وكان شكل الخط المنحني معلومًا.

10 فالخط المتناهي المعلوم القدر هو الذي يكون البعد الذي بين نهايتيه معلوم القدر ويكون شكله مع ذلك معلومًا.

فأما الخط المستدير الذي هو دائرة تامة، الذي هو معلوم القدر، فهو الذي نصف قطره معلوم القدر؛ لأنه إذا كان نصف قطره معلوم القدر، فإن مقدار الخط المستدير لا يتغير ولا شكله يتغير.

15 فأما الخط المنحني إذا كان تامّ الإحاطة، فليس يكون معلوم القدر، إلاّ إذا كان بُعد كل نقطة تُفرض عليه من مركزه أو من نقطة ثابتة في داخله معلوم القدر، أعني الخطوط المستقيمة.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط بالقياس إلى نقط ثابتة، فهو أبعاد النقط التي على الخط من كل واحدة من نقطتين أو أكثر من نقطتين من النقط الثابتة. إذا كانت هذه 20 الأبعاد لا تتغير، والخط الذي بهذه الصفة هو الخط الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات ما سوى الزيادة أو النقصان، فإن ذلك لا يغير وضعه وإنما يغير مقداره. والخط الذي لا يتحرك بضرب من / ضروب الحركات فهو معلوم الوضع بالقياس إلى النقط ب-١٢-ظ الثابتة، لأن الخط، إذا كان بُعد كل نقطة تفرض عليه من كل واحدة من نقطتين أو أكثر من نقطتين من النقط الثابتة بُعدًا لا يتغير، فإن ذلك الخط لا يتحرك بضرب من ضروب 25 الحركات، كان الخط مستقيمًا أو كان مستديرًا أو بأي شكل كان. فإن الخط إذا تحرك على

7 مساوٍ: مساوي [ب]، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 20 الخط (الثانية): ناقصة [س] – 22 لا: ناقصة [س] / فهو: هو [س] / الوضع: الواضع [س] / النقط: النقطة [ب، س] – 24 بعدًا: بعد [ب، س] – 25 كان ... مستديرًا: تحتاج الجملة إلى همزة التسوية، ويصح أن تُعدّ مقدرة.

سمت الاستقامة، تغير بُعد كل نقطة منه من كل نقطة ثابتة، كان الخط مستقيمًا أو كان غير مستقيم. وكذلك إذا تحرك على سمت خط منحنٍ، وإن تحرك على الاستدارة، فإن النقط التي عليه إنما يمكن أن تحتفظ بالبعد، الذي بين كل واحدة منها وبين نقطة واحدة فقط، إذا كان الخط متحركًا حول تلك النقطة الواحدة. فأما النقط الباقية الثابتة، فإن
5 أبعاد ما بينها وبين النقط التي على الخط تتغير على جميع الأحوال.

والخط المعلوم الوضع بالقياس إلى النقط الثابتة هو الخط الذي لا يتحرك / بضرب س - ٣٣٧ - ظ من ضروب الحركات ما سوى الزيادة والنقصان، وهو الذي أبعاد النقط التي عليه من كل واحدة من نقطتين أو أكثر من نقطتين من النقط الثابتة أبعاد لا تتغير. والخط الذي بهذه الصفة يُسمى معلوم الوضع على الإطلاق من غير شرط ولا إضافة، كان الخط مستقيمًا أو
10 غير مستقيم. فالخط المستقيم المعلوم الوضع على الإطلاق هو الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات ما سوى الزيادة والنقصان. والخط المستدير المعلوم الوضع على الإطلاق هو الذي مركزه معلوم الوضع ونصف قطره معلوم القدر، والمعلوم من هذا الخط هو أبعاد النقط التي عليه من النقط الثابتة، لأن هذه الأبعاد لا تتغير.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط بالقياس إلى نقطة واحدة ثابتة، فهو الأبعاد
15 التي بين كل نقطة تُفرض على الخط وبين النقطة الثابتة، إذا كانت الأبعاد لا تتغير. والخط الذي بهذه الصفة يُسمى معلوم الوضع بالقياس إلى النقطة الثابتة؛ وليس يكون هذا الخط معلوم الوضع على الإطلاق، لأن هذا الخط قد يحفظ الأبعاد التي بينه وبين النقطة الثابتة وإن كان هو متحركًا؛ وذلك أن هذا الخط قد يمكن أن يتحرك حول النقطة الثابتة وتكون الأبعاد التي بين النقط التي عليه وبين النقطة الثابتة لا تتغير، وذلك أنه إذا
20 وُصل بين نهايتيه وبين النقطة الثابتة بخطين مستقيمين، وحُرك المثلث الذي يحدث من الخط ومن الخطين الخارجين من نهايتيه إلى النقطة الثابتة حول النقطة الثابتة، فإن أبعاد النقط التي على الخط من النقطة الثابتة لا تتغير ويكون الخط مع ذلك متحركًا، كان الخط مستقيمًا أو غير مستقيم. وإن كان الخط محيط دائرة، وكان متحركًا حول مركزه، فإن أبعاد النقط التي عليه من النقطة الثابتة – التي هي مركزه – لا تتغير. فالخط المعلوم
25 الوضع بالقياس إلى نقطة واحدة ثابتة هو الخط الذي أبعاد النقط التي عليه من النقطة

1 تغير: ناقصة [س] – 3 تحتفظ: تتحفظ [ب، س] / بالبعد: البعد [ب، س] / واحدة (الأولى): واحد [ب، س] – 4 النقط: النقطة [س] – 5 بينها: بينهما [س] – 6 النقط: النقطة [ب] – 10 المستقيم: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 15 تفرض: يعرض [س] – 17 لأن: ولان [س] – 21 الخطين: غير واضحة [س] – 22 متحركًا: متحر [س] – 23 وكان: كان [ب، س] – 25 النقطة: النقط [س].

الثابتة أبعاد لا تتغير، كان الخط ثابتًا غير متحرك أو كان متحركًا على الاستدارة حول النقطة الثابتة، كان الخط مستقيمًا أو كان غير مستقيم.

وأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط من نقطة متحركة أو نقط متحركة، فهو الأبعاد التي بين كل نقطة تُفرض على الخط / وبين النقطة المتحركة أو النقط المتحركة، إذا كانت ب-١٥-و
5 الأبعاد التي بين النقط معلومة وكان الخط متحركًا بحركة مساوية لحركة النقطة المتحركة أو النقط المتحركة وفي الجهة التي تتحرك إليها النقطة أو النقط. فالخط المعلوم الوضع بالقياس إلى نقطة متحركة أو نقط متحركة، هو الخط الذي أبعاد النقط التي عليه من النقطة المتحركة أو النقط المتحركة أبعاد لا تتغير، وهو مع ذلك متحرك بحركة مساوية لحركة النقطة المتحركة أو النقط المتحركة وفي جهة حركتها، كان الخط مستقيمًا أو غير مستقيم.

10 وأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط من خط ثابت، فهو الزاوية التي يحيط بها ذلك الخط مع الخط الثابت إن كان الخطان متقاطعين، وإن كانا غير متقاطعين، فالزاوية التي تحدث عند إخراج الخطين إلى أن يلتقيا إن كان الخطان من الخطوط التي يمكن أن تلتقي. فالخط المعلوم الوضع بالقياس إلى خط ثابت – إذا كان الخطان من الخطوط التي يمكن أن تتقاطع – هو الذي يحيط مع الخط الثابت بزاوية معلومة، كان الخط المعلوم
15 الوضع أيضًا ثابتًا غير متحرك بضرب من ضروب الحركات أو كان متحركًا وهو مع ذلك حافظ لصورة الزاوية التي يحيط بها الخط نفسه المعلوم الوضع والخط الثابت الذي يُقاس إليه.

فالخط المستقيم المعلوم الوضع بالقياس إلى خط ثابت – إذا كان مقاطعًا للخط الثابت أو يمكن إن يقاطعه – فهو الخط المستقيم الذي يحيط مع الخط الثابت بزاوية
20 معلومة، ويكون إما ثابتًا لا يتحرك أو يكون متحركًا بجملته وهو حافظ للزاوية أو يكون متزيدًا أو منتقصًا، فإن الخط المستقيم الذي بهذه الصفة ليس يتغير وضعه من الخط الثابت، لأن الزاوية التي بينهما لا تتغير، كان الخط الثابت مستقيمًا أو كان غير مستقيم. والمعلوم من وضع هذا الخط هو الزاوية المعلومة.

والخط المستدير المعلوم الوضع بالقياس إلى الخط الثابت – إن كان الخط الثابت
25 مقاطعًا له / أو أمكن أن يقاطعه إذا خرج دائمًا – هو الخط المستدير الذي يحيط مع س-٣٣٨-و الخط الثابت بزاوية معلومة، ويكون إما ثابتًا لا يتحرك أو يكون متحركًا حول مركزه ومركزه

11 كانا: كان [س] – 25 خرج: رح [س] / مع: ناقصة [س] – 26 ومركزه: ناقصة [س].

ثابت لا يتحرك، كان الخط الثابت مستقيمًا أو غير مستقيم أو يكون متحركًا على الخط الثابت، والزاوية التي بينهما لا تتغير. وذلك يكون إذا كان الخط الثابت مستقيمًا أو مستديرًا. فإن الخط المستدير الذي بهذه الصفة ليس يتغير وضعه من الخط الثابت، لأن الزاوية التي بينه وبين الخط الثابت لا تتغير، والمعلوم هو الزاوية.

5 فأما إن كان الخط لا يقاطع الخط الثابت ولا يمكن أن يقاطعه، فإنما يكون معلوم الوضع بالقياس إلى الخط الثابت، إذا كان متى قطعهما خط مستقيم وأحاط مع أحد الخطين بزاوية معلومة أحاط مع الخط الآخر بزاوية معلومة، كان الخط المعلوم الوضع ثابتًا غير متحرك أو كان متحركًا، وهو حافظ لصورة الزاوية التي تحدث بينه وبين الخط القاطع له، وكان ذلك ممكنًا فيه. والمعلوم من الخط الذي بهذه الصفة هو الزاويتان اللتان تحدثان 10 من تقاطع الخطين للخط القاطع لهما.

وأما الخط المنحني المعلوم الوضع بالقياس إلى خط ثابت، فهو الخط الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات، كان الخط الثابت مستقيمًا أو غير مستقيم، أو الخط المنحني المتحرك على الخط الثابت إذا كان الخط الثابت مستقيمًا أو مستديرًا وتكون النقطة من الخط المنحني التي على الخط المستقيم أو المستدير لا تتغير، وتكون الزاوية مع ذلك التي 15 بينه وبين الخط المستقيم أو المستدير لا تتغير، هذا إذا كان الخط المنحني قاطعًا للخط الثابت. فإن كان غير قاطع له، فإنما يكون معلوم الوضع، إذا كانت حاله مع الخط المستقيم القاطع له وللخط الثابت على زاويتين معلومتين الحالَ التي تقدمت صفتها مع الخط الثابت.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط / بالقياس إلى خط متحرك، فهو المعلوم الذي ب-١٥-ظ 20 في الفصل الذي تقدم لا فرق بينهما في الزوايا ولا في الأقسام، إلاّ أن الفرق بين هذا الخط والخط الذي قبله هو أن الخط المقيس إليه الوضع هو في الخط الأول ثابت وهو في هذا الخط متحرك، والخط المقيس إليه متحرك بحركته وفي جهة حركته، كان هذا الخط المعلوم الوضع مستقيمًا أو غير مستقيم.

وأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط بالقياس إلى سطح ثابت، فهو الزاوية القائمة 25 إن كان الخط عمودًا على السطح الثابت أو على سطح مماس للسطح الثابت عند طرف العمود، إذا كان السطح الثابت محدبًا أو مقعرًا، أو الزاوية التي يحيط بها الخط مع

3 الصفة: الصفات [س] – 5 فإنما: قايما [س] – 13 المتحرك: متحرك [ب] – 20 ولا في: والفى [س].

العمود الخارج من نقطة من الخط القائم على السطح أو القائم على سطح مماس للسطح الثابت عند طرف العمود، إذا كانت الزاوية معلومة. فالخط المعلوم الوضع بالقياس إلى سطح ثابت هو العمود القائم على السطح الثابت أو على سطح مماس للسطح الثابت عند مسقط العمود، أو الذي يحيط مع العمود بزاوية معلومة، كان الخط المعلوم الوضع ثابتًا
5 غير متحرك أو كان متحركًا على السطح الثابت وهو مع ذلك حافظ للزاوية القائمة أو المعلومة، والمعلوم هو الزاوية.

وأما المعلوم الذي يختص بوضع الخط بالقياس إلى سطح متحرك، فهو المعلوم الذي في الفصل الذي تقدم، أعني الزاوية، إلاّ أن الفرق بين هذا الخط والخط الذي قبله هو أن السطح المقيس إليه الوضع هو في الخط الأول ثابت وهو في هذا الخط متحرك،
10 والخط المقيس إليه متحرك بحركة مساوية لحركته وفي جهة حركته، كان الخط مستقيمًا أو كان غير مستقيم. فالخط المعلوم الوضع بالقياس إلى سطح متحرك هو الخط القائم على السطح المتحرك أو السطح المماس للسطح المتحرك عند مسقط العمود، أو الخط الذي يحيط مع العمود الخارج من نقطة من الخط القائم على السطح المتحرك أو السطح المماس للسطح المتحرك عند طرف العمود بزاوية معلومة، إذا كان الخط متحركًا بحركة مساوية
15 لحركة السطح وفي جهة حركته.

فأما المعلوم الذي يختص بنسب مقادير الخطوط بعضها إلى بعض، فهو معنيان: أحدهما هو شكل الخطين المنسوب أحدهما إلى الآخر، والآخر كمية كل واحد من الخطين؛ وذلك أنه ليس كل خطين / يكون لأحدهما إلى الآخر نسبة، وليس يكون بين الخطين نسبة، إلاّ إذا كانا من نوع واحد وكان المقوم لذاتهما معنى واحدًا كالخطين س – ٣٣٨ – ظ
20 المستقيمين والقوسين من دائرة واحدة أو دائرتين متساويتين. وهذان النوعان فقط من الخطوط هما اللذان يصح أن تقع بين مقادير أشخاصها نسب. وأما غير هذين النوعين من الخطوط، فليس بين مقاديرها نسبة؛ فالنسبة المعلومة التي تكون في الخطوط هي التي تكون بين خطين مستقيمين أو مستديرين من نوع واحد، ويكون مقدار كل واحد منهما معلومًا، أو مساوية لنسبة خطين من نوعهما يكون مقدار كل واحد منهما معلومًا. فالمعلوم
25 من الخطين المستقيمين والمستديرين اللذين من نوع واحد – اللذين نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة – هو مقدار كل واحد من الخطين، إذا كان كل واحد منهما معلومًا، أو مقدار كل

2 فالخط: ما الخط [س] – 12 الذي: ناقصة [س] – 18 يكون لأحدهما: يكون في أحدهما [س] – 19 إلا: كتبها فوق السطر [س] / واحدًا: واحد [ب، س].

واحد من الخطين المعلومي المقدار اللذين نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الخطين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر. فالخطان اللذان نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة هما المستقيمان والمستديران اللذان مقدار كل واحد منهما معلوم، أو مقدار كل واحد من خطين معلومي المقدار نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الخطين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر. فالنسبة
5 المعلومة / التي تكون بين خطين هي التي تكون بين خطين معلومين، لأن النسب التي بين المقادير المعلومة لا تتغير، من أجل أن المقادير المعلومة لا تتغير مقاديرها، فليس يتغير مقدار أحدهما عند قياسه بمقدار الآخر. ب-١٦-و

وأما المعلوم الذي يختص بالأشكال المركبة من الخطوط المتلاقية، فهو صورتها، وهو معنى مركب من زواياها ومن مقاديرها بقياس بعضها إلى بعض التي هي نسب بعضها
10 إلى بعض إذا كانت الأضلاع مستقيمة أو قسيًا من دوائر متساوية. فإذا كانت زوايا الشكل معلومة، أعني لا تتغير وعُلم أنها لا تتغير وكانت نسبة كمية كل واحد من الأضلاع إلى كل واحد من الأضلاع الباقية نسبة معلومة، فإن صورة الشكل لا تتغير، كان مقدار كل واحد من الأضلاع معلومًا لا يتغير أو كانت مقادير الأضلاع تتغير ومع ذلك حافظة للنسب التي بينها والزوايا التي بينها، كانت الأضلاع كلها مستقيمة أو كانت كلها مستديرة من
15 دوائر متساوية أو كان بعضها مستقيمًا وبعضها مستديرًا، إذا كانت نسب المستقيم منها إلى المستقيم لا يتغير وكانت نسب المستدير إلى المستدير لا تتغير. فالشكل المعلوم الصورة الذي تحيط به خطوط مستقيمة أو قُسيٌّ من دوائر متساوية هو الذي زواياه معلومة ونسب أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة.

فأما الأشكال المعلومة الصورة المركبة من خطوط منحنية، فهي التي زواياها فقط
20 معلومة، لأن الخطوط المنحنية ليس يصح أن تكون بين مقاديرها نسب إلاّ إذا كانت متساوية فقط، لأن أجزاء الخط المنحني ليس يقدرها مقدار واحد ولا ينطبق كل واحد منها على الآخر ولا أجزاء الواحد منها متشابهة الصور، بل كل جزأين من الخط الواحد المنحني أبدًا مختلفا الصورتين. فالشكل الذي تحيط به خطوط منحنية أو خطوط بعضها منحنٍ إنما يكون معلوم الصورة إذا كانت زواياه فقط معلومة.

25 فأما المعلوم الذي يختص بمائية السطح، فهو أن السطح طول وعرض فقط، لأن هذا المعنى هو في جميع السطوح ولا يتغير في واحد منها. فأما كمية طول السطح وعرضه

5 النسب: النسبة [س] – 8 وأما: فاما [س] – 9 زواياها: زوايا [س] / بعض: أثبت فوقها «البعض» [ب] – 16 نسب: نسبة [ب] – 23 مختلفا: مختلفة [ب] – 24 منحنٍ: منحنية [س] – 26 ولا: لا [س].

وهيئته، فإنها تتغير في السطوح، لأن السطوح مختلفة الأشكال مختلفة الهيئات في التسطيح والتحديب والتقعير. فالمعلوم الذي يختص بمائية السطوح هو أن السطح طول وعرض فقط.

وأما المعلوم الذي يختص بشكل السطح، أعني هيئة السطح، فهو المعنى المقوم لذاته،
5 فهو في السطح المستوي نَهاياتُه المحيطة به مع الصغر، لأن السطح المستوي هو أصغر سطح تحيط به نهاياتُه، فالمعنى المعلوم الذي يختص بشكل السطح المستوي الذي لا يتغير في شيء من السطوح المستوية هو نهاياتُه مع الصغر.

فأما السطح الكري فالمقوم لذاته هو الجسم الكري، والمقوم لذات الجسم الكري هو مركزه ونصف قطره، فالمقوم لذات السطح الكري، الذي هو العلة الأولى هو مركزه ونصف
10 قطره، كان السطح الكري كرة تامة أو كان قطعة من كرة محدبًا كان أو مقعرًا.

فأما السطوح المحدبة والمقعرة غير الكرية التي تصح أن تكون معلومة الشكل، فهي التي لها ترتيب ونظام ومعنى تتقوم منه ذاتها لا تتغير في كل واحد من أنواعها. والمعنى المعلوم من السطح المحدب والمقعر الغير الكري الذي / يختص بشكله هو المعنى المقوم لذاته، فالسطح المعلوم الشكل هو الذي المعنى المقوم لشكله معلوم. س - ٣٣٩ - و

15 وأما المعلوم الذي يختص بمقادير السطوح، فهو كمية مساحة السطح إذا كانت مساحة السطح لا تتغير بالزيادة والنقصان. فالسطح المعلوم المقدار هو السطح الذي كمية مساحته لا تتغير. وأما ما هي مساحة السطح وكيف نعلم مساحة السطح، فقد ذكرناه في كتابنا / في *المساحة* وشرحناه هناك شرحًا مستقصى، وليس يليق الكلام في شرح كيفية المساحة بهذا الكتاب. ب - ١٦ - ظ

20 فأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح بالقياس إلى نقط ثابتة، فهو أبعاد كل نقطة تُفرض على السطح من نقطتين أو أكثر من نقطتين من النقط الثابتة، إذا كانت هذه الأبعاد لا تتغير. والسطح الذي بهذه الصفة هو السطح الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات ما سوى الزيادة والنقصان، فإن ذلك لا يغير وضعه وإنما يغير مقداره، لأنه إذا كانت أبعاد النقط التي على السطح من نقطتين أو أكثر من نقطتين من النقط الثابتة
25 أبعادًا لا تتغير، فإن السطح لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات، كان السطح مستويًا أو

2 السطوح: السطح [س] – 9 لذات: ناقصة [س] / الأولى: الاول [س] – 11 فهي: فهو [ب] – 13 الغير: الأفصح «غير» ولن نشير إليها فيما بعد – 17 ما: كتبها فوق السطر [س] – 18 كيفية: ناقصة [س] / بهذا: بها بهذا [س] – 20 نقط: نقطه [س] – 22 لا (الثانية): ناقصة [س] – 25 أبعادًا: ابعاد [س].

كان محدبًا أو كان مقعرًا؛ لأن السطح إذا تحرك على سمت الاستقامة أو على سمت خط منحنٍ، فلا بد أن تتغير الأبعاد التي بين النقط التي عليه وبين النقط الثابتة، وإن تحرك على الاستدارة فإنما يمكن أن تُحفظ الأبعاد التي بين النقط التي عليه وبين نقطة واحدة فقط من النقطة الثابتة، إذا كان متحركًا حول تلك النقطة الواحدة. فالسطح المعلوم الوضع

5 بالقياس إلى نقط ثابتة هو الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات ما سوى الزيادة والنقصان. والسطح الذي بهذه الصفة يُسمى معلوم الوضع على الإطلاق من غير شرط، كان السطح مستويًا أو كان محدبًا أو كان مقعرًا.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح بالقياس إلى نقطة واحدة ثابتة، فهو الأبعاد التي بين كل نقطة تُفرض على السطح وبين النقطة الثابتة إذا كانت الأبعاد لا تتغير.

10 والسطح الذي بهذه الصفة يُسمى معلوم الوضع بالقياس إلى النقطة الثابتة، وليس يكون هذا السطح معلوم الوضع على الإطلاق، لأن الأبعاد التي بين النقط التي على هذا السطح وبين النقطة الثابتة قد تكون معلومة لا تتغير مقاديرها وإن تحرك السطح، إذا كانت حركته حول النقطة الثابتة. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى نقطة واحدة ثابتة هو السطح الذي أبعاد النقط التي عليه من النقطة الثابتة أبعاد لا تتغير، كان السطح ثابتًا غير

15 متحرك أو كان متحركًا على الاستدارة حول النقطة الثابتة، كان السطح مستويًا أو كان محدبًا أو كان مقعرًا.

وأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح من نقطة متحركة، فهو الأبعاد التي بين النقط التي على السطح وبين النقطة المتحركة، إذا كانت الأبعاد معلومة وكان السطح متحركًا بحركة مساوية لحركة النقطة وفي جهة حركتها. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى

20 نقطة متحركة هو السطح الذي أبعاد النقط التي عليه من النقطة المتحركة أبعاد معلومة، والسطح مع ذلك متحرك بحركة النقطة المتحركة وفي جهة حركتها، كان السطح مستويًا أو كان محدبًا أو كان مقعرًا، وكذلك السطح المعلوم الوضع بالقياس إلى نقط متحركة.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح من خط ثابت، فهو الزاوية القائمة إن كان الخط عمودًا على السطح أو عمودًا على السطح المماس للسطح عند طرف العمود، إذا

25 كان السطح محدبًا أو مقعرًا، أو الزاوية التي يحيط بها الخط الثابت مع العمود الخارج من نقطة من الخط الثابت القائم على السطح أو على السطح المماس للسطح عند طرف

1 إذا: الذي [س] – 4 النقطة (الأولى): النقط [س] – 14 النقط: النقطة [س] / ثابتًا: الثابت ثابتًا [ب] – 19 وفي: في [ب] – 20 النقط: النقطة [س] / النقطة: النقط [ب] – 21 النقطة: النقط [ب] – 22 نقط: نقطة [ب، س].

العمود. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى خط ثابت هو السطح الذي يكون الخط الثابت عمودًا عليه أو على سطح مماس له عند مسقط العمود، أو الذي يكون الخط الثابت يحيط مع العمود القائم عليه بزاوية معلومة، كان السطح مستويًا أو كان محدبًا أو كان مقعرًا، كان السطح ثابتًا غير متحرك أو كان متحركًا على استدارة حول الخط الثابت.
5 فالمعلوم هو الزاوية، وهذا الوضع شبيه بوضع الخط بالقياس إلى السطح الثابت.

فأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح من خط متحرك، فهو المعلوم بعينه الذي تقدم / في الفصل الذي قبل هذا الفصل، وهو الزاوية، إلاّ أن الفرق بين هذا السطح والسطح الذي تقدم هو أن الخط المقيس إليه الوضع في السطح المتقدم ثابت لا يتحرك، والخط المقيس إليه الوضع في هذا السطح هو متحرك، والسطح مع ذلك متحرك بحركة مساوية
10 لحركته وفي جهة حركته، كان السطح متحركًا بهذه الحركة فقط أو كان متحركًا بهذه الحركة ومع ذلك متحركًا بحركة مستديرة حول الخط المتحرك. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى خط متحرك هو السطح الذي يكون الخط المتحرك عمودًا عليه أو على سطح مماس له عند طرف العمود، أو السطح الذي يحيط العمود القائم عليه أو على السطح المماس له مع الخط المتحرك بزاوية / معلومة، ويكون السطح متحركًا بحركة مساوية لحركة
15 الخط المتحرك وفي جهة حركته، أو متحركًا بهذه الحركة وبحركة الاستدارة أيضًا حول الخط المتحرك، والمعلوم هو الزاوية.

ب - ١٧ - و

س - ٣٣٩ - ظ

وأما المعلوم الذي يختص بوضع السطح بالقياس إلى سطح ثابت، فهو الزاوية التي يتقاطع عليها السطحان إذا كانت الزاوية معلومة، أعني الزاوية التي يحيط بها الخطان الخارجان من نقطة من الفصل المشترك في السطحين المتقاطعين، إذا كانا قائمين على
20 الفصل المشترك، هذا إذا كان السطحان مستويين. وإن كان السطحان غير مستويين، فإنما يكون السطح معلوم الوضع عند السطح الآخر إذا كان السطح القاطع لهما القائم على كل واحد منهما يحدث عند الفصل المشترك زاوية معلومة يحيط بها الفصلان المشتركان اللذان أحدثهما السطح القائم على السطحين، وتكون الزاوية عند نقطة معلومة من الفصل المشترك، هذا إذا كان السطحان متقاطعين. فإن كان السطحان لا يتقاطعان ولا يلقى
25 أحدهما الآخر، فإنما يكون أحدهما معلوم الوضع عند الآخر؛ إذا كان كل واحد منهما معلوم الوضع عند السطح القاطع لهما القائم على كل واحد منهما، ويكون المعلوم من كل

4 حول: و [س] – 5 فالمعلوم: والمعلوم [س] – 10 وفي: في [ب] – 18 يتقاطع: تقاطع [س] – 24 فإن ... يتقاطعان: ناقصة [س].

واحد من هذه السطوح هو الزاوية المعلومة أو الزاويتين المعلومتين. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى سطح ثابت هو السطح الذي يحيط مع السطح الثابت بزاوية معلومة عند الفصل المشترك بين السطحين، أو الذي يحيط بزاوية معلومة عند الفصل المشترك بين السطح المعلوم الوضع والسطح القائم عليه وعلى السطح الثابت.

5 فأما المعلوم الوضع الذي يختص بوضع السطح بالقياس إلى سطح متحرك، فهو مثل وضع السطح الذي تقدم ذكره؛ وإنما الفرق بينهما هو أن السطح المقيس إليه الوضع هو في السطح الأول ثابت وهو في هذا السطح متحرك، والسطح المعلوم الوضع متحرك بحركة مساوية لحركته وفي جهة حركته. فالسطح المعلوم الوضع بالقياس إلى سطح متحرك هو الذي يحيط مع السطح المتحرك بزاوية معلومة عند الفصل المشترك بين السطحين أو 10 الذي يحيط بزاوية معلومة عند الفصل المشترك بينه وبين السطح القائم عليه وعلى السطح المتحرك، إذا كان السطح المتحرك يتحرك حركة مساوية لحركة السطح المقيس إليه الوضع وفي جهة حركته.

فأما المعلوم الذي يختص بنسب مقادير السطوح بعضها إلى بعض، فهو معنيان؛ أحدهما هو شكل السطحين المنسوب أحدهما إلى الآخر، والآخر كمية كل واحد من 15 السطحين، أعني مساحة كل واحد منهما. وذلك أنه ليس كل سطحين يكون لأحدهما إلى الآخر نسبة، وليس يكون بين السطحين نسبة، إلاّ إذا كانا من نوع واحد وكان المقوم لذاتهما معنى واحدًا كالسطحين المستويين والسطحين الكريين اللذين من كرة واحدة أو من كرتين متساويتين. وهذان النوعان من السطوح فقط هما اللذان يصح أن يقع بين مقادير أشخاصهما نسب. فالمعلوم من السطحين المستويين أو الكريين اللذين من نوع واحد، اللذين 20 نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة، هو مقدار كل واحد من السطحين إذا كان كل واحد منهما معلومًا، أو مقدار كل واحد من سطحين معلومي المقدار نسبةُ أحدهما إلى الآخر كنسبة السطحين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر. فالسطحان اللذان نسبةُ أحدهما إلى الآخر معلومة / هما السطحان المستويان أو الكريان اللذان مقدار كل واحد منهما معلوم أو ب-١٧-ظ مقدار كل واحد من سطحين معلومي المقدار نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة السطحين

3 الفصل (الثانية): ناقصة [س] – 5 الوضع: ممحوة [ب] – 8 فالسطح: فان السطح [س] – 9-10 بين ... المشترك: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 10 السطح (الثانية): ناقصة [س] – 14 شكل: الشكل [س] – 16 نسبة (الأولى): ناقصة [س] / وكان: فكان [س] – 17 واحدًا: واحد [س] – 20 كان: أثبتها فوق السطر [س] – 22-24 فالسطحان... الآخر: كررها ناسخ [ب]، ثم ضرب عليها بالقلم – 23 أو (الأولى): و [س] / منهما: ناقصة [س].

المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر. فالنسبة المعلومة التي تكون بين سطحين هي التي تكون بين سطحين معلومي المقدار، لأن النسب التي بين المقادير المعلومة لا تتغير من أجل أن المقادير المعلومة لا تتغير مقاديرها، فليس يتغير مقدار أحدهما عند قياسه إلى الآخر.

فأما المعلوم الذي يختص بالأشكال المركبة من السطوح المتلاقية، التي هي أجسام، 5 فهو صور السطوح المتلاقية. فإذا كان كل واحد من السطوح المحيطة بالجسم معلوم الصورة، فشكل الجسم معلوم الصورة. فالشكل المجسم المعلوم الصورة هو الذي تحيط به سطوح معلومة الصورة، كان كل واحد من السطوح معلوم المقدار أو كان / غير معلوم المقدار، إذا كان حافظًا لصورته. س-٣٤٠-و

فأما المعلوم الذي يختص بمائية الجسم فهو أنه ذو ثلاثة أبعاد، لأن هذا المعنى هو في 10 جميع الأجسام ولا يتغير في واحد منها. فأما كمية طول الجسم وعرضه وسُمْكه، فإنها تتغير في الأجسام. وكذلك أشكال الأجسام تتغير في الأجسام. فالمعلوم الذي يختص بمائية الجسم هو أنه ذو ثلاثة أبعاد.

فأما المعلوم الذي يختص بشكل الجسم، فهو المعنى المقوم لشكل الجسم، وهو نهاياته التي هي السطوح المحيطة به. فالجسم المعلوم الشكل هو الذي يكون السطح – أو السطوح 15 المحيطة به – معلومة الشكل.

فأما المعلوم الذي يختص بمقادير الأجسام، فهو كمية مساحة الجسم إذا كانت كمية مساحة الجسم لا تتغير بالزيادة والنقصان. فالجسم المعلوم المقدار هو الذي كمية مساحته لا تتغير.

فأما المعلوم الذي يختص بأوضاع الأجسام بالقياس إلى النقط الثابتة وإلى نقطة ثابتة 20 وإلى نقطة أو نقط متحركة وإلى خط ثابت وإلى خط متحرك وإلى سطح ثابت وإلى سطح متحرك، فإنما هو أوضاع سطوح الأجسام بالقياس إلى هذه الأشياء، فهي أوضاع السطوح، وقد تقدم الكلام فيها، لأنه إذا كان وضع سطح الجسم معلومًا، أعني لا يتغير، فإن وضع الجسم لا يتغير. فالجسم المعلوم الوضع هو الذي سطحه – أو سطوحه – معلوم الوضع إلى أي شيء قِيسَ وضعه.

25 فأما المعلوم الذي يختص بنسب مقادير الأجسام بعضها إلى بعض، فهو مقدار كل واحد من الجسمين المنسوب أحدهما إلى الآخر إذا كان كل واحد منهما معلومًا أو مقدار

10 واحد: واحدة [س] / فإنها: فانه [ب، س] – 13 وهو: فهو [س] – 19 بأوضاع: من هنا إلى «فإن نهاية الخط الثاني» ص. 517 سطر 6: ناقص في مخطوطة [س]، انظر المخطوطة ٣٤٠–و سطر ٧.

كل واحد من جسمين معلومي المقدار نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الجسمين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر.

فأما المعلوم الذي يختص بمائية الثقل، فهو القوة المحركة إلى مركز العالم، لأن هذا المعنى لا يتغير في جميع الأثقال. وهذه القوة هي التي تُسمى الثقل.

5 فأما المعلوم الذي يختص بمقادير الأثقال، فهو كمية الثقل. وكمية الثقل إنما تُعلم بنسبتها إلى كمية المقياس الذي يقاس به كمية الأثقال، كالرطل والمَنا والمثقال ووزن الدراهم، وما جرى مجرى ذلك. فإذا كانت نسبة كمية الثقل إلى كمية ثقل المقياس نسبة معلومة، فمقدار ذلك الثقل معلوم، لأنه لا يتغير من أجل أن ثقل المقياس لا يتغير والنسبةَ المعلومة لا تتغير، فهذه النسبة هي نسبة عددية. وقد تبيّن فيما تقدم كيف تكون النسبة 10 العددية معلومة، وقد تكون نسب الأثقال نسبًا غير عددية وهي النسب الغير مُنْطَقة، وهي نسب ثقل موجود لا يتغير إلى ثقل موجود لا يتغير، وليس لواحد من الثقلين نسبة إلى المقياس. / إلاّ أن المستعمل في الأثقال هو النسبة العددية فقط. فالثقل المعلوم المقدار هو الذي نسبة كميته إلى كمية ثقل المقياس نسبة معلومة. ب-١٨-و

فأما المعلوم الذي يختص بنسب مقادير الأثقال بعضها إلى بعض، فهو كمية كل 15 واحد من الثقلين المنسوب أحدهما إلى الآخر، إذا كان كل واحد منهما معلوم المقدار أو مقدار كل واحد من ثقلين معلومي المقدار نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الثقلين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر.

فأما المعلوم الذي يختص بمائية الزمان، فهو المدّة الممتدة بين وقتين، لأن مائية المدة لا تتغير في شيء من الأزمنة، وإنما تختلف مقادير الأزمنة.

20 وأما المعلوم الذي يختص بمقدار الزمان، فهو كمية الزمان، وكمية الزمان إنما تُعلم بالقياس إلى حركات الفلك، لأن دورات الفلك هي المقياس الذي يُقدّر به الزمان. فالزمان المعلوم المقدار هو الزمان الذي نسبته إلى دورة الفلك نسبة معلومة.

وأما المعلوم الذي يختص بنسب أجزاء الزمان بعضها إلى بعض فهو كمية كل واحد من الزمانين المنسوب أحدهما إلى الآخر، إذا كان كل واحد منهما معلوم المقدار أو مقدار 25 كل واحد من زمانين معلومي المقدار نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الزمانين المعلومي النسبة أحدهما إلى الآخر.

3 المحركة: أثبت الصواب في الهامش [ب] – 6 بنسبتها: مطموسة، وقد تُقرأ «بنسبته» / المنا: معيار قديم كان يُكال به أو يُوزن – 10 نسب: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها – 12 هو (الأولى): هي – 20 تعلم: يعلم.

فهذه المعاني التي ذكرناها هي جميع المعلومات التي تختص بالكمية على التفصيل والتحرير. ولا نعلم أحدًا من المتقدمين فصّلها هذا التفصيل وحررها هذا التحرير. وهذه المعاني هي علوم قائمة بذاتها يحتاج إلى علمها كل من كان ملتمسًا لعلوم الحقائق. ومع ذلك فهذه المعاني هي القوانين والمقدمات التي تُستعمل في استخراج المسائل التعليمية،
5 ولا يتم استخراج المسائل التعليمية إلاّ بها.

وقد يُحتاج في استخراج المسائل إلى معانٍ أُخر من جنس المعلومات لم يذكرها أقليدس في كتابه المنسوب إلى *المعطيات*، ولا ذكرها أحد من المتقدمين، ونحن نذكرها في هذه المقالة لتكون هذه المقالة جامعةً لجميع ما لم يذكره المتقدمون من المعلومات.

وهذه المعاني التي نذكرها الآن تنقسم قسمين: أحد القسمين معانٍ لم يذكرها أحد
10 من المتقدمين، ولا ذكروا شيئًا من جنسها؛ والقسم الآخر هو من جنس ما ذكره أقليدس في *المعطيات*، إلاّ أنه ليس شيء منها مذكورًا في كتاب *المعطيات*.

ولنقدم لذلك مقدمات مبنية على ما تقدم في هذا الكتاب من *المعلومات* لنستعملها فيما يأتي من بعد المقدمات.

قد تقدم أن النسبة المعلومة هي التي تكون بين مقدارين معلومين أو مقدارين على
15 نسبة مقدارين معلومين. وإذا كان ذلك كذلك، فإن النسبة المعلومة المفصلة إذا رُكّبت تكون معلومة، لأن النسبة المفصلة المعلومة هي كنسبة مقدارين معلومين أحدهما إلى الآخر. فإذا رُكّبت النسبة المفصلة، كانت كنسبة مجموع المقدارين المعلومين إلى أحدهما. ومجموع المقدارين المعلومين هو مقدار معلوم، فتكون النسبة المفصلة المعلومة إذا رُكّبت كنسبة مقدارين معلومين أحدهما إلى الآخر، فهي نسبة معلومة. وكذلك النسبة المركبة المعلومة إذا
20 فُصّلت تكون معلومة، لأن تفصيلها يكون كنسبة المقدارين المعلومين المُركبين إذا فُصّلا. وكذلك تكون النسبة المعلومة إذا قُلبت.

وأيضًا، فإنه إذا كانت نسبة معلومة بين مقدارين وكان أحد المقدارين معلومًا، فإنه يلزم أن يكون الآخر معلومًا، لأن النسبة المعلومة هي التي تكون بين مقدارين معلومين. فنسبة المقدار المعلوم إلى المقدار الآخر كنسبة مقدارين معلومين أحدهما إلى الآخر. والنسبة التي
25 بين المقدارين المعلومين لا تتغير، فنسبة المقدار المعلوم إلى المقدار الآخر هي نسبة لا تتغير. فالمقدار الآخر لا يتغير، لأنه لو تغير لتغيرت نسبة المقدار المعلوم إليه، لأن حقيقة النسبة

5 بها: أثبتها في الهامش – 24 أحدهما: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها – 25 المقدار (الأولى): أثبتها في الهامش مع بيان موضعها – 26 الآخر: كتب بعدها «هي نسبة»، ثم ضرب عليها بالقلم.

هي قياس كمية المقدار إلى كمية المقدار. فإذا كانت كمية المقدار المعلوم لا تتغير وكانت نسبته إلى المقدار الآخر لا تتغير، فكمية المقدار الآخر لا تتغير. فإذا كان مقداران نسبة أحدهما إلى الآخر / معلومة وكان أحدهما معلومًا، فإن الآخر معلوم. ب – ١٨ – ظ

وأيضًا، فإنه إذا كان خطان معلومي القدر، وكانا يحيطان بزاوية معلومة، فإن الخط 5 الذي يصل بين طرفيهما يكون معلوم المقدار، ويحيط مع كل واحد من الخطين بزاوية معلومة. أما أنه معلوم القدر، فلأن نهايتيه لا تتغيران، لأنهما نهايتان لخطين معلومي القدر، ولأن وضع أحدهما عند الآخر لا يتغير. وأما أنه يحيط مع كل واحد من الخطين بزاوية معلومة، فلأن بُعد كل واحدة من النهايتين من كل نقطة من الخط الآخر لا تتغير، فوضع الخط الذي يصل بين النهايتين ليس يتغير بالقياس إلى كل واحد من الخطين، لأنه 10 إذا كان بُعد كل واحدة من نهايتي الخط من نقطة واحدة لا يتغير، فبُعد كل نقطة من الخط من تلك النقطة لا يتغير، فيلزم من ذلك أن يكون وضع الخط الواصل بين النهايتين عند كل واحد من الخطين لا يتغير. وإذا كان الخط الواصل بين النهايتين ليس يتغير وضعه بالقياس إلى كل واحد من الخطين، فهو يحيط مع كل واحد من الخطين بزاوية معلومة. ويلزم أيضًا أن يكون نسبة أضلاع المثلث الذي حدث بعضها إلى بعض معلومة، لأن 15 مقاديرها معلومة.

وأيضًا، فإنه قد تقدم أن الخط المستقيم المعلوم الوضع على الإطلاق هو الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات ما سوى الزيادة والنقصان، والخط المستدير المعلوم الوضع على الإطلاق هو الذي مركزه معلوم ونصف قطره معلوم. وإذا كان ‹ذلك› كذلك، فهو لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات. وكذلك كل خط معلوم الوضع على الإطلاق 20 هو الذي لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات. فيلزم من ذلك أن يكون كل خطين معلومي الوضع على الإطلاق، إذا كانا متقاطعين، فإن نقطة التقاطع تكون معلومة الوضع، لأنها لا تنتقل ولا تتغير، كان الخطان مستقيمين أو مستديرين أو منحنيين أو من نوعين مختلفين.

وقد تقدم أيضًا، أن الخط المستقيم المعلوم القدر هو الذي لا يزيد ولا ينقص ولا يتغير 25 مقداره، فيلزم من ذلك أن يكون الخط المعلوم القدر والوضع هو الذي لا يتغير بضرب من ضروب التغيرات.

4 معلومي: معلوما / القدر: كتب «المقدار»، ثم أثبت فوقها «القدر» – 5 معلوم: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها – 8 واحدة: واحد – 10 واحدة (الأولى): واحد.

وقد تقدم أيضًا، أن الخط المعلوم الوضع بالقياس إلى خط آخر هو الذي يحيط مع الخط الآخر بزاوية معلومة.

وهذه المعاني قد بينها أقليدس في كتابه في *المعطيات* بطرق غير الطرق التي ذكرناها هاهنا، وإنما بيناها هاهنا بما قدمناه من المعلومات في هذا الكتاب حتى لا يكون هذا 5 الكتاب محتاجًا إلى ما ذكره أقليدس من كتاب *المعطيات*.

وإذْ قدمنا هذه المقدمات، فلنشرع الآن في تبيين المعاني التي ضمنا إيرادها في هذا الكتاب، التي يُحتاج إليها في استخراج المسائل التي قد بينا أنها تنقسم قسمين.

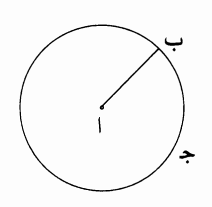
القسم الأول

وهو المعاني التي لم يذكرها أحد من المتقدمين ولا ذكروا شيئًا من جنسها.

– آ – إذا خرج من نقطة معلومة الوضع خط مستقيم معلوم القدر، فإن نهايته على محيط دائرة معلومة الوضع.

5 مثال ذلك: نقطة آ معلومة الوضع، وقد خرج منها خط ا ب وهو معلوم القدر.

أقول: إن نقطة ب على محيط دائرة معلومة الوضع.



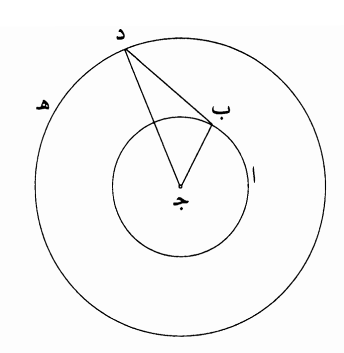
برهانه: أن نجعل نقطة آ مركزًا، وندير ببعد ا ب دائرة، ولتكن دائرة ب جـ. فلأن دائرة ب جـ مركزها معلوم الوضع، فليس ينتقل سطح الدائرة بوجه من الوجوه؛ ولأن نصف قطر الدائرة معلوم القدر، فمحيطها ليس يتغير وضعه بوجه من الوجوه. فمحيط

10 دائرة ب جـ معلوم الوضع، فنقطة ب على محيط دائرة معلومة الوضع وهي دائرة ب جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– ب – إذا خرج من مركز دائرة معلومة القدر والوضع خط مستقيم إلى محيطها، ثم انعطف على زاوية معلومة، وكانت نسبة الخط الأول إلى الثاني معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع.

15 مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع ومركزها جـ، وخرج من نقطة جـ خط جـ ب وانعطف / على خط ب د، فكانت زاوية جـ ب د معلومة وكانت نسبة جـ ب إلى ب د معلومة. ب-١٩-و

فأقول: إن نقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع.



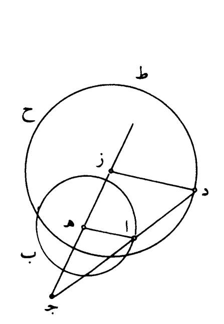
برهانه: أن دائرة ا ب معلومة القدر والوضع، فخط جـ ب معلوم القدر ونسبته إلى ب د معلومة، فخط ب د معلوم القدر، كما تبين في المقدمات. ولأن زاوية د ب جـ معلومة، يكون خط ب د معلوم الوضع بالقياس إلى خط جـ ب؛ ولأن خط جـ ب معلوم القدر، يكون وضع نقطة ب من نقطة جـ وضعًا معلومًا لا يتغير، وكذلك وضع نقطة د من نقطة ب. ولأن وضع نقطة د من نقطة ب لا يتغير، أعني لا تبعد إحداهما عن الأخرى ولا تقرب، وكذلك وضع نقطة ب من نقطة جـ لا يتغير، وزاوية جـ ب د لا تتغير، أعني أن خط ب د ‹بالقياس إلى خط ب جـ› لا يميل إلى جهة من الجهات، وكذلك خط جـ ب، بالقياس إلى خط ب د، لا يميل إلى جهة من الجهات، يكون وضع نقطة د من نقطة جـ لا يتغير. ونصل جـ د فيكون معلوم القدر، لأن وضع نهايتيه إحداهما عند الأخرى لا يتغير. ولأن نقطة جـ معلومة الوضع وخط جـ د معلوم القدر، تكون نقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل الذي قبل هذا الشكل. ونجعل جـ مركزًا وندير ببعد جـ د دائرة د هـ، فتكون معلومة الوضع، فتكون نقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

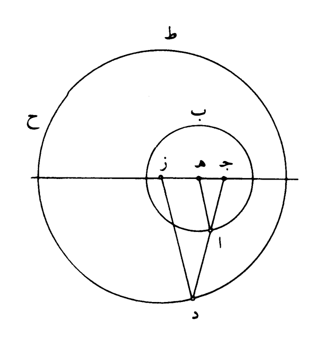
– **جـ** – إذا خرج من نقطة معلومة في سطح دائرة معلومة القدر والوضع غير مركزها خط مستقيم إلى محيط الدائرة، وخرج على استقامةٍ، وصارت نسبة الخط الأول إلى الخط الثاني معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع.

مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع، ونقطة جـ معلومة وهي في سطح الدائرة وليست مركزها، وخرج من نقطة جـ خط جـ ا إلى محيط الدائرة ونفذ على استقامة إلى د، وكان نسبة جـ ا إلى ا د معلومة.

1 معلومة: معلوم.

أقول: إن نقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع.





برهان ذلك: أنا نحدّ مركز الدائرة وليكن هـ، ونصل جـ هـ، فيكون معلوم القدر، لأن نهايتيه معلومتان. ونخرجه على استقامة في جهة هـ، ونصل هـ ا متوهمًا، ونتوهم د ز موازيًا لخط ا هـ، فيكون نسبة ز د إلى هـ ا كنسبة د جـ إلى جـ ا وكنسبة ز جـ إلى 5 جـ هـ، ويكون نسبة د ا إلى ا جـ كنسبة ز هـ إلى هـ جـ؛ ونسبة د ا إلى ا جـ معلومة، لأن نسبة جـ ا إلى ا د معلومة، فنسبة ز هـ إلى هـ جـ معلومة؛ وهـ جـ معلوم القدر، فـ ز هـ معلوم القدر وز جـ معلوم القدر، كما تبين في المقدمات، فنسبة ز جـ إلى جـ هـ معلومة، كما تبين في المقدمات أيضًا. ونسبة ز جـ إلى جـ هـ هي كنسبة ز د إلى هـ ا، فنسبة ز د إلى هـ ا معلومة؛ وهـ ا معلوم القدر، فخط ز د معلوم القدر. فنجعل نقطة ز 10 مركزًا وندير ببعد ز د دائرة، ولتكن دائرة د ح ط؛ فدائرة د ح ط معلومة القدر والوضع، لأن مركزها معلوم الوضع ونصف قطرها معلوم القدر، فنقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

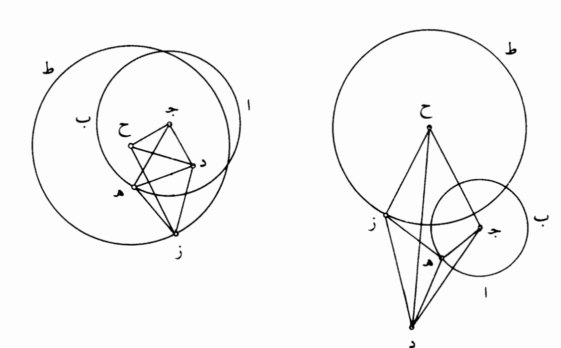
ويتبين من هذا البيان أن كل خط يخرج من نقطة جـ ويقطع دائرتي ا ب ح ط، فإن نسبة قسميه، أحدهما إلى الآخر، تكون كنسبة قسمي خط جـ د أحدهما إلى الآخر، 15 لأن كل خط يخرج من نقطة جـ ويقطع الدائرتين إذا خرج من مركزي هـ ز خطان إلى نقطتي التقاطع، كان نسبة الخطين الخارجين من المركزين إلى نقطتي التقاطع، أحدهما إلى الآخر، كنسبة ز جـ إلى جـ هـ، فيكون ذانك الخطان متوازيين، فيكون نسبة قسمي الخط القاطع للدائرتين، أحدهما إلى الآخر، كنسبة قسمي خط جـ د أحدهما إلى الآخر.

2 نحدّ: يكتبها «نجد»، ولن نشير إلى ذلك فيما بعد – 15 الدائرتين: الدائرة – 17 قسمي: قسم.

– د – إذا خرج من نقطة معلومة الوضع في سطح دائرة معلومة القدر والوضع / غير ب-١٩-ظ
مركزها خط مستقيم إلى محيط الدائرة وانعطف على زاوية معلومة، وكانت نسبة الخط الأول إلى الثاني معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع.

مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع ومركزها جـ ونقطة د معلومة الوضع، وخرج د هـ وانعطف على زاوية معلومة، وهي زاوية د هـ ز، فكانت نسبة د هـ إلى هـ ز معلومة.

فأقول: إن نقطة ز على محيط دائرة معلومة الوضع.



برهان ذلك: أنا نصل د جـ، فيكون معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه معلومتا الوضع. ونجعل زاوية د جـ ح مثل زاوية د هـ ز المعلومة، ونجعل نسبة د جـ إلى جـ ح كنسبة د هـ إلى هـ ز المعلومة، ونصل خطي د ح د ز، فيكون مثلثا د جـ ح د هـ ز متشابهين، فيكون زاوية جـ د ح مثل زاوية هـ د ز، فيكون زاوية ح د ز مثل زاوية جـ د هـ، ويكون نسبة جـ د إلى د ح كنسبة هـ د إلى د ز. ولأن خط د جـ معلوم القدر والوضع وزاوية د جـ ح معلومة، يكون خط د ح معلوم الوضع. ولأن نسبة د جـ إلى جـ ح معلومة وخطّ د جـ معلوم القدر، فخط جـ ح معلوم القدر. ولأن خطي د جـ جـ ح معلوما القدر والوضع وزاويةَ د جـ ح معلومة، يكون خط د ح معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه لا تتغيران. ونصل جـ هـ ح ز. فلأن نسبة جـ د إلى د ح كنسبة هـ د إلى د ز، تكون نسبة جـ د إلى د هـ كنسبة ح د إلى د ز. وزاوية جـ د هـ مساوية لزاوية ح د ز، فمثلث جـ د هـ شبيه بمثلث ح د ز ونسبة د جـ إلى جـ هـ كنسبة د ح إلى ح ز. ونسبة

16 تتغيران: تتغير.

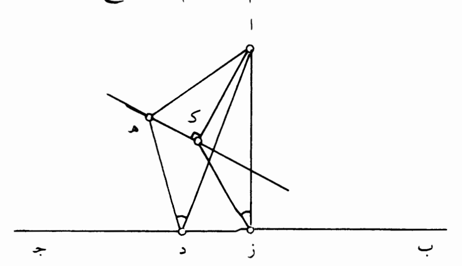
جـ د إلى د هـ معلومة، لأنهما معلوما القدر، فنسبة د ح إلى ح ز معلومة. ود ح معلوم القدر، فخط ح ز معلوم القدر ونقطة ح معلومة لأنها نهاية خط جـ ح المعلوم القدر والوضع. وندير على مركز ح وببعد ح ز دائرة ز ط، فتكون معلومة القدر والوضع، لأن مركزها معلوم الوضع ونصفَ قطرها معلوم القدر. فنقطة ز على محيط دائرة معلومة 5 الوضع، وهي دائرة ز ط. وبهذا البرهان بعينه يتبيّن ‹هذا الشكل› إن كان خط د جـ يمرّ بنقطة هـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وبمثل هذا البيان يتبيّن أن كل خط يخرج من نقطة د وينتهي إلى محيط دائرة ا ب وينعطف على زاوية مثل زاوية د هـ ز، يكون نسبة الخط الأول إلى الخط الثاني كنسبة د هـ إلى هـ ز، فإن نهاية الخط الثاني تكون على محيط دائرة ز ط، حيث كانت نقطة 10 هـ من دائرة ا ب، لأن البرهان على ذلك يؤدي إلى أن الخط الذي يصل بين نقطة ح وبين نهاية الخط الثاني يكون مثلَ خط ح ز. ويلزم من ذلك أن يكون كل خط يخرج من نقطة د وينتهي إلى محيط دائرة ا ب وينعطف على زاوية مساوية لزاوية د هـ ز وينتهي إلى دائرة ز ط، فإن نسبة الخطين، أحدهما إلى الآخر، تكون أبدًا كنسبة د هـ إلى هـ ز المعلومة.

15 – هـ – إذا خرج من نقطة معلومة الوضع إلى خط مستقيم معلوم الوضع خطٌّ مستقيم وانعطف على زاوية معلومة، فصارت نسبة الخط الأول إلى الثاني معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على خط مستقيم معلوم الوضع.

مثال ذلك: نقطة ا معلومة الوضع وخط ب جـ معلوم الوضع، وخرج من نقطة ا خط ا د وانعطف على زاوية معلومة، وهي زاوية ا د هـ، وكانت نسبة ا د إلى د هـ نسبة 20 معلومة.

فأقول: إن نقطة هـ على خط مستقيم معلوم الوضع.



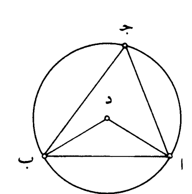
5 كان: فوق السطر – 19 نسبة (الأولى): أثبتها في الهامش مع بيان موضعها.

برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة ا عمودًا على خط ب جـ، وليكن ا ز. فلأن خط ب جـ معلوم الوضع ونقطةَ ا معلومة الوضع، تكون الأبعاد التي بين نقطة ا وبين كل نقطة من خط ب جـ لا تتغير، وخط ا ز هو أقصر الأبعاد التي بين نقطة ا وبين خط ب جـ، فخط ا ز لا يتغير ونقطة ز لا تتغير، فخط ا ز معلوم القدر، / لأنه لا يتغير. ونقطة ا ب-٢٠-و
5 معلومة الوضع، وخط ا ز لا يتغير، ونقطة ز لا تتغير، فخط ا ز معلوم القدر والوضع. ونجعل زاوية ا ز كـ مثل زاوية ا د هـ، ونجعل نسبة ا ز إلى ز كـ كنسبة ا د إلى د هـ المعلومة، فيكون خط ز كـ معلوم القدر، لأن ا ز معلوم القدر. ولأن زاوية ا ز كـ معلومة، يكون خط ز كـ معلومَ الوضع، لأن خط ا ز معلوم الوضع، لأنه لو تغير وضع خط ز كـ لتغيرت زاوية كـ ز ا، فخط ز كـ معلوم القدر والوضع. فنقطة كـ لا تتغير ونقطة ا لا تتغير.
10 ونصل ا كـ، فيكون معلومَ القدر والوضع، ويكون زاوية ز ا كـ معلومة، كما تبيّن في المقدمات. ونصل ا هـ. فلأن نسبة ا ز إلى ز كـ كنسبة ا د إلى د هـ وزاويةَ ا ز كـ مساويةٌ لزاوية ا د هـ، يكون مثلث ا د هـ شبيهًا بمثلث ا ز كـ. فزواياهما متساوية، فزاوية د ا هـ مثل زاوية ز ا كـ ونسبةُ د ا إلى ا هـ كنسبة ز ا إلى ا كـ. ونصل كـ هـ. فلأن زاوية د ا هـ مثل زاوية ز ا كـ، تكون زاوية ز ا د مثل زاوية كـ ا هـ. ولأن نسبة ز ا إلى ا كـ كنسبة د ا
15 إلى ا هـ، يكون نسبة ز ا إلى ا د كنسبة كـ ا إلى ا هـ. فلأن زاوية ز ا د مثل زاوية كـ ا هـ ونسبةَ ز ا إلى ا د كنسبة كـ ا إلى ا هـ، يكون مثلث كـ ا هـ شبيهًا بمثلث ز ا د. فزاوية ا كـ هـ مثل زاوية ا ز د، وزاوية ا ز د قائمة، فزاوية ا كـ هـ قائمة. وخط ا كـ معلوم القدر والوضع، وزاوية ا كـ هـ قائمة، فخط كـ هـ معلوم الوضع، لأنه لو تغير وضعه لتغيرت الزاوية القائمة، وإذا كانت الزاوية قائمة، فليس يتغير وضع خط كـ هـ. فخط
20 كـ هـ معلوم الوضع، ونقطة هـ على خط كـ هـ، فنقطة هـ على خط معلوم الوضع وهو خط كـ هـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– و – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان مستقيمان والتقيا على نقطة وأحاطا عند تلك النقطة بزاوية معلومة، فإن تلك النقطة على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.
25 مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتا الوضع وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ، فكانت زاوية ا جـ ب معلومة.

8 خط (الثالثة): كررها الناسخ – 11 إلى د هـ: كررها الناسخ – 21 كـ هـ: أثبت الكاف فوق السطر – 25 منهما: منها.

فأقول: إن نقطة جـ على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.



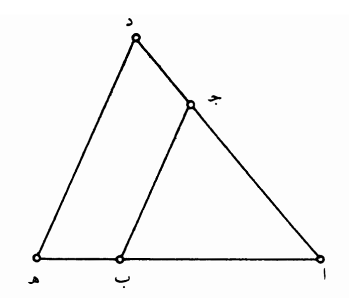
برهان ذلك: أنا نصل ا ب، ونتوهم دائرة محيطة بمثلث ا جـ ب، ولتكن دائرة ا جـ ب، وليكن مركزها د. ونصل ا د ب د، فيكون زاوية ا د ب معلومة، لأنها ضعف زاوية ا جـ ب، وتبقى زاويتا د ا ب د ب ا معلومتين، وهما متساويتان، لأن خطي ا د
5 ب د متساويان، فزاوية ب ا د معلومة وخط ا ب معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه معلومتان. فخط ا د معلوم الوضع، لأن نقطة ا منه معلومة، وزاويةَ ب ا د معلومة، ولو تغير وضعه، لتغيرت زاوية ب ا د. وكذلك يتبيّن أن خط ب د معلوم الوضع، فكل واحد من خطي ا د ب د معلوم؛ وكل واحد من خطي ا د ب د لا يتحرك بضرب من ضروب الحركات، فنقطة د التي هي نقطة التقاطع ليس تتغير بوجه من الوجوه؛ فنقطة د معلومة
10 الوضع ونقطة ا معلومة الوضع، فخط ا د معلوم القدر، وكذلك خط ب د. فكل واحد من خطي د ا ب د معلوم القدر والوضع ونقطة د مركز دائرة ا جـ ب. فدائرة ا جـ ب معلومة القدر والوضع، ونقطة جـ على محيط هذه الدائرة. فنقطة جـ على محيط دائرة معلومة القدر والوضع، وهي ا جـ ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– ز – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان مستقيمان والتقيا على نقطة
15 وأحاطا بزاوية معلومة، ثم خرج أحد الخطين على استقامة، فصارت نسبة الخط الأول إلى ما خرج منه نسبةً معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع.

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتا الوضع، وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ، والتقيا على نقطة جـ، وكانت زاوية ا جـ ب معلومة. ثم خرج خط ا جـ على استقامة إلى د، وكانت نسبة ا جـ إلى جـ د نسبة معلومة.

20 فأقول: إن نقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع.

4 زاوية: كررها الناسخ.



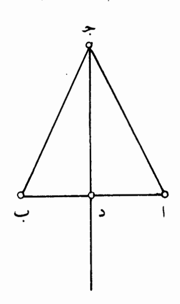
برهان ذلك: أنا نصل ا ب، فيكون معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه معلومتان، ونخرجه على استقامة في جهة ب إلى هـ، ونجعل نسبة ا ب إلى ب هـ كنسبة ا جـ إلى جـ د المعلومة، فيكون ب هـ معلوم القدر. وهو معلوم الوضع، لأنه على استقامة خط ا ب المعلوم الوضع. فجميع خط ا هـ معلوم القدر والوضع، فنهايتاه – وهما ا هـ – معلومتان.

5 ونصل د هـ، فيكون موازيًا لخط جـ ب، لأن نسبة ا ب إلى ب هـ كنسبة ا جـ إلى جـ د. فزاوية ا د هـ مثل زاوية ا جـ ب المعلومة، فزاوية / ا د هـ معلومة. فقد خرج من نقطتي ا هـ المعلومتي الوضع خطا ا د هـ د وأحاطا بزاوية معلومة، وهي زاوية ا د هـ. فنقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع، كما بُيّن في الشكل الذي قبل هذا الشكل؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. ب-٢٠-ظ

10 – ح – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان مستقيمان والتقيا على نقطة فكانا متساويين، فإن نقطة الالتقاء على خط مستقيم معلوم الوضع.

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتا الوضع وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ، والتقيا على نقطة جـ، فكانا متساويين.

فأقول: إن نقطة جـ على خط مستقيم معلوم الوضع.



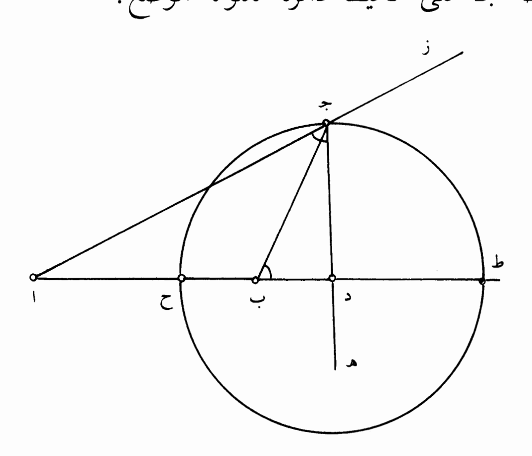
12 منهما: منها.

برهان ذلك: أنا نصل خط ا ب، فيكون معلوم القدر والوضع، لأن نهايتيه لا تتغيران. ويُقسم بنصفين على نقطة د، فيكون نقطة د معلومة، لأنها لا تتغير. ونصل جـ د. فلأن خطي ا د د جـ مثل خطي ب د د جـ وقاعدةَ ا جـ مثلُ قاعدة ب جـ، يكون زاوية ا د جـ مثل زاوية ب د جـ، فهما قائمتان. فخط د جـ معلوم الوضع، لأن الزاويتين اللتين عن جنبتيه لا تتغيران؛ ونقطة د لا تتغير، فنقطة جـ على خط مستقيم معلوم الوضع، وهو خط د جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– ط – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان مستقيمان والتقيا على نقطة، وكانت نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة وكانت نسبة أعظمَ إلى أصغر، فإن نقطة الالتقاء على محيط دائرة معلومة الوضع.

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتا الوضع، وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ، والتقيا على نقطة جـ، فكانت نسبة ا جـ إلى جـ ب معلومة، وهي نسبة أعظمَ إلى أصغر.

فأقول: إن نقطة جـ على محيط دائرة معلومة الوضع.



برهان ذلك: أنا نصل ا ب ونخرجه على استقامة في جهة ب ‹إلى د›، ونتوهم ا جـ خارجًا على استقامة في جهة جـ إلى ز، ونتوهم زاوية ا جـ هـ مساوية لزاوية جـ ب د. فلأن ا جـ أعظم من جـ ب، تكون زاوية جـ ب ا أعظم من زاوية جـ ا ب؛ ولأن زاوية ا جـ هـ مثل زاوية جـ ب د، تكون زاوية هـ جـ ز مساوية لزاوية جـ ب ا، فزاوية

2 تتغيران: تتغير / بنصفين: الأفصح «نصفين» وهذا استعمال المؤلف، ولن نشير إلى ذلك مرة أخرى – 5 تتغيران: تتغير – 10 منهما: منها.

هـ جـ ز أعظم من زاوية جـ ا ب؛ وزاوية ا جـ هـ مشتركة، فزاويتا هـ جـ ز ا جـ هـ أعظم من زاويتي جـ ا ب ا جـ هـ؛ وزاويتا هـ جـ ز ا جـ هـ مساويتان لقائمتين، فزاويتا جـ ا ب ا جـ هـ أصغر من قائمتين، فخطا ا ب جـ هـ يلتقيان، فليلتقيا على نقطة د. فيكون مثلثا ا جـ د جـ ب د متشابهين، لأن زاوية ا جـ د مثل زاوية جـ ب د وزاوية جـ د ب مشتركة، وتبقى زاوية جـ ا د مثل زاوية ب جـ د. فنسبة ا د إلى د جـ كنسبة جـ د إلى د ب وكنسبة ا جـ إلى جـ ب، ونسبة ا جـ إلى جـ ب معلومة، فنسبة ا د إلى د جـ معلومة، ونسبة جـ د إلى د ب معلومة. ونسبة ا د إلى د ب كنسبة مربع ا د إلى مربع د جـ، ونسبة مربع ا د إلى مربع د جـ معلومة، لأن نسبة ا د إلى د جـ معلومة، فنسبة ا د إلى د ب معلومة. ونجعل د ح مثل د جـ، فيكون نسبة ا د إلى د ح معلومة ونسبة ح د إلى د ب معلومة وتبقى نسبة ا ح إلى ح ب معلومة. ولأن نسبة ا د إلى د ب معلومة، تكون نسبة ا ب إلى ب د معلومة، وا ب معلوم القدر، فخط ب د معلوم القدر، ونقطة ب منه معلومة، فنقطة د معلومة. فلأن نسبة ا د إلى د ح معلومة وا د معلوم القدر، يكون د ح معلوم القدر. ود ح مثل د جـ. ونجعل د مركزًا ونديز ببعد د ح دائرة، فهي تمرّ بنقطة جـ، ولتكن دائرة ح جـ ط. فدائرة ح جـ ط معلومة القدر والوضع، لأن مركزها معلوم الوضع وهو نقطة د، ونصف قطرها معلوم القدر وهو خط د ح. فنقطة جـ على محيط دائرة معلومة الوضع، وهي دائرة ح جـ ط؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

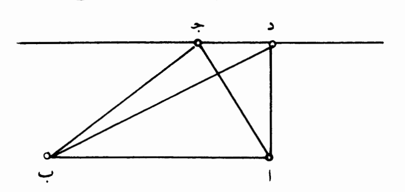
ويتبيّن من هذا البيان أن كل خطين يخرجان من نقطتي ا ب ويلتقيان على نقطة من محيط دائرة ح جـ ط، فإن نسبة أحدهما إلى الآخر هي نسبة ا جـ إلى جـ ب؛ وذلك أن كل نقطة من محيط دائرة ح جـ ط، إذا خرج إليها خطان من نقطتي ا ب والتقيا عليها، ثم أُخرج من نقطة د خط إلى تلك النقطة، حدث مثلثان رأسهما تلك النقطة وكانت نسبة ا د إلى الخط الخارج من نقطة د إلى تلك النقطة كنسبة ذلك الخط إلى خط د جـ. فيكون المثلثان متشابهين، ويكون نسبة أحد الخطين إلى الآخر كنسبة ا د إلى د ح التي هي كنسبة ا جـ إلى جـ ب. فكل خطين يخرجان من نقطتي ا ب ويلتقيان على نقطة من محيط دائرة ح جـ ط، تكون نسبة أحدهما إلى الآخر هي كنسبة ا جـ إلى جـ ب./

– ي – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان والتقيا على نقطة، ووصل بين النقطتين بخط مستقيم، وكان المثلث الذي حدث معلوم القدر، فإن نقطة الالتقاء على خط مستقيم معلوم الوضع. ب-٢١-و

11 ونقطة: فنقطة – 21 د جـ: د ب.

مثال ذلك: نقطتا ا ب ‹معلومتا الوضع و›خرج منهما خطا ا جـ ب جـ والتقيا على نقطة جـ، فكان مثلث ا جـ ب معلوم القدر.

فأقول: إن نقطة جـ على خط مستقيم معلوم الوضع.



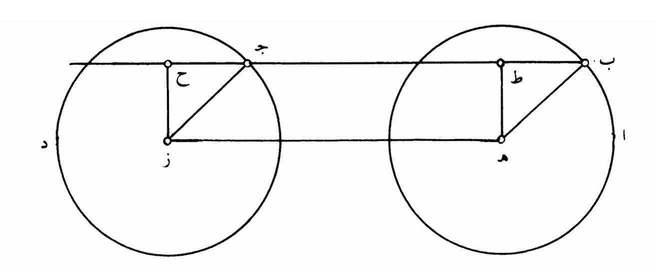
برهان ذلك: أنا نصل ا ب، فيكون معلوم القدر، ونخرج خط ا د على زاوية قائمة، 5 فيكون خط ا د معلوم الوضع، لأن زاوية ب ا د لا تتغير ونقطة ا منه لا تتغير. ونجعل السطح الذي يحيط به خطا ب ا ا د مثل ضعف مثلث ا جـ ب المعلوم القدر، وذلك ممكن. فيكون ا د معلوم القدر، لأنه إن تغير مقداره، تغير السطح الذي يحيط به خطا ب ا ا د، وهذا السطح لا يتغير لأنه معلوم القدر. فخط ا د معلوم القدر وهو معلوم الوضع، ونقطة ا منه معلومة، فنقطة د معلومة. ونصل ب د، فيكون مثلث ب د ا معلوم 10 القدر ومساويًا لمثلث ا جـ ب. ونصل د جـ، فيكون موازيًا لخط ا ب لأن مثلثي ا جـ ب ا د ب متساويان ‹وقاعدتيهما واحدة›، فيكون زاوية ا د جـ قائمة وخط ا د معلوم القدر والوضع ونقطة د منه معلومة، فخط د جـ معلوم الوضع، فنقطة جـ على خط مستقيم معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– يا – إذا خرج فيما بين دائرتين متساويتين خط موازٍ للخط الذي يصل بين 15 مركزي الدائرتين وكان طرفاه في جهتين متشابهتين، فإنه مساوٍ للخط الذي بين المركزين.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د ومركزاهما هـ ز، ووصل هـ ز وأخرج خط ب جـ موازيًا لخط هـ ز.

فأقول: إن خط ب جـ مساوٍ لخط هـ ز.

1 منهما: منها.

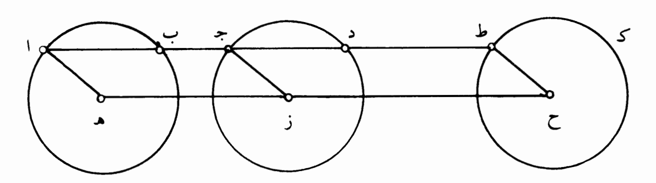


برهان ذلك: أنا نصل خطي هـ ب زجـ، فيكونان متساويين؛ ونخرج عمودي هـ ط
زح، فيكونان متساويين متوازيين. وخطا هـ ب زجـ متساويان، وهما في جهتين متشابهتين
عن عمودي هـ ط زح؛ فهما متوازيان، لأن مثلثي ب هـ ط جـ زح يكونان متساويين،
فيكون زاوية هـ ب ط مثل زاوية زجـ ح، ويكون خط ب ط مثل خط جـ ح، وط جـ
5 مشترك، فخط ب جـ مثل خط ط ح؛ وخط ط ح مثل خط هـ ز، فخط ب جـ مثل
خط هـ ز؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– **يب** – إذا خرج فيما بين دائرتين متساويتين معلومتي القدر والوضع خط مستقيم موازٍ
للخط الذي يصل بين مركزيهما، ثم خرج على استقامة في إحدى الجهتين وجُعل نسبته
إلى ما خرج منه نسبة معلومة، فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع.

10 مثال ذلك: دائرتا اب جـ د متساويتان ومعلومتا القدر والوضع ومركزاهما هـ ز،
ووصل هـ ز وخرج خط ا جـ موازيًا لخط هـ ز، وخرج على استقامة إلى ط وصارت نسبة
ا جـ إلى جـ ط نسبة معلومة.

أقول: إن نقطة ط على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.



برهان ذلك: أنا نخرج خط هـ ز على استقامة، ونجعل نسبة هـ ز إلى زح كنسبة
15 ا جـ إلى جـ ط المعلومة. فيكون خط زح معلوم القدر، لأن خط هـ ز معلوم القدر، كما

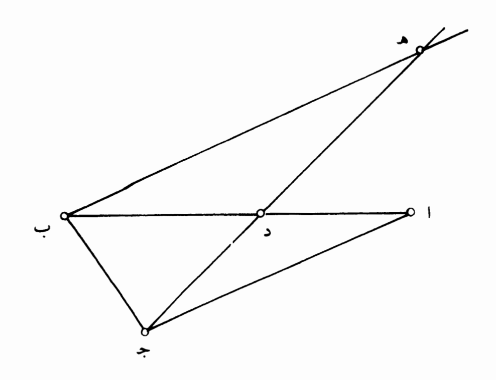
4 زجـ ح: نجد في الهامش هذه العبارة «تعرف ببرهان شكل زَ من وَ من *الأصول*»، وأشار الناسخ إليها بالعلامة التالية: × . ومن الواضح أن هذه العبارة هي شرح لكلام ابن الهيثم، وهي بخط الناسخ – 15 كما: لما.

تبيّن في المقدمات. ونقطة ز معلومة، فنقطة ح معلومة. ونصل ح ط ز جـ. فلأن ا جـ موازٍ لخط هـ ز ويكون مساويًا له، ولأن نسبة ا جـ إلى جـ ط كنسبة هـ ز إلى ز ح، يكون خط جـ ط مثل خط ز ح، وهو موازٍ له، فخط ح ط مساوٍ لخط ز جـ وموازٍ له. وخط ز جـ معلوم القدر، فخط ط ح معلوم القدر ونقطة ح معلومة. فنجعل ح مركزًا وندير ببعد ح ط دائرة ط ح، فتكون معلومة القدر والوضع، فيكون نقطة ط على محيط دائرة معلومة القدر والوضع، وهي دائرة ط ك؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– **يجـ** – إذا خرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم القدر والوضع خط مستقيم فقطعه، ثم خرج على استقامة، فكانت نسبة الخط الأول إلى الخط الثاني كنسبة قسمي الخط المستقيم المعلوم القدر والوضع، فإن نهاية الخط الثاني على خط مستقيم معلوم الوضع.

مثال ذلك: خط ا ب معلوم القدر والوضع ونقطة جـ معلومة، وخرج من نقطة جـ إلى خط ا ب خط جـ د، وخرج على استقامة إلى هـ، فكانت نسبة جـ د إلى د هـ كنسبة ا د إلى د ب.

فأقول: إن نقطة هـ على خط مستقيم معلوم الوضع.



برهان ذلك: أنا نصل ا جـ، فيكون معلوم القدر والوضع./ ونصل ب هـ. فلأن نسبة جـ د إلى د هـ كنسبة ا د إلى د ب، يكون خط ب هـ موازيًا لخط ا جـ. وخط ا جـ معلوم القدر والوضع وخط ا ب معلوم الوضع، فزاوية جـ ا ب معلومة وهي مساوية لزاوية

ب - ٢١ - ظ

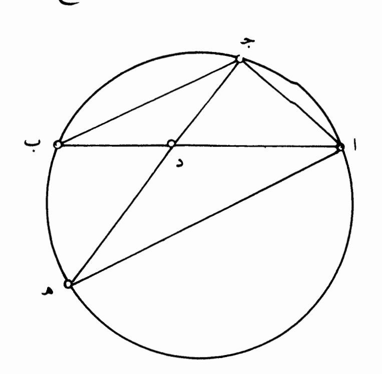
16 د ب: كتب ناسخ [ب] في الهامش مع الإشارة «وزاويتا د متساويتان، فالمثلثان متشابهان ببرهان و من و من *الأصول*، فزاوية آ مثل زاوية ب»؛ وكتب فوقها «زيادة»، وهي شرح لكلام ابن الهيثم.

ا ب هـ، فزاوية ا ب هـ معلومة. وخط ا ب معلوم الوضع ونقطة ب منه معلومة، فخط ب هـ معلوم الوضع، فنقطة هـ على خط مستقيم معلوم الوضع، وهو خط ب هـ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– **يد** – إذا خرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم القدر والوضع خط
5 مستقيم فقطعه، ثم خرج على استقامة فصار ضرب القسم الأول في الثاني مثل ضرب قسمي الخط المعلوم القدر والوضع أحدهما في الآخر،/ فإن نهاية الخط الثاني على محيط دائرة معلومة الوضع. س-٣٤٠-و

مثال ذلك: خط ا ب معلوم القدر والوضع، ونقطة جـ معلومة، وخرج من نقطة جـ خط جـ د وامتدّ على استقامة إلى هـ، فصار ضرب جـ د في د هـ مثل ضرب ا د في
10 د ب.

فأقول: إن نقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع.



برهان ذلك: أنا نصل ا جـ جـ ب ا هـ، فيكون نسبة جـ د إلى د ب كنسبة ا د إلى د هـ، والزاويتان اللتان عند نقطة د متساويتان، فمثلثا ا هـ د جـ ب د متشابهان، فزاوية ا هـ جـ مثل زاوية جـ ب د. وندير على مثلث ا ب جـ دائرة، فهي تمرّ بنقطة هـ، ولتكن
15 دائرة ا جـ ب هـ. فلأن نقطتي ا جـ معلومتان، يكون خط ا جـ معلوم القدر والوضع؛ ولأن نقط ا ب جـ معلومة، يكون زاوية ا ب جـ معلومة؛ ولأن زاوية ا ب جـ معلومة ونقطتي ا جـ معلومتان، تكون دائرة ا جـ ب هـ معلومة القدر والوضع، كما تبيّن في

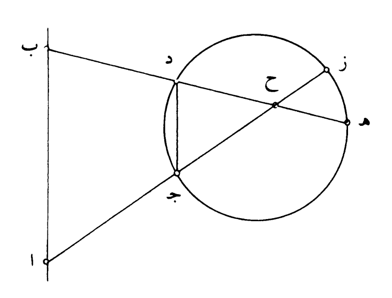
2 معلوم: معلومة – 6 الآخر: من «بأوضاع» ص. 481 سطر 19 إلى هنا: ناقص في مخطوطة [س] – 8 ا ب: ممحوة [ب، س] – 12 جـ د: جـ هـ [س] – 16 ولأن زاوية ا ب جـ معلومة: ناقصة [س] – 17 ونقطتي: ونقطتا [ب، س] / ا جـ: تحت السطر [س].

الشكل و من هذه المقالة. فنقطة هـ على محيط دائرة معلومة القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– يه – إذا خرج من نقطتين معلومتين خطان إلى دائرة معلومة القدر والوضع وتقاطعا على نقطة في داخل الدائرة، وخرجا حتى انتهيا إلى محيط الدائرة وكان ضرب قسمي 5 أحد الخطين، أحدهما في الآخر، مثل ضرب قسمي الخط الآخر، أحدهما في الآخر، ووصل بين النقطتين الأُولَيَيْن اللتين عليهما قطع الخطان الدائرة بخط مستقيم، فإنه موازٍ للخط الذي يصل بين النقطتين الأُولَيَيْن.

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتا الوضع، ودائرة جـ د هـ ز معلومة القدر والوضع؛ وخرج من نقطتي ا ب خطا ا جـ ح ز ب د ح هـ وتقاطعا على نقطة ح – ونقطة ح في 10 داخل الدائرة – وكان ضرب ا ح في ح ز مثل ضرب ب ح في ح هـ. ووصل جـ د ا ب.

فأقول: إن خط جـ د موازٍ لخط ا ب.



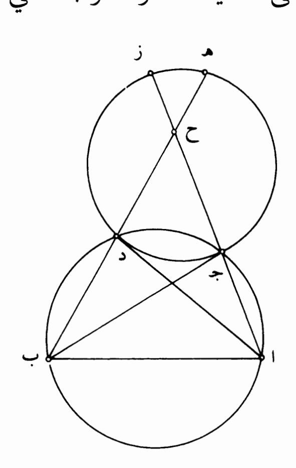
برهان ذلك: أن ضرب ا ح في ح ز مثل ضرب ب ح في ح هـ، فنسبة ا ح إلى ح ب كنسبة هـ ح إلى ح ز. ولكن ضرب جـ ح في ح ز مثل ضرب د ح في ح هـ، فنسبة هـ ح إلى ح ز كنسبة جـ ح إلى ح د. فنسبة ا ح إلى ح ب كنسبة جـ ح إلى 15 ح د، فمثلث ا ح ب يشبه مثلث جـ ح د، فزواياهما متساوية، فخط جـ د موازٍ لخط ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– يو – إذا خرج من نقطتين معلومتين خطان إلى دائرة معلومة وتقاطعا على نقطة في داخل الدائرة، وانقسما بنقطة التقاطع على نسبة واحدة، فإن النقطتين الأولين اللتين عليهما قطع الخطان الدائرة على محيط دائرة تمرّ بالنقطتين المعلومتين.

4 وكان: فكان [س] / ضرب: ناقصة [س] – 5 مثل: من [س] / في الآخر: ناقصة [س].

مثال ذلك: نقطتا ا ب خرج منهما إلى دائرة جـ د ز هـ خطا ا جـ ح ز ب د ح هـ وتقاطعا على نقطة ح، فكانت نسبة ا ح إلى ح ز كنسبة ب ح إلى ح هـ.

أقول: إن نقطتي جـ د على محيط دائرة تمرّ بنقطتي/ ا ب. س - ٣٤٠ - ظ



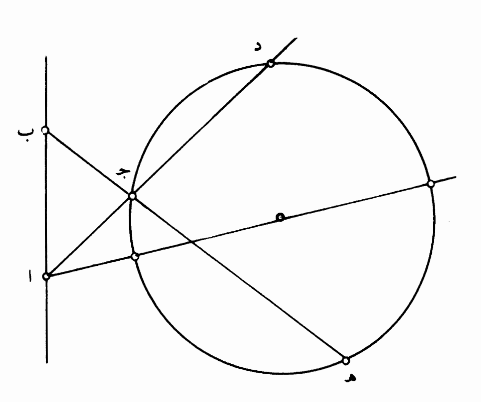
برهان ذلك: أنا نصل ا د ب جـ. فلأن نسبة ا ح إلى ح ز كنسبة ب ح إلى ح هـ، يكون نسبة ا ح إلى ح ب كنسبة ز ح إلى ح هـ. ونسبة ز ح إلى ح هـ هي كنسبة د ح إلى ح جـ، لأن ضرب جـ ح في ح ز مثل ضرب د ح في ح هـ، فنسبة ا ح إلى ح ب هي كنسبة د ح إلى ح جـ. وزاوية ا ح ب مشتركة لمثلثي ا ح د ب ح جـ، فمثلثا ا ح د ب ح جـ متشابهان، فزاوية ح د ا مثل زاوية ح جـ ب، فزاوية ا د ب مثل زاوية ا جـ ب. ونتوهم دائرة مرسومة على مثلث ا جـ ب، فهي تمرّ بنقطة د، ولتكن دائرة ا جـ د ب. فنقطتا جـ د على محيط دائرة تمرّ بنقطتي ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

- **يز** - إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع خطان إلى دائرة معلومة القدر والوضع فتقاطعا على محيط الدائرة وانتهى طرفاهما إلى محيط الدائرة أيضًا وانقسما على نسبة واحدة، فإن نسبة ضرب أحد الخطين فيما يقع منه في داخل الدائرة إلى ضرب الخط الآخر فيما يقع منه في داخل الدائرة نسبة معلومة. ب - ٢٢ - و

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتان ودائرة جـ د هـ معلومة القدر والوضع، وخرج من نقطتي ا ب خطا ا جـ د ب جـ هـ وتقاطعا على نقطة جـ، فكانت نسبة ا جـ إلى جـ د كنسبة ب جـ إلى جـ هـ.

7 ا ح د (الثانية): ا ح ز [ب] - 15 من: ناقصة [س] - 16 خطا: خطى [س].

فأقول: إن ضرب ا د في د جـ إما أن يكون مساويًا لضرب ب هـ في هـ جـ أو يكون نسبته إليه نسبة معلومة.



برهان ذلك: أن نقطة ا معلومة والدائرة معلومة القدر والوضع، فالخط الذي يخرج من نقطة ا إلى مركز دائرة جـ د هـ وينتهي إلى محيطها يكون معلوم القدر والوضع ويكون
5 ما يقع منه خارج الدائرة معلوم القدر، لأن نقطة التقاطع بينه وبين محيط الدائرة تكون معلومة، فيكون ضرب الخط كله فيما يقع منه خارج الدائرة معلومًا، لأنه يحيط به خطان معلومان. وضرب ذلك الخط فيما يقع منه خارج الدائرة مساوٍ لضرب د ا في ا جـ، فضرب د ا في ا جـ معلوم. وكذلك يتبيّن أن ضرب هـ ب في ب جـ معلوم. فهذان السطحان معلومان. فإما أن يكونا متساويين أو يكون نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة. فنسبة
10 ا جـ إلى جـ ب هي كنسبة هـ ب إلى ا د أو إلى خط نسبته إليه معلومة. ونسبة ا جـ إلى جـ ب هي كنسبة د جـ إلى جـ هـ، فنسبة د جـ إلى جـ هـ هي كنسبة هـ ب إلى ا د، أو إلى خط نسبته إليه معلومة. فإن كانت نسبة د جـ إلى جـ هـ كنسبة هـ ب إلى ا د، فإن ضرب ا د في د جـ مثل ضرب ب هـ في هـ جـ. وإن كانت كنسبة هـ ب إلى خط نسبته إلى ا د معلومة، فإن نسبة ضرب ا د في د جـ إلى ضرب ب هـ في هـ جـ معلومة؛
15 وذلك ما أردنا أن نبيّن.

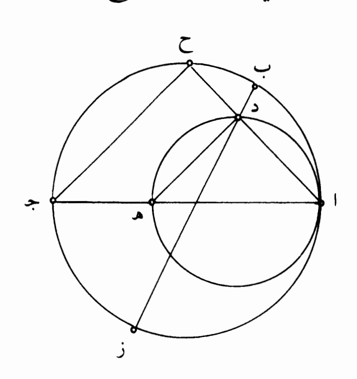
– **يح** – كل دائرتين معلومتين متماستين إحداهما في داخل الأخرى، ويخرج خط يقطع الدائرتين كيفما اتفق، ويوصل بين نقطة التقاطع من الدائرة الصغرى وبين نقطة

7 الدائرة: ناقصة [س] – 11 هي (الأولى): ناقصة [س] – 11-12 أو ... إلى ا د: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 12 هـ ب: ناقصة [س].

التماس بخط مستقيم، فإن نسبة ضرب قسمي الخط الذي يقطع الدائرة العظمى، أحدهما في الآخر، إلى مربع الخط الذي يصل بين نقطة التقاطع ونقطة التماس، / معلومة. س - ٣٤١ - و

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ ا د هـ متماستان على نقطة ا، وخرج خط ب د ز يقطع الدائرتين، ووصل ا د. 5

فأقول: إن نسبة ضرب ب د في د ز إلى مربع د ا معلومة.



برهان ذلك: أنا نخرج القطر المشترك للدائرتين، وليكن قطر ا هـ جـ، ونخرج ا د إلى ح، ونصل د هـ ح جـ. فيكون زاويتا ا د هـ ا ح جـ قائمتين، فيكون خط د هـ موازيًا لخط جـ ح. فيكون نسبة ح د إلى د ا كنسبة جـ هـ إلى هـ ا. ونسبة ح د إلى د ا هي 10 كنسبة ضرب ح د في د ا إلى مربع د ا، فنسبة ضرب ح د في د ا إلى مربع د ا كنسبة جـ هـ إلى هـ ا. وضرب ح د في د ا مثل ضرب ب د في د ز، فنسبة ضرب ب د في د ز إلى مربع د ا هي كنسبة جـ هـ إلى هـ ا. ونسبة جـ هـ إلى هـ ا معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم. فنسبة ضرب ب د في د ز إلى مربع د ا معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

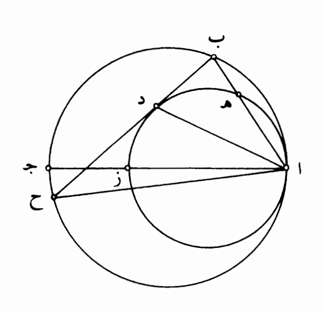
15 وهنالك استبان أن كل خط يخرج من نقطة التماس ويقطع الدائرتين، فإنه ينقسم بالدائرة الصغرى على نسبة معلومة، وهي نسبة ا هـ إلى هـ جـ.

– **يط** – كل دائرتين معلومتين متماستين من داخل، ويخرج خط يماس الدائرة الصغرى وينتهي إلى الدائرة العظمى، ويخرج خط من موضع تماس الدائرتين إلى طرف الخط المماس، فإن نسبته إلى الخط المماس تكون معلومة.

4 يقطع: تقطع [س] – 6 ب د: مطموسة [س] – 8 زاويتا: زاويتان [س].

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ ا د ز متماستان على نقطة ا، وخرج خط د ب يماس الدائرة الصغرى، ووصل ا هـ ب.

فأقول: إن نسبة ا ب إلى ب د معلومة.



برهان ذلك: أنا نخرج القطر المشترك وهو ا ز جـ، فيكون نسبة ا ز إلى ز جـ معلومة، وهي كنسبة ا هـ إلى هـ ب. فنسبة ا هـ إلى هـ ب هي نسبة معلومة. فنسبة ا ب إلى ب هـ معلومة ونسبة مربع ا ب إلى ضرب ا ب في ب هـ معلومة. وضرب ا ب في ب هـ هو مربع ب د، فنسبة مربع ا ب إلى مربع ب د معلومة، وهي كنسبة ا جـ إلى جـ ز المعلومة، فنسبة ا ب إلى ب د معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

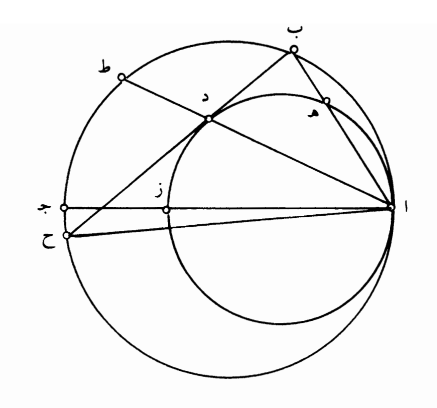
وإذا خرج ب د في الجهة الأخرى إلى ح ووصل ا ح، فيتبيّن كما تبيّن من قبل أن نسبة ا ح إلى ح د معلومة، وأن نسبة مربع ا ح إلى مربع ح د كنسبة ا جـ إلى جـ ز، فيكون نسبة ا ب إلى ب د كنسبة ا ح إلى ح د؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وقد يتبيّن من ذلك أن نسبة مجموع خطي ب ا ا ح إلى خط ب ح معلومة./

– كـ – ولنعد الدائرة ونخرج خط ب د ح يماس الدائرة الصغرى ونصل ا د وننفذه على استقامة إلى ط. ب-٢٢-ظ

فأقول: إن نقطة ط تقسم قوس ب ط ح بنصفين.

7 ب د (الأولى): هـ ب د [س] – 10 ب د: هـ ب [س] غير واضحة [ب] / في: وفي [س] / فيتبيّن: يتبين [س] – 11 معلومة وأن: معلومة د ت [س].



برهان ذلك: أنا نصل ا ب ا ح، فيكون نسبة ا ب إلى ب د كنسبة ا ح إلى ح د. فإذا بدلنا، كانت نسبة ب ا إلى ا ح كنسبة ب د إلى د ح. فخط ا د قد قسم زاوية ب ا د بنصفين، فزاوية ب ا د مثل زاوية د ا ح، فقوس ب ط مثل قوس ط ح؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

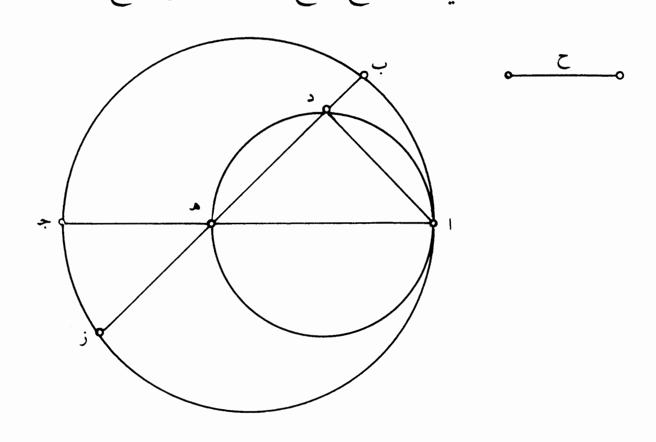
5 – **كا** – كل دائرتين معلومتين متماستين من داخل، ويخرج من موضع تماسهما قطر مشترك لهما، ويخرج من طرف قطر / الدائرة الصغرى خط يقطع الدائرة الصغرى، فإنه ينقسم بقسمين يكون ضربُ أحدهما في الآخر مع مربع – نسبته إلى مربع الخط الذي وقع في داخل الدائرة الصغرى نسبة معلومة – معلومَ المقدار.

س – ٣٤١ – ظ

مثاله: دائرتا ا ب جـ ا د هـ متماستان على نقطة ا، وخرج قطر ا هـ جـ وخرج من

10 نقطة هـ خط هـ د ب ز.

فأقول: إن ضرب ز د في د ب مع مربع – نسبته إلى مربع د هـ معلومة – معلومُ المقدار.



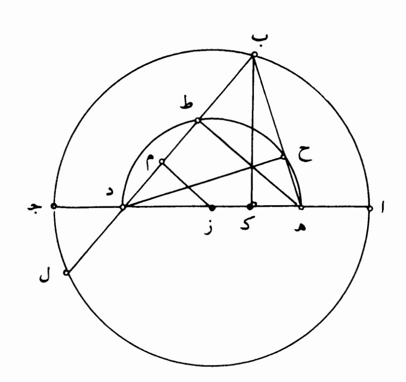
5 تماسهما: مماسهما [ب] تماستها [س] – 7 مربع (الأولى): ناقصة [س].

برهان ذلك: أنا نصل ا د، فيكون نسبة ضرب ز د في د ب إلى مربع د ا كنسبة جـ هـ إلى هـ ا المعلومة. فليكن نسبة مربع خط ح إلى مربع خط د هـ كنسبة جـ هـ إلى هـ ا، فيكون نسبة ضرب ز د في د ب مع مربع ح إلى مربعي ا د د هـ كنسبة جـ هـ إلى هـ ا. ومربعا ا د د هـ هما مربع ا هـ، لأن زاوية ا د هـ قائمة. فنسبة ضرب ز د في د ب مع مربع ح إلى مربع ا هـ كنسبة جـ هـ إلى هـ ا التي هي كنسبة ضرب جـ هـ في هـ ا إلى مربع هـ ا، فضرب ز د في د ب مع مربع ح مساوٍ لضرب جـ هـ في هـ ا المعلوم. ونسبة مربع ح إلى مربع د هـ معلومة، لأنها كنسبة جـ هـ إلى هـ ا. فضرب ز د في د ب مع مربع - نسبته إلى مربع د هـ معلومة - معلومُ المقدار؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

- **كب** - كل دائرة معلومة القدر والوضع يخرج فيها قطر معلوم الوضع ويُفرض عليه نقطتان عن جنبتي المركز يكون بعداهما عن المركز بعدين متساويين، فإن كل خطين يخرجان من تينك النقطتين ويلتقيان على نقطة من محيط الدائرة، كيفما اتفق، فإن مربعيهما مجموعين معلومان ومساويان لمربعي قسمي القطر.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ معلومة القدر والوضع، وخرج فيها قطر ا جـ المعلوم الوضع، ومركزها ز؛ وفُرض على القطر نقطتا هـ د وجعل هـ ز مثل د ز، وخرج خطا هـ ب د ب.

فأقول: إن مربعي خطي هـ ب د ب مجموعين مثل مربعي خطي ا د د جـ المعلومين مجموعين.



6 هـ ا (الثانية): هـ [س] - 12 مربعيهما: مربعهما [س] / معلومان و: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] / معلومان ومساويان: معلوما ومساويا [س] - 14 وجعل: وصل [س] / هـ ز: هـ ا [س] - 16 مربعي: مربع [س] / د ب: د ر [س].

برهان ذلك: أنا ندير على خط هـ د نصف دائرة، وليكن نصف دائرة ح ط، وليقطع الخطين على نقطتي ح ط، ونصل هـ ط د ح، ونخرج عمود ب كـ. فلأن قوس هـ ح ط د نصفُ دائرة، يكون زاوية هـ ح د قائمة، وزاوية هـ ط د قائمة. ولأن ب كـ عمود، يكون زاوية ب كـ د قائمة، فالدائرة التي تدار على مثلث ب كـ د تمرّ بنقطة ح.
5 فضرب د هـ في هـ كـ مثل ضرب ب هـ في هـ ح. ولأن كل واحدة من زاويتي ب كـ هـ ب ط هـ قائمة، يكون الدائرة التي تدار على مثلث ب كـ هـ تمرّ بنقطة ط، فضرب ب د في د ط مثل ضرب هـ د في د كـ، فمربع هـ د مثل ضرب ب هـ في هـ ح مع ضرب ب د في د ط مجموعين. ونخرج ب د إلى ل، ونخرج عمود ز م، فيكون م يقسم ط د بنصفين ويقسم ب ل بنصفين. فخط ب ط مثل خط د ل، فضرب د ب في ب ط مثل
10 ضرب ب د في د ل. وضرب ب د في د ل مثل ضرب ا د في د جـ. فضرب د ب في ب ط مثل ضرب ا د في د جـ. وضرب هـ ب في ب ح مثل ضرب د ب في ب ط. فضرب هـ ب في ب ح مع ضرب/ د ب في ب ط مجموعين مثل ضرب ا د في د جـ مرتين. فمجموع سطوح ب هـ في هـ ح وب د في د ط ود ب في ب ط وهـ ب في ب ح هي مربع هـ د وضرب ا د في د جـ مرتين. ومجموع هذه السطوح الأربعة هي
15 مربعا هـ ب د ب مجموعين. فمربعا هـ ب د ب مجموعين مساويان لمربع هـ د مع ضرب ا د في د جـ مرتين. وضرب ا د في د جـ مرتين هو ضرب هـ جـ في جـ د مرتين. وضرب هـ جـ في جـ د مرتين مع مربع هـ د هو مربع هـ جـ مع مربع جـ د الذي هو مربع ا د مع مربع د جـ. فمربعا هـ ب ب د مجموعان مثل مربعي ا د د جـ المعلومين؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

س-٣٤٢-و

20 وعلى أي وضع فُرض خطا هـ ب د ب، فإن مربعيهما يكونان مساويين لمربعي قسمي القطر، والبرهان على جميع الأوضاع هو البرهان الذي ذكرناه، وليس يختلف إلاّ باختلاف وضع نقطتي ح ط. فإنه ربما كان أحد خطي هـ ب ب د مماسًا للدائرة الصغرى على طرف قطرها وربما قطع النصف الآخر من نصفي الدائرة الصغرى، وعلى كل واحد من هذه الأوضاع يكون مربعا خطي هـ ب د ب مساويين لمربعي قسمي القطر.

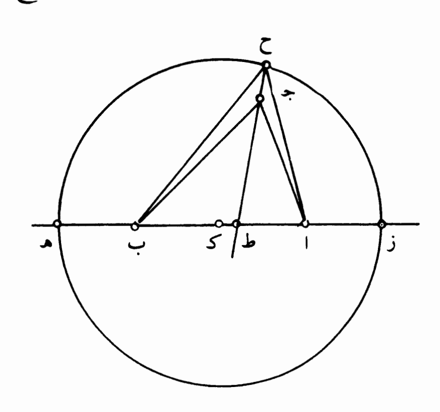
ب-٢٣-و

3 وزاوية: فزاوية [ب] – 5 ب هـ: د هـ [س] – 7 د كـ: د ط [س] / ب هـ: د هـ [س] – 8 ط د: كـ د [س] – 12 مع: مثل [س] – 13 فمجموع: لمجموع [س] – 14 هـ د: هـ جـ [س] – 17 هـ د: هـ جـ [س] / جـ د: أضاف ناسخ [ب] في الهامش «ببرهان ز من ب من الأصول» – 20 وعلى: على [ب] / مربعيهما: مربعهما [س] – 24 مساويين: مساويان [ب، س].

– **كجـ** – كل نقطتين يخرج منهما خطان يلتقيان على نقطة ويحيطان بزاوية حادة ويكون مجموع مربعيهما معلومًا، فإن نقطة الالتقاء على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.

مثال ذلك: نقطتا ا ب خرج منهما خطا ا جـ ب جـ والتقيا على نقطة جـ وأحاطا بزاوية حادة وهي زاوية ا جـ ب وكان مربعاهما مجموعين معلومين. 5

فأقول: إن نقطة جـ على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.



برهان ذلك: أنا نصل ا ب، فيكون معلومًا، ويكون مربعه أصغر من مربعي ا جـ جـ ب، لأن زاوية ا جـ ب حادة؛ ويكون زيادة مربعي ا جـ جـ ب على مربع ا ب معلومة. ونجعل ضرب ا هـ في هـ ب مرتين مثل زيادة مربعي ا جـ جـ ب على مربع ا ب. ونجعل ا ز مثل ب هـ ونديرعلى قطر ز هـ دائرة، ولتكن دائرة ز ح هـ. 10

فأقول: إن دائرة ز ح هـ تمرّ بنقطة جـ.

فإن لم تمرّ بنقطة جـ، فإنا نقسم زاوية ا جـ ب بنصفين بخط جـ ط، ونخرج ط جـ إلى ح، ونصل ا ح ح ب، فيكون مربعا ا ح ح ب يزيدان على مربع ا ب بضرب ا هـ في هـ ب مرتين، كما بُيّن في الشكل الذي قبل هذا الشكل. لكن مربعا ا جـ جـ ب يزيدان على مربع ا ب بضرب ا هـ في هـ ب مرتين، فمربعا ا ح ح ب مثل مربعي ا جـ جـ ب. لكن زاوية ا جـ ط حادة، فزاوية ح جـ ا منفرجة، فخط ح ا أعظم من خط ا جـ. وكذلك يتبين أن خط ح ب أعظم من خط ب جـ. فخطا ا ح ح ب أعظم من 15

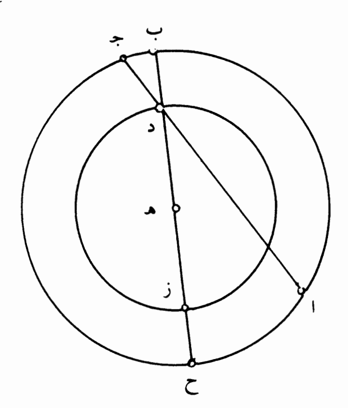
2 مربعيهما: مربعهما [س] / معلومة: معلوم [ب] – 4 منهما: منها [ب] / ب جـ: جـ د [س] – 5 معلومين: معلوما [ب، س] – 9 معلومة: معلوما [ب، س] – 10 ز هـ: د هـ [س] – 14 بيّن: يبين [س].

خطي ا جـ جـ ب. فمربعا خطي ا ح ح ب أعظم من مربعي ا جـ جـ ب، وهما مساويان لهما، وهذا محال. فنقطة جـ على محيط دائرة ز ح هـ، ودائرة ز ح هـ معلومة القدر والوضع، لأن قطرها – وهو ز هـ – معلوم القدر والوضع. فنقطة جـ على محيط دائرة معلومة القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

5 – **كد** – إذا خرج في دائرة معلومة القدر والوضع وترٌ – كيفما اتفق – وقُسم بقسمين وكان ضرب أحد القسمين في الآخر معلومًا، فإن نقطة القسمة على محيط دائرة معلومة الوضع والقدر.

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ معلومة القدر والوضع وخرج فيها وتر ا جـ – كيفما اتفق – وقُسم على نقطة د، فكان ضرب ا د في د جـ معلومًا.

10 فأقول: إن نقطة د على محيط دائرة معلومة القدر والوضع.



برهان ذلك: أنا نحدّ مركز الدائرة وليكن نقطة هـ. ونصل هـ د وننفذه في الجهتين إلى ب ح، فيكون ضرب ح د في د ب مثل ضرب ا د في د جـ. وضرب ا د في د جـ معلوم، فضرب ح د في د ب معلوم. وقطر ح ب معلوم، فنصفه – وهو هـ ب – معلوم، فيبقى مربع هـ د معلومًا، فخط هـ د معلوم.

15 فنجعل هـ مركزًا وندير ببعد هـ د المعلوم دائرة/ ولتكن دائرة د ز. فيكون دائرة د ز معلومة القدر والوضع، لأن مركزها معلوم الوضع ونصف قطرها معلوم المقدار. فنقطة د على محيط دائرة معلومة القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. س – ٣٤٢ – ظ

1 فمربعا ... جـ ب: كررها مرتين، ثم ضرب عليها بالقلم [ب] / مربعي: مربع [ب] – 15 ببعد هـ د: غير واضحة [س] / المعلوم: والمعلوم [س] / ولتكن: وليكن [س] / فيكون دائرة د ز: ناقصة [س] – 16 معلومة: معلوم [ب].

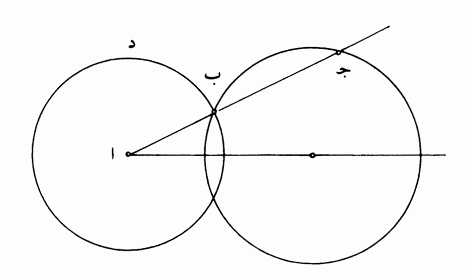
القسم الثاني

وهو من جنس ما ذكره أقليدس في كتاب *المعطيات*، إلاّ أنه ليس شيء منه في كتاب *المعطيات*.

– آ – إذا خرج من نقطة معلومة إلى دائرة معلومة القدر والوضع خط مستقيم فقطع الدائرة، وكانت النقطة خارج الدائرة، وكانت نسبة القسم الخارج منه إلى القسم الذي وقع في داخل الدائرة نسبةً معلومة، فإن الخط معلوم الوضع.

مثاله: نقطة آ معلومة ودائرة ب جـ معلومة القدر والوضع، وخرج خط ا ب جـ، فكانت نسبة ا ب إلى ب جـ معلومة.

فأقول: إن خط ا ب جـ معلوم الوضع.



برهان ذلك: أن نقطة آ معلومة، ودائرة ب جـ معلومة القدر والوضع، فالخط الذي يخرج من نقطة آ إلى مركز الدائرة وينتهي إلى محيطها يكون معلوم القدر والوضع؛ ويكون قسمه الذي يقع خارج الدائرة معلوم القدر، فضرب جـ ا في ا ب معلوم القدر، ونسبة جـ ا إلى ا ب معلومة، وهي كنسبة ضرب جـ ا في ا ب إلى مربع ا ب. فمربع ا ب معلوم، فخط ا ب معلوم ‹القدر›. ونقطة آ معلومة، فنقطة ب على محيط دائرة معلومة الوضع، كما بُيّن في الشكل الأول من هذا الكتاب، فلتكن دائرة ب د. ودائرة

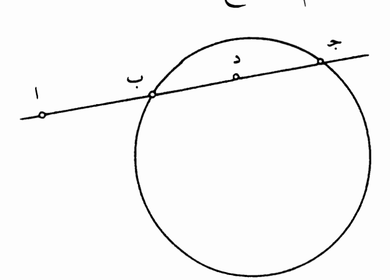
7 خط: ناقصة [س] – 8 فكانت: وكانت [س] – 13 كنسبة: نسبة [س] – 15 بيّن: تبين [س] / ودائرة: فدائرة [س].

ب د معلومة الوضع، ودائرة ب جـ معلومة الوضع، فنقطة ب معلومة، ونقطة ا معلومة، فخط ا ب معلوم الوضع، فخط ا ب جـ معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

– ب – إذا خرج من نقطة معلومة إلى دائرة معلومة الوضع خط مستقيم، ففصل من الدائرة قطعة معلومة، فإنه معلوم الوضع. ب-٢٣-ظ

5 مثاله: نقطة ا معلومة ودائرة ب جـ معلومة الوضع، وخرج خط ا ب جـ، فكانت قطعة ب جـ معلومة.

أقول: إن خط ا ب جـ معلوم الوضع.



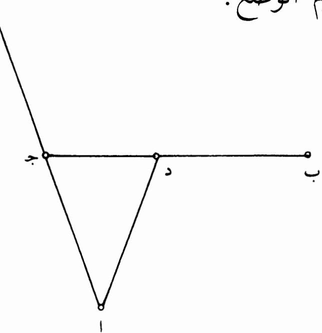
برهان ذلك: أن نقطة ا معلومة، فضرب جـ ا في ا ب معلوم. ولأن قطعة ب جـ معلومة والدائرةَ معلومة، يكون خط ب جـ معلومًا. فخط ب جـ معلوم وضرب جـ ا في 10 ا ب معلوم. فنسبة ضرب جـ ا في ا ب مرتين إلى مربع ب جـ معلومة. ونقسم ب جـ بنصفين على نقطة د، فيكون نسبة ضرب جـ ا في ا ب إلى مربع ب د معلومة، فيكون نسبة مربع ا د إلى مربع د ب معلومة. فيكون نسبة ا د إلى د ب، أعني د جـ، معلومة. فيكون نسبة ا جـ إلى جـ ب معلومة، فيكون نسبة ا ب إلى ب جـ معلومة. ونقطة ا معلومة ودائرة ب جـ معلومة، فخط ا ب جـ معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

15 – جـ – إذا خرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم القدر والوضع خط مستقيم، فكانت نسبته إلى ما فصل من الخط نسبة معلومة، فإن الخط الخارج معلوم الوضع.

5 معلومة (الثانية): معلوم [س] – 7 معلوم: معلومة [س] – 10 مرتين: ناقصة [س] – 13 فيكون (الثانية): مكررة [س] – 15 القدر و: أثبتها فوق السطر [س].

مثال ذلك: نقطة ا معلومة، وخط ب جـ معلوم القدر والوضع، وخرج خط ا د، فكانت نسبة ا د إلى د جـ نسبة معلومة.

أقول: إن خط ا د معلوم الوضع.



برهان ذلك: أن نقطتي ا جـ معلومتان ونسبة ا د إلى د جـ معلومة، فنقطة د على

5 محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل ط من هذه المقالة./ فنقطة د على س-٣٤٣-و

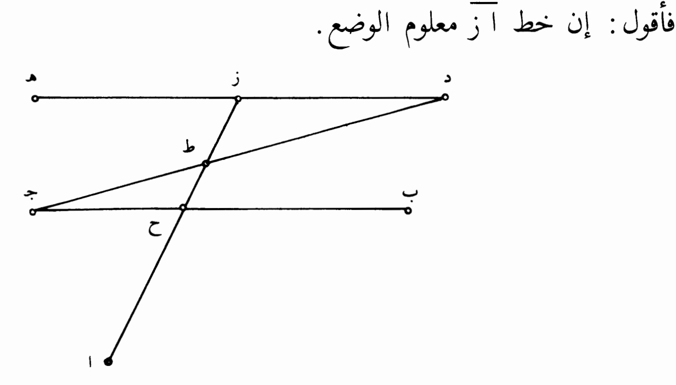
محيط دائرة معلومة الوضع، وهي على خط ب جـ المعلوم الوضع؛ فنقطة د معلومة ونقطة ا معلومة، فخط ا د معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

- **د** - إذا خرج من نقطة معلومة إلى خطين متوازيين معلومي القدر والوضع خط مستقيم وفَصَل منهما خطين متبادلين، فكانت نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة، فإن الخط

10 الخارج معلوم الوضع.

مثال ذلك: نقطة ا معلومة، وخطا ب جـ د هـ معلوما الوضع متوازيان، وخرج خط ا ح ز، فصارت نسبة ح جـ إلى د ز معلومة.

فأقول: إن خط ا ز معلوم الوضع.



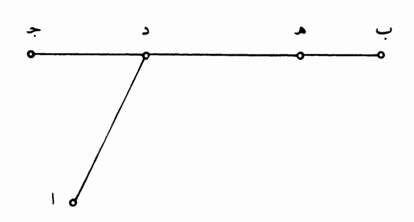
1 معلوم: معلومة [س] - 2 د جـ: ر جـ [س] - 11 وخطا: وخط [ب] - 12 فصارت: صارت [س].

برهان ذلك: أنا نصل د جـ، فيكون معلوم القدر والوضع لأن نهايتيه معلومتان، وهو يقطع خط ح ز، فليقطعه على نقطة ط. فيكون نسبة جـ ط إلى ط د معلومة، فيكون نسبة جـ د إلى د ط معلومة. وجـ د معلوم، فـ د ط معلوم. ونقطة د معلومة، فنقطة ط معلومة. ونقطة ا معلومة، فخط ا ط ز معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

5 – هـ – إذا خرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم الوضع والقدر خط مستقيم وكان مع ما فَصَله من الخط المعلوم معلومًا، فإنه معلوم الوضع.

مثال ذلك: نقطة ا معلومة وخط ب جـ معلوم القدر والوضع، وخرج خط ا د، فصار ا د مع د جـ معلومًا.

فأقول: إن ا د معلوم الوضع.



10 برهان ذلك: أن ا د مع د جـ معلوم، وب د مع د جـ معلوم، فخطا ا د د ب متساويان أو أحدهما يزيد على الآخر بمقدار معلوم.

فإن كانا متساويين، فقد خرج من نقطتي ا ب المعلومتين خطا ا د د ب المتساويان، فنقطة د على خط مستقيم معلوم الوضع، كما بُيّن في الشكل ح من هذه المقالة.

وإن كان أحدهما يزيد على الآخر بمقدار معلوم، فليكن الزيادة ب هـ، فيكون ب هـ

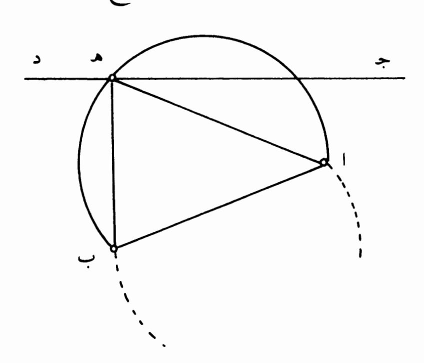
15 معلومًا، فيكون نقطة هـ معلومة، ويكون خط ا د مثل خط د هـ، فنقطتا ا هـ معلومتان، وقد خرج منهما خطا ا د د هـ وكانا متساويين. فنقطة د على خط مستقيم معلوم الوضع، وهي على خط هـ جـ المعلوم الوضع، فنقطة د معلومة. ونقطة ا معلومة، فخط ا د معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

2 ح ز: ح د [س] – 2-3 جـ ط ... نسبة: ناقصة [س] – 3 معلوم (الأولى): معلومة [س] – 5-6 معلوم ... مستقيم: ناقصة [س] – 6 مع ما: معما [ب، س] – 12 المعلومتين: المعلوم [ب، س] / المتساويان: المتساويين [ب، س] – 13 د: ناقصة [س] / بيّن: ناقصة [س].

– و – إذا خرج من نقطتين معلومتي الوضع إلى خط معلوم الوضع خطان، فأحاطا بزاوية معلومة، فإنهما معلوما الوضع والقدر.

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتان وخط جـ د معلوم الوضع، وخرج خطا ا هـ ب هـ فأحاطا بزاوية معلومة، وهي زاوية ا هـ ب.

5 فأقول: إن خطي ا هـ ب هـ معلوما القدر والوضع.



برهان ذلك: أن نقطتي ا ب معلومتان، وقد خرج منهما خطا ا هـ ب هـ، فأحاطا بزاوية معلومة، فنقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبين في الشكل و من الفصل الأول من هذه المقالة. فنقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع؛ وهي على خط جـ د المعلوم الوضع، فنقطة هـ معلومة. وكل واحدة من نقطتي ا ب معلومة، فخطا ا هـ

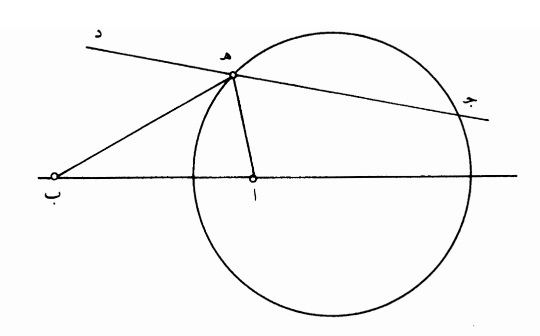
10 ب هـ معلوما القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

– ز – إذا خرج من نقطتين معلومتين إلى خط معلوم الوضع خطان، فكانت نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة، فإن الخطين معلوما الوضع والقدر. ب-٢٤-و

مثال ذلك: نقطتا ا ب معلومتان، وخط جـ د معلوم / الوضع، وخرج خطا ا هـ ب هـ، فكانت نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة. س-٣٤٣-ظ

15 فأقول: إن كل واحد من خطي ا هـ ب هـ معلوم القدر والوضع.

2 معلوما: معلوم [ب] / والقدر: والمقدر [ب] – 4 وهي: هي [س] – 6 منهما: منها [ب] – 8 وهي: وهو [ب] – 12 معلوما: معلومى [ب، س].

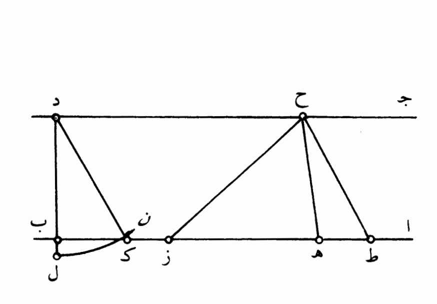


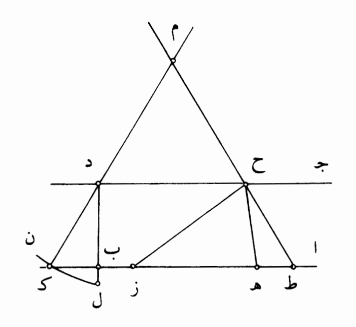
برهان ذلك: أن نقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع، كما بُيّن في الشكل ط من الفصل الأول من هذه المقالة. وهي على خط د جـ، فنقطة هـ معلومة، فخطا ا هـ ب هـ معلوما القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– ح – إذا كان خطان مستقيمان متوازيان معلوما الوضع، وفرض على أحدهما نقطتان، وخرج من النقطتين خطان، فالتقيا على نقطة من الخط الآخر الموازي، وكان ضرب أحد الخطين الخارجين في الآخر معلومًا، فإن الخطين معلوما القدر والوضع.

مثال ذلك: خطا ا ب جـ د متوازيان معلوما الوضع، وفُرض على خط ا ب نقطتا هـ ز، وخرج منهما خطا هـ ح ز ح، فكان ضرب هـ ح في ح ز معلومًا.

أقول: إن خطي هـ ح ز ح معلوما القدر والوضع.





برهان ذلك: أنا نتوهم زاوية ز ح ط مساوية لزاوية ح هـ ز، فيكون خط ح ط يلقى خط ز ا، لأن زاويتي ط ح ز ط ز ح أقل من قائمتين، فليلقه على نقطة ط. فيكون

4 معلوما: على افتراض أن «كان» تامة، ولن نعلق على مثل هذا التركيب فيما بعد – 5 نقطتان: نقطتين [س] / فالتقيا: التقيا [ب] – 8 خطا: خطى [س] / ح ز: ح د [ب، س] – 9 معلوما: معلومى [س] – نجد في المخطوطة شكلاً واحدًا يجمع الحالتين، وفصلناه للإيضاح – 10 يلقى: يلقا [ب، س].

مثلث ط ح ز شبيهًا بمثلث ح هـ ز، فتكون زاوية ح ط ز مساوية لزاوية هـ ح ز وتكون نسبة ط ز إلى ز ح كنسبة ح ز إلى ز هـ وكنسبة ط ح إلى ح هـ، فنسبة ط ح إلى ح هـ كنسبة ح ز إلى ز هـ ، فضرب ح ط في هـ ز مثل ضرب هـ ح في ح ز. وضرب هـ ح في ح ز معلوم، فضرب ط ح في هـ ز معلوم. وهـ ز معلوم، فـ ط ح معلوم، لأنه إذا
5 أحاط بسطح معلوم خطان على زاوية قائمة وكان أحد الخطين معلومًا، فإن الخط الآخر معلوم، لأن مقدار السطح لا يتغير وزاويةَ السطح لا تتغير، فمقدار الخط الآخر لا يتغير، فخط ط ح معلوم. وتُفرض على خط جـ د نقطة – كيفما اتفقت – ولتكن د، ونخرج منها خط د ب على زاوية قائمة، وهي زاوية جـ د ب، فيكون معلوم الوضع. وخط ا ب معلوم الوضع ، فنقطة ب معلومة، فخط د ب معلوم القدر، فهو إما مساوٍ لخط ح ط أو
10 أصغر منه.

فإن كان مساويًا له، فخط ح ط عمود، فزاوية ح ط ز قائمة. وهي مثل زاوية هـ ح ز، فزاوية هـ ح ز قائمة. وإن كان خط د ب أصغر من خط ح ط، جعلنا خط د ل مثل خط ح ط. وجعلنا د مركزًا وأدرنا ببعد د ل دائرة ل كـ ن. فتكون هذه الدائرة معلومة الوضع. وخط ا ب معلوم الوضع ، فنقطة كـ معلومة. ونصل د كـ، فيكون معلوم القدر
15 والوضع ، لأن نقطتي د كـ معلومتان؛ ويكون خط د كـ مثل خط ح ط، فهما إما متوازيان أو يلتقيان. فإن كانا متوازيين، فإن زاوية ح ط ز مثل زاوية د كـ ب. وزاوية د كـ ب معلومة، لأن خطي د كـ كـ ب معلوما الوضع ، فزاوية ح ط ز معلومة، فزاوية هـ ح ز معلومة. وإن كان خطا ط ح كـ د يلتقيان، فليلتقيا على نقطة م. فيكون نسبة ط م إلى م كـ كنسبة ط ح إلى كـ د؛ وط ح مثل كـ د، فـ ط م مثل م كـ، فزاوية م ط كـ
20 مثل زاوية م كـ ط؛ وزاوية م كـ ط معلومة، فزاوية م ط كـ معلومة،/ فزاوية هـ ح ز معلومة. س-٣٤٤-و

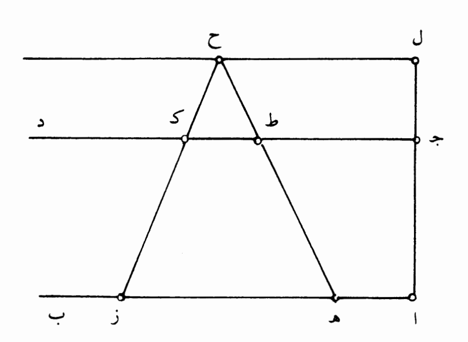
فزاوية هـ ح ز معلومة على تصاريف الأحوال، ونقطتا هـ ز معلومتان، فنقطة ح على محيط دائرة معلومة الوضع ، كما تبين في الشكل و من الفصل الأول من هذه المقالة. ونقطة ح على خط جـ د المعلوم الوضع ، فنقطة ح معلومة، فكل واحد من خطي هـ ح
25 ز ح معلوم القدر والوضع ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

13 خط : أثبتها فوق السطر [ب] – 18 هـ ح ز: ح ر [س] / يلتقيان : يلتقيا [س] / فليلتقيا : ناقصة [س] – 18-19 ط م إلى م كـ: ط م كـ [س] – 20 م ط كـ معلومة : مكررة [س] – 24 خط : ناقصة [ب] / فكل : وكل [س].

– ط – إذا كان خطان مستقيمان متوازيان معلوما الوضع، وفُرض على أحدهما نقطتان، وخرج من النقطتين خطان فقطعا الخط الثاني وتجاوزاه والتقيا على نقطة فكان المثلث الذي حدث معلوم القدر، فإن الخط الذي جازه الخطان من الخط الموازي الثاني معلوم القدر.

5 مثال ذلك: خطا ا ب جـ د متوازيان معلوما الوضع، وفُرض على خط ا ب نقطتان – كيفما اتفقتا – وهما نقطتا هـ ز، وخرج من نقطتي هـ ز خطا هـ ط ح ز كـ ح والتقيا على نقطة ح، وكان مثلث هـ ح ز معلوم القدر.

فأقول: إن خط ط كـ معلوم القدر.



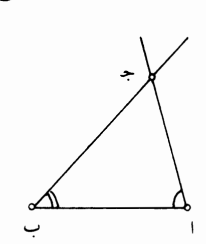
برهان ذلك: أن نقطتي هـ ز معلومتان، وقد خرج منهما خطا هـ ح ز ح، فحدث 10 مثلث هـ ح ز وهو معلوم القدر؛ فنقطة ح على خط مستقيم معلوم الوضع موازٍ لخط هـ ز، كما تبين في الشكل ي من الفصل الأول من هذه المقالة، فليكن الخط خط ل ح. ونخرج عمود ا جـ ل، فيكون معلوم القدر. ‹و›لأن خط ا ل معلوم الوضع وخطّ ل ح معلوم الوضع، فنقطة ل معلومة؛ ونقطة ا معلومة، فخط ا ل معلوم الوضع والقدر. وكذلك يتبين أن خط ل جـ معلوم القدر والوضع، فنسبة ا ل إلى ل جـ معلومة، 15 فنسبة هـ ح إلى ح ط معلومة، فنسبة هـ ز إلى ط كـ معلومة وهـ ز معلوم، فـ ط كـ معلوم. فخط ط كـ معلوم القدر؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– ي – إذا خرج من طرفي خط مستقيم معلوم الوضع خطان على زاويتين معلومتين والتقيا على نقطة، فإنهما معلوما القدر والوضع./

2 خطان: خطان يعطفانه [س] – 7 معلوم: معلومة [ب] – 11 خط: ناقصة [س] – 14 ل جـ (الأولى): ا جـ [س].

مثال ذلك: خط ا ب معلوم القدر والوضع، وخرج من طرفيه خطا ا جـ ب جـ على زاويتين معلومتين، والتقيا على نقطة جـ. ب-٢٤-ظ

فأقول: إن خطي ا جـ ب جـ معلوما القدر والوضع.



برهان ذلك: أن خط ا ب معلوم الوضع ونقطة ا منه معلومة، وخرج خط ا جـ على

5 زاوية معلومة، فخط ا جـ معلوم الوضع. وكذلك خط ب جـ معلوم الوضع. فكل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم الوضع، فنقطة جـ معلومة. ونقطتا ا ب معلومتان، فكل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وإذا كان كل واحد من خطوط ا ب ا جـ ب جـ معلوم القدر، فإن نسبة كل واحد منها إلى الآخر معلومة. ويستبين بهذا البيان أن كل مثلث زواياه معلومة، فإن نسب أضلاعه

10 بعضها إلى بعض معلومة؛ وذلك أن المثلث إذا كانت زواياه معلومة، فإنه إذا فُرض خط مستقيم معلوم القدر والوضع وأُخرج من طرفيه خطان على زاويتين مساويتين لزاويتين من زوايا المثلث المعلوم الزوايا، حدث مثلث أضلاعه معلومة ونسب أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة، كما تبين في هذا الشكل، / ويكون المثلث الذي يحدث شبيهًا بالمثلث المعلوم الزوايا، س-٣٤٤-ظ فيلزم من ذلك أن يكون المثلث المعلوم الزوايا نسب أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة.

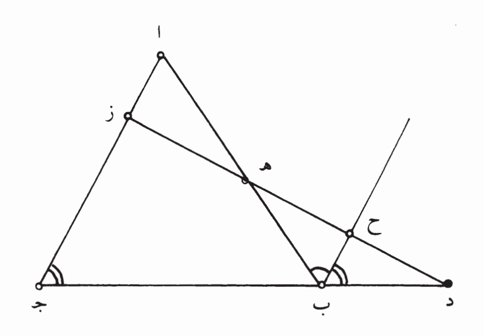
15 - **يا** - إذا خرج ضلع من أضلاع مثلث أضلاعه معلومة القدر والوضع وفُرض عليه نقطة معلومة، وخرج من النقطة خط يقطع المثلث ويفصل من ضلعيه خطين مما يلي قاعدته فكانت نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة، فإن الخط معلوم الوضع.

مثال ذلك: مثلث ا ب جـ أضلاعه معلومة القدر والوضع، وخرج ضلع من أضلاعه، وهو ب جـ، وفُرض عليه نقطة د وخرج من نقطة د خط د هـ ز فكانت نسبة ز جـ إلى

20 هـ ب معلومة.

5 وكذلك: ولذلك [ب] – 8 منها: منهما [ب] – 9 بهذا: من هذا [س] – 11 مساويتين: متساويتين [س] – 16 خطين: خط [ب] – 19 د هـ ز: د هـ [ب، س].

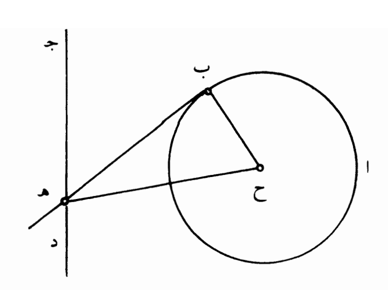
فأقول: إن خط د هـ ز معلوم الوضع.



برهان ذلك: أنا نخرج خط ب ح موازيًا لخط ا جـ، فيكون نسبة ز جـ إلى ح ب كنسبة جـ د إلى د ب. ونسبة جـ د إلى د ب معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم القدر، فنسبة ز جـ إلى ب ح معلومة. ونسبة ز جـ إلى هـ ب معلومة، فنسبة هـ ب إلى ب ح
5 معلومة، لأن نسب ز جـ هـ ب ح ب، أحدهما إلى الآخر، هي نسب ثلاثة مقادير معلومة أحدها إلى الآخر، فنسبة هـ ب إلى ب ح هي نسبة مقدارين معلومين أحدهما إلى الآخر، فنسبة هـ ب إلى ب ح معلومة وزاوية هـ ب ح معلومة لأنها مساوية لزاوية ب ا جـ المعلومة، فزاوية ب ح هـ معلومة، كما تبين في المقدمات. فزاوية ب ح هـ معلومة وزاوية ح ب د معلومة لأنها مساوية لزاوية ا جـ ب، فيبقى زاوية ح د ب معلومة، فخط
10 د ز معلوم الوضع وخط ا جـ معلوم الوضع، فنقطة ز معلومة ونقطة د معلومة، فخط د هـ ز معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– **يب** – إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع، وخط مستقيم معلوم الوضع، وخرج خط يماس الدائرة وانتهى إلى الخط المستقيم المعلوم الوضع وكان معلوم القدر، فهو معلوم الوضع.
15 مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع وخطٌ د جـ معلوم الوضع، وخرج خط ب هـ مماسًا للدائرة فكان ب هـ معلوم القدر.
أقول: إنه معلوم الوضع.

6-5 هي ... الآخر: مكررة [س] – 5 ثلاثة: ثلث [س] – 8 ب ح هـ (الثانية): ب ح د [ب، س].



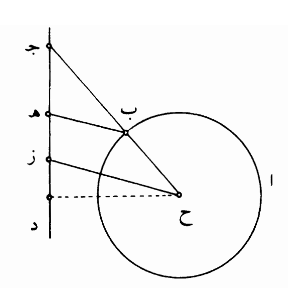
برهان ذلك: أنا نحدّ مركز الدائرة، وليكن ح، ونصل ح ب ح هـ. فلأن الدائرة معلومة القدر والوضع، يكون خط ح ب معلوم القدر. ولأن خط ب هـ مماس، تكون زاوية ح ب هـ قائمة. ولأن ب هـ معلوم القدر، تكون نسبة خط ح ب إلى خط ب هـ معلومة. ولأن زاوية ح ب هـ قائمة، يكون وضع خط ب هـ عند خط ب ح معلومًا. ولأن 5 خط ح ب معلوم القدر ونسبتَه إلى خط ب هـ معلومة وزاوية ح ب هـ قائمة، تكون زاوية ح هـ ب معلومة، ويكون خط ح هـ معلوم القدر، كما تبين في المقدمات. ولأن نقطة ح معلومة وخطً ح هـ معلوم القدر، يكون نقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبين في الشكل الأول من هذه المقالة. ولأن نقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع وهي على خط جـ د المعلوم / الوضع، تكون نقطة هـ معلومة. ونقطة ح معلومة، فخط س-٣٤٥-و 10 هـ ح معلوم الوضع. وزاوية ح هـ ب معلومة، فخط هـ ب معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

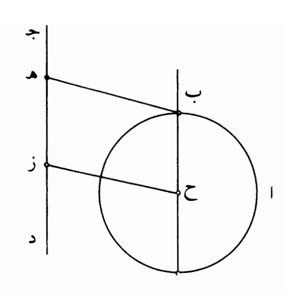
– **يجـ** – إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع، وخط مستقيم معلوم الوضع، وخرج من الدائرة خط مستقيم إلى الخط المعلوم الوضع وأحاط معه بزاوية معلومة، وكان الخط الخارج معلوم القدر، فإنه معلوم الوضع.

15 مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع، وخط جـ د معلوم الوضع، وخرج خط ب هـ، فأحاط مع خط جـ د بزاوية معلومة وهي زاوية ب هـ جـ، فكان ب هـ معلوم القدر.

فأقول: إنه معلوم الوضع.

9 ونقطة: فنقطة [ب] – 12-13 وخط ... المعلوم الوضع: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] – 16 فكان: وكان [س].





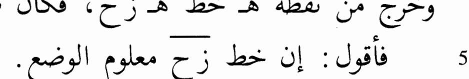
برهان ذلك: أنا نحدّ مركز الدائرة وليكن نقطة ح، ويخرج من نقطة ح خط ح ز يحيط مع خط جـ د بزاوية مساوية لزاوية ب هـ جـ المعلومة، وهي زاوية ح ز جـ؛ ونصل ح ب، فإما أن يكون موازيًا لـ جـ د وإما أن يلقاه. فإن كان ح ب موازيًا لخط جـ د، كان سطح ح ب هـ ز متوازي الأضلاع. ولأن نقطة ح معلومة وزاويةَ ح ز جـ معلومة، يكون
5 خط ح ز معلوم القدر والوضع، لأنا إذا جعلنا نقطة جـ معلومة كانت نقطتا ح جـ معلومتين، فيكون نقطة ز على محيط دائرة معلومة الوضع. وهي على خط جـ د المعلوم الوضع، فنقطة ز معلومة ونقطة ح معلومة، فخط ح ز معلوم القدر والوضع. وإذا كان ح ب موازيًا لـ جـ د، كانت زاوية ز ح ب معلومة، لأنها مساوية لزاوية د ز ح المعلومة، فيكون خط ح ب معلوم الوضع ودائرةُ ا ب معلومة الوضع، فنقطة ب معلومة. وقد خرج
10 منها خط ب هـ على زاوية معلومة وهي زاوية ح ب هـ، لأنها مساوية لزاوية ح ز هـ، فخط ب هـ معلوم الوضع.

وإن كان خط ح ب يلقى خط جـ د، فليلقه على نقطة جـ، فيكون نسبة ح ز إلى ب هـ كنسبة ح جـ إلى جـ ب. ونسبة ح ز إلى ب هـ نسبة معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم، فنسبة ح جـ إلى ح ب معلومة، فنسبة ح ب إلى ب جـ معلومة. وح ب معلوم
15 القدر، فخط ب جـ معلوم القدر، فخط ح جـ معلوم القدر، فنقطة جـ على محيط دائرة معلومة الوضع، وهي على خط / جـ د المعلوم الوضع، فنقطة جـ معلومة؛ ونقطة ح ب-٢٥-و معلومة، فخط ح جـ معلوم القدر والوضع. وخط ح ز معلوم الوضع، فزاوية جـ ح ز معلومة. فزاوية ح ب هـ معلومة وخط ح ب معلوم الوضع، فخط ب هـ معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

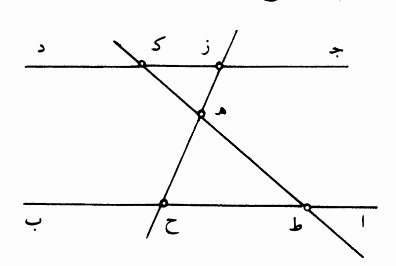
أضفنا الشكل الذي على اليسار – 2 ح ز جـ: ح ز د [ب] – 3 ح ب (الأولى): ح جـ [ب] – 4 ح ب هـ ز: ح ب هـ د [ب] – 12 جـ د: هـ د [ب] / جـ: ح [س] / ح ز: ح د [ب] – 13 نسبة (الثانية): أثبتها فوق السطر [ب] ناقصة [س].

– **يد** – إذا فُرض فيما بين خطين متوازيين معلومي الوضع نقطة وخرج منها خط قطع الخطين وكان ضرب قِسْميه، أحدهما في الآخر، معلومًا، فإن الخط معلوم الوضع.

مثال ذلك: خطا ا ب جـ د متوازيان معلوما الوضع، وفُرض فيما بينهما نقطة هـ وخرج من نقطة هـ خط هـ ز ح، فكان ضرب ز هـ في ح هـ معلوم القدر.



فأقول: إن خط ز ح معلوم الوضع.



برهان ذلك: أنا نفرض على خط ا ب نقطة ط ونصل هـ ط، فيكون معلوم القدر والوضع. ونخرج ط هـ إلى ك، فيكون هـ ك معلوم الوضع. وخط جـ د معلوم الوضع، فنقطة ك معلومة. ونقطة هـ معلومة، فخط هـ ك معلوم القدر والوضع، فنسبة ط هـ إلى هـ ك معلومة/ وهي كنسبة ح هـ إلى هـ ز. فنسبة ح هـ إلى هـ ز معلومة، فيصير نسبة ضرب ح هـ في هـ ز إلى مربع هـ ز معلومة، وضرب ح هـ في هـ ز معلوم، فمربع هـ ز معلوم. فخط هـ ز معلوم القدر، فنقطة ز على محيط دائرة معلومة الوضع، وهي على خط جـ د المعلوم الوضع، فنقطة ز معلومة، فخط ز هـ ح معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

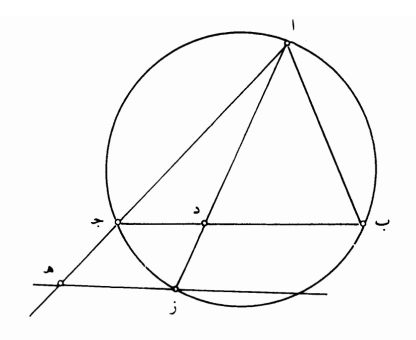
س – ٣٤٥ – ظ

– **يه** – إذا كان مثلث معلوم الأضلاع والزوايا وخرج من رأسه خط إلى قاعدته وكانت نسبة مربع الخط الخارج إلى السطح الذي يحيط به قسما القاعدة نسبةً معلومة، فإن الخط الخارج معلوم الوضع.

مثال ذلك: مثلث ا ب جـ معلوم الأضلاع والزوايا، وخرج فيه خط ا د وكانت نسبة مربع ا د إلى ضرب ب د في د جـ نسبة معلومة.

فأقول: إن خط ا د معلوم الوضع.

4 ح هـ: هـ ح [س] – 10 هـ ز (الثالثة): ح ز [ب، س] – 15 الخط: مكررة [ب].

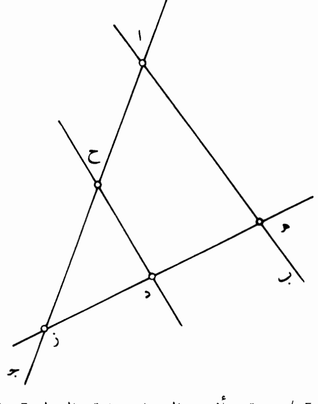


برهان ذلك: أنا ندير على مثلث ا ب جـ دائرة، ولتكن دائرة ا ب جـ، ونخرج ا د إلى ز، فيكون ضرب ا د في د ز مثل ضرب ب د في د جـ. فتكون نسبة مربع ا د إلى ضرب ا د في د ز معلومة، وهي كنسبة ا د إلى د ز. فنسبة ا د إلى د ز معلومة، ولتكن كنسبة ا جـ إلى جـ هـ، فيكون جـ هـ معلومًا. ونصل هـ ز، فيكون موازيًا لخط جـ د،
5 فتكون زاوية ا هـ ز مساوية لزاوية ا جـ د المعلومة، فزاوية ا هـ ز معلومة وخط جـ هـ معلوم القدر والوضع، فخط هـ ز معلوم الوضع، ودائرة ا ب جـ معلومة الوضع فنقطة ز معلومة. ونقطة ا معلومة، فخط ا ز معلوم الوضع، فخط ا د معلوم الوضع، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– يو – إذا كان خطان مستقيمان متقاطعان معلوما الوضع وفُرض فيما بينهما نقطة وخرج من النقطة خط مستقيم قطع الخطين المعلومي الوضع فكانت نسبة قسميه، أحدهما 10 إلى الآخر، معلومة، فإن الخط معلوم القدر والوضع.

مثال ذلك: خطا ا ب ا جـ معلوما الوضع ونقطة د مفروضة؛ وخرج من نقطة د خط هـ د ز، فكانت نسبة هـ د إلى د ز معلومة.

فأقول: إن خط هـ ز معلوم القدر والوضع.



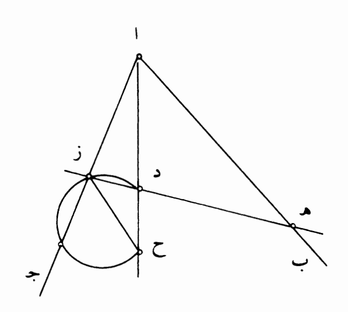
12 هـ د ز: د هـ [ب] د هـ ز [س] / نسبة: أثبت الصواب فوق السطر [ب].

برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة د خط د ح موازيًا لخط ا ب، فيكون زاوية د ح ز مساوية لزاوية ب ا جـ المعلومة، فخط د ح معلوم الوضع. وخط ا جـ معلوم الوضع، فنقطة ح معلومة، فخط ا ح معلوم القدر. ونسبة ا ح إلى ح ز كنسبة هـ د إلى د ز المعلومة، فنسبة ا ح إلى ح ز معلومة. وا ح معلوم القدر، فخط ح ز معلوم القدر. ونقطة ح
5 معلومة، فنقطة ز معلومة. ونقطة د معلومة، فخط ز د معلوم القدر والوضع ونسبته إلى د هـ معلومة، فخط د هـ معلوم القدر، فخط ز د هـ معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

س-٣٤٦-و – يز – إذا كان خطان مستقيمان متقاطعان معلوما الوضع وفُرض فيما بينهما نقطة وخرج من النقطة خط مستقيم قطع الخطين المعلومي الوضع وكان ضرب قسميه، أحدهما
10 في الآخر، معلومًا، فإن الخط معلوم القدر والوضع.

مثال ذلك: خطا ا ب ا جـ معلوما الوضع ونقطة د مفروضة، وخرج خط د ز هـ، فكان ضرب د هـ في د ز معلومًا.

فأقول: إن خط هـ ز معلوم القدر والوضع.



برهان ذلك: أنا نصل ا د فيكون معلوم القدر والوضع، ونجعل ضرب ا د في د ح
15 مثل ضرب هـ د في د ز المعلوم، فيكون ضرب ا د في د ح معلومًا. وا د معلوم، فـ د ح معلوم، كما تبيّن في برهان الشكل ي من الفصل الأول من هذه المقالة. ونقطة د معلومة، فنقطة ح معلومة. ونصل ز ح، فتكون نسبة ا د إلى د هـ كنسبة ز د إلى د ح؛ فمثلث د ز ح شبيه بمثلث ا هـ د، فزاوية هـ ا د مثل زاوية د ز ح، وزاوية هـ ا د معلومة، فزاوية

11 خطا: ناقصة [س] / خرج: أثبتها فوق السطر [ب] / د ز هـ: د هـ ر هـ [س] – 15 هـ د: ب هـ د [س].

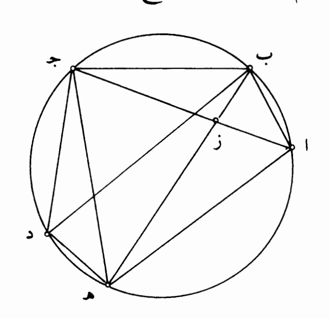
د ز ح معلومة. وخط د ح معلوم القدر والوضع، فنقطة ز على محيط دائرة معلومة الوضع، كما تبيّن في الشكل و من الفصل الأول من هذه المقالة.

ونقطة ز على خط ا جـ المعلوم الوضع، فنقطة ز معلومة؛ ونقطة د معلومة، فخط د ز معلوم القدر والوضع وضربه في د هـ معلوم، فخط د هـ معلوم القدر والوضع، فخط 5 هـ د ز معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

– **يح** – إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع وخرج فيها وتر يفصل منها قطعة معلومة، ثم فُرض على أحد القوسين نقطة على غير وسطها، وخرج منها خط إلى القطعة الأخرى، ووُصل بين طرفي الوتر وبين طرف الخط بخطين مستقيمين فكانت نسبة الخطين مجموعين إلى الخط الأول نسبة معلومة، فإن الخط الأول معلوم القدر والوضع.

10 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ د معلومة القدر والوضع، وخرج فيها وتر ا جـ ففصل منها قطعة معلومة، وفُرضت نقطة د على قوس ا د جـ، فكانت قوسا ا د د جـ مختلفتين، وخرج خط د ب ووصل خطا ا ب جـ ب، فكانت نسبة خطي ا ب جـ ب مجموعين إلى خط د ب معلومة.

فأقول: إن خط د ب معلوم القدر والوضع.



15 برهان ذلك: أنا نفصل قوس ا د جـ بنصفين على نقطة هـ، ونصل ا هـ، فيكون معلوم القدر ويكون مثلث ا ب هـ شبيهًا بمثلث ا هـ ز، لأن زاوية هـ ا ز مثل زاوية ا ب هـ، فتكون نسبة ب هـ إلى هـ ا كنسبة ب ا إلى ا ز، التي هي كنسبة مجموع ا ب ب جـ إلى ا جـ، فنسبة ب هـ إلى هـ ا كنسبة ا ب ب جـ ‹مجموعين› إلى ا جـ، فنسبة

2 الأول: ناقصة [ب] – 4 د هـ (الأولى): د [ب] – 10 ا ب جـ د معلومة: ا ب جـ ومعلوم [س] – 11 د جـ: و جـ [س] – 12 جـ ب (الأولى): جـ د [ب، س].

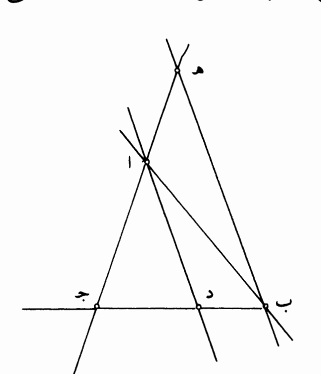
ا ب ب جـ مجموعين إلى ب هـ كنسبة جـ ا إلى ا هـ المعلومة، فنسبة ا ب ب جـ مجموعين إلى ب هـ معلومة؛ ونسبة ا ب ب جـ مجموعين إلى ب د معلومة، فنسبة هـ ب إلى ب د معلومة. وزاوية هـ ب د معلومة، لأن قوس د هـ معلومة، فزاوية هـ د ب معلومة، كما تبين / في المقدمات. وخط هـ د معلوم القدر والوضع، فخط د ب معلوم الوضع؛ ودائرة ا ب جـ معلومة الوضع، فنقطة ب معلومة، فخط د ب معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./ س-٣٤٦-ظ

5

– يط – إذا كانت زاوية من مثلث معلومة وخرج من الزاوية المعلومة خط فقسم الزاوية المعلومة بقسمين معلومين، فإن نسبة قسمي القاعدة، أحدهما إلى الآخر، كنسبة أحد الضلعين المحيطين بالزاوية المعلومة إلى خط نسبته إلى الضلع الباقي معلومة. ب-٢٥-ظ

10 مثال ذلك: مثلث ا ب جـ زاوية ب ا جـ منه معلومة، وخرج خط ا د، فكانت كل واحدة من زاويتي ب ا د د ا جـ معلومة.

أقول: إن نسبة جـ د إلى د ب معلومة كنسبة جـ ا إلى خط نسبته إلى ا ب معلومة.



برهان ذلك: أنا نجعل زاوية ا ب هـ مثل زاوية ب ا د المعلومة، فيكون خط ب هـ موازيًا لخط ا د؛ ونخرج خط جـ ا حتى يلقاه، وليلقه على نقطة هـ. فيكون زاوية ب هـ ا

15 مثل زاوية د ا جـ المعلومة. فتكون زوايا مثلث ا ب هـ كل واحدة منها معلومة، فتكون نسب أضلاعه، بعضها إلى بعض، معلومة، كما بُيّن في الشكل يَ من الفصل الثاني

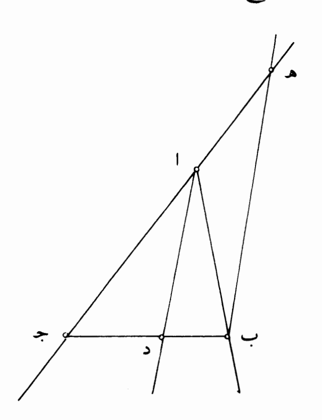
3 هـ د ب: د ب [ب] – 10 ب ا جـ: ا ب جـ [ب، س] / كل: ناقصة [ب] – 12 معلومة: ناقصة [س] – 14 زاوية: ناقصة [ب] – 15 واحدة: واحد [ب] – 16 بيّن: تبين [س].

من هذه المقالة. فنسبة هـ ا إلى ا ب معلومة. ونسبة جـ د إلى د ب كنسبة جـ ا إلى ا هـ، فنسبة جـ د إلى د ب هي كنسبة جـ ا إلى خط نسبته إلى ا ب معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– كـ – إذا كان مثلث زواياه معلومة، وخرج من إحدى زواياه خط مستقيم فقسم 5 قاعدته على نسبة معلومة، فإنه معلوم الوضع.

مثاله: مثلث ا ب جـ زواياه معلومة، وخرج خط ا د فصارت نسبة جـ د إلى د ب معلومة.

أقول: إن خط ا د معلوم الوضع.



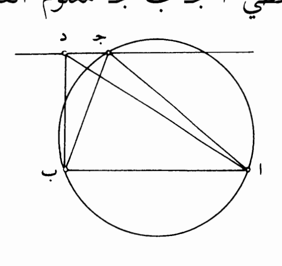
برهان ذلك: أنا نجعل نسبة جـ ا إلى ا هـ كنسبة جـ د إلى د ب المعلومة، ونصل 10 ب هـ فيكون موازيًا لخط ا د، فتكون زاوية ب هـ ا مثل زاوية د ا جـ. ولأن زوايا مثلث ا ب جـ معلومة، تكون نسبة جـ ا إلى ا ب معلومة. ونسبة جـ ا إلى ا هـ معلومة، فنسبة ب ا إلى ا هـ معلومة، لأن هاتين النسبتين ليس تكونان إلاّ في ثلاثة مقادير ‹نسبة كل واحد منها إلى الآخرين› معلومة، ولأن نسبة ب ا إلى ا هـ معلومة وزاوية ب ا هـ معلومة، يكون مثلث ب ا هـ معلوم الزوايا، كما تبين في المقدمات. فزاوية ب هـ ا معلومة وهي 15 مساوية لزاوية د ا جـ، فزاوية د ا جـ معلومة، فخط ا د معلوم الوضع بالقياس إلى خط ا جـ وإلى خط ا ب، فخط ا د معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

1 هـ ا: ا هـ [س] / د ب: جـ ب [س] – 9 المعلومة: أثبت بعدها «الوضع»، ثم ضرب عليها بالقلم [ب] – 11 إلى ا ب: مكررة [ب] – 12 تكونان: تكون، وهذا جائز أيضًا [ب، س].

– كا – إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع، وفُرض على محيطها نقطتان، وخرج من النقطتين خطان والتقيا على نقطة من محيط الدائرة، ووصل بين النقطتين بخط مستقيم، وكان المثلث الذي حدث معلوم القدر، فإن كل واحد من الخطين الخارجين من النقطتين معلوم القدر والوضع.

5 مثال ذلك: دائرة ا ب جـ معلومة القدر والوضع، وفُرض على محيطها نقطتا ا ب، وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ، ووصل ا ب، فكان مثلث ا جـ ب معلوم القدر.

أقول: إن كل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم القدر والوضع.



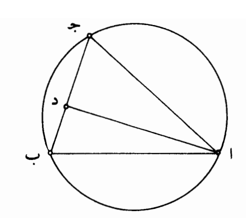
برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة ب خط ب د على زاوية قائمة ونجعل السطح الذي يحيط به خطا ا ب ب د مساويًا لضعف مثلث ا جـ ب المعلوم القدر. فيكون خط ب د 10 معلوم القدر، لأن ا ب معلوم القدر. ونصل ا د، فيكون مثلث ا د ب مساويًا لمثلث ا جـ ب. ونصل د جـ، فيكون د جـ موازيًا لخط ا ب. فتكون زاوية ب د جـ قائمة، فيكون خط د جـ معلوم الوضع. ودائرة ا جـ ب معلومة الوضع، فنقطة جـ معلومة. وكل واحدة من نقطتي ا ب معلومة، فكل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

15 – كب – إذا كانت دائرة معلومة القدر والوضع، وفُرض على محيطها نقطتان، وخرج من النقطتين خطان والتقيا على نقطة من محيط الدائرة، وكان ضرب / أحدهما في الآخر معلومًا، فإن كل واحد منهما معلوم القدر والوضع. س-٣٤٧-و

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ معلومة القدر والوضع، وفُرض على محيطها نقطتا ا ب، وخرج منهما خطا ا جـ ب جـ وكان ضرب ا جـ في جـ ب معلومًا.

20 فأقول: إن كل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم القدر والوضع.

1 القدر و: ناقصة [س] – 11 د جـ (الأولى): أثبت الدال فوق الجيم [س] – 12 وكل: فكل [س] – 13 واحدة: واحد [ب] – 19 منهما: منها [ب].

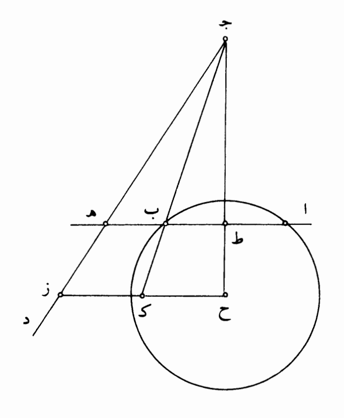


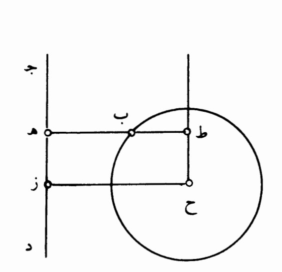
برهان ذلك: أنا نخرج عمود ا د. فلأن نقطتي ا ب معلومتان، تكون قطعة ا جـ ب معلومة، فتكون زاوية ا جـ ب معلومة. وزاوية ا د جـ قائمة، فزوايا مثلث ا جـ د معلومة، فنسبة جـ ا إلى ا د معلومة، ونسبة ضرب ا جـ في جـ ب إلى ضرب ا د في جـ ب معلومة. وضرب ا جـ في جـ ب معلوم، فضرب ا د في جـ ب معلوم، وضرب ا د في جـ ب هو ضعف مثلث ا جـ ب، فضعف مثلث ا جـ ب معلوم، فمثلث ا جـ ب معلوم. ونقطتا ا ب معلومتان، فنقطة جـ معلومة، كما بُيّن في الشكل الذي قبل هذا الشكل، فكل واحد من خطي ا جـ ب جـ معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– **كجـ** – إذا كانت دائرة معلومة الوضع وخط مستقيم معلوم الوضع، وخرج خط مستقيم فقطع الدائرة وانتهى إلى الخط المستقيم، وانقسم بمحيط الدائرة على نسبة معلومة، وأحاط مع الخط المستقيم بزاوية معلومة، فإن الخط معلوم القدر والوضع.

مثال ذلك: دائرة ا ب معلومة القدر والوضع، وخط جـ د معلوم الوضع، وخرج خط ا ب هـ فكانت نسبة ا ب إلى ب هـ معلومة، وكانت زاوية ب هـ جـ معلومة.

فأقول: إن خط ا ب معلوم القدر والوضع.





1 عمود ا د: عمودا او [س] – 3 ونسبة: فنسبة [ب، س] – 6 جـ: ناقصة [ب] / بيّن: تبين [س] – 7 فكل: وكل [ب] – 12 ب هـ: هـ ب [س].

برهان ذلك: أنا نحدّ مركز الدائرة، وليكن نقطة ح، ونخرج عمود ح ط، فهو يقسم ا ب بنصفين، فتكون نسبة ط ب إلى ب هـ معلومة. ونخرج ح ز حتى تكون زاوية ح ز جـ مثل زاوية ب هـ جـ المعلومة، فيكون خط ح ز معلوم الوضع لأنا إذا جعلنا نقطة جـ معلومة ووصلنا ح جـ، كانت نقطة ز على محيط دائرة معلومة الوضع، فنقطة ز معلومة. ونقطة ح معلومة، فخط ح ز معلوم القدر والوضع. فإن كان خط ح ط موازيًا لخط د جـ، فخط ط هـ مساوٍ لخط ح ز، فهو معلوم القدر. فخط ب هـ معلوم القدر، وزاوية ب هـ جـ معلومة، فخط ب هـ معلوم الوضع، كما تبين في الشكل يجـ من الفصل الثاني من هذه المقالة، فخط ا ب هـ معلوم القدر والوضع.

وإن لم يكن خط ح ط موازيًا لخط د جـ، فهو يلقاه، فليلقه على نقطة جـ. فلأن زاوية جـ ط هـ قائمة، تكون زاوية جـ ح ز قائمة، وخط ح ز معلوم القدر والوضع. وخط ح ط معلوم الوضع، وخط جـ د معلوم الوضع، فنقطة جـ معلومة. ونصل جـ ب، وننفذه إلى كـ. فتكون نسبة ح كـ إلى كـ ز كنسبة ط ب إلى ب هـ المعلومة، فنسبة ح كـ إلى كـ ز معلومة. ومثلث ح جـ ز معلوم الزوايا وخرج من رأسه خط جـ كـ فقسم خط ح ز على نسبة معلومة، فخط جـ كـ معلوم الوضع، كما تبين في الشكل كـ من الفصل الثاني من هذه المقالة. ونقطة كـ معلومة، لأنها تقسم خط ح ز المعلوم على نسبة معلومة. فقد خرج من نقطة / كـ خط كـ جـ المعلوم الوضع، فقطع دائرة ا ب المعلومة على نقطة ب، فنقطة ب معلومة، فقد خرج خط ب هـ على زاوية معلومة، فخط ب هـ معلوم الوضع، لأن نقطة هـ على محيط دائرة معلومة الوضع، فنقطة هـ معلومة. ونقطة ب معلومة. فخط ب هـ معلوم القدر والوضع ونسبتُه إلى ب ا معلومة، فخط ا ب هـ معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

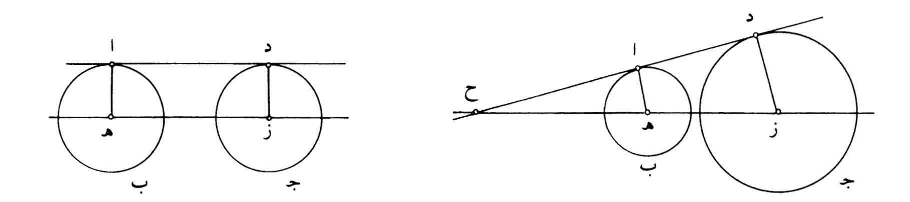
ب-٢٦-و

– **كد** – إذا كانت دائرتان معلومتا القدر والوضع، وخرج خط مستقيم مماس للدائرتين، فهو معلوم القدر والوضع.

مثال ذلك: دائرتا ا ب جـ د معلومتا القدر والوضع، وخرج خط ا د مماسًا لهما.

فأقول: إن خط ا د معلوم القدر والوضع.

7 معلومة: معلوم [ب] – 10 وخط (الثانية): فخط [س] – 13 ح جـ ز: ح جـ د [ب، س] / وخرج: وقد خرج [س] / ح ز: ح كـ [ب، س] – 17 معلومة (الثانية): ناقصة [س] / الوضع: القدر والوضع [س] – 19 ونسبته ... والوضع: ناقصة [س] – 21 معلومتا: انظر تعليق هامش صفحة 549 سطر 4 – 23 ا د: ا جـ [ب، س].

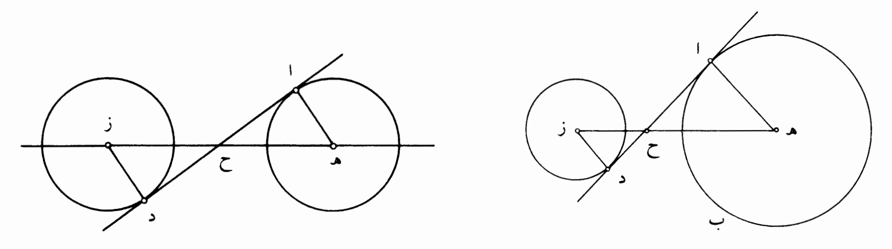


برهان ذلك: أنا نحدّ المركزين وليكونا هـ ز، ونصل هـ ز. فدائرتا ا ب جـ د إما أن تكونا متساويتين وإما مختلفتين.

فلتكونا أولاً متساويتين، وخط ا د إما أن يماس الدائرتين في جهتين متشابهتين، كما في الصورة الأولى،/ وإما على خلاف ذلك، كما في الصورة الثانية. فإن كان التماس على ما في الصورة الأولى، فإنا نصل هـ ا ز د، فتكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ا د قائمتين، فيكون خطا هـ ا ز د متوازيين، وهما متساويان. فخط ا د مساوٍ لخط هـ ز ومواز له، فتكون زاوية ز هـ ا قائمة، فيكون خط هـ ا معلوم الوضع، وهو معلوم القدر، فتكون نقطة ا معلومة. وزاوية هـ ا د قائمة، فيكون خط ا د معلوم الوضع، وهو مساوٍ لخط هـ ز المعلوم القدر، فخط ا د معلوم القدر والوضع.

س-٣٤٧-ظ

وإن كانت دائرتا ا ب جـ د مختلفتين، فإن خطي ز د هـ ا مختلفان، وهما متوازيان، فخط د ا يلقى خط ز هـ في جهة الدائرة الصغرى – ولتكن دائرة ا ب – فليلتقيا على نقطة ح. فتكون نسبة ز ح إلى ح هـ كنسبة ز د إلى هـ ا. ونسبة ز د إلى هـ ا معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم، فنسبة ز ح إلى ح هـ معلومة، فخط هـ ح معلوم، فنقطة ح معلومة، وخط ح ز معلوم القدر والوضع. وزاوية ح د ز قائمة، فنقطة د على محيط دائرة معلومة الوضع قطرها ح ز، وهي على دائرة جـ د المعلومة الوضع. فنقطة د معلومة. ونقطة ح معلومة، فخط ح د معلوم القدر والوضع، ونسبة ح د إلى د ا معلومة، فخط ا د معلوم القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.



أضفنا الشكل الذي على اليمين – 1 هـ: ناقصة [س] – 2 تكونا: يكونا [س] – 3 فلتكونا: فليكونا [س] – 4-5 وإما ... الأولى: ناقصة [س] – 4 التماس: المماس [ب] – 9 القدر (الأولى): المقدار [ب] – 12 ونسبة ز د إلى هـ ا: مكررة [س] – 13 معلوم (الثانية): معلومة [ب] – 15 ح ز وهي: ح ز د هي [س] – أضفنا الشكل الذي على اليسار.

[كه] وإن كان التماس في جهتين مختلفتين، كما في هذه الصورة، فإنا نحدّ المركزين وليكونا هـ ز، ونصل هـ ز، فيكون معلوم القدر والوضع. ونصل هـ ا ز د، فتكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ا د قائمتين، وهما في جهتين مختلفتين بالقياس إلى خط هـ ز، فنقطتا ا د عن جنبتي خط هـ ز. فخط ا د يقطع خط هـ ز، فليقطعه على نقطة ح، فيكون خطا هـ ا ز د متوازيين، ويكون مثلثا هـ ا ح ح د ز متشابهين. فتكون نسبة هـ ح إلى ح ز كنسبة هـ ا إلى ز د المعلومة، لأن كل واحد من خطي هـ ا ز د معلوم القدر. فنسبة هـ ح إلى ح ز معلومة، وخط هـ ز معلوم القدر، وكل واحد من خطي هـ ح ح ز معلوم القدر، وزاوية هـ ا ح قائمة. فنقطة ا على محيط دائرة معلومة الوضع قطرها هـ ح، وهي على محيط دائرة ا ب، فنقطة ا معلومة. وكذلك يتبين أن نقطة د معلومة.

فخط ا د معلوم القدر والوضع، كانت الدائرتان متساويتين أو كانتا مختلفتين؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

فهذه المعاني التي ذكرناها هي معانٍ عظيمة النفع في استخراج المسائل الهندسية، وهي معانٍ لم يذكرها أحد من المتقدمين. وفيما ذكرناه منها كفاية فيما قصدنا له، وهذا حين نختم هذه المقالة.

تمت المعلومات، والحمد للّه ربّ العالمين.

3 نقطتي: نقطتين [س] – 4 د: ر [س] / ا د: ا ر [س] – 5 هـ ا ح: هـ ا هـ [ب] – 7 ح ز: ح د [س] – 13 معانٍ: معانى [س] / ذكرناه: ذكرنا [س] – 14 حين: احر [س] – 15 تمت: تم [ب] / العالمين: نجد بعدها في [ب]: «والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين بقرية خسرو جرد يوم الأحد وقت صلاة الظهر التاسع من ذي الحجة سنة تسع وثلاثين وخمسمائة. غفر الله لكاتبها ابن سعد البيهقي [.]» [ب]؛ وفي [س]: «والصلاة على سيدنا محمد النبي وآله وسلم حسبنا الله المعين».

III– التَحْليلُ والتَرْكيبُ

أمْثِلةٌ مِن هَنْدَسَةِ المُثَلَّثاتِ

استْناداً إلَى ما يَسُوقُهُ النَديمُ فقَد وَضَعَ أرْشَميدسُ كِتابَيْنِ مُكَرَّسَيْنِ بالكامِلِ لهَنْدَسَةِ المُثَلَّثاتِ وهُما: ***كِتابُ المُثَلَّثاتِ* وكِتابٌ *في خَواصِّ المُثَلَّثاتِ القائمَةِ الزَوايا***[1]. ووفْقَ النَديمِ أيضاً، فإنَّ مِنْلاوسَ كانَ قَد وَضَعَ كذَلِكَ كِتاباً حَوْلَ المُثَلَّثاتِ تُرْجمَ جُزْئِيّاً إلَى العَرَبيَّة، ويَكتُبُ النَديمُ بهَذا المَعْنَى: "وخَرَجَ منه إلَى العَرَبيِّ شَيءٌ يَسيرٌ"[2]. ويُصْبِحُ مِنَ الوَاضِحِ إثْرَ هَذِهِ الشَهادَةِ، أَنَّ الرياضِيِّينَ القُدَماءَ قَد مَيَّزوا المُثَلَّثاتِ عَلَى ما يَبْدو مِنْ خِلالِ وضْعِهِم مُؤَلَّفاتٍ خاصَّةٍ بِها، وقَد نُقِلَ من هَذِهِ المُؤَلَّفاتِ إلَى العَرَبيَّةِ عَلَى الأقَلِّ اثْنانِ بِشَكْلٍ كامِلٍ أو جُزْئِيٍّ. فقَد تَوَفَّرَتْ إذاً لمَوْضوعِ المُثَلَّثاتِ، الّذي مُهِرَ بهالَةِ الشُهْرَةِ الأرْشَميدِيَّةِ، كُلُّ الحُظوظِ لِكَي يُصْبِحَ مادَّةً بَحْثِيَّةً تَسْتَقْطِبُ الباحِثِينَ اللاّحِقين لأرشَميدسَ لتَناوُلِها من جَديدٍ، وخاصَّةً الباحِثِينَ من القَرْنِ العاشِرِ؛ بَيْدَ أَنَّ الدِراسَةَ التاريخِيَّةَ الّتي ستُعَاوِدُ رَسْمَ هَذا المَسارِ بدِقَّةٍ تَبْقَى قَيْدَ الانْتِظارِ. وحالِيّاً، يُوفِّرُ مَثَلُ السِجْزِيِّ لَنا رَدّاً جُزْئِيّاً عَلَى هَذِهِ التَساؤلاتِ[3].

---

[1] النَديم، ***كِتابُ الفَهْرَسْت***، نَشْرَة ر. تَجَدُّد (طهران ١٩٧١)، ص ٣٢٦.

[2] انْظُرْ المَرْجعَ السابقَ، ص ٣٢٧.

[3] يَسْتَنِدُ السجْزِيُّ عِدَّةَ مَرَّاتٍ إلَى هَذا الكِتاب. فَفي مُؤَلَّفِهِ ***مَسائِلُ مُخْتارَة*** (مَخْطوطَة دبلن، شستر بيتي ٣٦٥٢)، يَكْتُبُ مُسْتَنِداً: "فَفي كِتابِنا حَوْلَ المُثَلَّثاتِ" (المَسْأَلَة ٩، القَضِيَّة ٢٠)؛ وكَذَلِكَ في =

وكانَ مِن المُنْتَظَرِ إذاً أن يَكونَ ابنُ الهَيْثَم أيضاً قَد نَوَى وَضْعَ كِتابٍ حَوْلَ هَنْدَسَةِ المُثَلَّثاتِ، لا سِيَّما وأَنَّه قَد كَرَّسَ مُؤَلَّفاً لِلدائِرَةِ: ***في خَواصِّ الدَوائِرِ***، ومُؤَلَّفاً لِلقُطوعِ المَخْروطِيَّةِ: ***في خَواصِّ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ***. ولَم يَقُمِ ابنُ الهَيْثَمِ بوَضْعِ ذاك الكِتابِ، إنَّما كَتَبَ مُؤَلَّفَيْنِ صَغيرَيْنِ حَوْلَ هَنْدَسَةِ المُثَلَّثاتِ. وقَد وَصَلا إلَيْنا كِلاهُما، الأوَّلُ تَحْتَ عُنْوانِ ***في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ*** أمّا الثاني فتَحْتَ عُنْوانِ ***في خَواصِّ المُثَلَّثِ من جِهَةِ العَمودِ***. وفي كِلا المُؤَلَّفَيْنِ يَلْتَزِمُ ابنُ الهَيْثَمِ بمُتابَعَةِ أبْحاثِ سابِقيهِ: وتَحْديداً سابِقَيْهِ المُباشَرَيْنِ، ابنِ سَهْلٍ والسِجْزِيِّ، في مُؤَلَّفِهِ الأوَّلِ؛ وسابِقِيهِ البَعيدِين في المُؤَلَّفِ الثاني، وذَلِكَ وَفْقَ ما يُشيرُ إلَيْهِ هُوَ شَخْصِيّاً. يَعْمَلُ ابنُ الهَيْثَمِ في أحَدِ المُؤَلَّفَيْنِ بِواسِطَةِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، بَيْنَما لا يُورِدُ في الثاني سِوَى *التَرْكيبِ*.

١ – حَوْلَ مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّة :ابنُ سَهْلٍ والسِجْزِيُّ وابنُ الهَيْثَمِ

يَعْمَلُ ابنُ الهَيْثَمِ في مُؤَلَّفِه ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** تِبْعاً لسِلْسِلَةٍ من التَمْييزاتِ تَصْلُحُ وَفْقَ رَأْيِهِ في مُخْتَلِفِ العُلومِ الرِياضِيَّةِ من مَجْموعَةِ *العُلومِ الأَرْبَعَةِ*. ويَتِمُّ في هَذا المُؤَلَّفِ تِبْيانُ التَفاوُتِ الأساسِيِّ القائِمِ ما بَيْنَ التَحْليلِ النَظَرِيِّ *(العِلْمِيِّ)* والتَحْليلِ التَطْبيقِيِّ *(العَمَلِيِّ)*. يَتَناوَلُ التَحْليلُ النَظَرِيُّ القَضايا والمُبَرْهَناتِ، أمّا التَحْليلُ التَطْبيقِيُّ فيَتَناوَلُ الأَبْنِيَةَ وتَحْديدَ المَقاديرِ أو الأعْدادِ المَجْهولَةِ. ويُطالِعُنا هُنا هَذا التَمْييزُ، المُدْخَلُ سابِقاً لَدَى ثابِتٍ بنِ قُرَّة، مَأْخوذاً مِن جَديدٍ عِنْدَ خُلَفائِهِ. وهُنا، لا يَتَطابَقُ التَحْليلُ التَطْبيقِيُّ مع التَحْليلِ "المَسائِلِيِّ"* الوارِدِ لَدَى بابوسَ في

= المَسْأَلَة ٤٥، القَضِيَّة ٧٢؛ والمَسْأَلَة ٥٠، القَضِيَّة ٨٠؛ والمَسْأَلَة ٥٣، القَضِيَّة ٨٦. انْظُرْ رشدي راشد وباسكال كروزى، ***السِجْزِيُّ: الأعْمالُ الرِياضِيَّة*** (سوف يُنْشَرُ قَريباً).

* المُتَرْجِم: مَسَائِلِيّ (problématique)، نِسْبَةً إلَى كَلِمَةِ (problèmes).

شَيْءٍ، وذَلِكَ لِسَبَبَيْنِ مَتينَي الصِلَةِ. فَمِن جِهَةٍ يَتَناوَلُ هَذا التَحْليلُ التَطْبيقِيُّ تَحْديدَ المَقاديرِ والأعْدادِ المَجْهولَةِ فَضْلاً عن الأبْنِيَةِ الهَنْدَسِيَّةِ؛ ومن جِهَةٍ ثانِيَةٍ، فهُوَ قابِلٌ لِلتَطْبيقِ في كُلِّ العُلومِ ولَيْسَ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ فَقَط. ويَنْقَسِمُ هَذا التَحْليلُ التَطْبيقيُّ بدَوْرِهِ إلَى أنْواعٍ مُتَعَدِّدَةٍ: نَوْعِ الحَلِّ الواحِدِ، ونَوْعِ الحُلولِ المُتَعَدِّدَةِ ومِنْهُ الحالَةُ الّتي يَكونُ فيها عَدَدُ الحُلولِ غَيْرَ مُنْتَهٍ، ونَوْعِ الحُلولِ غَيْرِ المَشْروطَةِ الوُجودِ، ونَوْعِ الحُلولِ المَشْروطَةِ الوُجودِ إلخ. ويُمَثِّلُ مَوْضوعُ البَحْثِ عن شُروطِ الانْتِقالِ، من نَوْعٍ إلَى آخَرَ من هَذِهِ الأنْواعِ، مَسْأَلَةً مُهِمّةً عَلَى المُسْتَوَى المَنْطِقِيِّ وخَصْبَةً عَلَى المُسْتَوَى الرِياضِيِّ. إذ إنَّ هَذا الأمْرَ يَتَطَلَّبُ الرُجوعَ إلَى شُروطِ المَسْأَلَةِ والبناءِ بُغْيَةَ تَعْديلِها. ويُمَثِّلُ هَذا العُبورُ بدَوْرِهِ وَسيلَةً نادِرَةً لِلابْتِكارِ؛ ويُعالِجُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا الإطارِ مَسْأَلَةً هَنْدَسِيَّةً في المُثَلَّثِ، كانَ قَد تَناوَلَها عَلَى التَوالي سَلَفَاهُ المُباشِرانِ، ابنُ سَهْلٍ والسِجْزِيُّ.

مِن جُمْلَةِ المَسائِلِ الّتي وَضَعَها ابنُ سَهْلٍ والّتي أَوْرَدَ تَرْكيبَها[٤]، تُطالِعُنا مَسْأَلَةُ بناءِ مُثَلَّثٍ مَعْلومٍ أحَدِ الأَضْلاعِ الَّذي يُساوي قِطْعَةً مُسْتَقيمَةً $DC = 2c$، ومَعْلومِ مَجْموعِ الضِلْعَيْنِ الباقِيَيْنِ الَّذي يُساوي قِطْعَةً $AB = 2a$. يَفْرِضُ ابنُ سَهْلٍ شَرْطاً إضافِيّاً، وتَحْديداً أن يَكونُ المُثَلَّثُ حادَّ الزَوايا.

مِن البَيِّنِ، ومُنْذُ البِدايَةِ، أَنَّه مِن الضَروريِّ أن يَكونَ لَدَيْنا $a > c$. يَأْخُذُ ابنُ سَهْلٍ القَطْعَ الناقِصَ الَّذي مِحْوَرُهُ الأكْبَرُ $AB = 2a$ ومَرْكَزُهُ في النُقْطَةِ E وبُؤْرَتاهُ

---

[٤] انْظُرْ:

R. Rashed, *Géométrie et Dioptrique au X^{e} siècle: Ibn Sahl, al–Qūhī et ibn al–Haytham* (Paris, 1993) et «Ibn Sahl et al–Qūhī: Les projections. Addenda & Corrigenda», *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 10.1(2000), p. 79-100.

راجِعْ أيضاً النُسْخَةَ الانكليزيَّةَ من هَذَا الكِتابِ:

Geometry and Dioptrics in Classical Islam, Londres, al-Furqān, 2005, XIII-1178-VI p.

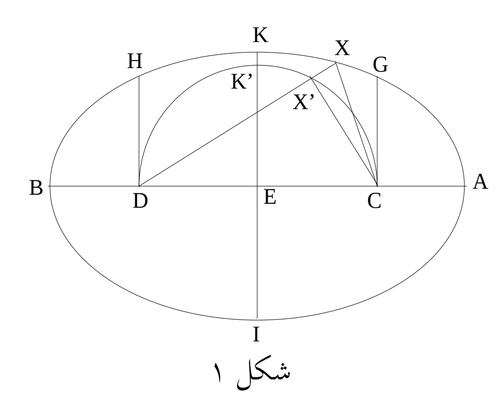
فِي النُقْطَتَيْنِ C وَ D وحَيْثُ يَكونُ $c = EC = ED$. لنَجْعَلْ $IK = 2b$ المِحْوَرَ الأصْغَرَ $(EK = b)$.

كُلُّ نُقْطَةٍ X مِن هَذا القَطْعِ الناقِصِ تُعْطينا مُثَلَّثاً قاعِدَتُهُ $CD = 2c$ بحَيْثُ يَكونُ $XC + XD = 2a$. ويَكونُ لِلمَسْأَلَةِ إذاً عَدَدٌ غَيْرُ مُنْتَهٍ مِن الحُلولِ.

لقَد دَفَعَ الشَرْطُ الإضافِيُّ (وهُوَ أن يَكونَ المُثَلَّثُ حادَّ الزَوايا) بابنِ سَهْلٍ لأن يأخُذَ العَمودَيْنِ القائِمَيْنِ عَلَى المِحْوَرِ AB عَلَى النُقْطَتَيْنِ C وَ D، والدَائِرَةَ الّتي قُطْرُها CD، وذَلِكَ بُغْيَةَ تَحْديدِ قُسيِّ القَطْعِ الناقِصِ، الّتي إن اختِيرَت النُقْطَةُ X عَلَيْها، سَيُحَقِّقُ المُثَلَّثُ XCD الشُروطَ الثَلاثَةَ.

وَفْقَ الفَرَضِيَّة فإنَّ $a > c$ وَ $a > b$؛ ولَكِن يُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا إمّا $b > c$ وإمّا $b = c$ وإمّا $b < c$؛ وقَد تَفَحَّصَ ابنُ سَهْلٍ هَذِهِ الحالاتِ الثَلاثَ كُلَّها. تَقْطَعُ الدَائِرَةُ $\mathscr{C}$ الّتي قُطْرُها CD المُسْتَقيمَ IK عَلَى نُقْطَةٍ K'. وتَكونُ لَدَيْنا الحالات التالِيَة:

- $b > c$؛ تَكونُ النُقْطَة K' داخِلَ القَطْعِ الناقِصِ (الشَكْل ١)

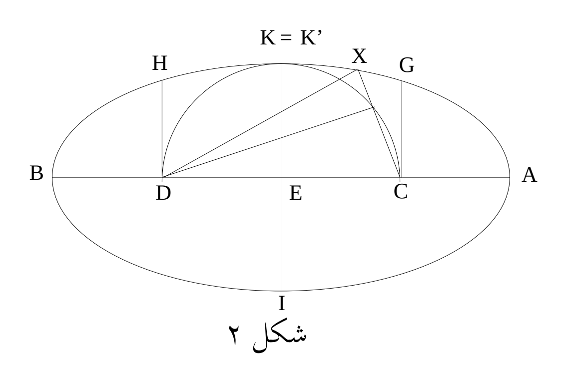


شكل ١

ولِكُلِّ نُقْطَةٍ X مِن القَوْسِ GKH لِلقَطْعِ الناقِصِ، تَكونُ النُقْطَةُ X خارِجَ الدائرة $\mathscr{C}$ وتَكونُ الزَاوِيَةُ $DX'C$ قائِمَةً، فإذاً الزَاوِيَةُ X حادَّةٌ. ولَدَيْنا أيضاً الزَاوِيَتانِ

D وَ C حادَّتانِ وَ $XC + XD = 2a = AB$، في كُلِّ الحالات ما عَدَا الحالَتَيْنِ الحدِّيَّتَيْنِ $X = G$ أو $X = H$.

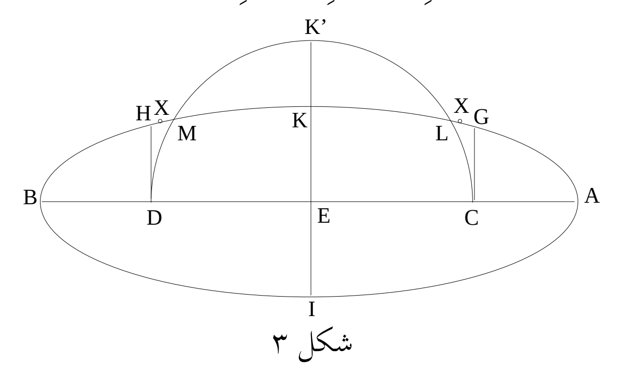
- $b = c$؛ يَكونُ لَدَيْنا $K = K'$ (شَكْل ٢)



شكل ٢

كُلُّ نُقْطَةٍ X مِن القَوْسِ GKH، ما عَدَا G وَ K وَ H، تُعْطي زَاوِيَةً $\widehat{X}$ حادَّةً، لأَنَّ X خارِجَ الدائِرَةِ؛ وتَكونُ الزَاوِيَتانِ C وَ D حادَّتَيْنِ.

- $b < c$؛ يَكونُ لَدَيْنا K' خارِجَ القَطْعِ الناقِصِ (شَكْل ٣).



شكل ٣

تَقْطَعُ الدائِرَةُ القَطْعَ الناقِصَ عَلَى النُقْطَتَيْنِ L وَ M. وكُلُّ نُقْطَةٍ X مِن القَوْسَيْنِ LG وَ HM، بِاسْتِثْناءِ الأَطْرافِ، تَكونُ خارِجَ الدَائِرَةِ وتُعْطي زَوايا $\widehat{X}$ وَ $\widehat{C}$ وَ $\widehat{D}$ حادَّةً.

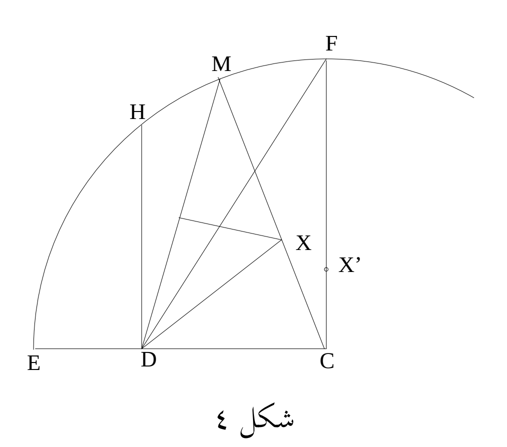
هَذا هُوَ حَلُّ ابنِ سَهْلٍ، المَنْقولُ عَبْرَ السِجْزِيِّ. مِنَ الوَاضِحِ أَنَّ اللُّجوءَ إِلَى القَطْعِ الناقِصِ مُباشِرٌ. ولَكِنَّنا نَسْتَطيعُ الحُصولَ عَلَى بِناءِ هَذا المُثَلَّثِ بِواسِطَةِ

المِسْطَرَةِ والبِرْكارِ، كَما لاحَظَ السجْزِيُّ. وهَذا بِالضَبْطِ ما يَكتُبُهُ هذا الأخيرُ في رِسالَتِهِ المُوَجَّهَةِ إِلَى ابنِ يُمْنٍ[٥]، حَيْثُ يُخْبِرُه فيها ببِنائِهِ الخاصِّ. ولَكِنْ قَبْلَ تَفَحُّصِ حَلِّ السجْزِيِّ المَذْكورِ، لنَشْرَحْ بِدِقَّةٍ حَلَّ ابنِ سَهْلٍ.

إذا كانَتِ النُقْطَةُ X حَلاًّ لِلمَسْأَلَةِ، أي إذا كانَ المُثَلَّثُ المَبْنِيُّ XCD يُحَقِّقُ العَلاقَتَيْنِ $XC + XD = 2a$ وَ $CD = 2c$، حَيْثُ إنّ a وَ c طولانِ مَعْلومانِ، وإذا أَخْرَجْنا CX إِلَى النُقْطَةِ M بحَيْثُ يَكونُ $XM = XD$ فإنَّ $CM = 2a$. وتَقَعُ النُقْطَةُ M إذاً عَلَى دَائِرَةٍ مَرْكَزُها في النُقْطَةِ C ونِصْفُ قُطْرِها $2a$. وبِالعَكْسِ؛ فَبِكُلِّ نُقْطَةٍ M مِن هَذِهِ الدائِرَةِ، تَرْتَبِطُ نُقْطَةٌ X حادِثَةٌ عن تَقاطُعِ المُسْتَقيمِ CM مع العَمودِ المُنَصِّفِ[٦] لِلقِطْعَةِ MD، والمُثَلَّثُ الحادِثُ CXD يُحَقِّقُ الشَرْطَيْنِ المفروضَيْنِ.

ولَكِنّ ابنَ سَهْلٍ يفرِضُ شَرْطاً إضافِيّاً، وهو أنْ تَكونَ زَوايا المُثَلَّثِ CXD حادَّةً. لِنَتَفَحَّصْ تِلْكَ الزَوايا الثَلاثَ.

١– الزَاوِيَة DCX: تَكونُ حادَّةً إذا ما كانَ نِصْفُ المُسْتَقيمِ $[CX)$ واقِعاً في الزَاوِيَةِ FCE (النُقْطَةُ E تَحْدُثُ عن تَقاطُعِ الدائِرَةِ $(C, 2a)$ مع نِصْفِ المُسْتَقيمِ



شكل ٤

[٥] انْظُرْ أدْناه الصَفْحَةَ ٧٦٥ وما يَليها.

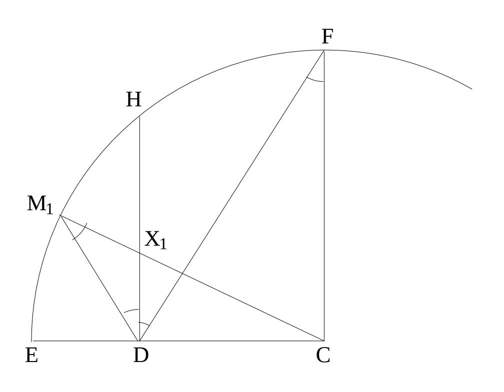
$(CD]$). وبالتالي فإنَّ الزَاوِيَةَ DCX تَكونُ حادَّةً أيْنَما وَقَعَتِ النُقْطَةُ M عَلَى القَوْسِ EF باسْتِثْناءِ الطَرَفَيْنِ (الطَرَفُ في النُقْطَةِ F يَرْتَبِطُ بالنُقْطَةِ X' الحادِثَةِ عن تَقاطُعِ CF مع العَمودِ المُنَصِّفِ لِلقِطْعَةِ DF).

٢- الزَاوِيَةُ CDX: إنَّ المُسْتَقيمَ القائِمَ عَموداً عَلَى CD عَلَى النُقْطَةِ D، يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَةٍ H. وتَكونُ الزَاوِيَةُ CDH قائِمَةً؛ إذا صارَتِ النُقْطَةُ X في وَضْعِ النُقْطَةِ X_1 عَلَى المُسْتَقيمِ DH، فَتَصيرُ النُقْطَةُ M إذاً في وَضْعِ النُقْطَةِ M_1 عَلَى القَوْسِ HE بِحَيْثُ يُصْبِحُ المُثَلَّثُ M_1X_1D مُتَساوِيَ الساقَيْنِ. وفي المُثَلَّثِ CM_1D يَكونُ لَدَيْنا*

$$C\widehat{D}M_1 = 1Droit + \widehat{M}_1$$

فإذاً

$$\frac{\sin\widehat{M}_1}{2c} = \frac{\sin(1Droit + \widehat{M}_1)}{2a} = \frac{\cos\widehat{M}_1}{2a},$$



شكل ٥

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$tg\ \widehat{M}_1 = \frac{c}{a} = tg\ D\widehat{F}C$$

---

[٦] يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ هُنا بِطَريقَةِ البِناءِ بِالنُقَطِ، المُسْتَعْمَلَةِ لِبناءِ القَطْعِ الناقِصِ الذي تَكونُ النُقْطَتانِ C وَ D بُؤرَتَيْهِ وَ $2a$ قُطْرَهُ.

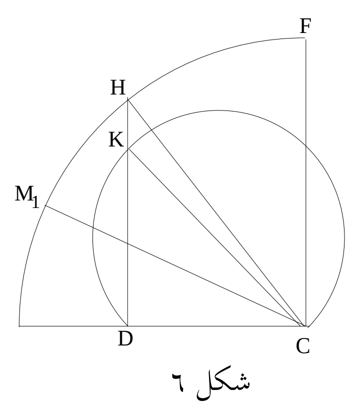
* الرَمْزُ (Droit) يَدُلُّ على زاوِيَةٍ قائِمَةٍ (المُتَرْجِم).

ويكونُ لَدَيْنا إذاً $F\widehat{D}H = D\widehat{F}C = \widehat{M}_1 = H\widehat{D}M_1$. فالمُسْتَقيمُ HD يُنَصِّفُ الزَاوِيَةَ FDM_1 . وعِنْدَما تَكونُ M عَلَى القَوْسِ FM_1 (نَسْتَثْني الطَرَفَيْنِ F وَ M_1) تَكونُ الزَاوِيَتان XCD وَ XDC إذاً حادَّتَيْنِ في نَفْسِ الوَقْتِ.

٣- الزَاوِيَةُ CXD: لَدَيْنا $C\widehat{X}D = 2C\widehat{M}D$ (شَكْل ٤)؛ فَلِكَي تكونَ الزَاوِيَةُ CXD حادَّةً يَنْبَغي تَحَقُّقُ الشَرْطِ $C\widehat{M}D < 45°$ وبالتالي يَنْبَغي لِلنُقْطَةِ M أن تَقَعَ خارِجَ القَوْسِ القابِلَةِ لِلزَاوِيَةِ $45°$، المَبْنِيّةِ عَلَى القِطْعَةِ CD. وتَقْطَعُ هَذِهِ القَوْسُ القابِلَةُ المُسْتَقيمَ DH عَلَى نُقْطَةٍ K يَتَعَلَّقُ وَضْعُها بالنِسْبَةِ إلَى النُقْطَةِ H بقَدْرِ الطولَيْنِ $2a$ وَ $2c$.

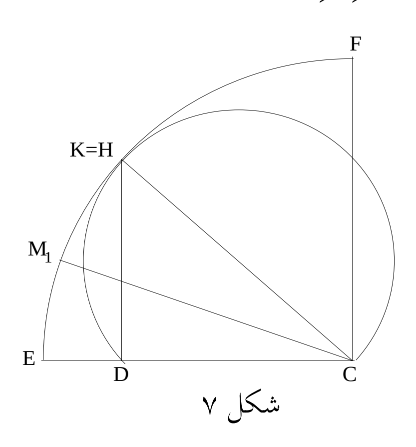
المُثَلَّثُ CDK قائِمُ الزَاوِيَةِ مُتَساوِي الساقَيْنِ (لأَنَّ $D\widehat{K}C = 45°$)، فإذاً $DK = 2c$ وَ $CK = 2c\sqrt{2}$؛ وتَكونُ القِطْعَةُ المُسْتَقيمةُ CK قُطْراً لِلدائِرَةِ الّتِي تَقَعُ عَلَيْها القَوْسُ القابِلَةُ. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى لَدَيْنا $CH = 2a$ وَ $c < a$ وذَلِكَ وَفْقَ المُعْطَيات، وتُواجِهُنا إذاً احْتِمالاتٌ ثَلاثَةٌ:

- إذا كانَ $a < c\sqrt{2}$، يَكونُ لَدَيْنا $CK < CH$ (الشَكْل ٦). وتَقَعُ القَوْسُ القابِلَةُ بأَكْمَلِها داخِلَ الدائِرَةِ $(C, 2a)$، وتُعْطي إذاً كُلُّ نُقْطَةٍ مِن القَوْسِ FM_1 (بِاسْتِثْناءِ الطَرَفَيْنِ) حلاًّ.



شكل ٦

• إذا كانَ $a = c\sqrt{2}$، يَكونُ لَدَيْنا $CK = CH$ (شَكْل ٧). وتَكونُ القَوْسُ القابِلَةُ مُماسّةً لِلدائِرَةِ $(C, 2a)$ عَلَى النُقْطَةِ H $(K = H)$، وتُعْطي كُلُّ نُقْطَةٍ إذاً مِن القَوْسِ FM_1 حَلاًّ، وذَلِكَ باسْتِثْناءِ النِقاطِ F وَ H وَ M_1.



شكل ٧

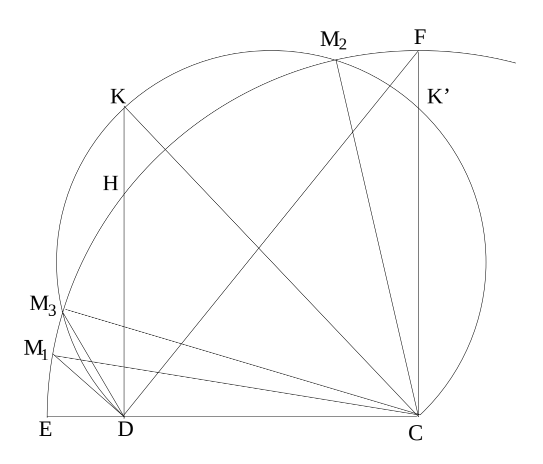
• إذا كانَ $a > c\sqrt{2}$، يَكونُ لَدَيْنا $CK > CH$ (شَكْل ٨). وتَقْطَعُ القَوْسُ القابِلَةُ الدَائِرَةَ $(C, 2a)$ عَلَى نُقْطَتَيْنِ M_2 وَ M_3 مُتَناظِرَتَيْنِ بالنِسْبَةِ إلَى المُسْتَقيمِ CK كَما تَقْطَعُ المُسْتَقيمَ CF عَلَى نُقْطَةٍ K' بحَيْثُ يَكونُ $2c = DC = DK = CK'$. إذا خَطَّتْ نُقْطَةُ القَوْسَ القابِلَةَ انْطِلاقاً مِن النُقْطَةِ K وُصُولاً إلَى النُقْطَةِ K'، فإنَّ المَسافَةَ الفاصِلَةَ بَيْنَها وبَيْنَ النُقْطَةِ C تَتَناقَصُ مِن $CK = 2c\sqrt{2}$ حَتَّى $CK' = 2c$؛ وتَبْلُغُ هَذِهِ المَسافَةُ القَدْرَ $2a$ مَرَّةً واحِدَةً (لأَنَّ $2c < 2a < 2c\sqrt{2}$)؛ تَقْطَعُ القَوْسُ القابِلَةُ إذاً القَوْسَ HF مِن الدَائِرَةِ المُمَرْكَزةِ في النُقْطَةِ C عَلَى النُقْطَةِ M_2 كَما تَقْطَعُ القَوْسَ HE مِن تِلْكَ الدائِرَةِ عَلَى النُقْطَةِ M_3. فيَنْبَغي إذاً أن نُعَيِّنَ وَضْعَيِ النُقْطَتَيْنِ M_1 وَ M_3 الواقِعَتَيْنِ معاً عَلَى القَوْسِ HE. وللمُثَلَّثَيْنِ M_1DC وَ M_3DC ضِلْعٌ مُشْتَرَكٌ CD طولُهُ $2c$، والضِلْعانِ M_1C وَ M_3C مُتَساوِيا الطولِ $2a$. والزَاوِيَتانِ M_1DC وَ M_3DC مُنْفَرِجتانِ، فيَكونُ لَدَيْنا إذاً في المُثَلَّثِ M_3DC،

$$\frac{\sin M_3\widehat{D}C}{2a} = \frac{\sin D\widehat{M_3}C}{2c} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{2c},$$

وفي المُثَلَّثِ M_1DC،

$$\frac{\sin M_1\widehat{D}C}{2a} = \frac{\sin D\widehat{M_1}C}{2c}.$$

وَبما أنّنا قد رَأَيْنا أَنَّ $D\widehat{M}_1C = D\widehat{F}C$ (شَكْل ٥) وأَنَّ $D\widehat{F}C < 45^\circ$ في الحالَةِ المَدْروسَةِ، وذَلِكَ لأَنَّ النُقْطَةَ F تَقَعُ خارِجَ القَوْسِ القابِلَةِ؛ يَكونُ لَدَيْنا إذاً $\sin M_1\widehat{D}C < \sin M_3\widehat{D}C$، وبِالتالي فإنَّ $M_1\widehat{D}C > M_3\widehat{D}C$ (لأَنَّ الزَاوِيَتَيْنِ مُنْفَرِجَتانِ). فتَقَعُ إذاً النُقْطَةُ M_3 بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ M_1 وَ H. فإذاً، إذا كانَ $a < c\sqrt{2}$ فَبِكُلِّ نُقْطَةٍ M مِن أحَدِ القوسَيْنِ FM_2 أو M_3M_1 (باسْتِثْناءِ الأطْرافِ) تَرْتَبِطُ نُقْطَةٌ X تُعْطي حَلاًّ.

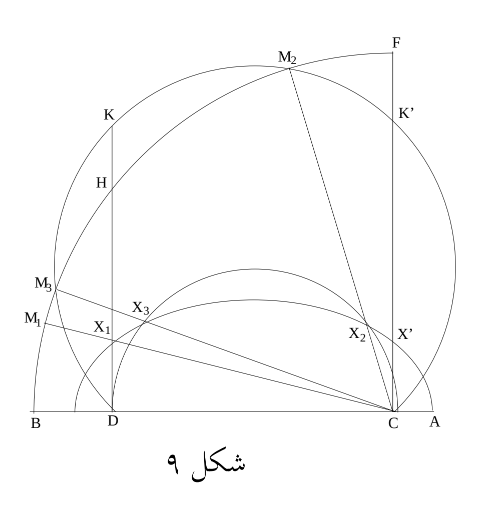


شكل ٨

فالبِناءُ بالمِسْطَرَةِ والبِرْكارِ مُمْكِنٌ إذاً ويَقودُنا في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ إلَى عَدَدٍ غَيْرِ مُنْتَهٍ مِن الحُلولِ. إنَّ الطَريقَةَ المُطَبَّقَةَ هُنا في المُناقَشَةِ المُتَرَتِّبَةِ عَلَى شَرْطِ كوْنِ زَوايا المُثَلَّثِ حادَّةً، تَسْتَدعي إدْخالَ الوَضْعَيْنِ النسبِيَّيْنِ لدَائِرَةٍ ولقَوْسٍ قابِلَةٍ.

وبِالمُقابِلِ فإنَّ طَرِيقَةَ ابنِ سَهْلٍ تَسْتَدعي إدخالَ الوَضْعَيْنِ النسبِيَّيْنِ لدائِرَةٍ ولقَطْعٍ ناقِصٍ، وفي الحالَةِ الأخيرَةِ لِلشَكْلِ، تَقْطَعُ الدَائِرَةُ القَطْعَ الناقِصَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ M وَ L، لا يُورِدُ ابنُ سَهْلٍ كَيْفِيَّةَ بِنائِهِما. لنُشِرْ أيضاً إلَى أَنَّ حالاتِ

الشَكْلِ الثَلاثَ الّتي وَرَدَتْ هُنا ($a > c\sqrt{2}$، $a = c\sqrt{2}$، $a < c\sqrt{2}$) تَتَلاءَمُ مع الحالاتِ الثَلاثِ الّتي تَناوَلَها ابنُ سَهْلٍ: $b > c$، $b = c$، $b < c$. وبِالفِعْلِ، فالعَلاقَةُ $a^2 = b^2 + c^2$ تُعْطي $a^2 = 2c^2$ إذا كانَ $b = c$. وتُسْتَنْبَطُ النُقْطَةُ X المَوْجودَةُ عَلَى القَطْعِ النَاقِصِ مِن النُقْطَةِ M المَوْجودَةِ عَلَى الدَائِرَةِ الُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ C، الّتي يُساوي نِصْفُ قُطْرِها $2a$. وتَتَلاءَمُ النِقَاطُ F وَ M_2 وَ M_3 وَ M_1 الّتي تَسْتَدْعيها النُقْطَةُ M عَلَى الدَائِرَةِ مع النِقَاطِ X'، X_2، X_3، X_1 الّتي تَسْتَدْعيها النُقْطَةُ X، الّتي لا تَخْتَلِفُ بِشَيءٍ عن نِقَاطِ القَطْعِ النَاقِصِ G، L، M، H في نَصِّ ابنِ سَهْلٍ (انظُرالشَكْلَ عَلَى الصَفْحَةِ ٧٦٧). وبِالفِعْلِ، فالدَائِرَةُ الُمَرْكَزَةُ في النُقْطَةِ C، الّتي نِصْفُ قُطْرِها $2a$ هِيَ "الدَائِرَةُ الدَليلَةُ" لِلقَطْعِ النَاقِصِ؛ الَّذي يُمَثِّلُ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِمَراكِزِ الدَوائِرِ الّتي تَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ D وتُماسُّ الدَائِرَةَ الدَليلَةَ عَلَى النُقْطَةِ M.

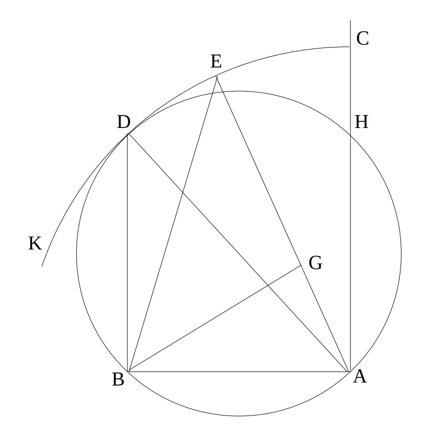


شكل ٩

ونُزولاً عِنْدَ رَغبَةِ نَظيفِ بن يُمْن يُعَاوِدُ السِجْزِيُّ إذاً تَناوُلَ مَسْأَلَةِ ابنِ سَهْلٍ، مُعْلِناً أَنَّه يؤْثِرُ في ذَلِكَ عَدَمَ اللُّجوءِ إلَى تَقَاطُعِ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ ما دام الحلُّ مُمْكناً بِواسِطَةِ المِسْطَرَةِ والبِرْكارِ. ويَنْبَري السِجْزِيُّ إذاً إلَى بِناءِ مُثَلَّثٍ حادِّ الزَوايا ABG، ومَعْلومِ القاعِدَةِ لجِهَةِ الوَضْعِ والقَدْرِ، ومَعْلومِ مَجْموعِ الضِلْعَيْنِ

الباقِيَيْنِ ($AB = 2c$، $BG + AG = 2a$). وحَلُّ السِجْزِيِّ تَرْكيبِـــيٌّ، ولَكِنّنا نَسْتَطيعُ أن نَتَصَوَّرَ أَنَّه قَد حُلِّلَ مِن جانبِ المُؤَلِّفِ.

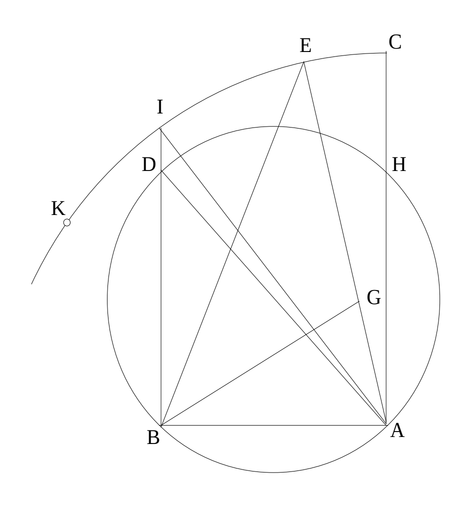
لِيَكُنْ ABG مُثَلَّثاً مُحَقِّقاً شُروطَ المَسْأَلَةِ؛ لنُطِلْ AG على استقامة بِقَدْرِ $GB = GE$؛ نَحْصُلُ إذاً عَلَى طولٍ مَعْلومٍ $AE = 2a$. مِن جِهَةٍ أُخْرَى، المُثَلَّثُ GBE مُتَساوِي السَاقَيْنِ، ولِذَلِكَ فإنَّ $G\widehat{B}E = B\widehat{E}G$. ويَكونُ لَدَيْنا إذاً $B\widehat{G}A = 2B\widehat{E}G$، فإذا كانَتِ الزَاوِيَةُ BGA حادَّةً سَيَكونُ لَدَيْنا $B\hat{E}A < 45°$. وتَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً عَلَى الدائِرَةِ الّتِي مَرْكَزُها فِي النُقْطَةِ A ونِصْفُ قُطْرِها مُساوٍ لِ $2a$، وخارِجَ القَوْسِ القابِلَةِ لِلزَاوِيَةِ $45°$، المَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعَةِ AB.



شكل ١٠أ

شكل ١٠ب

لا يَذْكُرُ السِجْزِيُّ القَطْعَ الناقِصَ، الَّذي بُؤْرَتاهُ فِي النُقْطَتَيْنِ A وَ B ومِحْوَرُهُ الأَكْبَرُ مُساوٍ لِ $2a$، والذي تَقَعُ النُقْطَةُ G عَلَيه. ولَكِنَّهُ مِن البَيِّنِ أَنَّ المَسْأَلَةَ بِرُمَّتِها مُتَعَلِّقَةٌ بِبِناءِ بالنِقاطِ لِهَذا القَطْعِ الناقِصِ. ويَقودُ استِعْمالُ القَوْسِ القابِلَةِ إِلَى التَمْييزِ بَيْنَ مُخْتَلِفِ حالاتِ الشَكْلِ، ولَكِنَّ السِجْزِيَّ لا يُبَيِّنُ أَنَّ هَذِهِ الحالاتِ المُخْتَلِفَةَ تَرْتَبِطُ بِالمُساواةِ أو بِالتَبايُنِ بَيْنَ الطولَيْنِ a وَ $c\sqrt{2}$.



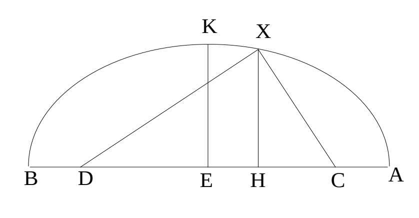
شكل ١٠جـ

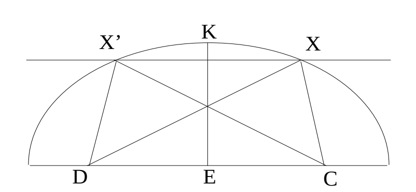
إنَّ نِقَاشَ السِجْزِيِّ غَيْرُ مُكْتَمِلٍ، إذ إنَّه لا يَذْكُرُ الزاوِيَتَيْنِ A وَ B لِلمُثَلَّثِ ABG (ويَنْبَغي أنْ تَكونَ هاتانِ الزاوِيَتانِ حادَّتَيْن)، إلاّ في الأسْطُرِ الأخيرَةِ مِن رِسالَتِهِ. فهُوَ يَسْتَعينُ بالمُسْتَقيمَيْنِ المُخْرَجَيْنِ مِن النُقْطَتَيْنِ A وَ B ويَسْتَنْتِجُ قائلاً: "فَخُذِ المُثَلَّثَ بَيْنَ المُستقِمَيْنِ المُتوازِيَيْنِ AC وَ BD". فمِنَ البَديهِيِّ أن تَقَعَ النُقْطَةُ G بَيْنَ هذَيْنِ المُسْتَقيمَين، ولَكِنَّ النُقْطَةَ E يُمكنُ أن تَقَعَ ما بَعْدَ المُسْتَقيمِ القائمِ عَموداً عَلَى AB عَلَى النُقْطَةِ B. فإذا ما أَخَذْنا النُقْطَةَ E بَيْنَ المُسْتَقيمَيْنِ AC وَ BD، سيَكونُ لَدَيْنا شَرْطٌ كافٍ ولَكِنَّهُ لن يكونَ ضَرورِيّاً.

بَيْدَ أَنَّنا نَسْتَطيعُ، وَفْقَ ما ظَهَرَ في الشَرْحِ السابِقِ، أن نُجْرِيَ نِقَاشاً مُكْتَمِلاً مُرْتَكِزاً عَلَى طَريقَةِ السِجْزِيِّ يُوصِلُنا إلَى النَتائجِ الّتي حَصَلَ عَلَيْها ابنُ سَهْلٍ.

وأغْلَبُ الظَنِّ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد كانَ مُطَّلِعاً عَلَى المَسْأَلَةِ الّتي طَرَحَها ابنُ سَهْلٍ وعَلَى الطَريقَةِ الّتي اقْتَرَحَها فَضْلاً عمّا وَرَدَ لَدَى السِجْزِيِّ بِهَذا الخُصوصِ. ومَهْما يَكُنْ مِن أمْرٍ، فإنَّ ابنَ الهَيْثَمِ يُعاوِدُ تناوُلَ المَسْأَلَة مُبَدِّلاً الشَرْطَ حَوْلَ الزَوايا الحادَّة في المُثَلَّث بشَرْطٍ آخَرَ، وهُوَ أنْ تَكونَ لِلمُثَلَّث مساحةٌ مَعْلومَةٌ S؛ وهَذا

الأمْرُ يعني أن يكونَ لِلارْتِفاع XH (شَكْل ١١) القائِمِ عَلَى القاعِدَة CD طولٌ مَعْلومٌ قَدْرُهُ $h = \frac{2S}{CD} = \frac{S}{c}$.





شكل ١١

لنَأْخُذْ مِن جديد الحلَّ السابقَ الخاصَّ بابنِ سَهْلٍ؛ يَكونُ لَدَيْنا

$$EK = b = \sqrt{a^2 - c^2}.$$

مِن البَيِّنِ أَنَّ $EK = b$ هِيَ الإحداثِيَّةُ العَمودِيَّةُ القُصْوى لنِقَاطِ القَطْعِ الناقِصِ. والآن إذا أَخْرَجْنا مُسْتَقيماً مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AB عَلَى مَسافَةٍ h مِن هَذا المُسْتَقيمِ، سَتَكونُ لَدَيْنا الحالاتُ التالِيَةُ:

$h > EK$، في هَذِهِ الحالَةِ، لا يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ المُوازي القَطْعَ الناقِصَ؛ ولا تَتَلاءَمُ أيُّ نُقْطَةٍ مِن القَطْعِ الناقِصِ مع شُروطِ المَسْأَلَةِ.

$h = EK$، في هَذِهِ الحالَةِ، تَكونُ النُقْطَةُ المَطْلوبَةُ مُطابِقَةً لِلنُقْطَةِ K ويَكونُ المُثَلَّثُ مُتَساوِي الساقَيْنِ.

$h < EK$، في هَذِهِ الحالَةِ، يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ المُوازي القَطْعَ الناقِصَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ X وَ X' بحَيْثُ نَحْصُلُ عَلَى مُثَلَّثَيْنِ مُلائمَيْنِ كَحَلٍّ لِلمَسْأَلَةِ ويَكونُ هَذانِ المُثَلَّثانِ مُتَساوِيَيْن.

ويَكونُ، لِذَلِكَ، الشَرْطُ الضَرورِيُّ والكافي لوُجودِ النُقْطَةِ X، هُوَ $h \leq EK$؛ ولَدَيْنا

$$[EK^2 = a^2 - c^2] \Leftrightarrow [h^2 \leq a^2 - c^2] \Leftrightarrow [4a^2 \geq 4h^2 + 4c^2]$$
$$\Leftrightarrow [AB^2 \geq 4h^2 + DC^2 = DC^2 + \frac{16S^2}{DC^2}].$$

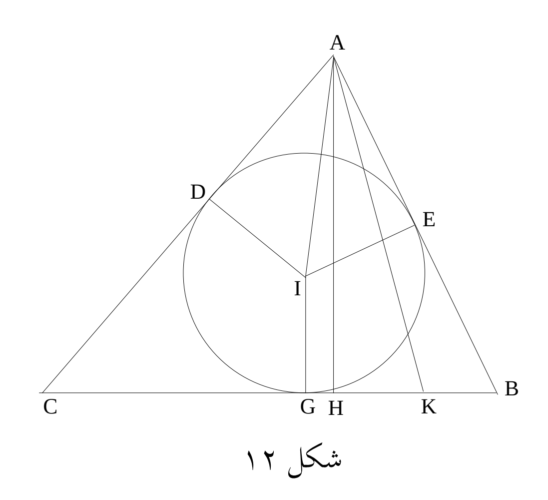
وهَذا الشَرْطُ، الَّذي لا نَجدُ له ذِكْراً لا عِنْدَ السِجْزِيِّ ولا عِنْدَ ابن سَهْلٍ، سنَجِدُهُ في نِقَاشِ شُروطِ المَسْأَلَةِ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ.

ويَبْدو أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد أخَذَ بِالفِعْلِ بنَصائحِ السِجْزِيِّ؛ إذ إنَّه يَتناوَلُ المَسْأَلَةَ مُنْطَلِقاً مِن دَائِرَةٍ مُحَاطَةٍ بالمُثَلَّثِ أو مُحيطَةٍ بِهِ. وبِالتالي تُصْبِحُ كُلُّ الأبْنِيَةِ الّتي يَقْتَرِحُها قابِلَةً لِلتَنْفيذِ بواسِطَةِ المِسْطَرَةِ والبرْكارِ.

يُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى التَوالي خَمْسَةَ تَحاليلَ لِلمَسْأَلَةِ المُحَوَّلَةِ. يَسْتَخدِمُ في الأرْبَعَةِ الأُولَى مِنْها الدائِرَةَ المُحاطَةَ بالمُثَلَّثِ، بَيْنَما يَعْمَدُ إلَى اسْتِخْدامِ الدَائِرَةِ المُحيطَةِ في تَحْليلِهِ الخامِسِ. لِنُلَخِّصِ التَحاليلَ المَذْكورَةَ.

في التَحاليلِ الأرْبَعَةِ الأُولَى، لنَجْعَلْ ABC المُثَلَّثَ وَ I مَرْكَزَ الدائِرَةِ المُحاطَةِ الّتي تُماسُّ الأَضْلاعَ AB وَ BC وَ CA، تَرْتيباً عَلَى النِقَاطِ E وَ G وَ D. ولْنَجْعَلِ الضِلْعَ $a = BC$ (طولٌ مَعْلومٌ) ومَجْموعَ الضِلْعَيْنِ $l = AB + AC$ (طولٌ مَعْلومٌ أيضاً) وَلْتَكُنْ S مساحَةَ المُثَلَّثِ (مساحةٌ مَعْلومَةٌ أيضاً).

تَحْليل ١: الأطْوالُ المَعْلومَةُ تَسْمَحُ لنا بِحِساب $AE = \frac{l-a}{2}$ وَ $IE = \frac{2S}{l+a} = r$ (أي ما يُساوي نِصْفَ قُطْرِ الدَائِرَةِ)؛ فإذاً النِسْبَةُ $tg\, I\hat{A}E = \frac{IE}{AE}$ مَعْلومَةٌ وبالتالي فالزَاوِيَةُ $I\hat{A}E$ مَعْلومَةٌ أيضاً؛ فإذاً $2I\hat{A}E = C\hat{A}B$ ونَحْصُلُ عَلَى زَاوِيَةٍ مَعْلومَةٍ $C\hat{A}B$. وتُؤْخَذُ النُقْطَةُ K عَلَى القِطْعَةِ BC بحَيْثُ يَكونُ $A\widehat{K}C = B\widehat{A}C$؛ ويُبَيَّنُ أَنَّ القِطْعَةَ AK مَعْلومَةٌ وأَنَّ المُثَلَّثَيْنِ ABC وَ AKC مُتَشَابهانِ؛ ولِذَلِكَ فإنَّ $AK \cdot BC = AB \cdot AC$، فإذاً يَكونُ الضَرْبُ $AB \cdot AC$ مَعْلوماً. ونَحْصُلُ عَلَى مَجْموعٍ l وضَرْبٍ p مَعْلومَيْنِ لِلضِلْعَيْنِ المَطْلوبَيْنِ، فيُصْبِحُ الضِلْعانِ إذاً مَعْلومَيْنِ.



شكل ١٢

مُلاحَظَةٌ

لا يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ تَرْكيبَ هَذا التَحْليلِ. لنُلاحِظْ أَنَّ الضِلْعَيْنِ AB وَ AC هُما جَذْرا المُعَادَلَةِ $x^2 - lx + p = 0$، حَيْثُ $\Delta = l^2 - 4p$. ويَكونُ جَذْرا هَذِهِ المُعَادَلَةِ مَوْجودَيْنِ إذا كانَ $l^2 \geq 4p$ أي $l^2 \geq a^2 + 4h^2$، حَيْثُ يَكونُ $AH = h$، وَ AH هِيَ قِطْعَةُ المُسْتَقيمِ المُخْرَجِ مِن A والقائِمِ عَموداً عَلَى BC عَلَى النُقْطَةِ H.

وبِالفِعْلِ، لَدَيْنا

$$p = \frac{ah}{\sin B\hat{A}C} \quad \text{وَ} \quad S = \frac{ah}{2}.$$

وَبِما أَنَّ

$$B\hat{A}C = 2\, I\hat{A}B$$

وَ

$$tg\, I\hat{A}B = t = \frac{IE}{AE} = \frac{ah}{1+a}\frac{2}{1-a},$$

فإنَّ

$$t = \frac{2ah}{l^2 - a^2}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى،

$$\sin B\hat{A}C = \frac{2t}{1 + t^2},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$p = \frac{(l^2 - a^2) + 4a^2h^2}{4(l^2 - a^2)};$$

ويَكونُ لَدَيْنا

$$l^2 \geq 4p \Leftrightarrow l^2 \geq l^2 - a^2 + \frac{4a^2h^2}{l^2 - a^2} \Leftrightarrow l^2 \geq a^2 + 4h^2,$$

ويُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا الشَرْطَ في مَعْرِضِ التَرْكيبِ لِلتَحْليلِ الخامِسِ.

تَحْليل ٢: كَما في التَحْليلِ الأوّلِ، الزاوِيَتان IAC وَ BAC مَعْلومَتان. وإذا كانَتْ K نُقْطَةَ تَقاطُعِ الارْتِفاعِ AH مع المُسْتَقيمِ المُخْرَجِ مِن النُقْطَةِ I مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ BC، يَتَبَيَّنُ أَنَّ الزاوِيَةَ IAK مَعْلومَةٌ ($\cos I\hat{A}K = \frac{AK}{AI}$)؛ ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ الزاوِيَتَيْنِ KAE وَ ABC. ويَسْتَنْتِجُ ابنُ الهَيْثَمِ بطَريقَتَين:

- $AB = \frac{AH}{\cos H\hat{A}B}$، فإذاً القِطْعَةُ AB مَعْلومَةٌ، وبالتالي فالقِطْعَةُ AC تَكونُ مَعْلومَةً أيضاً وَ $l - AB = AC$.
- الزاوِيَتان $2\ I\hat{A}B = B\hat{A}C$ وَ $A\hat{B}C$ مَعْلومَتان؛ ولِلمُثَلَّثِ ABC صورَةٌ مَعْلومَةٌ إذاً، وبالتالي فالنِسْبَةُ $\frac{AB}{AC}$ تَكونُ مَعْلومَةً. ويُصْبِحُ الطولان AB وَ AC مَعْلومَيْنِ لِكَوْنِ مَجْموعِهِما ونِسْبَتِهِما مَعْلومَيْنِ.

مُلاحَظَةٌ

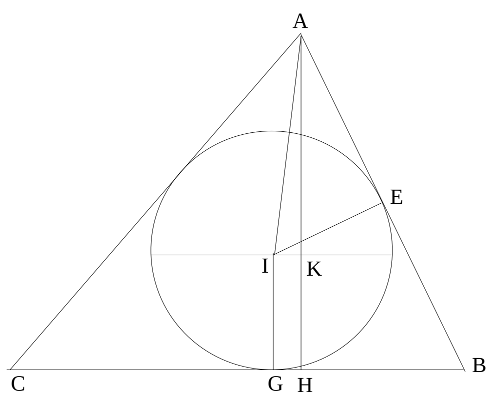
عَلَى غِرارِ ما سَبَقَ، لَدَيْنا

$$IE = \frac{2S}{l + a} = r = \frac{ah}{l + a}$$

وَ

$$AE = \frac{l - a}{2},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ



شكل ١٣

$$AI^2 = \frac{4a^2h^2 + (l^2 - a^2)^2}{4(l + a)^2}.$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$AK = AH - IG = h - r = \frac{hl}{l + a},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

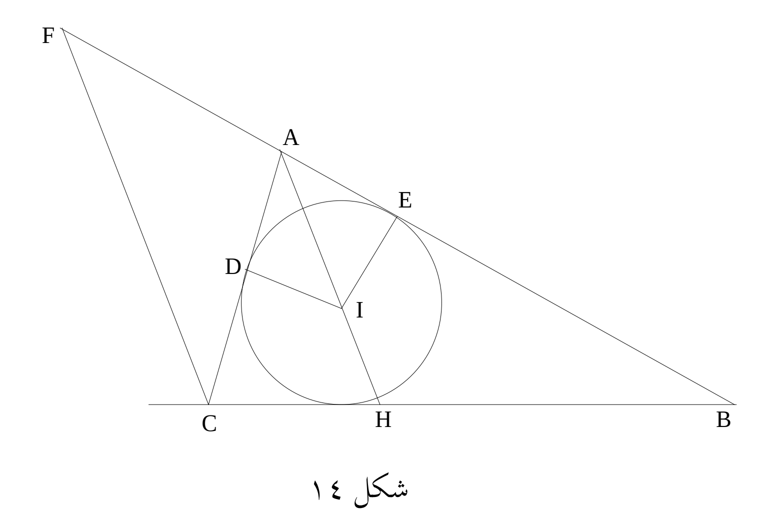
$$\cos I\hat{A}K = \frac{2hl}{\sqrt{4a^2h^2 + (l - a)^2}},$$

أي أَنَّ

$$\cos I\hat{A}K \leq 1 \Leftrightarrow 4a^2h^2 + (l^2 - a^2)^2 \geq 4h^2l^2 \Leftrightarrow l^2 \geq a^2 + 4h^2,$$

ويُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا الشَرْطَ في مَعْرِضِ التَرْكيبِ لِلتَحْليلِ الخامِسِ.

تَحْليل ٣: إذا أَطَلْنا BA على استقامةٍ بقَدْرِ $AC = AF$، فيَكونُ طولُ القِطْعَةِ BF مَعْلوماً مُساوِياً لِـ l ويَكونُ لَدَيْنا $CF // AI$. ونُبَيِّنُ أن المُثَلَّثَ BCF مَعْلومُ *الصورَةِ* (وهِيَ صورَةُ المُثَلَّثِ BAH الَّذي نَعْرِفُ زَاوِيَتَيْه BAH [انْظُرِ التَحْليلَ ١] وَ ABH [انْظُرِ التَحْليلَ ٢])، فإذاً الطولُ CF مَعْلومٌ. ويَكونُ المُثَلَّثُ AFC إذاً مَعْلومَ *الصورَةِ* أيضاً، وبالتالي فالنِسْبَةُ $\frac{FC}{CA}$ مَعْلومَةٌ. فَيكون الطولَ CA معلوماً، ومِنْهُ نَسْتَنْبِطُ $AB = CB - l$.



شكل ١٤

مُلاحَظَةٌ

ونَرى هُنا بِناءً مُشابِهاً لبِناءِ السِجْزِيِّ. فالْمُسْتَقيمُ FC مُوازٍ لِلمُسْتَقيمِ AH الْمُنَصِّفِ لِلزَاوِيَةِ BAC وهِيَ زَاوِيَةٌ مَعْلومَةٌ كَما رَأَيْنا في التَحْليلِ ١. إذا جَعَلْنا $B\hat{A}C = 2\alpha$، يَكونُ لَدَيْنا

$$A\hat{F}C = F\hat{C}A = C\hat{A}H = \alpha.$$

وَبِما أَنَّ

$$\frac{BF}{BC} = \frac{l}{a}$$

وَ

$$\frac{BF}{BC} = \frac{\sin F\widehat{C}B}{\sin A\widehat{F}C},$$

فإنَّ

$$\sin F\hat{C}B = l\,.\,\frac{\sin\ \alpha}{a}$$

وتَكونُ إذاً الزَاوِيَةُ $F\hat{C}B$ مَعْلومَةً، ويَكونُ لَدَيْنا

$$\sin F\hat{C}B \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a}\sin\alpha \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2hl}{\sqrt{4a^2h^2 + (l^2 - a^2)^2}} \leq 1 \Leftrightarrow l^2 \geq a^2 + 4h^2,$$

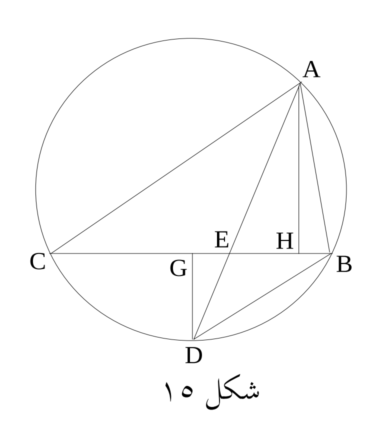
ويُوردُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا الشَرْطَ في التَرْكيبِ لِلتَحْليلِ الخامِسِ.

تَحْليل ٤: المساحَةُ S لِلمُثَلَّثِ ABC مَعْلومَةٌ والزاوِيَةُ ABC تَتَحَدَّدُ كَما في التَحْليل ١. ويَكونُ الضَرْبُ $AB \,.\, AC$ مَعْلوماً:

$$AB \,.\, AC = \frac{2S}{\sin B\hat{A}C}.$$

وَبِما أَنَّنا نَعْلَمُ مَجْموعَ الضِلْعَيْنِ $AB + AC$ وَفْقَ المُعْطَياتِ، يُمْكِنُنا مَعْرِفَةُ كُلِّ واحِدٍ مِن الضِلْعَيْنِ عَلَى غِرارِ التَحْليلِ الأوّلِ. وبنَفْسِ الطَريقَةِ يُمْكِنُنا اِسْتِنْباطُ الشَرْطِ الضَروريِّ والكافي.

تَحْليل ٥: يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ الدائِرَةَ المُحيطَةَ بالمُثَلَّثِ ABC. يَقْطَعُ مُنَصِّفُ الزاوِيَةِ BAC الضِلْعَ BC عَلَى النُقْطَةِ E والدائِرَةَ عَلَى النُقْطَةِ D. إذا اسْتَعْمَلْنا خاصِيَّةَ مَسْقَطِ مُنَصِّفِ الزاوِيَةِ E، أي العَلاقَةَ $\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{EC}$، إضافةً إلَى مُشابَهَةِ المُثَلَّثَيْنِ ABD وَ BDE، يَتَبَيَّنُ لنا أَنَّ النِسْبَةَ $\frac{AE}{ED}$ مَعْلومَةٌ، ونَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ الأطْوالَ DG (النُقْطَةُ G هِيَ مُنْتَصَفُ BC؛ ولَدَيْنا $\frac{AE}{ED} = \frac{AH}{DG}$ والقِطْعَةُ AH مَعْلومَةٌ) وَ DB وَ DA وَ AE وَ ED الّتي تَكونُ مَعْلومَةً. وتُعْطي قُوَّةُ النُقْطَةِ E، بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ، العَلاقَةَ $EA \,.\, ED = EB \,.\, EC$، فإذاً الضَرْبُ $EB \,.\, EC$ مَعْلومٌ؛ وَبِما أَنَّنا نعرفُ أَنَّ $\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{EC}$، نَسْتَنْبِطُ مِن ذَلِكَ أَنَّ الضَربَ $AB \,.\, AC$ مَعْلومٌ، غَيْرَ أَنَّ المَجْموعَ مَعْلومٌ أيضاً، ولِذَلِكَ تُصبِحُ كُلُّ واحدةٍ مِن القِطْعَتَيْنِ AB وَ AC مَعْلومَةً أيضاً.



شكل ١٥

تركيب ٥: لتَكُنْ AB القاعِدَةَ المَعْلومَةَ في البِناءِ؛ وَلْتَكُنْ M النُقْطَةَ المَطْلوبَةَ. وَلْيُحَقِّقِ الطولانِ المَفْروضان GH وَ CD العَلاقَتَيْنِ

$$(1) \qquad GH = MA + MB$$

$$(2) \qquad aire\ (AMB) = AB\ .\ CD.$$

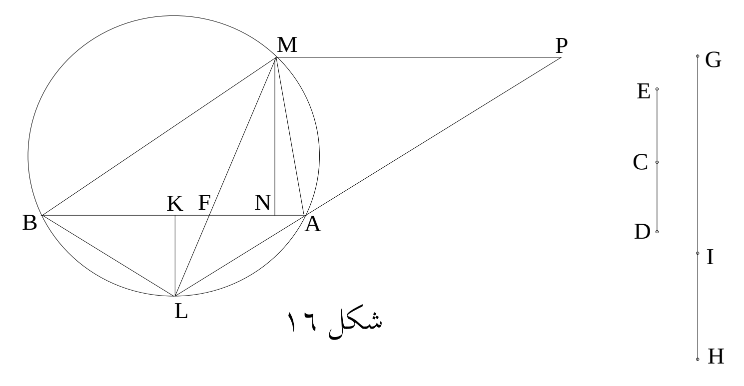
فيَكونُ الارْتِفاعُ المُخْرَجُ مِن M، وهُوَ MN، مُحَقِّقاً لِلعَلاقَةِ

$$MN = 2\ CD = DE.$$

لنَأْخُذْ عَلَى القِطْعَةِ GH نُقْطَةً I بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{AB}{HI} = \frac{GH}{AB}.$$

لتَكُنِ النُقْطَةُ K مُنْتَصَفَ AB والنُقْطَةُ L عَلَى العَمودِ المُنَصِّفِ لِلقِطْعَةِ AB بحَيْثُ يَكونُ $\frac{GI}{IH} = \frac{ED}{KL}$. ونَرْسُمُ الدائِرَةَ المُحيطَةَ بالمُثَلَّثِ ABL. ونأخُذُ عَلَى نِصْفِ المُسْتَقيمِ LA نُقْطَةً P بحَيْثُ يَكونُ $\frac{ED}{KL} = \frac{PA}{AL}$. إذا قَطَعَ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ



شكل ١٦

مِن P مُوازِياً لِ AB الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَةِ M فإنَّ المُثَلَّثَ AMB يَكونُ هُوَ المَطْلوبُ.

البرهان: وَفْقَ المُعْطَيَاتِ، لَدَيْنا

$$\frac{AB}{HI} = \frac{GH}{AB} \text{ وَ } \frac{PA}{AL} = \frac{ED}{KL}.$$

نُخْرِجُ المُسْتَقيمَ MN عَموداً قائِماً عَلَى AB وَ ML، فيَقْطَعُ AB عَلَى نُقْطَةٍ F؛ ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{MN}{KL} = \frac{MF}{FL} = \frac{PA}{AL} = \frac{ED}{KL},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ $MN = ED$.

ويَكونُ لَدَيْنا

$$aire\ (MAB) = \frac{1}{2} MN\ .\ AB = CD\ .\ AB,$$

وتَكونُ العَلاقَةُ *(2)* مُحَقَّقَةً إذاً. والنُقْطَةُ L هِيَ مُنْتَصَفُ القَوْسِ AB، ولِذَلِكَ فإنَّ العَلاقَةَ $BL = AL$ تَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ $B\widehat{A}L = A\widehat{M}L = B\widehat{M}L$؛ ويَكونُ المُثَلَّثانِ AML وَ AFL مُتَشابِهَيْنِ، ويَكونُ لَدَيْنا

$$(1) \qquad \frac{ML}{AL} = \frac{AL}{LF} = \frac{MA}{LF};$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا

$$(2) \qquad \frac{MA}{AF} = \frac{MB}{BF},$$

لأَنَّ النُقْطَةَ F هِيَ مَسْقَطُ مُنَصِّفِ الزاوِيَةِ BMA.

ونَسْتَنْبِطُ مِن العَلاقَةِ *(1)* أَنَّ

$$LA^2 = ML\ .\ LF$$

ومِن *(1)* وَ *(2)* نَسْتَنْبِطُ العَلاقَةَ

$$\left(\frac{MA + MB}{AB}\right)^2 = \frac{ML^2}{LA^2} = \frac{ML}{LF};$$

ولَكِنّ

$$\frac{MF}{LF} = \frac{GI}{IH},$$

فإذاً

$$\frac{ML}{LF} = \frac{GH}{HI},$$

ولَكِنّ

$$GH \cdot HI = AB^2$$

وَ

$$\frac{GH}{HI} = \frac{AB^2}{HI^2} = \frac{GH^2}{AB^2},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{MA + MB}{AB} = \frac{GH}{AB}$$

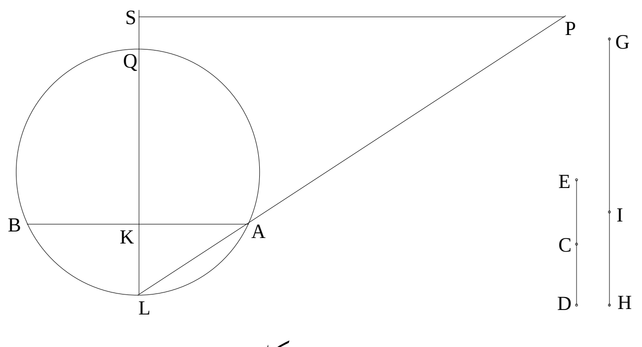
وأخيراً يَكونُ لَدَيْنا

$$MA + MB = GH.$$

إذ قَطَعَ المُسْتَقيمُ المُوازِيُ لِ AB الدائِرَةَ عَلَى M، فإنَّ المُثَلَّثَ MAB يُحَقِّقُ شُروطَ المَسْأَلَةِ.

ولَكِنْ، في هَذا الاسْتِدْلالِ، نَفْتَرِضُ أَنَّ المُسْتَقيمَ المُوازِيَ لِ AB، والمُخْرَجَ مِن النُقْطَةِ P، يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَةِ M، وهَذا الأمْرُ يَتَطَلَّبُ مُناقَشَةَ وُجودِ النُقْطَةِ M؛ وهَذا ما يَقومُ بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ.

يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ الشَرْطَ $GH^2 \geq AB^2 + 4\,ED^2$. ويُبَيِّنُ في البَدْءِ أَنَّه إذا كانَ $GH^2 < AB^2 + 4\,ED^2$، فإنَّ المَسْأَلَةَ مُسْتَحيلَةٌ. ومِن ثَمَّ يُبَرْهِنُ عَلاقَةً صَحيحَةً في

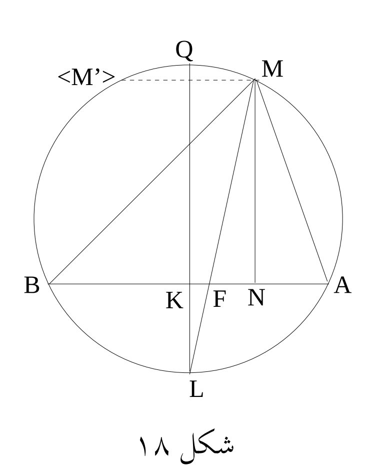


شكل ١٧

أيِّ مُثَلَّثٍ كانَ، يَنْتُجُ مِنْها الشَرْطُ *(1)*. ومِن ثَمَّ يَنبَري لِلمُناقَشَةِ ويُبَيِّنُ أَنَّه إذا كانَ $GH^2 = AB^2 + 4\ ED^2$، فيَكونُ لَدَيْنا $ED = MN = KQ$؛ وتُصبِحُ النُقْطَةُ M مُطابِقَةً لِلنُقْطَةِ Q ويَكونُ المُثَلَّثُ المَطْلوبُ مُتَساوِيَ السَاقَيْنِ.

ويُبَيِّنُ أخيراً أَنَّه إذا كانَ $GH^2 > AB^2 + 4\ ED^2$ فإنَّ $ED < KQ$.

وبالفِعْلِ، فإنَّ المُسْتَقيمَ المُخْرَجَ مِن النُقْطَةِ P مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AB، يَقْطَعُ المُسْتَقيمَ LQ عَلَى نُقْطَةٍ تَقَعُ بَيْنَ K وَ Q؛ ولِذَلِكَ فهُوَ يَقْطَعُ الدَائِرَةَ عَلَى نُقْطَةٍ M مِن القَوْسِ QA وعَلَى نُقْطَةٍ M' مِن القَوْسِ QB؛ وتُعْطي النُقْطَتانِ M وَ M' المُثَلَّثَيْنِ المُتَساوِيَيْنِ MAB وَ $M'AB$ اللّذَيْنِ يَكونانِ حَلَّيْنِ لِلمَسْأَلَةِ. يُورِدُ ابنُ الهَيْثَمِ النُقْطَةَ M فَقَط.



شكل ١٨

مُلاحَظَةٌ

يَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ في مَعْرِضِ مُناقَشَتِهِ، أَنَّ كُلَّ مُثَلَّثٍ AMB قابِلٌ لِلإحاطَةِ في دائِرَةٍ، ويُبَيِّنُ أَنَّه إذا كانَ $GH = MA + MB$ وَ $ED = MN$ (MN هُوَ ارْتِفاعُ المُثَلَّثِ) وإذا كانَ LQ القُطْرَ القائِمَ عَموداً عَلَى القاعِدَةِ AB عَلَى النُقْطَةِ K، فإنَّه يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{ED}{KL} = \frac{GH^2 - AB^2}{AB^2}.$$

ويُستَنْبَطُ مِن هَذِهِ المُساواةِ أَنَّ

$$\frac{ED . KQ}{KL . KQ} = \frac{GH^2 - AB^2}{AB^2}.$$

وَبِما أَنَّ

$$KL . KQ = AK^2 = \frac{AB^2}{4},$$

يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$4\frac{ED . KQ}{AB^2} = \frac{GH^2 - AB^2}{AB^2}$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$KQ = \frac{GH^2 - AB^2}{4ED}.$$

إنَّ بناءَ النُقْطَةِ M غَيْرُ مُمكنٍ إلاّ إذا كانَ $MN \leq KQ$ (راجِعْ إقليدس، ***الأصول***، المَقالَة الثالِثَة، القَضِيَّة ١٥). وذَلِكَ أَنَّ

$$MN = ED, ED \leq KQ \Rightarrow ED \leq \frac{GH^2 - AB^2}{4ED} \Rightarrow 4ED^2 \leq GH^2 - AB^2,$$

شَرْطٌ مَطْلوبٌ.

يُمْكِنُنا التَساؤلُ لماذا لَم يَضَعِ ابنُ الهَيْثَمِ الفقرة الَّتي تَبْدَأ بِـ "وذَلِكَ أَنَّ المُثَلَّث يُحيطُ.." في مَطْلَعِ مُناقَشَتِهِ ولماذا لَم يُبَيِّنِ انْطِلاقاً مِن المُساواةِ $\frac{ED}{KL} = \frac{GH^2 - AB^2}{AB^2}$، الّتي أَثْبَتَها، الشَرْطَ $GH^2 > AB^2 + 4ED^2$، الَّذي يُورِدُهُ في بِدايَةِ مُناقَشَتِهِ بدونِ أن يَشْرَحَ كَيْفِيَّةَ الوُصولِ إلَيْهِ. ومِن المُمْكِنِ هُنا أن يَكونَ الأمْرُ مُتَعَلِّقاً بمَسْأَلَةٍ كِتابِيَّةٍ. وكَما رَأَيْنا، مُنْطَلِقاً مِن مَسْأَلَةٍ وَضَعَها ابنُ سَهْلٍ وحَلَّها بِتَقَاطُعِ القُطوعِ المَخْروطِيَّةِ لِيَتَناوَلَها مِن بَعْدِه السجْزِيُّ مِن مَنْظورِ الحلِّ بالمِسْطَرَةِ والبِرْكارِ، يَنْبَري ابنُ الهَيْثَمِ إثْرَهُما لِيُعَدِّلَ شُروطَ هَذِهِ المَسْأَلَةِ مُتَنَقِّلاً بها مِن نَوْعٍ إلَى آخَرَ مِن التَحاليلِ: مِن التَحْليلِ العَمَلِيِّ غَيْرِ المَحْدودِ إلَى التَحْليلِ العَمَلِيِّ المَحْدودِ. والشَرْطُ الَّذي يَتَعَمَّدُ ابنُ الهَيْثَمِ تَبَنِّيَهُ بِشَكْلٍ شِبْهِ مَنْهَجِيٍّ، لجِهَةِ

إعْطائِهِ بُرْهانَ الوُجودِ حَيْثُ يَنْبَغي، يَقودُهُ إلَى إثْباتِ وُجودِ النُقْطَةِ M، وبالتالي إلَى إثباتِ الشَرْطِ الضَروريِّ والكافي لِحَلِّ المَسْأَلَةِ. ويَبْدو كُلُّ شَيءٍ يُشيرُ، إذاً، إلَى أَنَّ الانْتِقالَ مِن نَوْعٍ في التَحْليلِ إلَى آخَرَ هُوَ إحْدَى طَرائِقِ الابْتِكارِ الرياضِيِّ. وبالفِعْلِ، فقَد أوصلَ هَذا البَحْثُ ابنَ الهَيْثَمِ إلى اكْتِشافِ خَواصّ جَديدَةٍ لِلمُثَلَّثِ متعلّقةٍ بالدَائِرَةِ المُحيطَةِ و بالدَائِرَةِ المُحَاطَةِ.

٢– المَسافَاتُ بَيْنَ نُقْطَةٍ في مُثَلَّثٍ وأَضْلاعِهِ

وفي مُؤَلَّفٍ ثانٍ تَحْتَ عُنْوانِ ***خَواصُّ المُثَلَّث لِجِهَةِ العَمودِ***، يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى نَفْسِه أن يَدْرُسَ مَجْموعَ المَسافَاتِ مِن نُقْطَةٍ مَوْجودَةٍ عَلَى أَحَدِ أَضْلاعِ المُثَلَّثِ، أو داخِلَهُ، إلَى أَضْلاعِ المُثَلَّثِ نَفْسِهِ. والمُؤَلَّفُ تَرْكيبيٌّ بِصورَةٍ بَحْتَةٍ. يَشْرَحُ الكاتِبُ في الفِقْرةِ التَمْهيدِيَّةِ بِوُضوحٍ هَدَفَهُ ومَسارَهُ. ويُذَكِّرُ في البَدْءِ بِأَنَّ القُدَماءَ قَد تَناوَلوا هَذِهِ المَسْأَلَةَ في حالَةِ المُثَلَّثِ المُتَساوي الأَضْلاعِ، ويُوردُ القَضِيَّتَيْنِ اللّتَيْنِ تَوَصَّلوا إلَيْهِما. وبالنسْبَةِ إلَى المُثَلَّثاتِ الأُخْرَى لَم يَتِمَّ العُثورُ عَلَى أيِّ نَتيجَةٍ. ويُعاوِدُ ابنُ الهَيْثَمِ تَناوُلَ المَسْأَلَةِ في حالَةِ المُثَلَّثاتِ المُتَساوِيَةِ السَاقَيْنِ لِيَنْتَقِلَ إثْرَ ذَلِكَ إلَى المُثَلَّثاتِ بِحالَتِها العامَّةِ. ويؤَكِّدُ أَنَّه قَد وَجَدَ لِلنَوْعَيْنِ مِن المُثَلَّثاتِ "نظاماً مُطّرِداً"[٧]، أي أَنَّه وَجَدَ صيغَةً عامَّةً كافِيَةً لتَوْصيفِ كُلِّ فِئَةٍ مِن المُثَلَّثاتِ. وسَوْفَ نَرَى أَنَّ الأمْرَ صَحيحٌ بِالفِعْلِ.

ولَكِن، ورَغْمَ هَذِهِ النَتائِجِ المُهِمّةِ، فإنَّ القارِئَ المُعْتادَ عَلَى كِتاباتِ ابنِ الهَيْثَمِ لن يَسْتَطيعَ إلاّ أن يَكونَ في حيرَةٍ مِن أمْرِه أمامَ هَذا المُؤَلَّفِ. فقَد عَوَّدَنا هَذا الرِياضِيُّ عَلَى أعْمالٍ طَليعِيَّةٍ مُجَدِّدَةٍ وعَميقَةٍ. إلاّ أَنَّ هَذا النَصَّ، وإن كانَ غَيْرَ خالٍ مِن الفائِدَةِ، فإنَّه لا يَبْلُغُ في ذَلِكَ تِلْكَ المُسْتَوَياتِ الّتي عَهِدْناها عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ. ويَبْقَى أن نُشيرَ إلَى أَنَّ هَذِهِ المُساهَمَةَ المُتَواضِعَةَ نِسبِيّاً تَخْضَعُ لنَفْسِ المَبْدَأ

[٧] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦٠١.

الَّذي يَسودُ في كِتاباتِ ابنِ الهَيْثَمِ الأُخْرَى، والّتي تَتَعَدَّى أهَمِيَّتُها بما لا يُقاسُ أهَمِيَّةَ هَذا المُؤَلَّف: وهو مَبْدَأ إكمالِ ما بَدَأَهُ السابقون واسْتِنْفادِ كُلِّ الإمكانيّاتِ الكامِنَةِ في بُحوثِهم. فهَذِهِ المَسْأَلَةُ المَهْورَةُ بهالَةِ شُهْرَةِ "المُتَقَدِّمين"، الّتي تتناوَلُ مَسافَةَ نُقْطَةٍ مِن المُثَلَّثِ إلَى أَضْلاعِهِ، قَد ظَهَرَت لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ عَلَى غِرارِ مَسْأَلَةِ مُخَمَّسِ الأَضْلاعِ المُنْتَظِمِ. ولَكِن، لماذا يَعْتَمِدُ ابنُ الهَيْثَمِ هَذا التَعْبيرَ "المُتَقَدِّمين" في الوَقْتِ الَّذي لَم يَكُنْ فيه يوماً ضَنيناً بذِكْرِ الأسْماءِ عِنْدَما يَتَعَلَّقُ الأمْرُ بالمُؤَلِّفينَ المَشْهورينَ مِن أمْثالِ أرشميدسَ؟ والسُؤالُ المُخْتَصَرُ، عَلَى أيِّ مُتَقَدِّمينَ يَسْتَنِدُ؟

تُخْبِرُنا إحْدَى المَخْطوطاتِ المَنْسوخَةِ في بدايَةِ القَرْنِ الثالِثِ عَشَرَ عن وُجودِ مُؤَلَّفٍ مَنْسوب إلَى أرشميدسَ عُنْوانُهُ ***في الأصول الهَنْدَسِيَّةِ*** وتَعودُ تَرْجَمَتُهُ إلَى ثابتِ بنِ قُرَّة. وتُذْكَرُ نسْبَةُ التأليفِ والتَرْجَمَةِ السابِقَيْنِ في عُنْوانِ المَخْطوطَةِ، كَما يُعَادُ ذِكْرُ ذَلِكَ في العِبارَةِ الخِتامِيَّةِ[8]. ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ بمُؤَلَّفٍ يَتَضَمَّنُ تِسْعَ عَشْرَةَ قَضِيَّةً تُثْبَتُ مِنها القَضِيَّةُ الأُولَى مرّتَيْنِ. فَضْلاً عن ذَلِكَ، نَقْرَأ في العُنْوانِ بالإضافَةِ إلَى اسْمَيْ أرشميدسَ وابنِ قُرَّة، اسمَ مَن أمَرَ بالتَرْجَمَةِ إلَى العَرَبِيَّةِ وهُوَ أبو الحَسَنِ عَلِيٌّ بنُ يَحْيَى صَديقُ ومَوْلَى الخَليفَةِ المُتَوَكِّلِ، وابنُ يَحْيَى بنِ أبي مَنْصورٍ فَلَكيِّ الخَليفَةِ المَأمون. تُوجَدُ هُنا إذاً مَجْموعَةٌ مِن المَعْلومَاتِ المُتماسِكَةِ المُحْتَمَلَةِ. وهَذا

[8] انْظُرْ مَخْطوطَةَ إسطنبول، ايا صوفيا ٤٨٣٠/٥ وخودا بخش ٢٥١٩/٢٨ (= ٢٤٦٨/٢٨). انْظُرِ المُلْحَقَ الأوّلَ، ص ٧٦٨ – ٧٦٩. وقَد نُشِرَ هَذا الكِتابُ في نَشْرَةٍ بدونِ تَحْقيقٍ نَقْدِيٍّ: ***رَسائِلُ ابنِ قُرَّة***، دائِرَةُ المَعارِفِ العُثْمانِيَّةِ، (حيدر أباد، ١٩٤٧). وكان هـ. هرميلنك H. Hermelink هو مَن لاحَظَ أنّ تَحْتَ عُنْوانِ المَخْطوطَةِ ٤٨٣٠، ص ٩١ظ – ٩٢و (***كِتابُ المَفْروضاتِ لأقاطُن***)، تُوجَدُ فِقْرَةٌ من مُؤَلَّفِ ***في الأُصول الهَنْدَسِيَّةِ*** المَنْسوبِ إلَى أرشميدسَ والَّذي تَرْجَمَهُ ثابتٌ بنُ قُرَّة حَسْبَما قيلَ. وقد ناقَشَ بالمُقابِلِ المَعْرِفَةَ المُحْتَمَلَةَ من جانِبِ فان سكوتين Van Schooten لِهَذا النَصِّ بواسِطَةِ غوليوس (Golius)

(H. Hermilink, «Zur Geschichte des Satzes von der Lotsumme im Dreieck», *Sud hoffs Archiv für Geschichte der Medezin und der Naturwissenschaften*, Band 48 (1964), p. 240 – 247).

الكِتابُ تَحْديداً هُوَ الَّذي يَتَضَمَّنُ مَسْألةَ المَسافَةِ مِن نُقْطَةٍ إلَى أَضْلاعِ الْمُثَلَّثِ في الحالَةِ اليتيمةِ حَيْثُ يَكونُ الْمُثَلَّثُ مُتَساوِيَ الأَضْلاعِ، كَما هِيَ المَسْأَلَةُ الّتي يَذْكُرُها ابنُ الهَيْثَمِ ويَنْسُبُها إلَى الْمُتَقَدِّمينَ[9]. ولا يَبْقَى أمامَنا، إذاً، غَيْرُ خُطْوَةٍ واحِدَةٍ نَسْتَطيعُ بَعْدَها الجَزْمَ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ كانَ يُمسِكُ بِهَذا الكِتابِ بَيْنَ يَدَيْهِ عِنْدَما وَضَعَ مُؤَلَّفَهُ. غَيْرَ أَنَّهُ لا يُوجَدُ أيُّ مَصْدَرٍ مَرْجِعِيٍّ أو تاريخِيٍّ أو رياضِيٍّ لِيُؤَكِّدَ أَنَّ أرشميدسَ قَد وَضَعَ هَذا الكِتابَ أو أَنَّ ثابتاً بنَ قُرَّة قَد تَرْجَمَ إلَى العَرَبِيَّةِ عُنْواناً مِن هَذا القَبيلِ.

ويَظْهَرُ أمْرٌ آخَرُ لِيُعَكِّرَ صَفْوَ ما بَدا لنا واضِحاً. إذ تُطالِعُنا مَخْطوطَةٌ أُخْرَى خُطَّتْ في بِدايَةِ القَرْنِ الثالِثِ عَشَرَ أيضاً، وهِيَ نُسْخَةُ كِتابٍ تَحْتَ عُنْوانِ ***كِتابُ المَفْروضاتِ***، يَتَضَمَّنُ فَضْلاً عن مَجْموعَةِ قَضايا المَخْطوطَةِ السابِقَةِ، أرْبَعاً وعِشْرينَ قَضِيَّةً إضافِيَّةً، ويُنْسَبُ كُلُّ ما فيها هَذِهِ المرّة إلَى كاتِبٍ يُدْعَى أَقَاطُن. والقَضايا الْمُشْتَرَكةُ بَيْنَ المَخْطوطَتَيْنِ (وهِيَ ١٩ أو ٢٠، وذَلِكَ تِبْعاً لاعْتِبارِنا القَضِيَّةَ الأُولَى واحِدَةً أو اثنَتَيْنِ) تَتَطابَقُ رَغْمَ التَغْييرِ في الكِتابَةِ[10]. وبِما يَخُصُّ الْمُؤَلِّفَ أقاطُنَ فهُوَ لَيْسَ غَيْرَ مَعْروفٍ فَحَسْب، إنَّما لا يُوجَدُ أيُّ دَليلٍ عَلَى أَنَّه قَد وُجِد فِعْلاً. وفَضْلاً عن ذَلِكَ، لا توجَدُ أيُّ شَهادَةٍ قَديمَةٍ عَن وُجودِ عُنْوانٍ مِن هَذا القَبيلِ أو أيِّ تَرْجَمَةٍ لَهُ. ولَكِنّ هَذِهِ الحالَةَ لَيْسَتْ فَريدَةً، فَبَعْضُ الكُتُبِ اليونانِيَّةِ قَد تُرْجِمَت إلَى العَرَبِيَّةِ بدونِ أن نَعْرِفَ أسماءَ مُتَرْجِميها، ولَم يَرِدْ لَهُم ذِكْرٌ لَدَى قُدَماءِ الْمُفَهْرِسين. وفي هَذِهِ الحالَةِ بِالضَبْطِ، يُظْهِرُ التَفَحُّصُ الدَقيقُ لِهَذا الْمُؤَلَّفِ أَنَّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ بانْتِحالٍ يَقومُ بِهِ كاتِبٌ مُتَأَخِّرٌ عن مَصادِرَ مُتَعَدِّدَةٍ ولَكِنَّها يونانِيَّةٌ بِشَكْلٍ أساسِيٍّ. وفَضْلاً عن ذَلِكَ، يَميلُ دارِسُو[11] هَذا الكِتابِ إلَى تَبَنِّي

---

[9] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٦٠١ والقَضِيَّتَيْنِ الْمَنسوبَتَيْنِ "لِلْمُتَقَدِّمينَ" ص. ٧٦٨ وما يَليها.

[10] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٧٦٨ وما يَليها.

[11] انْظُرْ:

=

هَذا الأمْرَ تَحْديداً. فَعِوَضاً عن مُساعَدَتِنا في فَهْمِ مَغْزَى مُصْطَلَحِ «المُتَقَدِّمين»، أَتَى هَذا المُؤَلَّفُ لِيَزيدَ مِن تَعْقيدِ الوَضْعِ أكْثَرَ وأكْثَر.

وتَتَبَدَّى ايضاً شَهادَتانِ أُخْرَيانِ تَزيدانِ الوَضْعَ تَعْقيداً. تَعودُ الشَهادَةُ الأُولَى إِلَى النَديمِ، الَّذي يُخبِرُنا أَنَّ ثابتاً بنَ قُرَّة قَد تَرْجَمَ بالفِعْلِ مُؤَلَّفاً مِن ثَلاثَةِ كُتُبٍ لَهُ نَفْسُ عُنْوانِ المُؤَلَّفِ المَذْكورِ أعْلاه. ولَكِنَّهُ لا يَنْسُبُهُ إِلَى أرشميدسَ إنَّما إِلَى منلاوس[١٢]. وفَضْلاً عن ذَلِكَ، تُؤَكِّدُ لنا عِدَّةُ مَصادِرَ أُخْرَى وُجودَ هَذا المُؤَلَّفِ وتَرْجَمَتِه العَرَبِيَّةِ[١٣]. وتُضافُ إِلَى هَذِهِ المَعْلومَاتِ الدَقيقَةِ شَهادَةٌ أُخْرَى يَسوقُها السِجْزِيُّ وهُوَ مِن السابِقينَ المُباشِرينَ لابنِ الهَيْثَم.

وبِمَعْزِلٍ عن الوُجودِ الأكيدِ لكِتابِ منلاوس المَذْكورِ في مُتَناوَلِ السِجْزِيِّ، فإنَّ هَذا الأخيرَ يُخبِرُنا أيضاً عن الجُزءِ الَّذي يُهِمُّنا مِن هَذا المُؤَلَّفِ: وَفْقاً لِلسِجْزِيِّ، فقَد تَناوَلَ منلاوسُ في بِدايَةِ كِتابِهِ ***في الأُصول الهَنْدَسِيَّة*** مَسْأَلَةَ "خاصِيَّة المُساواةِ انْطِلاقاً مِن الأعمِدَةِ المُخْرَجَةِ في المُثَلَّثِ المُتَساوي الأَضْلاعِ إِلَى مُحيطِه". ولَمّا كانَ السِجْزِيُّ غَيْرَ راضٍ عن بُرْهانِ منلاوسَ فقَد أرادَ أن يَجِدَ كُلَّ الحالاتِ المُمْكِنَةِ (للمُثَلَّثِ المُتَساوي الأَضْلاع)، سواءٌ أكانَتِ النُقْطَةُ داخِلَ أم خارِجَ المُثَلَّثِ[١٤]. ويُوردُ السِجْزِيُّ في نَصِّهِ، تِبْعاً لِبُرْهانِه الخاصِّ، القَضِيَّتَيْنِ اللَّتَيْنِ يَنْسبُهُما ابنُ الهَيْثَمِ إِلَى "المُتَقَدِّمينَ".

وهَذا الوَضْعُ المُعَقَّدُ المَصْحوبُ بالقَليلِ مِن المَعْلومَاتِ المُتَوَفِّرَةِ لا يُمْكِنُهُ أن يُفْضِيَ إلاّ إِلَى ازْدِيادٍ في عَدَدِ الاحْتِمالاتِ المُمْكِنَةِ. فَنَسْتَطيعُ مَثَلاً أن نَفْتَرِضَ أَنَّ

= Y. Dold – Samplonius, *Book of Assumptions by Aqāṭun*, Thèse de doctorat, Université d'Amsterdam, 1977.

[١٢] النَديم، ***كِتابُ الفِهْرِست***، ص ٣٢٧: "كِتابٌ في أُصولِ الهَنْدَسَةِ عَمِلَهُ ابنُ قُرَّة (ثَلاثُ مَقالات)".

[١٣] البيرونِيّ، ***رِسالَةٌ في استِخْراجِ الأَوْتارِ في الدائِرَةِ*** (حيدر أباد، ١٩٤٨)، ص ٤٩؛ نَشْرَة أ. س. دمرداش (القاهرة ١٩٦٥) ص ٩٠.

[١٤] انْظُرْ أدناه، ص ٧٧١ – ٧٧٢.

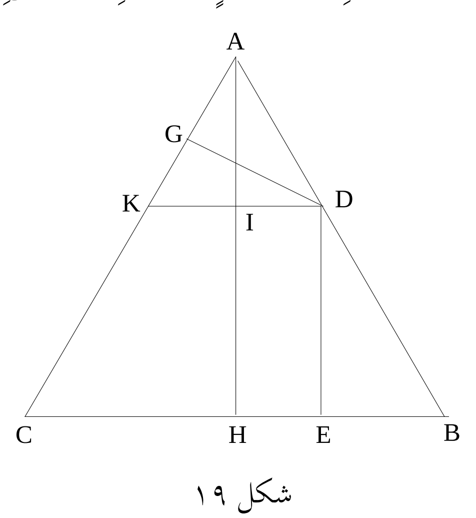
مُؤَلَّفَ أرشميدسَ المَنْحولِ، الَّذي تُنْسَبُ تَرْجَمَتُه إلَى ثابتٍ بنِ قُرَّة، إنَّما يُمَثِّلُ جُزْءاً أكيداً مِن مُؤَلَّفِ منلاوس. كَما نَسْتَطيعُ أن نَفْتَرِضَ أَنَّ المُؤَلَّفَ المَنْحولَ المَنْسوبَ إلَى أقاطُنِ يَحْتَوي جُزْءاً مِن مُؤَلَّفِ منلاوس الَّذي يَقَعُ في ثَلاثَةِ كُتُبٍ. وبالطَبْعِ لِكَي يَكونَ العَمَلُ مَقْبولاً مَنْطِقِيّاً، لا بُدَّ لِهَذِهِ الفَرَضِيَّةِ أن تَسْتَدْعِيَ أوّلاً تَحْقيقَ كامِلِ النُصوصِ (وهُوَ عَمَلٌ يَنْتَظِرُ تَنْفيذَهُ) ومِن ثَمَّ الدِراسَةَ الصارِمَةَ لتاريخِ النَصِّ المَخْطوطِيِّ. ويَكْفينا راهِناً أن نُدْرِكَ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد كانَ مُطَّلِعاً عَلَى الكِتاباتِ المَنْسوبَةِ إلَى المُتَقَدِّمينَ (أَتَعَلَّقَ الأمْرُ بأرشميدسَ المَنْحولِ أم بمنلاوسَ الحَقيقِيِّ) الَّذين صاغوا المَسْأَلَةَ لِلمُثَلَّثِ المُتَساوِي الأَضْلاعِ. لقَد سَبَقَ لِلسِجْزِيِّ أن دَرَسَ مُؤَلَّفَ منلاوسَ وعَمَّمَ المَسْأَلَةَ لِتَطالَ أيضاً حالَةَ وُجودِ النُقْطَةِ خارِجَ المُثَلَّثِ المُتَساوي الأَضْلاعِ. وبِشَأْنِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ، فَمِن المُرَجَّحِ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد أَرادَ أن يَذْهَبَ بَعيداً فيها، وُصولاً إلَى دِراسَةِ المُثَلَّثِ مُتَساوِي السَاقَيْنِ، بَلْ وحَتَّى المُثَلَّثِ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ أيضاً، ولَكِن، عَلَى أن يَجْرِي تَناولُ النِقَاطِ الداخِلِيَّةِ لِلمُثَلَّثاتِ فَحَسْب، وذَلِكَ بُغْيَةَ الوُصولِ إلَى قاعِدَةٍ مُرَسَّمَةٍ إذا صَحَّ القَوْلُ. ولَكِن لماذا لَم يَأخُذِ ابنُ الهَيْثَمِ، عَلَى غِرارِ السِجْزِيِّ، النِقَاطَ الخارِجيّةَ أيضاً؟ لا شَكَّ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد كانَ قادِراً ببساطةٍ، وحَتَّى بدونِ الاطّلاعِ عَلَى نَصِّ السِجْزِيِّ، عَلَى التَفَكُّرِ بالنِقَاطِ الخارِجيّةِ. ولَكِنّهُ، عَلَى ما يَبْدو، لَم يُرِدْ تَناوُلَ تَعْميمِ المَسْأَلَةِ سِوَى في إطارِ الشُروطِ الدَقيقَةِ الّتي صاغَها المُتَقَدِّمون، وتَحْديداً، تَناوُلَ النِقَاطِ الداخِلِيّةِ حَصْراً. وسَوْفَ نَرَى لاحِقاً مَدَى سُهولَةِ مُناقَشَةِ حالَةِ النِقَاطِ الخارِجيَّةِ.

وإثْرَ استِعْراضِهِ لِلحالَةِ الّتي دَرَسَها المُتَقَدِّمون، يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ المَسْأَلَةَ نَفْسَها في حالَةِ المُثَلَّثِ المُتَساوي السَاقَيْنِ، ومِن ثَمَّ في حالَةِ المُثَلَّثِ المُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ. وفي هَذِهِ الحالَةِ الأخيرَةِ كانَ مُنْتَظَراً مِن ابنِ الهَيْثَمِ أن يَتَوَقَّفَ عِنْدَ دِراسَةِ المَسافَتَيْنِ مِن نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ عَلَى أحَدِ أَضْلاعِ المُثَلَّثِ إلَى الضِلْعَيْنِ الآخَرَيْنِ. غَيْر أَنَّه يَنْتَهي عِنْدَ حالَةِ النُقْطَةِ الداخِلِيّةِ لِلمُثَلَّثِ المُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ.

وتَتَضَمَّنُ القَضِيَّةُ الأخيرَةُ تِلْكَ خَطَأً غَيْرَ مُتَوَقَّعٍ البَتَّةَ: وهَذا لا يَعْني أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ مَعْصومٌ عَنِ الخَطَأِ – فهُوَ بالطَبْعِ يُخْطِئُ كالآخَرينَ – ولَكِنّ الأكيدَ أَنَّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يَسْتَطيعُ ارتِكابَ خَطَأٍ مِن هَذا النَوْعِ عَلَى الإطْلاق. ولِتَفْسيرِ الأمْرِ لا يَبْقى أمامَنا سِوَى تَبَنّي الفَرَضِيَّةِ العَقْلانيَّةِ الوَحيدةِ بأَنَّ أحَدَ القُرَّاءِ قَد أَخَذَ عَلَى عاتِقِهِ إتْمامَ مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ مُضيفاً إلَيْهِ قَضِيَّةً جَديدَةً، وكانَ ذَلِكَ خِلافاً لِما أدْرَكَهُ الرِياضِيُّ الجَليلُ مِن لُزومِ التَوَقُّفِ حَيْثُما تَوَقَّفَ بالفِعْلِ. والمَخْطوطَةُ اليَتيمَةُ المَوْجودَةُ عن هَذا المُؤَلَّفِ غَيْرُ كافِيَةٍ لِتَوْفيرِ الحُجَّةِ النَصِّيَّةِ لاخْتِبارِ هَذِهِ الفَرَضِيَّةِ، ولا يَبْقَى لنا في هَذِهِ الحالَةِ غَيْرُ الرُجوعِ إلَى خِبْرَتِنا بإسْلوبِ ابنِ الهَيْثَمِ وإلَى نِتاجِهِ الرِياضِيِّ.

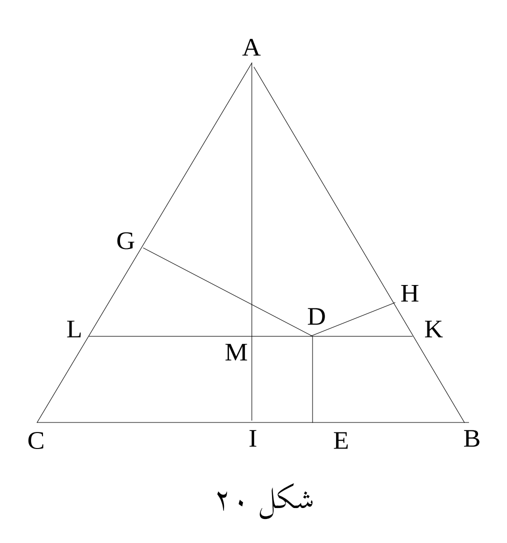
يَبْدَأُ ابنُ الهَيْثَمِ مُؤَلَّفَهُ بعَرْضِ القَضِيَّتَيْنِ اللّتَيْنِ صاغَهُما وأثْبَتَهُما المُتَقَدِّمون واللّتَيْنِ سَيَسْتَعْمِلُهُما لاحِقاً كمُقَدِّمَتَيْنِ أي كقَضِيَّتَيْنِ مُساعِدَتَيْنِ:

أ–. لنَأْخُذْ مُثَلَّثاً ABC مُتَساوِيَ الأَضْلاعِ ونُقْطَةً ما D عَلَى أحَدِ أَضْلاعِه، ولْيَكُنْ هَذا الضِلْعُ مَثَلاً AB، فيَكونُ إذاً مَجْموعُ المَسافَتَيْنِ DE وَ DG إلَى الضِلْعَيْنِ BC وَ AC عَلَى التَرْتيبِ، غَيْرَ مُتَغَيِّرٍ، ومُساوِياً لارْتِفاعِ المُثَلَّثِ.



شكل ١٩

ب–. أيُّ نُقْطَةٍ D أُخِذَت داخِلَ مُثَلَّثٍ ABC تَساوَت أَضْلاعُهُ، فإنَّ مَجْموعَ المَسافَاتِ مِن تِلْكَ النُقْطَةِ إلَى الأَضْلاعِ AB، BC، AC يَكونُ غَيْرَ مَتَغَيِّرٍ، ومساوياً لارْتِفاعِ المُثَلَّثِ.



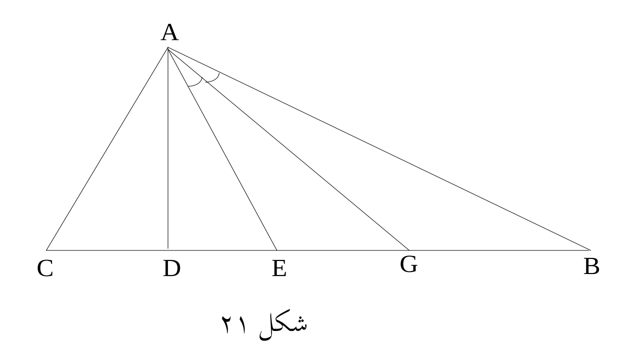
شكل ٢٠

لقَد كانَتْ هاتان النَتيجَتانِ، وَفْقَ ابنِ الهَيْثَمِ، المَعْلومَتَيْنِ الوَحيدَتَيْنِ حَتَّى ذَلِكَ الحِين. وتَمَحْوَرَت كُلُّ المَسْأَلَةِ إذاً حَوْلَ فَهْمِ كَيْفِيَّةِ تَعْميمِ هَذِهِ النَتيجَةِ، مع الحِفاظِ عَلَى الدِقَّةِ اللاّزِمَةِ، عَلَى حالَةِ المُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ، ومِن ثَمَّ عَلَى حالَةِ المُثَلَّثِ المُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ. ويَتَعَلَّقُ الأَمْرُ إذاً بإيجادِ خاصيَّةٍ مُتَشابِهةٍ، حَتَّى وإن لَم تَكُنْ غَيْرَ مَتَغَيِّرةٍ كَما هِيَ في حالَةِ المُثَلَّث الَّذي تتساوى أَضْلاعُه؛ ويَقودُنا هَذا في واقِعِ الأَمْرِ إلَى إيجادِ عِبارَةٍ لَمَجْموعِ المَسافَاتِ بالنِسْبَةِ إلَى وَسيطٍ ما. يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ في البَدْءِ أَنَّ مَجْموعَ المَسافَاتِ مِن نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ عَلَى ضِلْعٍ لِمُثَلَّثٍ مُتَساوِي السَاقَيْنِ أو في داخِلِه، إلَى أَضْلاعِ هَذا المُثَلَّث يَكونُ لامُتَغَيِّراً بالنِسْبَةِ إلَى كُلِّ نُقْطَةٍ واقِعَةٍ عَلَى مُسْتَقيمٍ يُوازي قاعِدَةَ المُثَلَّثِ؛ ويَتَعَلَّقُ هَذا المَجْموعُ بالمَسافَةِ x بَيْنَ هَذا المُسْتَقيمِ المُوازِي ومُسْتَقيمِ القاعِدَةِ. ومِن ثَمَّ يَنْتَقِلُ ابنُ الهَيْثَمِ لتَفَحُّصِ حالَةِ المُثَلَّثِ المُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ، كَما سنَرَى لاحِقاً.

يَبْدَأ ابنُ الهَيْثَمِ بإثْباتِ مُقَدِّمَتَيْنِ:

قَضِيَّة ١.– في كُلِّ مُثَلَّثٍ، تَتَناسَبُ الارْتِفاعاتُ عَكْسِيّاً مع الأَضْلاعِ الّتي تُخْرَجُ تِلْكَ الارْتِفاعاتُ إلَيْها.

قَضِيَّة ٢.– لنأخُذْ مُثَلَّثاً ABC مُخْتَلِفَ الأَضْلاعِ قائِمَ الزَاوِيَةِ A؛ ولْنُخْرِجِ الارْتِفاعَ AD ونأخُذْ نُقْطَةً E عَلَى BC بحَيْثُ يَكونُ $CD = DE$، ولْنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ AG الّذي يُنَصِّفُ الزَاوِيَةَ EAB؛ فيَكونُ لَدَيْنا $GD = AD$.



شكل ٢١

إثْرَ هاتَيْنِ المُقَدِّمَتَيْنِ، يُثْبِتُ ابنُ الهَيْثَمِ ستَّ قَضايا حَوْلَ المَسافَاتِ، تَتَناوَلُ الأرْبَعُ الأُولَى مِنها المُثَلَّثَ المُتَساوِيَ السَاقَيْنِ.

قَضِيَّة ٣.– كُلُّ مُثَلَّثٍ ABC مُتَساوِي السَاقَيْنِ، ورَأْسُهُ في النُقْطَةِ A، فإنَّ مَجْموعَ المَسافَتَيْنِ مِن نُقْطَةٍ D مَأْخوذَةٍ عَلَى قاعِدَتِهِ BC إلَى ضِلْعَيْهِ AB وَ AC، يَكونُ مُساوِياً لارْتِفاعِ المُثَلَّثِ المُخْرَجِ مِن أَحَدِ طَرَفَي القاعِدَةِ.

تَتَضَمَّنُ هَذِهِ القَضِيَّةُ ثلاثَ حالاتٍ لِلشَكْلِ وذَلِكَ تِبْعاً لِكَونِ الزَاوِيَةِ A حادَّةً، قائِمَةً أو منفرجةً (انْظُرِ الأشْكالَ، أعْلَى الصَفْحَة ٦٠٥). ونَحْنُ هُنا لن

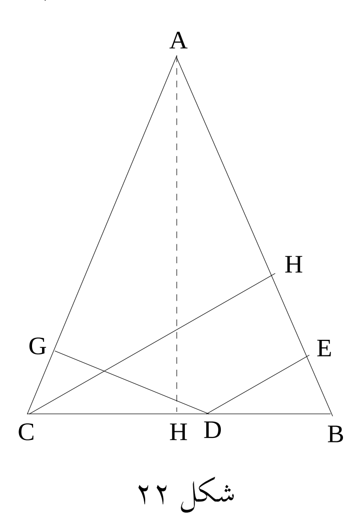
نتَناوَلَ سِوَى حالَةٍ واحدةٍ لِلشَكْلِ وذَلِكَ بُغْيَةَ الإيضاح؛ لا سِيَّما وأَنَّ الاسْتِدْلالاتِ في مُخْتَلِفِ الحالاتِ مُتَطابِقَةٌ.

لنَجْعَلْ

$$BC = a, AC = b, AB = c, AH = h_A, CH = h_C, DC = u, (0 < u < a).$$

فيَكونُ لَدَيْنا

$$DE = (a - u) \sin \widehat{B}, DG = u \sin \widehat{C} = u \sin \widehat{B},$$



شكل ٢٢

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$S = DG + DE = a \sin\widehat{B} = CH.$$

واسْتِناداً إلَى المُقَدِّمَةِ الأُولَى يُمْكِنُنا أن نَكْتُبَ

$$S = h_A \cdot \frac{a}{b} = h_C = h_B \qquad (1)$$

في القَضِيَّةِ السابِقَةِ، أخَذَ ابنُ الهَيْثَمِ نُقْطَةً عَلَى قاعِدَةِ المُثَلَّثِ؛ في القَضِيَّةِ التالِيَةِ اخْتارَ نُقْطَةً ما عَلَى أحدِ ضِلْعَيْ المُثَلَّثِ مُتَساوِي السَاقَيْنِ.

قَضِيَّة ٤.– لِيَكُنْ ABC مُثَلَّثاً مُتَساوِيَ السَاقَيْنِ، ولْتَكُنْ D نُقْطَةً ما عَلَى AB؛ لنُخْرِجْ DG وَ DH بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا

$$DG \perp BC, DH \perp AC$$

وليَكُنْ AE الارْتِفاعَ المُخْرَجَ مِن الرأسِ A، وَلْنَأْخُذْ عَلَيْهِ النُقْطَتَيْنِ I وَ L بحَيْثُ يَكونُ

$$(1) \qquad \frac{AE}{EI} = \frac{AB}{BD}$$

$$(2) \qquad \frac{AI}{IL} = \frac{AC}{CB} = \frac{AB}{CB};$$

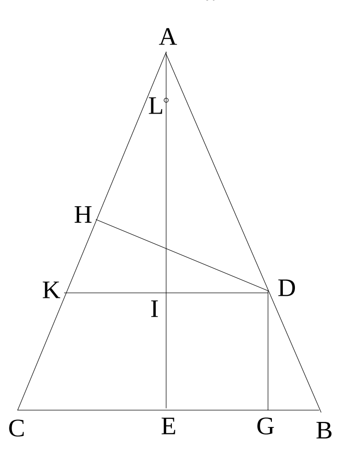
فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$DG + DH = LE.$$

وتَتَضَمَّنُ هَذِهِ القَضِيَّةُ أيضاً ثَلاثَ حالاتٍ لِلشَكْلِ؛ لنَتَناوَلْ إحْداها بُغْيَةَ تَرْكيزِ الأفْكارِ.

يُمْكِنُ تَوْصيفُ وَضْعِ النُقْطَةِ D عَلَى الضِلْعِ AB كَما يَلي $DG = x$، $DG = IE$، فإذاً $AI = h_A - x$. غَيْرَ أَنَّ العَلاقَةَ

$$\frac{AI}{IL} = \frac{b}{a}$$



شكل ٢٣

تستَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$IL = \frac{a}{b}(h_A - x);$$

ولَكِنّ

$$EL = EI + IL = x + \frac{a}{b}(h_A - x);$$

إلاّ أَنَّ

$$\frac{DK}{BC} = \frac{h_A - x}{h_A},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$DK = \frac{a}{h_A}(h_A - x).$$

ولَكِنّ

$$DH = DK \sin \widehat{K} = DK \sin \widehat{C} = DK \cdot \frac{h_A}{b},$$

فإذاً

$$DH = \frac{a}{b}(h_A - x). = IL,$$

وَ

$$(2) \qquad S = DG + DH = x + \frac{a}{b}(h_A - x) = \frac{a}{b}h_A + x\left(1 - \frac{a}{b}\right) = h_B + x\left(1 - \frac{a}{b}\right).$$

لِنُلاحِظْ، أنّه إذا كانَ $a = b$، يُصْبِحُ المُثَلَّثُ مُتَساوِيَ الأَضْلاعِ ويَصيرُ لَدَيْنا $DG + DH = h_A$، أي أَنَّنا نَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ (أ) الّتي تَوَصَّلَ إلَيْها سَابِقو ابنِ الهَيْثَمِ.

في القَضِيَّةِ اللاّحِقَةِ يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ نُقْطَةً داخِلِيّةً في المُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ ويَدْرُسُ مَجْموعَ المَسافَاتِ مِنها إلَى الأَضْلاعِ الثَلاثَةِ؛ ويُبَيِّنُ أَنَّه بالنِسْبَةِ إلَى كُلِّ نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ عَلَى مُسْتَقيمٍ مُوازٍ لِلقاعِدَةِ، يُعَبَّرُ عن مَجْموعِ المَسافَاتِ بِواسِطَةِ المَسافَةِ ما بَيْنَ المُسْتَقيمِ المُوازي والقاعِدَةِ.

وتَتَضَمَّنُ هَذِهِ القَضِيَّةُ بدَوْرِها ثَلاثَ حالاتٍ لِلشَكْلِ (انْظُرِ النَصَّ)؛ وسنَتَوَقَّفُ عِنْدَ واحِدةٍ فَقَط مِن هَذِهِ الحالاتِ بُغْيَةَ الإيضاح.

قَضِيَّة ٥.– لِيَكُنْ ABC مُثَلَّثاً مُتَساوِيَ السَاقَيْنِ، ولْتَكُنْ D نُقْطَةً ما في داخِلِهِ. لِنُخْرِجْ DE، DG، DH بحَيْثُ يَكونُ

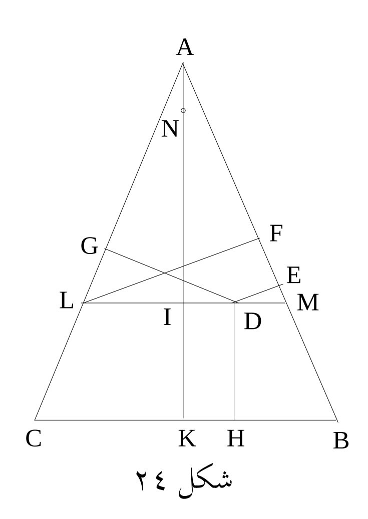
$$DE \perp AB, DG \perp AC, DH \perp BC, (E \in AB, G \in AC, H \in BC).$$

وليَكُنْ AK ارْتِفاعَ المُثَلَّثِ المُخْرَجَ مِن الرأسِ A. وَلْنُخرِجْ مُسْتَقيماً يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ D ويُوازي BC وَلْيَقْطَعْ هَذا المُسْتَقيمُ AB عَلَى M وَ AK عَلَى I وَ AC عَلَى L. وَلْنَأْخُذْ نُقْطَةً N عَلَى AK بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{AI}{IN} = \frac{AB}{BC} = \frac{AM}{ML};$$

في ظِلِّ هَذِهِ الشُروطِ يَتَبَيَّنُ أَنَّ

$$DE + DG + DH = NK.$$



شكل ٢٤

نُلاحِظُ مُباشَرَةً أَنَّ الطولَ KN يَتَعَلَّقُ بوَضْعِ المُسْتَقيمِ LM ولَيْسَ بوَضْعِ النُقْطَةِ D عَلَى هَذا المُسْتَقيمِ. لنَحْسُبْ إذاً طولَ القِطْعَةِ KN.

لنَجْعَلْ $x = DH$ وَلْنُحافِظْ عَلَى التَرْميزِ المُعْتَمَدِ سابِقاً. لَدَيْنا $AK = h_A$ وَ $IK = DH = x$ ولِذَلِكَ فإنَّ $AI = h_A - x$. ولَكِنّ

$$\frac{AI}{IN} = \frac{c}{a} = \frac{b}{a},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$IN = \frac{a}{b}(h_A - x).$$

غَيْر أَنَّ

$$\frac{LM}{BC} = \frac{AI}{AK},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$LM = a\frac{h_A - x}{h_A};$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$LF = LM \sin \widehat{B} = LM . \frac{h_A}{b} = \frac{a}{b}(h_A - x),$$

فإذاً

$$LF = IN.$$

وَبِما أنّه وَفْقَ القَضِيَّةِ ٣ يَكونُ لَدَيْنا

$$DE + DG = LF,$$

نَحْصُلُ إذاً عَلَى

$$DE + DG = IN.$$

وَ

$$S = DE + DG + DH = IN + IK = KN = \frac{a}{b}(h_A - x) + x = \frac{a}{b}h_A + x\left(1 - \frac{a}{b}\right);$$

واسْتِناداً إلَى المُقَدِّمَةِ الأُولَى يَكونُ لَدَيْنا

$$(3) \qquad S = h_B + x\left(1 - \frac{a}{b}\right).$$

لِنُلاحِظْ أنّه

- إذا كانَ $a = b$ في العَلاقَةِ (3)، فإنَّ المُثَلَّثَ ABC يُصْبِحُ مُتَساوِيَ الأَضْلاعِ ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَة (أ) الّتي تَوَصَّلَ إلَيْها سابِقو ابنِ الهَيْثَمِ: $S = h$.
- إذا كانَ $x = 0$، تَكونُ النُقْطَةُ D عَلَى القاعِدَةِ BC لِلمُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ، ويَكونُ لَدَيْنا

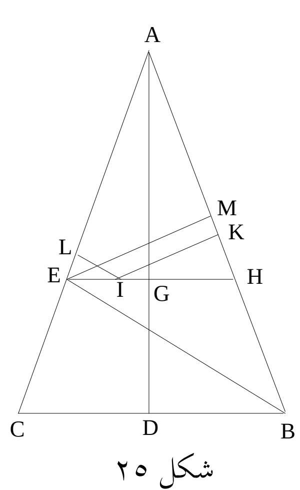
$$S = DE + DG = \frac{a}{b}h_A = h_C$$

(أي الارْتِفاعُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ C)

- إذا كانَ $x \neq 0$، فإنَّ النُقْطَةَ D تَكونُ عَلَى أحدِ ساقَيِ المُثَلَّثِ أو عَلَى مُسْتَقيمٍ مُوازٍ لِلقاعِدَةِ، ونَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ (3).

قَضِيَّة ٦.– هَذِهِ القَضِيَّةُ هِيَ لازِمَةٌ لِلقَضِيَّةِ ٥. لِنَأْخُذِ المُسْتَقيمَ BE الَّذي يُنَصِّفُ الزاوِيَةَ B، لَدَيْنا

$$\frac{GA}{GD}=\frac{EA}{EC}=\frac{BA}{BC}=\frac{CA}{BC}=\frac{b}{a};$$



شكل ٢٥

إذا جَعَلْنا $GD = x$، فيَكونُ لَدَيْنا $GA = h_A - x = x\frac{b}{a}$، ولِذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{a}{b}(h_A - x) = x$$

واسْتِناداً إلَى الصيغَةِ (3) يَكونُ لَدَيْنا

$$(4) \qquad S = 2x.$$

في القَضايا ٣ وَ ٤ وَ ٥ وَ ٦ يَسْتَنْبِطُ ابنُ الهَيْثَمِ صيغَةً لِحِسابِ مَجْموعِ المَسافَاتِ مِن نُقْطَةٍ تَقَعُ عَلَى أَضْلاعِ أو داخِلَ المُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ. وقَد بَيَّنَ أَنَّ هَذا المَجْموعَ يَتْبَعُ وَسيطاً. ويَكونُ هَذا المَجْموعُ لامُتَغَيِّراً فَقَط في حالَةِ المُثَلَّثِ المُتَساوِي الأَضْلاعِ، أو في الحالَةِ البَديهِيَّةِ حَيْثُ يَكونُ الوَسيطُ صِفْرِيَّ القيمَةِ في المُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ، أي عِنْدَما تَكونُ النُقْطَةُ واقِعَةً عَلَى قاعِدَةِ المُثَلَّثِ.

في القَضِيَّةِ التالِيَةِ يَهْتَمُ ابنُ الهَيْثَمِ بخاصِيَّةٍ أُخْرَى لِلمُثَلَّثِ المُتَساوِي السَاقَيْنِ. مُنْطَلِقاً مِن الارْتِفاعِ CE الخاصِّ بالضِلْعِ AB، يُبَيِّنُ أَنَّه توجَدُ ثَلاثَةُ مَقاديرَ مُرْتَبِطَةٍ بِتَناسُبٍ مُتَّصِلٍ.

قَضِيَّة ٧.– لِيَكُنْ ABC مُثَلَّثاً مُتَساوِيَ السَاقَيْنِ $(AB = AC)$ حادَّ الزَوايا؛ لِنُخْرِجِ الارْتِفاعَيْنِ AD وَ CE، فتَكونُ الأطوالُ $AB - CE$ وَ $CE - EB$ وَ $2EB$ مُرْتَبِطَةً إذاً بتَناسُبٍ مُتَّصِلٍ.

ومِن ثَمَّ يَنْتَقِلُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى المُثَلَّثِ في حالَتِهِ العامَّةِ. وهُوَ يُدْرِكُ جيّداً في مَعْرِضِ ذَلِكَ أَنَّ الصيغَةَ (3) لن تَبْقَى مُلائِمَةً في حالَةٍ عامَّةٍ نِسْبِيّاً. ويُبَيِّنُ الحالَةَ الّتي تَبْقَى فيها هَذِهِ الصيغَةُ صالِحَةً أي عِنْدَما تَكونُ النُقْطَةُ مَأْخوذَةً عَلَى أحَدِ الأَضْلاعِ.

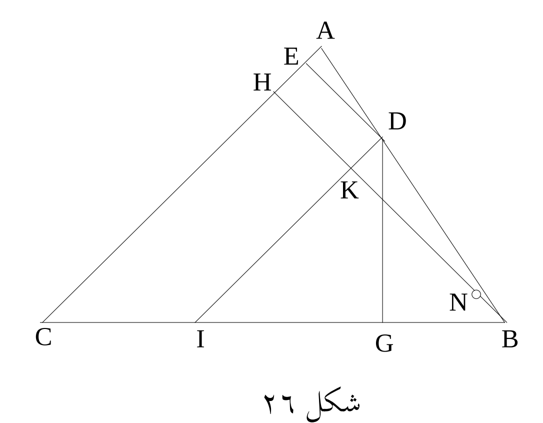
قَضِيَّة ٨.– في كُلِّ مُثَلَّثٍ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ، يُعَبَّرُ عن مَجْموعِ المَسافَتَيْنِ مِن نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ عَلَى أحَدِ الأَضْلاعِ، إلَى الضِلْعَيْنِ الآخَرَيْنِ بِواسِطَةِ الصيغَةِ التالِيَةِ

$$S = h_A + x\left(1 - \frac{a}{b}\right),$$

حَيْثُ $x = DE$ هِيَ المَسافَةُ مِن النُقْطَةِ D إلَى الضِلْعِ AC.

يُسْتَخْدَمُ في البُرْهانِ، هَذِهِ المَرَّةَ الارْتِفاعُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ B.

لِنَجْعَلْ $BH = h_B$؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $KB = h_B - x$.



شكل ٢٦

ولنَجْعَلْ

$$\frac{BK}{KN} = \frac{a}{b},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$KN = \frac{b}{a}(h_B - x).$$

ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، اسْتِناداً إلَى القَضِيَّةِ ١، لَدَيْنا

$$\frac{a}{b} = \frac{BI}{ID} = \frac{BK}{DG},$$

فإذاً

$$KN = DG;$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$S = DE + DG = x + \frac{b}{a}(h_B - x) = h_A + x\left(1 - \frac{b}{a}\right).$$

إذا أَخَذْنا الارْتِفاعَ المُخْرَجَ مِن النُقْطَةِ A (عَلَى غِرارِ ما يَجْري في القَضِيَّتَيْنِ ٤ وَ ٥)، فنأخُذُ عِنْدَها DG كَمَجْهولٍ مُوازٍ لهَذا الارْتِفاعِ (نُبَدِّلُ دَوْرَيْ BC وَ AC وكذَلِكَ دَوْرَيْ a وَ b)؛ ويَصيرُ لَدَيْنا

$$S = \frac{a}{b}\, h_A + x\left(1 - \frac{a}{b}\right),$$

(حَيْثُ $x = DG$)

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$(5) \qquad S = h_B + x\left(1 - \frac{a}{b}\right).$$

وإثْرَ هَذِهِ القَضِيَّةِ تُواجِهُنا قَضِيَّةٌ تاسِعَةٌ يُجْتَهَدُ فيها لإثْباتِ هَذِهِ الصيغَةِ لأيِّ نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ داخِلَ المُثَلَّثِ. لنُناقِشْ في البَدْءِ مُحْتَوَى هَذِهِ القَضِيَّةِ، قَبْلَ تَناوُلِ مَسْأَلَةِ صِحَّةِ نِسْبَتِها إلَى ابنِ الهَيْثَمِ. فَلْنَبْدَأْ بِعَرْضِ القَضِيَّةِ كَما وَرَدَت في النَصِّ المَخْطوطِيِّ.

قَضِيَّة ٩.– كُلُّ مُثَلَّثٍ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ ABC أُخِذَت في داخِلِه نُقْطَةٌ ما D، وأُخْرِجَت مِنها الخُطوطُ المُسْتَقيمَةُ DE وَ DG وَ DH وَ LM بحَيْثُ يَكونُ:

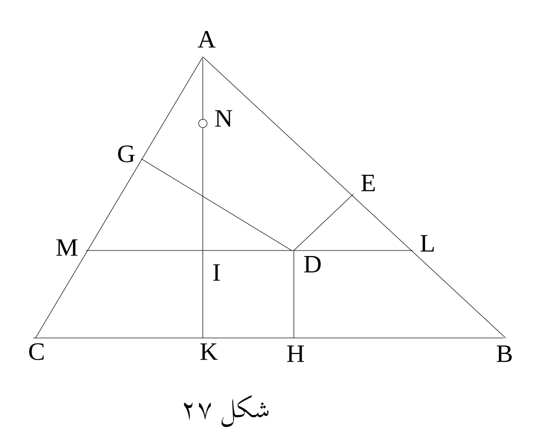
$$DE \perp AB,\ DG \perp AC,\ DH \perp BC,\ LM \,//\, BC,$$
$$(E \in AB,\ G \in AC,\ H \in BC,\ M \in AC,\ L \in AB),$$

وأُخْرِجَ الارْتِفاعُ AK الَّذي يَقْطَعُ القِطْعَةَ LM عَلَى I $(K \in BC)$، وأُخِذَت النُقْطَةُ N عَلَى القِطْعَةِ AI بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ $\frac{BC}{CA} = \frac{AI}{IN}$؛ فإنَّه يَكونُ لَدَيْنا

$$DE + DG + DH = NK.$$

مِن الصَحيحِ أنَّهُ في ظِلِّ تَصْويبٍ ما (وهُوَ تَحْديداً اعتمادُ $\frac{CB}{CA} = \frac{IN}{AI}$ عِوَضاً عن العَلاقَةِ $\frac{CB}{CA} = \frac{AI}{IN}$)، سَيَكونُ لَدَيْنا

$$LM \,//\, BC \Rightarrow \frac{LM}{MA} = \frac{BC}{CA},$$



شكل ٢٧

وبِالتالي نَحْصُلُ عَلَى

$$\frac{LM}{MA} = \frac{IN}{AI}.$$

لَكِن، وحَتَّى في ظِلِّ هَذا التَصْويبِ سَيَظَلُّ ما تَبَقَّى مِن البُرْهانِ باطِلاً.

في صِياغَةِ القَضِيَّةِ ٩، تَتَحَدَّدُ النُقْطَةُ I بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $\frac{CB}{CA} = \frac{AI}{IN}$؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $\frac{LM}{MA} = \frac{AI}{IN}$ وذَلِكَ في المُثَلَّثِ ALM الَّذي ارْتِفاعُهُ AI. في القَضِيَّة ٨ الّتي تَرتَكِزُ علَيْها القَضِيَّةُ ٩ تِبْعاً لما يُوحيهِ تَفْكيرُ الكاتِبِ، يَسْتَحْضِرُ الاسْتِدْلالُ مُثَلَّثاً مُخْتَلِفَ الأَضْلاعِ BDI ارْتِفاعُهُ BK وتَتَحَدَّدُ النُقْطَةُ N عَلَى القِطْعَةِ BK بِواسِطَةِ

العَلاقَةِ $\frac{BC}{CA} = \frac{BK}{KN}$، ويَكونُ لَدَيْنا $\frac{BI}{ID} = \frac{BK}{BN}$ (انْظُرِ الشَكْلَ ٢٦). ولَكِن في القَضِيَّةِ ٩ يَقَعُ الارْتِفاعُ AI عَلَى LM بَيْنَما يَقَعُ الارْتِفاعُ BK في القَضِيَّةِ ٨ عَلَى ID. وأكْثَرُ مِن ذَلِكَ، فَفي القَضِيَّةِ ٨، تَكونُ النُقْطَةُ D رَأساً لِلمُثَلَّثِ IBD بَيْنَما تَكونُ هَذِهِ النُقْطَةُ في القَضِيَّةِ ٩ نُقْطَةً اخْتِيارِيَّةً مِن القاعِدَةِ LM لِلمُثَلَّثِ ALM. ولِذَلِكَ لا يُمْكِنُنا الرُجوعُ إلَى القَضِيَّةِ ٨ بُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى القَضِيَّةِ ٩ خِلافاً لِمَا يَقومُ به كاتِبُ النَصِّ.

إذا صَوَّبْنا النَصَّ باعتِمادِنا العَلاقَةَ $\frac{BC}{CA} = \frac{IN}{AI}$، سنَقَعُ مِن جَديدٍ عَلَى الشَرْطِ المَفْروضِ في القَضِيَّةِ ٥ في حالَةِ مُثَلَّثٍ مُتَساوي السَاقَيْنِ ABC. وأكْثَرُ مِن ذَلِكَ فإنَّ أَشْكالَ القَضِيَّتَيْنِ ٥ وَ ٩ مَبْنِيَّةٌ عَلَى نَفْسِ النَسَقِ، وباسْتِخْدامِ نَفْسِ الحُروفِ، وفي القَضِيَّةِ ٩، العِبارَةُ "كَما تَبَيَّنَ فيما تَقَدَّمَ" تَعْني بدونِ شَكٍّ إسْناداً مَرْجِعِيّاً يَرُدُّنا إلَى القَضِيَّةِ ٥. ولَكِنّ النَتيجَةَ $DE + DG = IN$ تُثْبَتُ في القَضِيَّةِ ٥ ارْتِكازاً إلَى نَتيجَةِ القَضِيَّةِ ٣ الّتي يُسْتَحْضَرُ فيها المُثَلَّثانِ المُتَشَابِهانِ DLG وَ DME (الموافِقانِ لِلمُثَلَّثَيْنِ DLE وَ DMG في القَضِيَّةِ ٩). وتَتَأَتَّى هَذِهِ المُشَابَهَةُ مِن تَسَاوي الزَاوِيَتَيْنِ B وَ C الَّذي يَسْتَتْبِعُ تَسَاوِيَ الزَاوِيَتَيْنِ L وَ M؛ وَبما أَنَّ الزَاوِيَتَيْنِ B وَ C مُتَبايِنَتانِ في القَضِيَّةِ ٩، فإنَّه لا يُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا $DE + DG = IN$. لنَحْسُبْ هَذا المَجْموعَ؛ لَدَيْنا

$$DG \,.\, AM = AI \,.\, MD$$

وَ

$$AL \,.\, DE = AI \,.\, DL,$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$DG + DE = AI \left(\frac{MD}{AM} + \frac{DL}{AL} \right),$$

(حَيْثُ $AM \neq AL$)

ويَتَعَلَّقُ إذاً هَذا المَجْموعُ بوَضْعِ النُقْطَةِ D عَلَى القِطْعَةِ ML.

إلاّ أَنّنا إذا حَدَّدْنا النُقْطَةَ N بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $\frac{IN}{AI} = \frac{BC}{CA}$، يَكونُ لَدَيْنا $\frac{ML}{MA}$. $IN = AI$. ويَكونُ لَدَيْنا بالضَرورةِ إذاً، بالنِسْبَة إلَى مُثَلَّثٍ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ في القَضِيَّة ٩

$$DE + DG \neq IN$$

وَ

$$DE + DG + DH \neq KN.$$

ولا يَبْدو إذاً أنّه مِن المُجازَفَةِ القَوْلُ إنَّ هَذا النَوْعَ مِن الهَفَواتِ لَيْسَ مِن نَمَطِ الأخْطاءِ الّتي كانَ بإمكانِ ابنِ الهَيْثَمِ ارتِكابُها. ولِذَلِكَ فإنَّه مِن المُرَجَّحِ أن يَكونَ أحَدُ الكُتّابِ قَد ظَنَّ أَنَّ بِمَقْدورِهِ إتمامَ نَصِّ ابنِ الهَيْثَمِ.

إذا كانَتِ الحالَةُ كَما نصِفُ، فَعَلَيْنا إذاً أن نَبْحَثَ عن سَبَبٍ عَقْلانِيٍّ قادِرٍ أن يُفَسِّرَ امْتِناعَ ابنِ الهَيْثَمِ عن إعْطاءِ قَضِيَّةٍ عن مَجْموعِ المَسافاتِ إلَى أَضْلاعِ المُثَلَّثِ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ مِن نُقْطَةٍ مَأْخوذَةٍ داخِلَ هَذا المُثَلَّثِ. وقَد يَكونُ السببُ هَذِهِ المَرَّة هُوَ أَنَّ الصيغَةَ لَيْسَت مُتَعَلِّقَةً بوَسيطٍ واحِدٍ فَحَسْب، إنَّما بوَسيطَيْنِ اثْنَيْنِ في نَفْسِ الوَقْتِ، الأمْرُ الَّذي قَد يَخْفِضُ لِلغايةِ مُسْتَوَى الاهْتِمامِ بِهَذِهِ الصيغَةِ. لنَحْسُبْ مِن أجلِ ذَلِكَ المَجْموعَ $DE + DG$ بالنِسْبَةِ إلَى المُعْطَيَاتِ والوسائطِ الّتي تُحَدِّدُ وَضْعَ النُقْطَة D.

لنَجْعَلْ عَلَى غِرارِ ما فَعَلْنا سابِقاً (انْظُرِ الشَكْلَ السابقَ)

$$BC = a, AB = c, AC = b, AK = h_A, DH = x, DL = y,$$

فيَكونُ لَدَيْنا

$$AI = h_A - x,\ \frac{AM}{AC} = \frac{AL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{h_A - x}{h_A},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$AM = \frac{b(h_A - x)}{h_A}, AL = \frac{c(h_A - x)}{h_A}, LM = \frac{a(h_A - x)}{h_A}.$$

ولَكِنّ

$$MD = LM - y = \frac{a(h_A - x) - h_A y}{h_A};$$

لَدَيْنا

$$DG + DE = AI\left(\frac{MD}{AM} + \frac{DL}{AL}\right) = \frac{ac(h_A - x) - h_A y(b - c)}{bc}$$

وَ

$$(6) \quad DG + DE + DH = \frac{ach_A + c(b - a)x + (b - c)h_A y}{bc}.$$

ولِذَلِكَ فإنَّ المَجْموعَ يَتَعَلَّقُ بالأَضْلاعِ الثَلاثَةِ وبارْتِفاعٍ واحِدٍ وبوَسيطَيْنِ اثْنَيْنِ.

مُلاحَظات:

١) إذا كانَتِ النُقْطَةُ D عَلَى الضِلْعِ AB، كَما في القَضِيَّةِ ٨، يَكونُ لَدَيْنا $y = 0$ وَ $DE = 0$ ونَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ *(5)* انْطِلاقاً مِن العَلاقَةِ *(6)*. وبِالفِعْلِ، تُكْتَبُ العَلاقَةُ *(6)* كَما يلي

$$\frac{a}{b}h_A + \frac{b - a}{b}x = h_B + x\left(1 - \frac{a}{b}\right),$$

وهِيَ نَتيجَةٌ مُتَعَلِّقَةٌ بوَسيطٍ واحِدٍ.

٢) إذا كانَ المُثَلَّثُ مُتَساوِيَ السَاقَيْنِ، يَكونُ لَدَيْنا $b = c$، ونَحْصُلُ مِن جَديدٍ عَلَى العَلاقَةِ *(3)* انْطِلاقاً مِن العَلاقَةِ *(6)*. وتَكونُ النَتيجَةُ مُتَعَلِّقَةً بِوَسيطٍ واحِدٍ.

٣) إذا جَعَلْنا في العَلاقَةِ *(6)* الوَسيطَ x مَعْلوماً، أي ما هُوَ مُتَكافِئٌ مع فَرْضِ قَدْرِ القِطْعَةِ LM، فإنَّ المَجْموعَ $DG + DE + DH$ سيَكونُ مُتَعَلِّقاً بالوَسيطِ y، أي أَنَّه سيَكونُ مُتَعَلِّقاً بوَضْعِ النُقْطَةِ D عَلَى القِطْعَةِ LM؛ وإذاً، لن يكونَ هَذا المَجْموعُ ثابتاً، ولا يُمْكِنُ بِالتالي تَمْثيلُهُ بقِطْعَةٍ، خِلافاً لِما يَجْري في النَصِّ حَيْثُ يُمَثَّلُ بالقِطْعَةِ KN.

وتواجِهُنا عَوائقُ إذاً عَلَى دَرْبِ التَعْميمِ الفَعَّالِ لِصيغَةٍ تُوَصِّفُ مَجْموعَ المَسافَاتِ، لِيُغَطِّيَ هَذا التَعْميمُ بالنَتيجَةِ حالَةَ النُقْطَةِ الواقِعَةِ داخِلَ مُثَلَّثٍ مُخْتَلِفِ الأَضْلاعِ. وقَد تَكونُ هَذِهِ الصُعوباتُ بالذات هِيَ الّتي حالَت دونَ صِياغَةِ ابنِ الهَيْثَمِ لقَضِيَّةٍ بِهَذا المَعْنَى؛ ويَبْدو لنا أَنَّ القَضِيَّةَ الوارِدَةَ في النَصِّ المَخْطوطِيِّ حَوْلَ هَذا المَوْضوعِ إنَّما تعودُ إلَى كاتِبٍ أقَلَّ شَأْناً رِياضِيّاً مِن ابنِ الهَيْثَمِ؛ ويَبْقَى أن نَتَوَقَّفَ عِنْدَ فَرَضِيَّةِ بَحْثٍ مُتَسَرِّعٍ أجْراه ابنُ الهَيْثَمِ في بِدايَةِ شَبابِهِ. ولَكِنّ الجَوابَ عَن هَذا السُؤالِ يَرْتَبِطُ حَصْراً بإمْكانِيَّةِ تَوَفُّرِ نُسَخٍ مَخْطوطِيَّةٍ أُخْرَى مِن تَقْليدٍ مَخْطوطِيٍّ مُخْتَلِفٍ عن تَقْليدِ النُسخةِ الّتي نَمْتَلِكُها. هَذا هُوَ السَبيلُ الوَحيدُ الَّذي قَد يُمَكِّنُنا مِن الإجابَةِ عَن هَذا السُؤالِ.

٤) نُشيرُ إلَى أنَّه تُوجَدُ تَرْكيبَةٌ خَطِّيَّةٌ لِلمَسافَاتِ الثَلاثِ DE وَ DG وَ DH تَبْقَى لامُتَغَيِّرَةً، أي أَنَّها مُسْتَقِلّةٌ عن النُقْطَةِ D الّتي تَقَعُ داخِلَ المُثَلَّثِ أو عَلَى أحدِ أَضْلاعِه:

$$c \,.\, DE + b \,.\, DG + a \,.\, DH.$$

وتُساوي هَذِهِ التَرْكيبةُ الخَطِّيَّةُ مِساحَةَ المُثَلَّثِ ABC. وإذا كانَتْ D خارِجَ المُثَلَّثِ، فيَنْبَغي أن نُدْرِجَ قَبْلَ كُلِّ حَدٍّ مِن حُدودِ العِبارَةِ السابِقَةِ الإشارَةَ المُلائِمَةَ لِكَي يَبْقَى المَجْموعُ بِثَباتٍ مُساوِياً لِمِساحَةِ المُثَلَّثِ ABC.

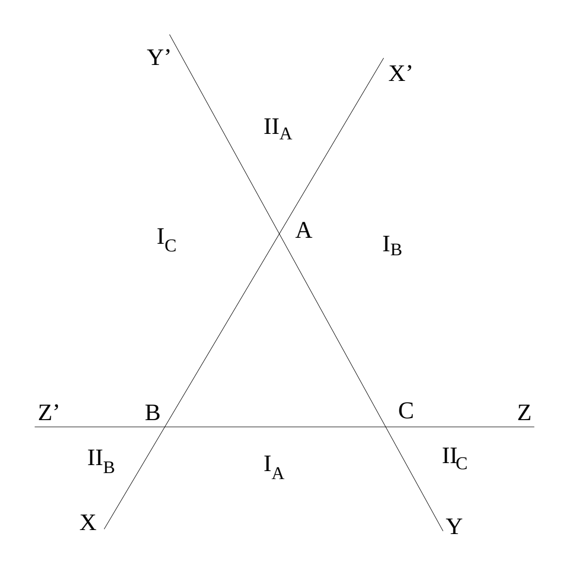
لِنَتَناوَلْ أخيراً مَسْأَلَةَ المَسافَاتِ مِن نُقْطَةٍ خارِجِيَّةٍ إلَى أَضْلاعِ مُثَلَّثٍ مُتَساوِي الأَضْلاعِ. وقَد دَرَسَ السِجْزِيُّ[١٥] هَذِهِ المَسْأَلَةَ بَيْنَما لَم يَتَطَرَّقْ إلَيْها ابنُ الهَيْثَمِ. يُقْسَمُ القِسْمُ الواقِعُ خارِجَ المُثَلَّثِ ABC مِن المُسْتَوِي إلَى سِتَّةِ أجْزاءٍ نَحْصُلُ عَلَيْها

---

[١٥] ***قَوْلُ أحْمَدَ بن عبد الجليل السجْزيِّ في خَواصِّ الأعْمِدَةِ الواقعةِ من النقطةِ المُعْطاةِ إلى المُثَلَّثِ المُتساوي الأضلاعِ المعطى بطريق التحديد***، مَخْطوطَة دبلن، شستر بيتي ٣٦٥٢، ص ٦٦و – ٦٧و؛ إسطنبول، رشيد ١١٩١، ص. ١٢٤ظ – ١٢٥ظ. انْظُرْ أيضاً:

J.P. Hogendijk, «traces of the Lost *Geometrical Element* of Menelaus in Two Texts of al-Sijzī», Zeitschrift für Geschichte der arabisch – islamischen Wissenschaften, Band 13 (1999-2000), p. 129-164, p. 142 sqq; P. Crozet, «Géométrie: La tradition auclidienne revisitée», dans Enciclopedia Italiana, à paraître.

بإخْراجِنا لأَضْلاعِ المُثَلَّثِ مِن كِلا الطرفَيْنِ. ويَكونُ لَدَيْنا ثَلاثَةُ خُطوطٍ مُسْتَقيمَةٍ $XBAX'$ وَ $YCAY'$ وَ $ZBCZ'$. ونُرفِقُ بالرأسِ A المِنْطَقَةَ I_A (أي المِنطَقَةَ المُحاطَةَ بِـ $XBCY$ والواقِعَةَ ما بَعْدَ القِطْعَةِ BC) والمِنْطَقَةَ II_A المَحْصورَةَ في الزَاوِيَةِ $X'AY'$.



شكل ٢٨

وبنَفْسِ الطَريقَةِ نُرفِقُ بِالرَأْسِ B المِنْطَقَتَيْنِ I_B وَ II_B؛ وبالنُقْطَة C المِنْطَقَتَيْنِ I_C وَ II_C.

المُثَلَّثُ ABC مُتَساوِي الأَضْلاعِ، وكُلُّ واحِدٍ مِن أَضْلاعِهِ يُساوِي الطولَ a، والارْتِفاعاتُ، يُساوِي كُلُّ واحدٍ مِنها $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. فيَكونُ مِن الكافِي إذاً أن نتَناوَلَ بالدِراسَةِ النِقَاطَ الواقِعَةَ في المِنْطَقَتَيْنِ I_A وَ II_A.

١ – لتَكُنْ أوّلاً M نُقْطَةً مِن I_A أي مِن المِنْطَقَةِ $(XBCY)$، ولْنَأْخُذِ المَسافَات ME وَ MK وَ MI. ولْيَكُنْ AH الارْتِفاعَ المُخْرَجَ مِن A، $(h = AH)$؛ إنَّ المُسْتَقيمَ المُخْرَجَ مِن M مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ BC، يَقْطَعُ AX عَلَى نُقْطَةٍ B_1 وَ AY عَلَى نُقْطَةٍ C_1 وَ AH

عَلَى نُقْطَةٍ H_1. لنَجْعَلْ $ME = x$ وهُوَ الوَسيط الَّذي يُحَدِّدُ وَضْعَ المُسْتَقيمَ B_1C_1؛ ويَكونُ لَدَيْنا $AH_1 = h + x$. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى

$$MK = MC_1 \sin \widehat{C_1} = MC_1 \, . \, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

وَ

$$MI = MB_1 \sin \widehat{B_1} = MB_1 \, . \, \frac{\sqrt{3}}{2},$$

ولِذَلِكَ فإنَّ

$$MK + MI = B_1C_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = AH_1 = h + x.$$

وبِالفِعْلِ، فالمُثَلَّثُ AB_1C_1 مُتَساوِي الأَضْلاعِ وارْتِفاعُهُ AH_1 وَ M نُقْطَةٌ واقِعَةٌ عَلَى قاعِدَتِه؛ ونَحْنُ نَعْلَمُ اسْتِناداً إِلَى المُقَدِّمَةِ (ب) (ص ٥٦٨) أَنَّ $MK + MI = AH_1$.

فيَكونُ لَدَيْنا المَجْموعُ

$$S = ME + MK + MI = h + 2x \qquad (1)$$

ويَكونُ هَذا المَجْموعُ هُوَ نَفْسَهُ لكُلِّ النِقَاطِ M الواقِعَةِ عَلَى القِطْعَةِ B_1C_1، وللطرفَيْنِ ضِمْناً. وإذا كانَ $x = 0$ فإنَّ النُقْطَةَ M تُصبحُ في وَضْعِ النُقْطَة E عَلَى القِطْعَةِ BC ويكونُ لَدَيْنا $MK + MI = h$، وهَذِهِ نَتيجَةٌ مُثْبَتَةٌ سابِقاً.

ويَتَأَتَّى مِن ذَلِكَ إِذاً، أَنَّه لِكُلِّ نُقْطَةٍ M مِن المِنْطَقَةِ $XBCY$ ومن ضِمْنِها الحُدودُ، يَكونُ المَجْموعُ المَطْلوبُ مُتَعَلِّقاً بوَسيطٍ هُوَ المَسافَةُ بَيْنَ النُقْطَةِ M والمُسْتَقيمِ BC.

٢ – لتَكُنِ الآن النُقْطَةُ N واقِعَةً في الزَاوِيَةِ $X'AY'$، أي في المِنْطَقَةِ II_A ولْيَكُنْ

$$NE \perp BC, \; NK' \perp AC, \; NI' \perp AB.$$

وليقطعِ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ مِن النُقْطَةِ N مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ BC، المُسْتَقيمَ AX' عَلَى B'، وَ AY' عَلَى C'، وَ AH عَلَى H'. ولْنَجْعَلْ $NE = x > h$، يَكونُ لَدَيْنا $AH' = x - h$. ومِن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا

$$NK' = NC' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \; NI' = NB' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

فإذاً

$$NK' + NI' = B'C'\frac{\sqrt{3}}{2} = AH' = x - h.$$

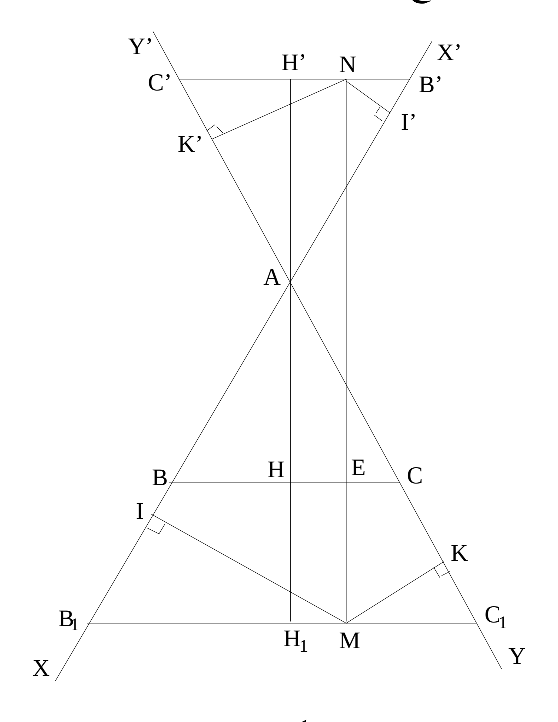
وبِالفِعْلِ، فإنَّ المُثَلَّثَ $AB'C'$ مُتَساوِي الأَضْلاعِ، ارْتِفاعُه AH' وَ N نُقْطَةٌ واقِعَةٌ عَلَى قاعِدَتِه، فإذاً اسْتِناداً إِلَى المُقَدِّمَةِ السابقةِ الذكرِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$NK' + NI' = AH' = x - h$$

وَ

$$(2) \qquad S = NE + NI' + NK' = 2x - h.$$

ويَكونُ هَذا المَجْموعُ هُوَ نَفْسَهُ لِكُلِّ نُقْطَةٍ N واقِعَةٍ عَلَى القِطْعَةِ $B'C'$. إذا



شكل ٢٩

أصْبَحَتِ النُقْطَةُ N في وَضْعِ النُقْطَةِ A، يَكونُ لَدَيْنا $x = h$ وَ $NK' = 0$ وَ $NI' = 0$ ويَكونُ المَجْموعُ مُساوِياً لِ $h = AH$.

ومِنَ البَديهِيِّ أَنَّ نَفْسَ الطَريقَةِ قابِلَةٌ لِلتَطْبيقِ عَلَى نِقَاطِ المِنْطَقَتَيْنِ I_B وَ II_B، أو المِنْطَقَتَيْنِ I_C وَ II_C وتُؤَدِّي إلَى نَفْسِ النَتيجَةِ.

ويُعَبَّرُ إذاً عن المَجْموعِ المَدْروسِ بواسِطَةِ الارْتِفاعِ h لِلمُثَلَّثِ المُتَساوِي الأَضْلاعِ وبِواسِطَةِ وَسيطٍ واحِدٍ فَقَط x، وهُوَ يُمَثِّلُ المَسافَةَ بَيْنَ النُقْطَةِ المَأْخوذَةِ وضِلْعِ المُثَلَّثِ، أي يُمَثِّلُ المَسافَةَ إلَى BC إذا وَقَعَت النُقْطَةُ M في إحْدَى المِنْطَقَتَيْنِ I_A أو II_A، والمَسافَةَ إلَى AC إذا وَقَعَت النُقْطَةُ M في إحْدَى المِنْطَقَتَيْنِ I_B أو II_B، والمَسافَةَ إلَى AB إذا كانَت M في واحِدَةٍ مِن المِنْطَقَتَيْنِ I_C أو II_C. ونَحْصُلُ إذاً عَلَى نَتيجَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ لِلمَجْموعِ.

- إذا كانَت النُقْطَةُ M واقِعَةً في I_A أو I_B أو I_C يَكونُ لَدَيْنا $S = h + 2x$
- إذا كانَت النُقْطَةُ M واقِعَةً في II_A أو II_B أو II_C يَكونُ لَدَيْنا $S = 2x - h$.

مِنَ البَديهِيِّ أن لا يَكونَ أيُّ شيءٍ في المَسارِ المُبَيَّنِ سابِقاً مَجْهولاً مِن جانِبِ ابنِ الهَيْثَمِ أو بَعيداً عن مُتَناوَلِهِ. وإذا لَم يَتَطَرَّقْ إلَى هَذِهِ الحالَةِ، فقَد يَكونُ السَبَبُ، كَما سَبَقَ وذَكَرْنا، أنَّه لَم يَشَأْ تَخَطِّي إطارِ المُعْطَيَاتِ الّتي تَبَنّاها "المُتَقَدِّمون"، الّتي لا تَتَعَدَّى النِقَاطَ الداخِلِيَّةَ. وخِلافاً لِذَلِكَ فقَد تَناوَلَ السِجْزِيُّ النِقَاطَ الخارِجِيَّةَ. وقَد تَناوَلَ هَذا الرياضِيُّ السابِقُ لابنِ الهَيْثَمِ حالَةَ النُقْطَةِ الواقِعَةِ في رأسِ المُثَلَّثِ المُتَساوِي الأَضْلاعِ، وتِلْكَ الواقِعَةِ عَلَى أحدِ أَضْلاعِهِ، وتِلْكَ الواقِعَةِ في داخِلِهِ؛ وفي كُلِّ هَذِهِ الحالاتِ يَكونُ المَجْموعُ مُساوِياً لارْتِفاعِ المُثَلَّثِ h، ووَفْقاً لما يَسوقُهُ تَعودُ هَذِهِ النَتيجَةُ إلَى المُتَقَدِّمين وتَحْديداً إلَى منلاوسَ. ومِن ثَمَّ يَتَناوَلُ السِجْزِيُّ نِقَاطَ المِنْطَقَةِ I_A فيَدْرُسُ الأَوْضاعَ المُخْتَلِفَةَ لِلنُقْطَةِ ويُحَدِّدُ المَجْموعَ S_1 لِلمَسافَتَيْنِ إلَى الضِلْعَيْنِ AB وَ AC في المُثَلَّثِ. وبِالفِعْلِ، إذا كانَت x المَسافَةَ بَيْنَ النُقْطَةِ والقاعِدَةِ BC، سَيَكونُ لَدَيْنا في كُلِّ الحالاتِ

$$S_1 = AD + x = h + x$$

وبِالتالي فإنَّ

$$S = h + 2x$$

غَيْر أَنَّ السِجْزِيَّ لا يَتَفَحَّصُ الحالَةَ الّتي تَقَعُ النُقْطَةُ فيها في المِنْطَقَةِ *II* ولا يُتِمُّ بذَلِكَ التَعْميمَ الَّذي أطْلَقَهُ. وقَد يَكونُ مَرَدُّ هَذا لعَدَمِ اهتمامِهِ سِوَى بالعَلاقَةِ بَيْنَ الأعْمِدَةِ الثَلاثَةِ D_1 وَ D_2 وَ D_3 المُخْرَجَةِ مِن النُقْطَةِ D. وفي الحالَةِ الّتي يَتَناوَلُها، يَكونُ لَدَيْنا $D_1 + D_2 = D_3 + h$. وكانَ بِوسْعِهِ إذاً أن يَسْتَنْبطَ مِن هَذِهِ العَلاقَةِ لاتَغَيُّرَ $D_1 + D_2 - D_3$ في الحالَةِ المَدْروسَةِ. ولَكِنّهُ لَم يَفْعَلْ ذَلِكَ.

وبالمُحَصِّلَةِ، فإنَّه مِن البَيِّنِ أَنَّ الاهْتِمامَ بِهَذِهِ الدِراساتِ عِنْدَ السِجْزِيِّ وخُصوصاً عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ قَد تَمَحْوَرَ حَوْلَ إيجادِ كَمِيَّةٍ لامُتَغَيِّرَةٍ. ولَكِنّ الثِقَلَ الَّذي فَرَضَهُ التَقْليدُ القَديمُ في البَحْثِ جَعَلَ هَذَيْنِ الباحِثَيْنِ يَأخُذانِ مَجْموعَ المَسافَاتِ مِن نُقْطَةٍ إلَى أَضْلاعِ المُثَلَّثِ، وذَلِكَ عِوَضاً عن التَفَكُّرِ بنَفَسٍ جَبْرِيٍّ عَبْرَ البَحْثِ عن تَرْكيبَةٍ خَطِّيَّةٍ مُلائِمَةٍ.

٣– تاريخُ النُصوصِ

٣–١ *في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ*

يُطالِعُنا المُؤَلَّفُ الأوّلُ لابنِ الهَيْثَمِ، ***في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ*** عَلَى لائِحَتَيْنِ قَديمَتَيْنِ لأعْمالِ هَذا الرِياضِيِّ: نَجِدُه مَذْكوراً لَدَى القِفطِيِّ ولَدَى ابنِ أبي أُصَيْبعَة[١٦]. أمّا المُؤَلَّفُ نَفْسُهُ فقَد وَصَلَ إلينا في مَخْطوطَتَيْنِ اثْنَتَيْنِ. وهُوَ يَنْتَمي في الواقِعِ إلَى مَجْموعَتَيْنِ مَخْطوطِيَّتَيْنِ لَهُما أهَمِيَّةٌ كَبيرَةٌ، وكُلُّ واحِدَةٍ مِن هاتَيْنِ المَجْموعَتَيْنِ تَتَضَمَّنُ عِدَّةَ مُؤَلَّفاتٍ لابنِ الهَيْثَمِ. المَجْموعَةُ الأُولَى وهِيَ مَجْموعَةُ المَعْهَدِ الشَرْقِيِّ في سان بطرسبورغ، رَقْمُها القَديمُ *B1030* والحالِيُّ *89*. وتَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَجْمُوعَةُ ١٢ مُؤَلَّفاً، ومِنها ١١ مُؤَلَّفاً لابنِ الهَيْثَمِ، ويَعودُ المُؤَلَّفُ الثاني عَشَرَ إلَى العَلاءِ بنِ

---

[١٦] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٤٩٢–٤٩٣ من الجُزْءِ الثاني من هذا الكتاب (النسخة العربيّة).

سَهْلٍ. والمُؤَلَّفُ الَّذي يَعْنينا هُنا هُوَ الثامِنُ. ولقَد سَبَقَ لنا عِدّةَ مَرَّاتٍ أن تَناوَلْنا هَذِهِ المَجْموعةَ[١٧]، الّتي نُسِخَت حَوالَى سنة ٧٥٠هـ/١٣٤٩م وهَذا تاريخُ مُراجَعَتِها عن النَموذَجِ الَّذي نُسِخَت عَنْهُ. وهِيَ مَنْسوخَةٌ بنَفْسِ اليَدِ بَخَطٍّ نستعليق. وتَحْتَلُّ مَخْطوطَةُ ***في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ*** الصَفَحاتِ ١٠٢و — ١١٠ظ ولا تَتَضَمَّنُ إضافاتٍ أو حَواشِي. وتُطالِعُنا إضافَةٌ وَحيدَةٌ عَلَى الصَفْحَةِ ١٠٧ظ خُطَّتْ بِيَدِ الناسِخِ إثْرَ اكتِشافِهِ لِسَهْوٍ في مَعْرِضِ مُراجَعَةِ النَصِّ بمُقارنَتِهِ بالنَموذَجِ وقَد صَحَّحَتْ هَذِهِ الإضافَةُ إغْفالَ كَلِمَةٍ في قَضِيَّةٍ. وقَد خُطَّتِ الرُسومُ بيَدِ الناسِخِ أيضاً. ويَتَمَثَّلُ الحادِثُ الوَحيدُ في النَسْخِ في تَكْرارِ نَسْخِ نَصِّ صَفْحَةٍ واحِدَةٍ بدونِ الرُسومِ المُرْفَقَةِ. وقَد انْتَبَهَ الناسِخُ لِهَذِهِ الهَفْوَةِ فَكَتَبَ في أعَلَى الصَفْحَةِ كَلِمَةَ: *مُكَرَّرة*. سَوْفَ نرمُزُ لِهَذِهِ المَجْموعةِ هُنا بحرف ل.

وتَتَضَمَّنُ المَجْموعةُ الثانيَةُ مِن مَكْتَبَةِ بودليان *(Bodleian Library Oxford, Seld. A 32)*، أيضاً ثَمانيَةَ مُؤَلَّفاتٍ لابنِ الهَيْثَمِ، ومِنها المُؤَلَّفُ الَّذي يَعْنينا هُنا وهُوَ الخامِسُ (ص ١١٥ظ — ١٢٠و). ولقَد سَبَقَ أن تَناوَلْنا هَذِهِ المَجْموعةَ[١٨] وهِيَ مَكْتوبَةٌ بخَطٍّ نَسْخيٍّ. ولا يُشيرُ الناسِخُ لا إلَى التاريخِ ولا إلَى المَكانِ؛ وقَد رَسَمَ الأشْكالَ الهَنْدَسِيَّةَ وقارَنَ بَيْنَ النَصِّ المَنْسوخِ والنَموذَجِ المَنْسوخِ عَنْهُ وهَذا ما تُؤكِّدُهُ الإضافاتُ الّتي خُطَّتْ بنَفْسِ اليَدِ عَلَى الهامِشِ. وتُطالِعُنا مِن جِهَةٍ أُخْرَى بَعْضُ الحَواشي الّتي خُطّتْ بِيَدٍ أُخْرَى (ص ١١٧و). وسنَرْمُزُ لهَذِهِ المَجْموعةِ هُنا بالحرفِ ع.

وهاتانِ المَخْطوطَتانِ مُسْتَقِلّتانِ تماماً. لا تَرِدُ في المَخْطوطَةِ ل ثَلاثُ كَلِماتٍ نجِدُها في المَخْطوطَةِ ع، بَيْنَما لا تَرِدُ في ع مُقارَنَةً بِ ل سِتُّ كَلِماتٍ فَضْلاً عن إغفالِ جُمْلَةٍ واحِدَةٍ. والفَوارِقُ العارِضَةُ الأُخْرَى مِن أخْطاءٍ نَحَوِيَّةٍ وأخْطاءٍ في

---

[١٧] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٦٥ – ٦٩ وَ ٧١–٧٢ من الجُزْءِ الثاني من هذا الكتاب (النسخة العربيّة).

[١٨] انْظُرِ ص: ل–١٠٢–ظ من مخطوطة ***في أصول المساحة*** في الجُزْءِ الثالِثِ من هذا الكِتابِ.

الأحْرُفِ المُسْتَعْمَلةِ وغَيْرِها كافِيَةٌ لِكَي تُثْبِتَ أيضاً، إذا لَزِمَ الأمْرُ، اسْتِقْلالِيَةَ المَخْطوطَتَيْنِ مِن جَديد.

ووَفْقَ مَعْرِفَتِنا، فَإنّ هَذِهِ المَخْطوطَةُ لَم تُحَقَّقْ سابِقاً. ونَحْنُ لا نَعْرِفُ أيَّ دِراسَةٍ جِدِّيَّةٍ كامِلَةٍ لِمُحْتَواها.

٣-٢ *في خَواصِّ المُثَلَّثِ مِن جِهَةِ العَمودِ*

والمُؤَلَّفُ الثاني ***في خَواصِّ المُثَلَّثِ مِن جِهَةِ العَمودِ*** يَرِدُ ذِكْرُه أيضاً لَدَى كُلٍّ مِن القِفْطيِّ وابنِ أبي أُصَيْبِعَة[١٩]. وقَد وَصَلَ إلينا في مَخْطوطَةٍ واحِدَةٍ تُمَثِّلُ جُزْءاً مِن المَجْموعةِ ٢٥١٩ الخاصّةِ بِمَكْتَبَةِ خودا بخش في باتنا – الهند. وهَذِهِ المَجْموعةُ المُهِمَّةُ الّتي سَبَقَ لنا أن ذَكَرْناها[٢٠]، تَتَضَمَّنُ ٤٢ مُؤَلَّفاً في الرِياضِيّاتِ (لأرشميدس والقوهيِّ وابنِ عراق والنَيْريزيِّ..)، وهِيَ تَقَعُ في ٣٢٧ صَفْحَةً (يُوجَدُ ٣٢ سَطْراً في الصَفْحَةِ الواحِدَةِ، والصَفَحاتُ مِن القِياسِ ٢٤ × ١٥، والنَصُّ مِن القِياسِ ٢٠ × ١٢,٥)، وقَد نُسِخَتْ بَيْنَ سَنَتَيْ ٦٣١ و ٦٣٢ لِلهِجْرَةِ أي ما بَيْنَ سَنَتَيْ ١٢٣٤ و ١٢٣٥ لِلميلادِ وذَلِكَ في الموصِلِ وبِخَطٍّ نَسْخِيٍّ. أمّا نَصُّ ابنِ الهَيْثَمِ فقَد نُسِخَ سَنَةَ ١٢٣٥ ويَحْتَلُّ الصَفَحاتِ ١٨٩و — ١٩١و؛ وهُوَ لا يَتَضَمَّنُ لا إضافاتٍ ولا حَواشِيَ هامِشِيَّةً. وسَنُشيرُ إلَيْهِ هُنا بِالحَرْفِ ح.

وقَد طُبِعَ هَذا النَصُّ في نُسْخَةٍ غَيْرِ مُحَقَّقَةٍ في حيدر أباد سنة ١٩٤٨ وسَوْفَ نُشيرُ إلَى هَذِهِ النسخةِ بـ خ.

ونَحْنُ نوردُ هُنا النَشْرَةَ المُحَقَّقَةَ الأُولَى لِهَذا المُؤَلَّفِ. أمّا نَشْرَةُ حيدر أباد غَيْرُ المحقَّقَةِ والمَليئَةُ بالأخْطاءِ فقَد تَرْجَمَها إلَى الانكليزيّة مع شَرْحٍ، ف. أ. شمسيّ تَحْتَ عُنْوانِ :

---

[١٩] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٤٨٨ — ٤٨٩ من الجُزْءِ الثاني لهذا الكِتابِ (النسخة العربيّة).

[٢٠] انْظُرِ الفقرة ٣-١-٢ من الجُزْءِ الأوّلِ لهذا الكِتابِ.

وذَلِكَ في كِتابٍ *«Properties of Triangles in Respect of Perpendiculars»*
نَشَرَهُ حكيم محمّد سعيد تَحْتَ عُنْوانِ :

Proceeding of the celebrations of 1000th anniversary (Karachi, s. d), p. 228-246.

النُصوصُ المَخْطوطِيَّةُ

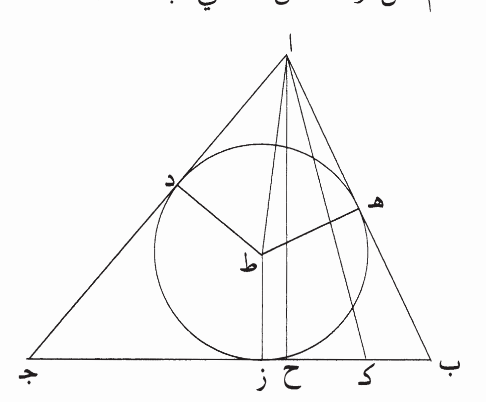
١- قَوْلٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ *في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ*

٢- قَوْلُ ابنِ الهَيْثَمِ *في خَواصِّ المُثَلَّثِ مِن جِهَةِ العَمودِ*

ل – ١٠٢ – ظ
ع – ١١٥ – ظ

قول للحسن بن الحسن بن الهيثم
في مسألة هندسية

ليكن مثلث ا ب جـ معلوم القدر، وضلعُ ب جـ منه معلومٌ، ومجموعُ ضلعي ب ا
5 ا جـ معلوم، ونريد أن نعلم كل واحد من ضلعي ب ا ا جـ.



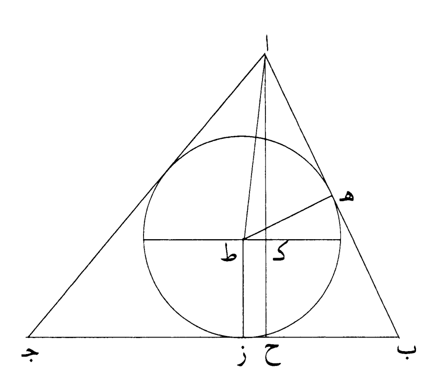
فنتوهم في المثلث دائرة تماس أضلاعه، ولتكن دائرة د هـ ز، وليكن مركزها ط، ونخرج من مركز ط خطوطًا إلى مواضع التماس، ولتكن خطوط ط هـ ط د ط ز، فتكون أعمدة على أضلاع المثلث، وهي متساوية، فيكون ضرب ط هـ في نصف محيط المثلث معلومًا، لأنه مساوٍ لمساحة المثلث، ومساحة المثلث معلومة، ونصف محيط المثلث معلوم لأن
10 محيط المثلث معلوم، فخط ط هـ معلوم. ولأن هذه الأعمدة تجعل كل خطين يحيطان بزاوية من زوايا المثلث متساويين، يكون خط ب جـ مع خط ا هـ نصف محيط المثلث،

1 الرحيم: كتب بعدها «رب أعن» [ع] – 7 مواضع: موضع [ع، ل] – 8 على: ناقصة [ع].

فخط ب جـ مع خط ا هـ معلوم؛ وب جـ معلوم، فخط ا هـ / معلوم. وهـ ط معلوم، ل-١٠٣-و
فنسبة ا هـ إلى هـ ط معلومة. ونصل ا ط، فيكون مثلث ا هـ ط معلوم الصورة لأن زاوية
ا هـ ط قائمة، فزاوية هـ ا ط معلومة، وزاوية د ا ط مساوية لها، فزاوية ب ا جـ معلومة.
ونخرج عمود ا ح، فيكون معلومًا لأن ضربه في نصف ب جـ المعلوم هو مساحة المثلث
5 التي هي معلومة. ونخرج خط ا كـ حتى تكون زاوية ا كـ جـ / مساوية لزاوية ب ا جـ ع-١١٦-و
المعلومة، فيكون مثلث ا كـ ح معلوم الصورة، فنسبة ح ا إلى ا كـ معلومة، وا ح معلوم،
فـ ا كـ معلوم وضرب ا كـ في ب جـ معلوم، وضرب ا كـ في ب جـ هو مثل ضرب ب ا
في ا جـ، فضرب ب ا في ا جـ معلوم، ومجموع ب ا ا جـ معلوم؛ فكل واحد من خطي
ب ا ا جـ معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

10 وعلى وجه آخر ل-١٠٣-ظ

نعيد المثلث والدائرة ونخرج عمود ا ح، فيكون معلومًا. ونخرج من نقطة ط خطًا
موازيًا لخط ب جـ، وليكن خط ط كـ، فيكون ح كـ معلومًا لأن ط ز معلوم، ويبقى ا كـ
معلومًا. وخط ط ا معلوم لأن نسبته إلى ط هـ معلومة، فنسبة ط ا إلى ا كـ معلومة،
وزاوية كـ قائمة، فمثلث ا ط كـ معلوم الصورة، فزاوية ط ا كـ معلومة، وقد كانت زاوية
15 ط ا ب معلومة، فزاوية ح ا ب معلومة، وزاوية ح قائمة، فزاوية ب معلومة، فمثلث
ا ب ح معلوم الصورة، فنسبة ب ا إلى ا ح معلومة، وا ح معلوم، فـ ب ا معلوم، ويبقى
ا جـ معلومًا.



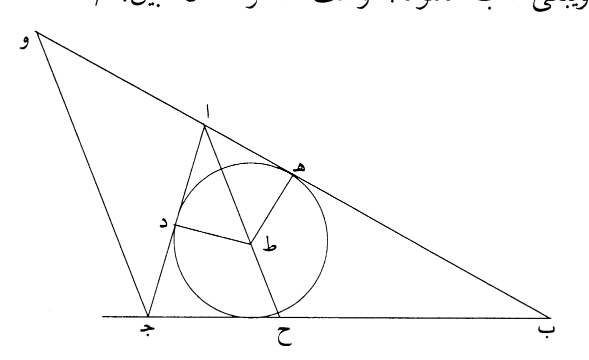
7 فـ ا كـ: وا كـ [ل] – 8 فكل: وكل [ع] – 12 خط: ناقصة [ل] – 13 معلوم: معلوما [ل] – 16 ب ا (الأولى):
ب [ع].

ومع ذلك، فإن زاوية جـ تكون أيضًا معلومة، لأن كل واحدة من زاويتي ب ا
معلومة، فيكون مثلث ا ب جـ معلوم الصورة، / فنسبة ب ا إلى ا جـ معلومة، ومجموع ع-١١٦-ظ
ب ا ا جـ معلوم، فكل واحد من خطي ب ا ا جـ معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

وعلى وجه آخر

ل-١٠٤-و

5 نعيد المثلث والدائرة، ونخرج ب ا على استقامة، ونفصل ا و مثل ا جـ، ونصل
و جـ، ونخرج ا ط على استقامة إلى ح، فيكون موازيًا لخط و جـ، لأن زاوية ب ا ح
نصف زاوية ب ا جـ. وزاوية ا و جـ نصف زاوية ب ا جـ، فزاوية ب و جـ معلومة، لأن
زاوية ب ا ح معلومة، ونسبة ب و إلى ب جـ معلومة، لأن كل واحد منهما معلوم،
فمثلث ب و جـ معلوم الصورة، فنسبة ب و إلى و جـ معلومة، وب و معلوم، فـ و جـ
10 معلوم. ومثلث ا و جـ أيضًا معلوم الصورة، فنسبة و جـ إلى جـ ا معلومة؛ وجـ و معلوم،
فـ جـ ا معلوم، ويبقى ا ب معلومًا؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /



وعلى وجه آخر

ل-١٠٥-و

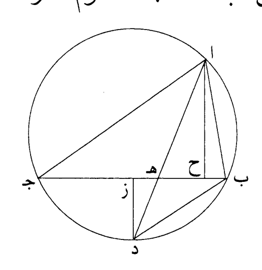
نعيد المثلث والدائرة، فنبين أن زاوية ب ا جـ معلومة، فتكون نسبة ضرب ب ا في
ا جـ إلى المثلث معلومة، والمثلث معلوم، فضرب ب ا في ا جـ معلوم، وكل واحد من /
15 خطي ب ا ا جـ معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين. ع-١١٧-و

1 واحدة: واحد [ل] – 3 فكل: وكل [ع] – 4 كرّر الناسخ نص صفحة ١٠٤–و، ولم يكرر الشكل، وأشار إلى ذلك [ل] – 5-6 ونصل و جـ: أثبتها في الهامش [ع] – 7 معلومة: معلوم [ل] – 9 معلوم (الأولى): أثبتها فوق السطر [ع] – 10 أيضًا: ناقصة [ع] – 11 معلومًا: معلوم [ع، ل] – 14 وكل: فكل [ع].

وعلى وجه آخر

نفرض المثلث ونَدير عليه دائرة، ولتكن دائرة ا جـ د ب، ونقسم قوس ب د جـ بنصفين على نقطة د، ونصل د هـ ا، فتنقسم زاوية ب ا جـ بنصفين، فتكون نسبة ب ا إلى ا جـ كنسبة ب هـ إلى هـ جـ، فتكون نسبة ا ب إلى ب هـ كنسبة ا جـ إلى جـ هـ
5 وكنسبة جميع ب ا ا جـ إلى جميع ب جـ./ ونسبة ب ا ا جـ مجموعين إلى ب جـ معلومة، لأن ‹جميع› ب ا ا جـ معلوم، فنسبة ا ب إلى ب هـ معلومة. ونصل د ب، فتكون زاوية د ا جـ مثل زاوية جـ ب د، فتكون زاوية ب ا د مثل زاوية جـ ب د، فمثلث ا ب د شبيه بمثلث د ب هـ، فنسبة ا د إلى د ب كنسبة ب د إلى د هـ وكنسبة ا ب إلى ب هـ. ونسبة ا ب إلى ب هـ معلومة، فنسبة ا د إلى د ب معلومة، ونسبة ب د إلى
10 د هـ معلومة، فنسبة ا د إلى د هـ معلومة، فنسبة ا هـ إلى هـ د معلومة. ونخرج عمود ا ح، فيكون معلومًا، لأن ضربه في ب جـ هو ضعف مثلث ا ب جـ المعلوم. ونخرج من نقطة د عمود د ز، فيكون موازيًا لعمود ا ح، فتكون نسبة ا ح إلى د ز كنسبة ا هـ إلى هـ د المعلومة، فعمود / د ز معلوم، ود ز يقسم خط ب جـ بنصفين، فخط ب ز معلوم وزاوية ز قائمة، فخط ب د معلوم. ونسبة ا د إلى د ب معلومة، فخط ا د معلوم؛ /
15 ونسبة ا هـ إلى هـ د معلومة، فكل واحد من خطي ا هـ هـ د معلوم، فضرب ا هـ في هـ د معلوم، فضرب ب هـ في هـ جـ معلوم، ونسبة ا ب إلى ب هـ معلومة، وكذلك نسبة ا جـ إلى جـ هـ معلومة. فنسبة ضرب ب ا في ا جـ إلى ضرب ب هـ في هـ جـ معلومة. وضرب ب هـ في هـ جـ معلوم، فضرب ب ا في ا جـ معلوم؛ وب ا ا جـ مجموعين معلوم، فكل واحد من ب ا ا جـ معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ل-١٠٥-ظ / ع-١١٧-ظ / ل-١٠٦-و



3 ب ا جـ: ب ا د [ل] – 7 جـ ب د: نجد في الهامش التعليق التالي «لأنهما على قوس واحدة هي قوس د جـ» [ع] / جـ ب د: نجد في الهامش التعليق التالي «لأن زاوية ب ا د نصف زاوية د ا جـ» [ع] – 8 د ب هـ: ا ب هـ [ل] ا ب جـ [ع] – 9 إلى (الثانية): كررها في السطر التالي [ل] – 12 نقطة: نقط [ل] / د: ناقصة [ل] / فتكون نسبة ا ح: مكررة [ل] – 13 ب جـ: ب د [ل] – 14 ز: أثبتها فوق السطر [ل] ب [ع] / قائمة: نجد في الهامش التعليق التالي «لأنها مساوية لزاوية ب ا جـ» [ع] – 15 واحد: واحدة [ع] – 16 ب هـ: أثبت الباء في الهامش [ع] – 17 ضرب (الأولى): ح ب [ع] – 19 معلوم: أخذ بالمفرد على تقدير «مجموع».

ومع ذلك، فإن كل واحد من خطي ب هـ هـ جـ معلوم، ونسبة ا ب إلى ب هـ معلومة، ونسبة ا جـ إلى جـ هـ معلومة، وكل واحد من ب ا ا جـ معلوم.

وإذ قد بيّنا هذا المعنى بعدة وجوه، فقد بقي أن نركب هذه المسألة / ونجعلها مسألة عملية. ل-١٠٦-ظ

5 وقد يمكن أن تركب بكل وجه من الوجوه التي بينت، ولكن نقتصر في تركيبها على أحد الوجوه لئلا يطول الكلام، فنركبها على الوجه الأخير. وتركيبها على الوجه الأخير يكون كما نصف.

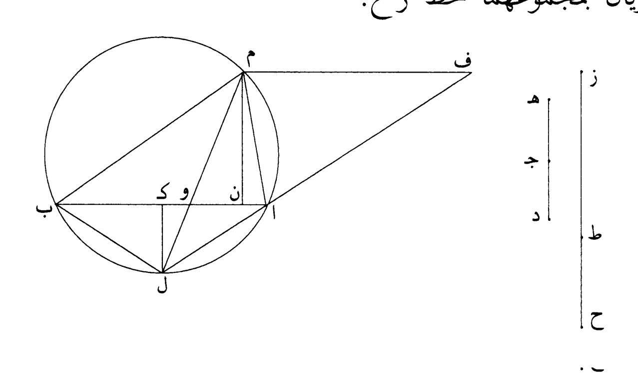
نريد أن نعمل على خط مستقيم معلوم / مثلثًا مساويًا لسطح معلوم، ويكون ضلعاه الباقيان مجموعين مثلَ خط معلوم. ع-١١٨-و

10 فليكن الخط المعلوم الذي نريد أن نعمل عليه المثلث ا ب، والسطحُ المعلوم الذي نريد أن يكون المثلث مساويًا له السطح الذي يحيط به خطا ا ب جـ د والخطُ الذي يكون ضلعا المثلث الباقيان مساويين له خط ز ح. ونجعل نسبة ز ح إلى ا ب كنسبة ا ب إلى ح ط. ونقسم خط ا ب بنصفين على نقطة كـ، ونخرج من نقطة كـ عمودًا على خط ا ب، وليكن كـ ل. ونجعل جـ هـ مثل جـ د، ونجعل نسبة هـ د إلى كـ ل كنسبة ز ط إلى

15 ط ح. ونصل ا ل ب ل، ونعمل على مثلث ا ل ب دائرة، ولتكن دائرة ا ل ب م، ونخرج خط ل ا على استقامة، / ونجعل نسبة ف ا إلى ا ل كنسبة هـ د إلى كـ ل، ونخرج من نقطة ف خطًا موازيًا لخط ا ب، وليكن ف م، وليقطع الدائرة على نقطة م، ونصل ا م ب م. ل-١٠٧-و

فأقول: إن مثلث ا م ب مساوٍ للسطح الذي يحيط به خطا ا ب جـ د، وإن خطي

20 ا م م ب مساويان بمجموعهما لخط ز ح.



3 بيّنا: بينا، ثم صحح عليها وكتب «تبين» [ع] – 5 تركيبها: ركبها [ل] – 6 الأخير (الثانية): الاخر [ل] – 18 ا م: ا [ل] – 19 ا ب جـ د: ا ب جـ [ل، ع].

برهان ذلك: أنا نصل خط ل و م، ونخرج عمود م ن، فتكون نسبة م ن إلى كـ ل كنسبة م و إلى و ل. ونسبة م و إلى و ل كنسبة ف ا إلى ا ل، ونسبة ف ا إلى ا ل كنسبة هـ د إلى كـ ل، فنسبة م ن إلى كـ ل كنسبة هـ د إلى كـ ل، فخط م ن مثل خط هـ د، فضرب ا ب في نصف م ن هو ضرب ا ب في جـ د. وضرب ا ب في نصف م ن هو
5 مقدار مثلث ا م ب، فمثلث ا م ب / مساوٍ للسطح الذي يحيط به خطا ا ب جـ د؛ وهو ع-١١٨-ظ
أحد المطلوبين.

وأيضًا، فإن زاوية ب م ل مثل زاوية ب ا ل، وزاوية ب م ل مثل زاوية ا م ل، لأن قوس / ا ل مثل قوس ل ب، فزاوية ب ا ل مثل زاوية ا م ل. فمثلث ا م ل شبيه بمثلث ل-١٠٧-ظ
ا ل و، فنسبة م ل إلى ل ا كنسبة ا ل إلى ل و وكنسبة م ا إلى ا و. ونسبة م ا إلى ا و
10 كنسبة م ب إلى ب و، لأن الزاويتين اللتين عند نقطة م متساويتان؛ فنسبة مجموع ا م م ب إلى خط ا ب كنسبة م ل إلى ل ا، فنسبة مربع مجموع ا م م ب إلى مربع ا ب كنسبة مربع م ل إلى مربع ل ا التي هي نسبة م ل إلى ل و، التي هي نسبة ز ح إلى ح ط. فنسبة مربع مجموع ا م م ب إلى مربع ا ب كنسبة ز ح إلى ح ط. ونسبة ز ح إلى ح ط هي نسبة مربع / ز ح إلى مربع ا ب. فنسبة مربع ا م م ب مجموعين إلى مربع ل-١٠٨-و
15 ا ب كنسبة مربع ز ح إلى مربع ا ب، فنسبة ا م م ب مجموعين إلى ا ب هي نسبة ز ح إلى ا ب، فخطا ا م م ب مجموعين مثل خط ز ح.

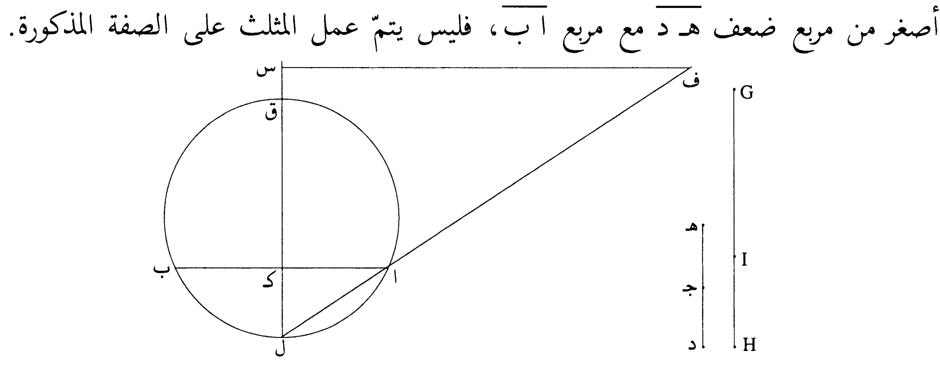
وقد تبين أن مثلث ا م ب مثل ضرب ا ب في جـ د. فقد عملنا على خط ا ب مثلثًا على الصفة المطلوبة، وهو مثلث ا م ب؛ وذلك ما أردنا أن نعمل./

وقد بقي أن نحدّد هذه المسألة لأن خط ف م الموازي لخط ا ب ربما لم يلق الدائرة. ع-١١٩-و
20 وتحديد هذه المسألة هو أن يكون خط ز ح ليس بأصغر من الخط الذي يقوى على خط ا ب وعلى أربعة أضعاف خط جـ د.

برهان ذلك: أنا نعيد الشكل، ونخرج خط ل كـ حتى ينتهي إلى محيط الدائرة، وليلق الدائرة على نقطة ق. ونفرض أن خط ز ح أصغر من الخط الذي يقوى على خط ا ب مع أربعة أضعاف خط جـ د؛ فأقول: إن خط ف م الموازي لخط ا ب لا يلقى
25 الدائرة ولا يتمّ عمل المثلث على الصفة المطلوبة.

9 وكنسبة: ونسبة [ع] – 10 لأن: ولان [ل] – 12 م ل (الأولى): م كـ [ع]، وأثبتها اللام فوقها / م ل إلى ل و: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ل] – 15 ا م: ل م [ل] – 16 مجموعين: مجموعان [ع] – 18 مثلث: ناقصة [ع] – 23 وليلق الدائرة: أثبتها في الهامش [ع].

وخط ف س يلقى خط ل ق / على تصاريف الأحوال إذا امتدّ ل ق على استقامة، ل-١٠٨-ظ
فليلقه على نقطة س، فتكون نسبة س ك إلى ك ل كنسبة ف ا إلى ا ل، التي هي نسبة
هـ د إلى ك ل، فخط س ك مساوٍ لخط هـ د، فنسبة س ك إلى ك ل كنسبة ز ط إلى
ط ح. فنسبة س ل إلى ل ك كنسبة ز ح إلى ح ط. ونسبة ز ح إلى ح ط كنسبة مربع
5 ز ح إلى مربع ا ب التي هي أصغر من نسبة مربع ضعف هـ د مع مربع ا ب إلى مربع
ا ب؛ فنسبة س ل إلى ل ك أصغر من نسبة مربع ضعف هـ د مع مربع ا ب إلى مربع
ا ب. فنسبة س ك إلى ك ل أصغر من نسبة مربع ضعف هـ د إلى مربع ا ب التي هي
نسبة مربع هـ د إلى مربع ا ك، فنسبة س ك إلى ك ل أصغر من نسبة مربع هـ د إلى
مربع ا ك. وس ك مثل هـ د، فنسبة س ك إلى ك ل أصغر من نسبة مربع س ك إلى
10 مربع ا ك. فنسبة س ك إلى ك ل هي كنسبة مربع س ك إلى مربع هو أعظم من مربع
ا ك. فضرب س ك في ك ل أعظم من مربع ا ك وضرب / ق ك في ك ل مثل مربع ل-١٠٩-و
ا ك، فخط س ك أعظم من خط ق ك. فنقطة / س خارجة عن الدائرة وعمود هـ د ع-١١٩-ظ
أعظم من خط ق ك الذي هو أعظم عمود يقع في قطعة ا ق ب. فإذا كان مربع ز ح
أصغر من مربع ضعف هـ د مع مربع ا ب، فليس يتمّ عمل المثلث على الصفة المذكورة.



15 وذلك أن المثلث يحيط به على كل حال دائرة، وإذا أحاطت به دائرة وقسمت
القوس التي يوترها خط ا ب بنصفين، ووصل بين وسطها ورأس المثلث بخط مستقيم،
انقسم ذلك الخط بخط ا ب بقسمين، تكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة العمود
الواقع من رأس المثلث على قاعدته، التي هي خط ا ب، إلى العمود الواقع من وسط

1 ف س: ف م [ع، ل] / ل ق (الثانية): ل و [ل] – 5 ز ح: د ح [ل] ه ح [ع] – 6-8 إلى مربع ... إلى مربع ا ك: ناقصة [ع] – 7 ضعف: أثبتها فوق السطر [ل] – 8-9 أصغر ... وس ك: أثبتها في الهامش [ع] – 11 فضرب ... أعظم من مربع ا ك: أثبتها في الهامش [ع] مكررة، وكتب «وضرب» بدلاً من «فضرب» [ل] – 14-15 على الصفة ... المثلث: أثبتها في الهامش [ع] – 16 القوس: للقوس [ل] / ا ب: ا ل [ع] – 18 المثلث: للمثلث [ل].

القوس التي يوترها خط ا ب على خط ا ب، وتكون نسبة قسمي الخط الواصل بين وسط القوس وبين رأس المثلث، أحدهما إلى الآخر، كنسبة زيادة مربع مجموع الضلعين اللذين يليان رأس المثلث على مربع ا ب إلى مربع ا ب أيضًا، لأن / نسبة مربع مجموع الضلعين إلى مربع ا ب أبدًا كنسبة الخط الواصل بين وسط القوس ورأس المثلث إلى القسم منه الذي يلي وسط القوس، فتكون نسبة هـ د – الذي هو عمود المثلث – إلى كـ ل – الذي هو العمود الآخر – أبدًا كنسبة زيادة مربع مجموع الضلعين – اللذين هما بالمثال ز ح – على مربع ا ب ‹إلى مربع ا ب›. ل – ١٠٩ – ظ

فإذا كانت نسبة زيادة مربع ز ح المساوي للضلعين على مربع ا ب إلى مربع ا ب كنسبة مربع ضعف هـ د، الذي هو العمود، إلى مربع ا ب، كانت نسبة هـ د إلى كـ ل كنسبة مربع هـ د إلى مربع ا كـ، فيكون ضرب هـ د في كـ ل مثل مربع ا كـ، فيكون خط ف س يلقى الدائرة على نقطة ق، فيتمّ عمل المثلث.

وإذا كانت نسبة زيادة مربع ز ح على مربع ا ب إلى مربع ا ب أعظم / من نسبة مربع هـ د إلى مربع ا كـ، كانت نسبة هـ د إلى كـ ل أعظم من نسبة مربع هـ د إلى مربع ا كـ، فيكون ضرب هـ د في كـ ل أصغر من مربع ا كـ، فيكون هـ د أصغر من ق كـ، فيكون خط ف س / يلقى خط ق كـ على نقطة فيما بين نقطتي ق كـ، فيكون خط ف س يقطع محيط الدائرة، فيتمّ عمل المثلث. ع – ١٢٠ – و ل – ١١٠ – و

وإذا كانت نسبة زيادة مربع ز ح على مربع ا ب إلى مربع ا ب أصغر من نسبة مربع هـ د إلى مربع ا كـ، كان خط ف س يلقى خط ق كـ على نقطة خارجة عن الدائرة، فلا يلقى خط ف س الدائرة، كما تبين بالبرهان، فلا يتمّ عمل المثلث.

فتحديد هذه المسألة هو أن يكون خط ز ح ليس بأصغر من الخط الذي يقوى على خط / ا ب مع أربعة أضعاف خط جـ د؛ وذلك ما أردنا أن نبين. ل – ١١٠ – ظ

وقد تبين من هذا التحديد أن كل ضلعين من مثلث فإن مربع مجموعهما، إذا صارا كخط واحد، ليس بأصغر من مربع الضلع الباقي مع أربعة أضعاف مربع العمود الواقع من الزاوية التي يحيط بها الضلعان على الضلع الباقي.

تم القول.

2 الضلعين: للضلعين [ل] – 3 ا ب (الأولى): أثبتها فوق السطر [ل] / مربع (الثانية): ناقصة [ل] – 6 هما: يعني «مجموعهما» – 7-8 على مربع ... على مربع: أثبتها في الهامش [ع] – 14 ق كـ: وكـ [ل] – 18-19 يلقى ... ف س: أثبتها في الهامش [ع] – 21 أردنا: ناقصة [ع] – 22 من (الثانية): مع [ع] – 23 العمود: للعمود [ل] العامود [ع] – 25 تم القول: ناقصة [ع]؛ كتب بعدها ناسخ [ل] «والحمد لله وحده وصلواته على سيدنا محمد وآله وسلم. بلغت القراءة وصح فالحمد لله ربّ العالمين».

١٨٩ – و

قول ابن الهيثم
في خواص المثلث من جهة العمود

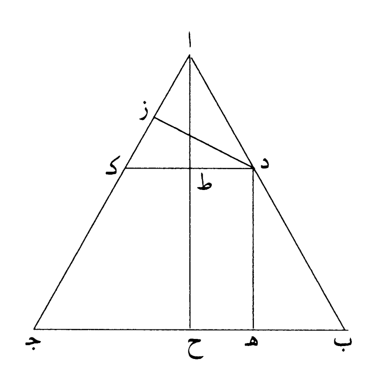
إن المتقدمين من المهندسين نظروا في خواص المثلث المتساوي الأضلاع، فظهر لهم أن كل نقطة تفرض على ضلع من أضلاع المثلث المتساوي الأضلاع ويخرج منها عمودان على ضلعي المثلث الباقيين، فإن مجموعهما مساوٍ لعمود المثلث. فدونوا ذلك وأثبتوه في كتبهم، ونظروا في أعمدة المثلثات الباقية، فلم يجدوا لها نظامًا تامًا ولا ترتيبًا، فلم يذكروا فيها شيئًا. ولما كانت الحال هذه، دعتنا الحاجة إلى النظر في خواص المثلثات، فوجدنا لأعمدة المثلث المتساوي الساقين نظامًا مطّردًا، ووجدنا لأعمدة المثلث المختلف الأضلاع أيضًا نظامًا وترتيبًا مطردًا. فلما تبين لنا ذلك، ألفنا فيه هذه المقالة.

ونحن نقدم أولاً ما ذكره المتقدمون من خاصة أعمدة المثلث المتساوي الأضلاع، ثم نتبعه بما استخرجناه نحن من خواص أعمدة المثلثات الباقية، لتكون خواص أعمدة جميع المثلثات مجتمعة في هذه المقالة.

‹١› أما الذي ذكره المتقدمون فهو: كل مثلث متساوي الأضلاع تفرض على أحد أضلاعه نقطة، ويخرج منها عمودان إلى الضلعين الباقيين، فإن مجموعهما مساوٍ لعمود المثلث.

مثال ذلك: مثلث ا ب جـ متساوي الأضلاع، وفرض على ضلع ا ب نقطة د، وأخرج منها عمودا د هـ د ز، وأخرج عمود ا ح، فإن عمودي د هـ د ز مساويان بمجموعهما لعمود ا ح.

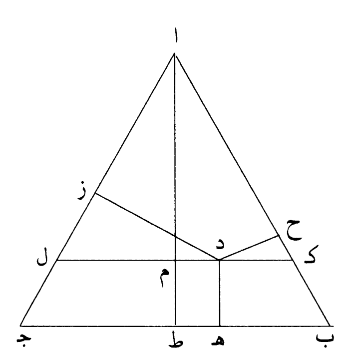
9 كانت: كان [ح، خ] – 11 ألفنا: القينا [خ] – 17 ا ب: ز ب [خ] – 18 أخرج (الأولى): أولها مطموس [ح] يخرج [خ] – 19 بمجموعهما: لمجموعهما [خ].



برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة د خطًا موازيًا لخط ب جـ، وليكن د ط كـ، فيكون مثلث ا د كـ متساوي الأضلاع، لأنه شبيه بمثلث ا ب جـ، فيكون عمود د ز مثل عمود ا ط، وعمود د هـ مثل عمود ط ح؛ فعمودا د هـ د ز مثل عمود ا ح؛ وذلك هو المراد.

〈٢〉 وذكر المتقدمون أيضًا، أن كل مثلث متساوي الأضلاع يفرض في داخله نقطة
5 وخرج منها أعمدة إلى أضلاع المثلث، فإن مجموع تلك الأعمدة مساوٍ لعمود المثلث.

مثال ذلك: 〈مثلث〉 ا ب جـ متساوي الأضلاع، وفرض في داخله نقطة د، وخرج منها أعمدة د هـ د ز د ح، وخرج عمود ا ط، فإن أعمدة د هـ د ز د ح مجموعة مثل عمود ا ط.



برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة د خطًا موازيًا لخط ب جـ، وليكن كـ م ل، فيكون
10 مثلث ا كـ ل متساوي الأضلاع، فيكون عمودا د ح د ز مساويين بمجموعهما لعمود ا م، كما تقدم؛ وعمود د هـ مثل م ط. فمجموع أعمدة د هـ د ز د ح مثل عمود ا ط.

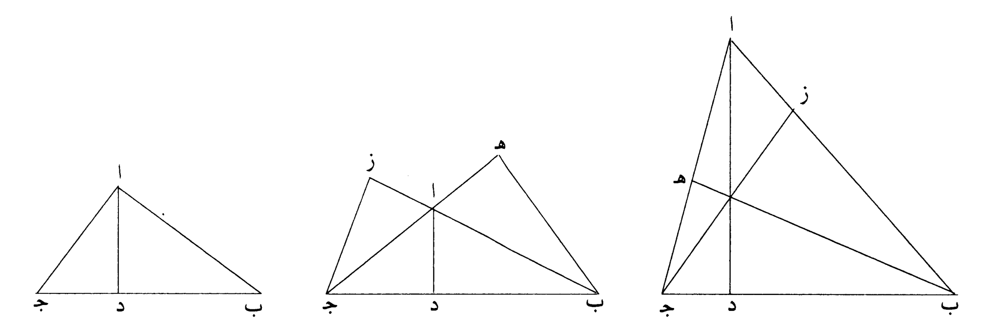
1 ب جـ: ب ح [خ] – 7 مجموعة: مجموعه [خ].

هذا ما ذكره المتقدمون في هذا المعنى. وأما الذي استخرجناه نحن، فهو الذي نذكره الآن:

‹آ› كل مثلث يخرج من زواياه أعمدة على أضلاعه، فإن نسبة ‹العمود إلى العمود كنسبة› الضلع إلى الضلع بالتكافئ.

5 مثال ذلك: مثلث ا ب جـ خرج فيه أعمدة ا د ب هـ جـ ز.

فأقول: إن نسبة عمود ا د إلى عمود ب هـ كنسبة ا جـ إلى جـ ب، وإن نسبة عمود ا د إلى عمود جـ ز كنسبة ا ب إلى ب جـ.



برهان ذلك: أن زاويتي د هـ كل واحدة منهما قائمة، وزاوية ا جـ د مشتركة، فمثلث ا جـ د شبيه بمثلث ب جـ هـ، فنسبة ا جـ إلى جـ ب كنسبة ا د إلى ب هـ. وكذلك نبين

10 أن نسبة ا ب إلى ب جـ كنسبة ا د إلى جـ ز. فإذا كان المثلث حاد الزوايا، فمساقط الأعمدة تكون ثلاثتها في داخل المثلث على ما في الصورة الأولى.

وإن كان المثلث منفرج / الزاوية، فواحد من الأعمدة يكون في داخل المثلث والعمودان الباقيان يكونان خارج المثلث على ما في الصورة الثانية. ١٨٩-ظ

وإن كان المثلث قائم الزاوية، فالعمودان الخارجان من الزاويتين الحادتين، إنما هما

15 ضلعا المثلث المحيطان بالزاوية القائمة، فمسقطا العمودين اللذين هما ز هـ يكونان عند نقطة آ على ما في الصورة الثالثة.

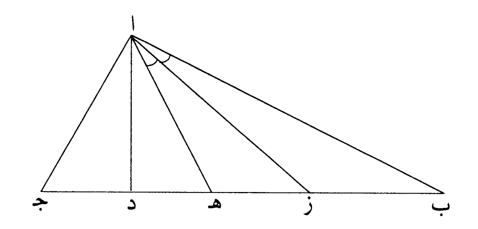
ونبين هذا الشكل ببرهان آخر: وهو أن ضرب كل ضلع في العمود الواقع عليه هو ضعف المثلث، فنسبة كل واحد من أضلاع المثلث إلى ضلعٍ غيرِه هي نسبة العمود الواقع على الضلع الثاني إلى العمود الواقع على الضلع الأول؛ وذلك ما أردنا بيانه.

8 ا جـ د: الألف مطموسة [ح] د جـ [خ] – 9 ا د: ا جـ [ح، خ] / نبين: تبين [خ] – 12 كان: أثبتها في الهامش [ح] / فواحد: فواحدة [ح، خ] / يكون: تكون [خ] – 17 نبين: تبين [خ].

‹ب› وأيضاً، فإن كل مثلث قائم الزاوية مختلف الأضلاع يخرج من زاويته القائمة عمود على القاعدة، ثم يفصل من أعظم قسمي القاعدة مثل أصغرهما ويوصل بين نهايته وبين الزاوية القائمة بخط، ثم تقسم الزاوية التي تبقى من الزاوية القائمة بنصفين، فإن الجزء الذي ينفصل من القاعدة بين الخط الذي يقسم الزاوية الباقية وبين مسقط العمود مساوٍ للعمود.

مثال ذلك: مثلث ا ب جـ زاويةُ ا منه قائمة، وخرج منها عمود ا د، وفصل د هـ مثل د جـ ووصل ا هـ، وقسمت زاوية ب ا هـ بنصفين بخط ا ز.

فأقول: إن ز د مثل د ا.



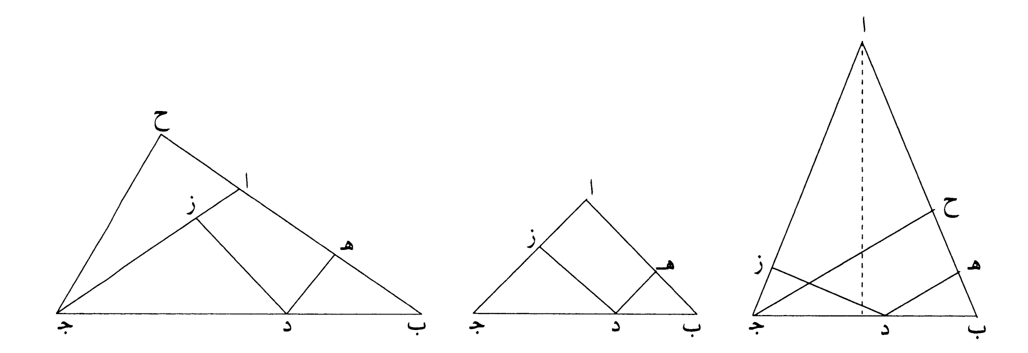
برهان ذلك: أن زاوية هـ ا د مثل زاوية د ا جـ، فزاوية هـ ا د نصف زاوية هـ ا جـ، وزاوية هـ ا ز نصف زاوية هـ ا ب، فزاوية ز ا د نصف زاوية ب ا جـ، وزاوية ب ا جـ قائمة، فزاوية ز ا د نصف قائمة، وزاوية ا د ز قائمة، فزاوية ا ز د نصف قائمة، فخط ز د مثل خط د ا؛ وذلك ما أردنا بيانه.

‹جـ› كل مثلث متساوي الساقين يفرض على قاعدته نقطة كيفما اتفقت، ويخرج منها عمودان على ضلعي المثلث، فإن مجموعهما مساوٍ للعمود الخارج من طرف القاعدة على ضلع المثلث، كانت زاوية المثلث التي يحيط بها الضلعان المتساويان حادةً أو منفرجةً أو قائمةً.

مثال ذلك: مثلث ا ب جـ متساوي الساقين، ضلعا ا جـ ب ا منه متساويان، وقاعدته ب جـ، وفرض على قاعدة ‹ب جـ› نقطة د، وخرج منها عمودا د هـ د ز.

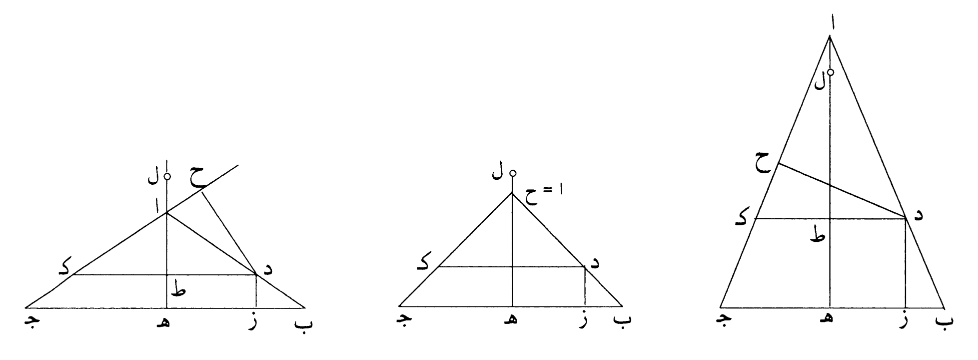
فأقول: إنهما مساويان بمجموعهما لعمود جـ ح.

1 يخرج: خرج [خ] / زاويته: زاوية [خ] – 2 يفصل: نفصل [خ] / مثل: من [خ] / يوصل: ونوصل [خ] – 3 تقسم: نقسم [خ] – 4 ينفصل: ينفضل [خ] – 6 وفصل: وفضل [خ] – 13 قاعدته: قاعدة [خ] / كيفما: كيف ما [ح، خ] – 17 وقاعدته: وقاعدة [خ] – 18 وفرض: في فرض [خ].



برهان ذلك: أن زاويتي ب جـ متساويتان، وزاويتي هـ ز متساويتان لأنهما قائمتان، فمثلثا ب هـ د د ز جـ / متشابهان، فنسبة جـ د إلى د ب كنسبة ز د إلى د هـ. وبالتركيب ١٩٠-و
نسبة ز د د هـ مجموعين إلى د هـ كنسبة جـ ب إلى ب د، ونسبة جـ ب إلى ب د كنسبة جـ ح إلى د هـ، فنسبة ز د د هـ مجموعين إلى د هـ كنسبة جـ ح إلى د هـ،
5 فعمودا ز د د هـ مجموعان مساويان لعمود جـ ح.
وهذا البرهان مطرد في صفة المثلث؛ وهو المراد.

‹د› وأيضًا، فإنا نعيد الصورة والنقطة المفروضة على ضلع ا ب، ولتكن د؛ ونخرج منها عمودي د ز د ح، ونخرج عمود ا هـ، ونجعل نسبة ا ب إلى ب د كنسبة ا هـ إلى هـ ط، ونجعل نسبة ا ط إلى ط ل كنسبة ا جـ إلى جـ ب.
10 فأقول: إن عمودي د ز د ح مثل عمود ل هـ.

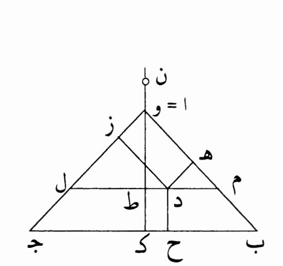


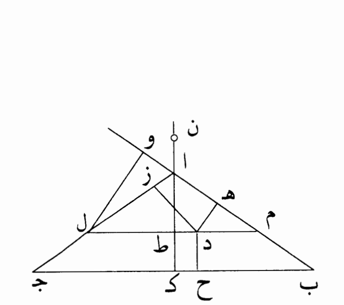
3 ونسبة: زاد في الهامش «نجعل» [ح] – 8 ا هـ (الأولى): ا د [خ] – 10 ل هـ: ا هـ، وهو صحيح إن كان المثلث متساوي الأضلاع لا متساوي الساقين فقط كما هو الحال هنا.

برهان ذلك: أنا نصل د ط وننفذه إلى ك، فيكون د ك موازيًا لخط ب جـ، ‹و›لأن نسبة ا ب إلى ب د كنسبة ا هـ إلى هـ ط، فتكون نسبة ا جـ إلى جـ ب كنسبة ا ك إلى ك د، ونسبة ا جـ إلى جـ ب هي كنسبة ا ط إلى ط ل، فنسبة ا ك إلى ك د كنسبة ا ط إلى ط ل. ونسبة ا ك إلى ك د هي كنسبة ا ط إلى د ح، كما تبين في شكل جـ من هذه المقالة. فعمود د ح مثل ل ط ود ز مثل هـ ط، فعمودا د ز د ح مثل عمود ل هـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

‹هـ› وأيضًا، فإنا نعيد المثلث المتساوي الساقين، ولتكن النقطة في داخل المثلث، وليكن المثلث ا ب جـ والنقطة د، وهي في داخل المثلث، ولنخرج منها أعمدة د هـ د ز د ح، ونخرج من نقطة د خطًا موازيًا لخط ب جـ، وليكن م د ل. ونخرج عمود ا ط ك، ونجعل نسبة ا ط إلى ط ن كنسبة ا ب إلى ب جـ التي هي نسبة ا م إلى م ل.

فأقول: إن أعمدة د هـ د ز د ح مجموعة مثل عمود ن ك.





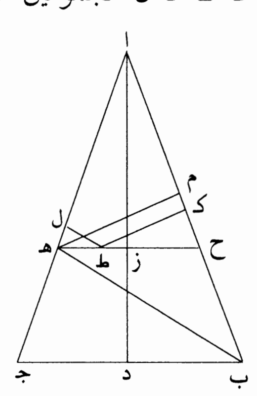
برهان ذلك: أنا نخرج عمود ل و. فلأن نسبة ا ط إلى ط ن كنسبة ا م إلى م ل، يكون ط ن مثل ل و. وقد تبين أن عمودي د هـ د ز ‹مجموعين› مثل عمود ‹ل و›. وعمودا د هـ د ز مثل عمود ن ط وعمود د ح مثل عمود ط ك، فمجموع أعمدة د هـ د ز د ح الثلاثة مساوٍ لعمود ن ك؛ وذلك ما أردنا بيانه.

وهذا البرهان مطرد في جميع المثلثات المتساوية الساقين، الحاد منها والمنفرج والقائم.

1 د ط: ب ط [خ] – 2 ا جـ: ا هـ [خ] – 3 ا جـ إلى جـ ب: ا د إلى د ب [خ] / ك د: ك ب [خ] – 4 ا ط: الألف مطموسة [ح] ط [خ] / تبين: نبين [خ] – 5 ل هـ: ا هـ [ح، خ] انظر التعليق ص. 643، سطر 10 – 8 ا ب جـ: ا د [خ] / ولنخرج: ولتخرج [خ] – 9 موازيًا: متوازيا [خ] / ا ط ك: ا ط [خ] – 10 ط ن: ط ز [ح] ط ب [خ] / ب جـ: ب د [خ] – 11 مجموعة: مجموعه [خ] – 12 ل و: ل ز [خ] – 13 ل و: ل ز [خ] – 14 ن ط: د ط [خ] / د ح: د ج [خ] – 15 مساوٍ: مساوية [ح، خ] – 16 المتساوية: المساوية [خ].

‹و› وأيضاً، فإنا نعيد المثلث المتساوي الساقين، وليكن مثلث ا ب جـ، ونقسم زاوية ا ب جـ منه بنصفين بخط ب هـ، ونخرج هـ ح موازيًا لقاعدة ب جـ، ونخرج عمود ا ز د.

فأقول: إن كل نقطة تفرض على خط هـ ح ويخرج منها عمودان على خطي ا هـ 5 ا ح، فإنهما مجموعان مساويان لعمود ز د. ونفرض على خط هـ ح نقطة ط ونخرج منها عمودي ط كـ ط ل؛ فأقول إن ط كـ ط ل مجموعين مساويان لعمود ‹ز د›.



برهان ذلك: أنا نخرج عمود هـ م. فلأن هـ ح موازٍ لخط جـ ب، تكون زاوية ح هـ ب مساوية لزاوية هـ ب جـ؛ وزاوية هـ ب جـ مساوية لزاوية هـ ب ح، فزاوية ح هـ ب مساوية لزاوية هـ ب ح، فخط هـ ح مثل خط ح ب، فنسبة ا ح إلى ح ب 10 هي نسبة ا ح إلى ح هـ؛ ونسبة ا ح إلى ح ب هي نسبة ا ز إلى ز د، / ونسبة ا ح إلى ١٩٠-ظ ح هـ هي نسبة عمود ا ز إلى عمود هـ م، فنسبة ا ز إلى ز د هي نسبة ا ز إلى هـ م، فعمود هـ م مثل ز د، وعمود هـ م هو مثل عمودي ط كـ ط ل، كما تقدم. فعمودا ط كـ ط ل مجموعين مثل عمود ز د.

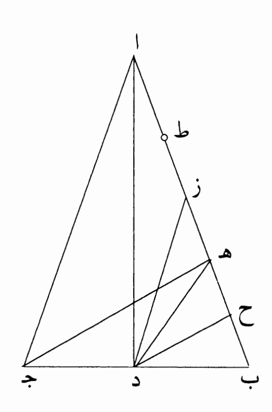
وهذا البرهان مطرد في جميع المثلثات المتساوية الساقين.

15 ‹ز› كل مثلث متساوي الساقين حاد الزوايا، فإن زيادة ضلعه – الذي هو أحد ساقيه – على عموده – الذي يقع على ذلك الضلع – وزيادة العمود على مسقط حجره وضعف مسقط الحجر، الثلاثة متوالية على نسبة واحدة.

2 ب هـ: د هـ [خ] – 2-3 عمود ا ز د: عمودا ز د [خ] – 6 ‹ز د›: مطموسة [ح] – 10 ح هـ: ح د [خ] – 15 ضلعه: ضلعيه [خ] – 16 حجره: مجراه [خ] – 17 الثلاثة: فالثلاثة [ح، خ].

فليكن مثلث ا ب جـ متساوي ساقي ا ب ا جـ، وزواياه الثلاث حادة، وليخرج فيه عمود جـ هـ.

فأقول: إن زيادةَ ا ب على جـ هـ وزيادةَ جـ هـ على هـ ب وضعفَ هـ ب الثلاثة متوالية على نسبة واحدة.



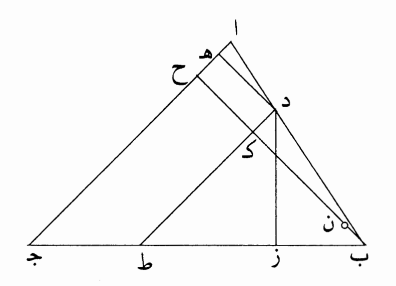
5 برهان ذلك: أنا نخرج عمود ا د وعمود د ح، مما يجعل ح هـ مثل ح ب، ونصل هـ د، ونقسم زاوية ا د هـ بنصفين بخط د ز، فيكون ز ح مثل ح د، كما تبين في شكل د من هذه المقالة. [ونصل جـ هـ.] فلأن جـ ب ضعف ب د، وهـ ب ضعف ب ح، يكون جـ هـ موازيًا لـ د ح ويكون جـ هـ ضعف د ح. [فيكون جـ هـ عمودًا على ا ب.] ولأن ضرب ا ح في ح ب مثل مربع ح د، يكون ضرب ا ح في ح هـ مثل مربع ح ز، 10 فنسبة ا ح إلى ح ز كنسبة ح ز إلى ح هـ وكنسبة ا ز إلى ز هـ. وح ز أعظم من ح هـ، لأن ز ح أعظم من ح ب؛ وذلك أن ا د أعظم من د ب، لأن زاوية ب ا جـ حادة؛ فخط ا ز أعظم من خط ز هـ. فنجعل ز ط مثل ز هـ، فتكون نسبة ا ز إلى ز ط كنسبة ز ح إلى ح هـ، فنسبة ا ط إلى ط ز كنسبة ز هـ إلى هـ ح، فضرب ا ط في ح هـ مثل مربع ز هـ، فضرب ا ط في ح ب مرتين مثل ‹ضعف مربع هـ ز، فضرب ا ط في ب هـ 15 مرتين مساوٍ لمربع هـ ط› [نسبة واحدة]. ولأن ز هـ مثل ز ط وهـ ح مثل ح ب، يكون ط ب ضعف ح ز. وح ز مثل ح د، وجـ هـ ضعف ح د، فخط ط ب مثل عمود جـ هـ، فـ ا ط هو زيادة ا ب على عمود جـ هـ. وط ب هو ‹مثل› عمود جـ هـ، وط هـ

5 مما يجعل: ونجعل [ح، خ] – 9 ح د: ا د [خ] الحاء مطموسة [ح] – 11 ز ح: د ح [خ] / ب ا جـ: ب ا ح [خ] – 14 ز هـ: د هـ [ح، خ] / ح ب: هـ ب [ح، خ] – 17 هو (الثانية): هي [ح].

هو زيادة ط ب على هـ ب. وا ط وط هـ وضعف هـ ب – الذي هو مسقط الحجر لعمود جـ هـ – متوالية على نسبة؛ فزيادة ا ب على عمود جـ هـ وزيادة عمود جـ هـ على هـ ب – الذي هو مسقطه – وضعف هـ ب الثلاثة المتوالية على نسبة واحدة؛ وذلك ما أردنا بيانه.

‹ح› وأيضًا، فليكن مثلث ا ب جـ مختلف الأضلاع، ولنفرض على ضلع من أضلاعه – أي ضلع كان – نقطةً، ولتكن نقطة د، ولنخرج من نقطة د عمودي د هـ 5
د ز، ونخرج عمود ب ح، ونخرج د كـ ط موازيًا لخط ا جـ، ونجعل نسبة ب كـ إلى كـ ن كنسبة ب جـ إلى جـ ا.

فأقول: إن عمودي د هـ د ز مساويان لعمود ن ح.

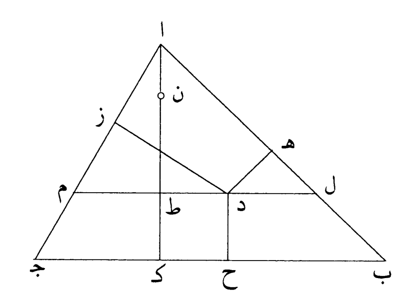


برهان ذلك: أن نسبة ب ط إلى ط د كنسبة ب جـ إلى جـ ا؛ ونسبة ب جـ إلى جـ ا كنسبة ب كـ إلى كـ ن، فنسبة ب ط إلى ط د كنسبة ب كـ إلى كـ ن. ونسبة ب ط 10
إلى ط د كنسبة ب كـ إلى د ز، فعمود د ز مثل عمود كـ ن وعمود د هـ مثل عمود كـ ح، فعمودا د ز د هـ مجموعين مثل عمود ن ح؛ وذلك ما أردنا بيانه.

‹ط› ولنعد المثلث المختلف الأضلاع، وليكن ا ب جـ، ولنفرض في داخله نقطة د كيفما اتفق، ولنخرج منها أعمدة / د هـ د ز د ح، ونجيز على نقطة د خطًا موازيًا لخط ١٩١-و
ب جـ، وليكن ل د م، ونخرج عمود ا ط كـ، ونجعل نسبة ا ط إلى ط ن كنسبة ب جـ 15
إلى جـ ا.

فأقول: إن مجموع أعمدة د هـ د ز د ح الثلاثة مساوٍ لعمود ن كـ.

2 جـ هـ (الثالثة): جـ ب [ح، خ] – 10 ب كـ (الأولى): ب ط [ح، خ] – 11 كـ ن: كـ ز [ح، خ] / د هـ: كـ هـ [ح، خ] – 14 كيفما: كيف ما [ح، خ].



برهان ذلك: أن نسبة ل م إلى م ا كنسبة ب جـ إلى جـ ا؛ ونسبة ب جـ إلى جـ ا كنسبة ا ط إلى ط ن، فنسبة ا ط إلى ط ن كنسبة ل م إلى م ا، فعمودا د هـ د ز مساويان لعمود ن ط، كما تبيّن فيما تقدم. وعمود د ح مثل عمود ط كـ، فمجموع أعمدة د هـ د ز د ح مساوٍ لعمود ن كـ.

5 وهذا البرهان مطرد في جميع المثلثات القائمة والحادة والمنفرجة؛ المختلف الأضلاع والمتساوي الساقين والمتساوي الأضلاع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

تمت المقالة في أعمدة المثلثات

ولله الحمد والصلوات على نبيه محمد وآله.

وفرغت من كتابتها بالموصل المحروسة في صفر سنة **٦٣٢**

6 والمتساوي الساقين: ناقصة [خ] / الساقين: الأضلاع [ح] – 9 وفرغت: فرغت [خ].

الفَصْلُ الثالِثُ

ابنُ الهَيْثَمِ وهَنْدَسَةُ* المَكانِ

بِغَضِّ النَظَرِ أَفْهِمَتِ التَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ كَعَمَلِيَّاتٍ أو كَكائِناتٍ هَنْدَسِيَّةٍ، فَقَد دَفَعَ بُروزُها ابنَ الهَيْثَمِ، كَما رَأَيْنا سابِقاً، إِلَى تَصَوُّرِ عِلمٍ رِياضِيٍّ جَديدٍ: *المعلومات*. فَمِن أجْلِ تَعْليلِ تِلْكَ العَمَلِيَّاتِ وتَأْسيسِ وُجودِ تِلْكَ الكائِناتِ مِن خِلالِ الحَرَكَةِ المُدْخَلَةِ، ابْتَكَرَ الرِياضِيُّ هَذا العِلمَ ومَنْهَجَهُ: أي *الصِناعَةَ التَحْليلِيَّةَ*. فَقَد تَبَيَّنَ أنَّ المَفاهيمَ المُشْتَرَكَةَ (المَوْضوعات) والمُصادَراتِ وتَعْريفاتِ إقليدسَ لَم تَعُدْ كافِيَةً ولا مُتَكَيِّفَةً مع التَصَوُّرِ المُسْتَجِدِّ عَن مَوْضوعِ المَعْرِفَةِ الهَنْدَسِيَّةِ الَّذي يَجْري الاتِّجاهُ نَحْوَهُ. فَقَد اقتَصَرَ مَوْضوعُ هَذِهِ المَعْرِفَةِ في ***الأُصول*** عَلَى *الشَكْلِ الهَنْدَسِيِّ* فَحَسْب، وذَلِكَ بدونِ التَطَرُّق إِلَى مَكانِ هَذا الشَكْلِ، وعُموماً، إِلَى الحَيِّزِ الَّذي يَقَعُ فيهِ. وما كانَ لذاكَ *الشَكْلِ*، في ظِلِّ هَذا الواقِعِ، أن يَبْقَى الكائِنَ الوحيدَ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ؛ فَضْلاً عَن كَوْنِ هَذا الكائِنِ يَنْتَقِلُ، ويُزاحُ، ويَتَمَدَّدُ، ويَتَقَلَّصُ، ويُعْكَسُ، ويُسْقَطُ. وهذا ما يَعْني أنّ الشَكْلَ يَتَحَرَّكُ، وأنّ الحَرَكَةَ تَدْخُلُ حَتَّى في صُلْبِ فِكْرَةِ هَذا الكائِنِ. فَهِيَ تَدْخُلُ، عَلَى سَبيلِ المِثالِ، في مَفْهومِ التَوازي، كَما تَتَبَدَّى عِنْدَما يَتَعَلَّقُ الأمْرُ باشْتِقاقِ أَشْكَالٍ مِن أَشْكَالٍ أُخْرَى بِواسِطَةِ التَحْويلِ. فالأمْرُ واضِحٌ إذاً: لَم يَعُدْ مِن المُمْكِنِ تَصَوُّرُ العَلاقَاتِ بين عَناصِرِ الشَكْلِ نَفْسِهِ، ولا العَلاقاتِ بَيْنَ الأَشْكَالِ فيما بَيْنَها، لا بَل وبأقَلِّ تَقْديرٍ، لَم يَعُدْ مِن المُمْكِنِ تَصَوُّرُ عَلاقاتِ التَعْيينِ المَعْلَمِيِّ لهَذِهِ الأَشْكَالِ، بدونِ التَساؤلِ عَن مَفْهومِ الحَيِّزِيَّةِ نَفْسِهِ. وهَذا بِالضَبْطِ ما اجتَهَدَ ابنُ الهَيْثَمِ في دِراسَتِهِ في مُؤَلَّفِ ***في المكان***.

* هُنا، تُسْتَعْمَلُ كَلِمَةُ "هَنْدَسَة" كَمَصْدرٍ مِن فِعْلِ "هَنْدَسَ"، ولا تَعْني الهَنْدَسَةَ كعِلْمٍ (المُتَرْجِم).

بَيْدَ أنّ التَفكُّرَ في مَسْأَلَةِ الحَيِّزيَّةِ كانَ شائِعاً عِنْدَ الفَلاسِفَةِ[1] والمُتَكَلِّمين[2] مِن القَرْنِ العاشِرِ. ومِمّا لا شَكَّ فيه أنّ ذَلِكَ لَم يَكُنِ البَتَّةَ تَفكُّراً في الفَضاءِ بِالصورَةِ الَّتي نَجِدُهُ عَلَيْها لاحِقاً عِنْدَ نيوتُنَ، بَلْ هُوَ بِبَساطَةٍ تَفْكيرٌ في المَكانِ والخَلاءِ. وبالفِعْلِ، فَقَد جَرَى تَصَوُّرُ الحَيِّزيَّةِ وَفْقَ هَذَيْنِ المَفْهومَيْنِ الأخيرَيْن. عِلاوَةً عَلَى ذَلِكَ، فإنّ إطارَ هَذِهِ المَسْأَلَةِ ما كانَ لِيَتَخَطَّى إطارَ ***السَماعِ الطبيعِيِّ*** لأرِسْطو (فيزياءِ أرِسْطو)، الَّذي بَقِيَ عَلَى حالِهِ بدونِ تَغْييرٍ تَحْتَ تَأْثيرِ الهالَةِ الأرِسْطِيَّةِ: إنّهُ مَذْهَبٌ في المَكانِ مُعَدٌّ انْطِلاقاً مِن التَجْرِبَةِ المُشْتَرَكَةِ الَّتي تُفيدُ أنّ: "كُلُّ جِسْمٍ مَوْجودٍ فَهُوَ مُتَمَكِّنٌ". وعَلَى أيِّ حالٍ، فَفي هَذا السِياقِ الفِكْرِيِّ بالذات، نَجِدُ ابنَ الهَيْثَمِ يَتَناوَلُ مُجَدَّداً مَسْأَلَةَ الحَيِّزيَّةِ مُسْتَعْمِلاً في ذَلِكَ اللُّغَةَ نَفْسَها، ولَكِنِ انْطِلاقاً مِن اهْتِماماتٍ جَديدَةٍ أحْدَثَها بَعْضُ التَجْديدِ الَّذي طالَ عِلْمَ الهَنْدَسَةِ.

ناقَشَ أرِسْطو مَفْهومَيِ المَكانِ والخَلاءِ في عِدَّةِ مُؤَلَّفاتٍ وخاصَّةً في الكِتابِ الرابِعِ مِن ***السَماعِ الطَبيعِيِّ***[3]. ومُنْذُ ذَلِكَ الحينِ، أصْبَحَتِ المُؤَلَّفاتُ في *الطَبيعَةِ*

---

[1] عَلَى سَبيلِ المِثالِ مُؤَلَّفُ الفارابِيِّ: ***رِسالَةٌ في الخَلاءِ***، حَقَّقَهُ وتَرْجَمَهُ Necati Lugal وَ Aydin Sayili في *Türk tarihk yayinlarindan*، XV، سِلْسِلَة رقم ١ (أنقره ١٩٥١) ص. ٢١-٦٣. ومِمَّا لا شَكَّ فيهِ أنّ الفارابِيَّ قد عالَجَ هَذا المَوْضوعَ في مُؤَلَّفِهِ الضائِعِ ***الطَبيعِيّاتِ*** انْظُرْ أيضاً ***السَماعَ الطَبيعِيَّ*** في مُؤَلَّفِ ***الشِفاء*** لابنِ سينا، تَحْقيق جَعْفَر الياسين (بيروت، ١٩٩٦)، من الفَصْلِ ٥ إلَى الفَصْلِ ٩؛ انْظُرْ كَذَلِكَ ***النَجاة*** لابنِ سينا نَفْسه، نشرة القاهرة في العام ١٩٣٨، ص ١١٨-١٢٤.

[2] استَطاعَ الفُقَهاءُ اللاّحِقون تناقُلَ مَواضيعَ أسْلافِهِم، نُشيرُ تَحْديداً إلَى حِوارِ مَدْرَسَةِ البَصْرَةِ ابتداءً من أبي الهذيل العلاّف وابنِ أخيه النظّام، وكَذَلِكَ لاحِقاً أبي عليٍّ الجبّاعي وابنه أبي هاشِم. راجِعْ عَلَى سَبيلِ المِثالِ ابنَ متّويه، ***التَذْكِرَة***، تَحْقيق سمير نصر لطف وفيصل بدير عون (القاهرة، ١٩٧٥)، تَحْديداً الصَفْحَة ١١٦. انْظُرْ أيضاً أبا رشيد النيسابوريّ، ***كِتاب التَوْحيد***، تَحْقيق محمّد عبد الهادي أبو ريده (القاهرة، ١٩٦٥)، صَفْحَة ٤١٦ وما يَليها. انظر كَذَلِكَ :

Alnoor Dhanani, *The physical Theory of Kalām* (Leiden, 1994), p. 62-89.

[3] يُطَوِّرُ أرِسْطو حُجَجَهُ ومَذْهَبَهُ عن المَكانِ بِخاصَّةٍ في الكِتابِ الرابِعِ من ***السَماعِ الطَبيعِيِّ*** في الفُصولِ السِتَّةِ الأُولَى. انْظُرْ: =

تَتَضَمَّنُ فَصْلاً مُكَرَّساً لِلمَكانِ والخَلاءِ حَيْثُ يُعْتَمَدُ مَذْهَبُ أرِسْطو أو يُحَسَّنُ أو يُدْحَضُ. ومِن بَيْنِ القُدامَى نَذْكُرُ الأسكندر الأفروديسي (Alexandre)، ثيميستيوس (Themistius)، يَحْيَى النَحَوِيّ أو فيلوبون (Philopon)، سيمبليسيوس (Simplicius)؛ وفي عَصْرِ ابنِ الهَيْثَمِ ظَهَرَتْ أسْماءُ الفارابِيِّ وابنِ سينا وأعضاءِ مَدْرَسَةِ بَغْدَاد، بالإضافَةِ إلَى المُتَكَلِّمين[٤]. وقَد كانَتْ كِتاباتُ القُدامَى الأساسِيَّةُ في هَذا المَوْضوعِ مَعْروفَةً بالعَرَبِيَّةِ[٥]، وكانَتْ، مِثْلَما كانَتْ عَلَيْهِ كِتاباتُ الفَلاسِفَةِ في ذَلِكَ العَصْرِ، في مُتَناوَلِ يَدِ ابنِ الهَيْثَمِ ومُعاصِريهِ. ومِمَّا لا شَكَّ فيهِ أنّ انتِشارَ هَذِهِ المَذاهِبِ والاهْتِمامَ بمَوْضوعِ المَكانِ والخَلاءِ قَد أعْفَيا ابنَ الهَيْثَمِ مِن العَرْضِ المُفَصَّلِ لمَضْمونِ هَذِهِ المَذاهِبِ. فَقَد اكتَفَى بِذِكْرِها.

= Aristote, *Phsique*, t. 1 (I-IV), texte établi et traduit par H. Carteron, Collection des Universités de France (Paris, 1961), 211a – 213a.

انْظُرِ التَرْجَمَةَ الحَديثَةَ لِبيير. بللغران (P. Pellegrin):

Aristote, *Phsique* (Paris, 2000).

انْظُرْ أيضاً تَرْجَمَةَ هوسّي (E. Hussey)،

Aristote, *Physics,* Books III and IV, Clarendon Aristotle Series (Oxford, 1983).

حَوْلَ المَسْألَةِ المُهِمَّةِ المُتَعَلِقَة بالمَكانِ *الكُلّي*، راجِعْ:

M. Rashed: «Alexandre et la “magna quaestio”», *Les Études classiques*, 63 (1995), p.295-351, notamment p.303-305.

حَوْلَ مَسْألَةِ المَكانِ عِنْدَ أرِسْطو، انْظُرِ الدِراسَةَ الَّتِي أصْبَحَتْ تَقْليدِيَّةً في هذا المِضْمارِ.

V. Goldschmidt, «La théorie aristotélicienne du lien», dans *Écrits* (Paris, 1984), t.I, p. 21-26.

[٤] راجِعِ المُلاحَظَتَيْنِ ١ و ٢.

[٥] انْظُرِ تَرْجَمَةَ ***السَماعِ الطَبيعِيِّ*** لأرِسْطو مع شُروحاتِ ابنِ السَمْحِ ومَتَّى بنِ يونس وابنِ عدي وأبي الفَرَجِ بنِ الطَيِّبِ، تَحْقيق عبد الرحمن بَدَوي في ***أرِسْطوطاليس، الطَبيعَة***، المُجَلَّد الأوَّل (القاهرة، ١٩٦٤)، المُجَلَّد الثاني (القاهرة، ١٩٦٥)، وتَحْديداً الكِتاب الرابِع، المُجَلَّد الأوّل، صَفْحَة ٢٧١ وما يَليها. راجِعْ أيضاً

E. Giannakis, «Yaḥyā ibn ‘Adî against John Philoponus on Place au Void» *zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften,* Band 12 (1998), p.245-302.

ومِن بَيْنِ هَذِهِ المَذاهِبِ المُتَعَدِّدَةِ والمُتَشَعِّبَةِ، لَم يَختَرِ ابنُ الهَيْثَمِ إلاّ المَذْهَبَيْنِ الأساسِيَّيْنِ، مُذَكِّراً بنَظَرِيَّةِ كُلٍّ مِنهُما بِصورَةٍ مُخْتَصَرَةٍ لِلغايَةِ، وبدونِ إعْطاءِ المُحاجَّةِ الَّتي تَرتَكِزُ عَلَيْها تِلْكَ النَظَرِيَّةُ. ويَبْدَأُ بالعَوْدِ إلَى نَظَرِيَّةِ أرِسْطو الَّتي تَعْتَبِرُ أنّ مَكانَ الجِسْمِ هُوَ السَطْحُ المُحيطُ المُتاخِمُ لِهَذا الجِسْمِ[6]. أمّا النَظَرِيّةُ الثانيَةُ الَّتي انْتَقَدَها فَتَعودُ إلَى يَحْيَى النَحَوِيِّ (Philopon)، وتَعْتَبِرُ أنّ مَكانَ الجِسْمِ هُوَ الخَلاءُ الَّذي يَمْلَؤه هَذا الجِسْمُ. وبَعْدَ أن يُذَكِّرَ ابنُ الهَيْثَمِ بِهَذِهِ المَذاهِبِ، لا يَتَوانَى أن يؤكِّدَ مُباشَرَةً أنّ مَسْأَلَةَ المَكانِ لَم تَحْظَ حَتَّى تِلْكَ اللَّحْظَةِ بالتَفَحُّصِ الدَقيقِ الَّذي تَسْتَحِقُّهُ، وأن يُبيِّنَ، مِن خِلالِ نَقدِهِ، أنّ كِلْتا النَظَرِيَّتَيْنِ لا تَتَوافَقانِ مع هَدَفِهِ ومُتَطَلَّباتِهِ. ورَغْمَ أنّ هَذِهِ المَذاهِبَ قَد كانَتْ تُشَكِّلُ جُزْءاً مُتَمِّماً لِكُتُبِ وشُروحاتٍ في *عِلمِ الطَبيعَةِ* (الفيزياء)، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ لَم يَشَأْ أن يَكونَ مُؤَلَّفُهُ نتاجاً فيزْيائِيّاً فَحَسْب، بَلْ أرادَهُ رِياضِيّاً بِصورَةٍ خاصَّةٍ، إذ إنّه يُعِدُّ في هَذا المُؤَلَّفِ مَفْهوماً رِياضِيّاً للمَكانِ. ولِهَذا الهَدَفِ بالتَحْديدِ، كَتَبَ أحَدَ المُؤَلَّفاتِ الرائِدَةِ الأُولَى المُكَرَّسَةِ حَصْراً وبالكامِلِ لِمَفْهومِ المَكانِ، وهَذا المُؤَلَّفُ عَلَى أيِّ حالٍ هُوَ الأوَّلُ مِن نَوْعِهِ. وإذا كانَ استِخْدامُ ابنِ الهَيْثَمِ في هَذا المُؤَلَّفِ لِمُصْطَلَحاتِ الفَلاسِفَةِ – أي لِلُغَةِ فَلاسِفَةِ ذَلِكَ العَصْرِ – كانَ سَبَباً لِسوءِ فَهْمٍ[7] ما، فإنّ هَذا الأمْرَ لَم يَحْجُبْ بِأيِّ صورَةٍ كانَتْ هَذا المَشْروعَ الجَديدَ، ولا سِيَّما أنّ ابنَ الهَيْثَمِ

---

[6] انْظُرْ:

Aristote, *Phsique,* 212 a; trad. Pellegrin, p. 221; trad. Hussey, p. 28.

[7] في هَذا المُؤَلَّفِ، وكَذَلِكَ في ***التَحْليلِ والتَرْكيبِ وفي المَعْلوماتِ***، أي في المُؤَلَّفاتِ الَّتي تُسْتَهَلُّ بِمُقَدِّمَةٍ نَظَرِيَّةٍ، حَيْثُ تَخْتَلِطُ اعْتِباراتُ فَلْسَفَةِ الرياضِيّاتِ، يَلْجَأُ ابنُ الهَيْثَمِ إلَى لُغَةِ الفَلْسَفَةِ في عَصْرِهِ، وهِيَ بالتالي أرِسْطِيَّةُ المَنْحَى. نَجدُ مُصْطَلَحاتٍ مِثْلَ: *ماهِيَّة، بِالفِعلِ، وبِالقُوَّةِ، الصورَة، المَكان، القِياس البُرْهانيّ*.. الخ. وإذا كانَ هَذا المُعْجَمُ لا يَمْنَعُ مُؤَرِّخَ أعْمالِ ابنِ الهَيْثَمِ في الرياضِيّات وعِلْمِ البَصَرِيَّات وعِلْمِ الفَلَكِ من فَهْمِ المَقاصِدِ والمَفاهيمِ الحَقيقِيَّةِ للمُؤَلِّفِ، فإنّه قَد يَخْدَعُ مُؤَرِّخَ المَذاهِبِ الفَلْسَفِيَّةِ. فهَذا المُؤَرِّخُ قَد يَرَى في المُعْجَمِ أثَراً للفِكْرِ الأرِسْطِيِّ، في حينِ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُفَكِّرُ بِشَكْلٍ مُخْتَلِفٍ لِلغايَةِ. وهُنا بِالتَحْديدِ يَكْمُنُ خَطَأُ الفَيْلَسوفِ عَبْدِ اللّطيف البَغْدادِيِّ، انْظُرْ لاحِقاً النَصَّ ذا الصِلَةِ.

لَم يُدْخِلْ شَيْئاً غَريباً عَن مَوْضوعِهِ في كِتابَتِهِ. وهَكَذا، لا نَجِدُ في مُؤَلَّفِهِ هَذا أيَّ إشارةٍ إلَى كِتابةٍ أساسِيَّةٍ قَد أنْجَزَها في مَسْأَلَةِ فَهْمِ المَكانِ، أي في عَمَلِهِ الشَهيرِ *كِتاب المَناظِر*.

ومِن أجْلِ إعْدادِ نَظَرِيَّتِهِ الرياضِيَّةِ في المَكانِ، يَبْدَأُ ابنُ الهَيْثَمِ بنَقْدِ النَظَرِيَّةِ الأرِسْطِيَّةِ. ولَكِنْ، لَم تَكُنْ نِيَّتُهُ تَعرِيَةَ نِقاطِ ضَعْفِ تِلْكَ النَظَرِيَّةِ بقَدْرِ ما هَدَفَ إلَى وَضْعِ الأُسُسِ لِنَظَرِيَّتِهِ الخاصَّةِ. إذ إنَّنا نُلاحِظُ عِنْدَ التَفَحُّصِ أنَّ نَقْدَهُ، وإن لَم يَبْلُغْ أحْياناً مُسْتَوَى نَقْدِ الفَيْلَسوفِ، إلا أنَّه يُمَكِّنُ الرياضِيَّ مِن تَحْريرِ مَفْهومِ المَكانِ مِن قُيُودِ أيِّ عَلاقَةٍ وُجودٍ مادِيٍّ، أي أنَّهُ يُحرِّرُهُ مِن قُيُودِهِ الفيزْيائِيَّةِ والكَوْنِيَّةِ. وبالمُقابِلِ، فَقَد سَعَى ابنُ الهَيْثَمِ مِن خِلالِ دَحْضِهِ لِنَظَرِيَّةِ يَحْيَى النَحَوِيِّ إلَى هَدَفٍ مُزْدَوِجٍ. ويَبْدو أنَّهُ أرادَ أن يُحَذِّرَنا مِن الإلمامِ المُتَسَرِّعِ بِما يَسوقُهُ هُوَ في هَذِهِ النَظَرِيَّةِ. وكَأَنَّهُ رَغِبَ أن يُحَذِّرَنا مُسْبَقاً مِن التِباسٍ كانَ ضَحِيَّتَهُ، بالفِعْلِ لاحِقاً، بَعْضُ الشارِحينَ القُدامَى، مِن أمْثالِ عَبْدِ اللّطيفِ البَغْدادِيّ[8] وآخَرين لاحِقين[9]. لَكِنَّ ابنَ الهَيْثَمِ، بِفَضْلِ نَقْدِهِ هَذا، يَسْتَطيعُ أيضاً التَعَرُّفَ عَلَى شُروطِ بِناءِ التَصَوُّرِ الهَنْدَسِيِّ للمَكانِ، وعِنْدَ هَذِهِ المَرْحَلَةِ بالذات تَتَّضِحُ نِيَّتُهُ: حَيْثُ يَتَمَثَّلُ مَشْروعُهُ، في حَدِّهِ الأَدْنَى، بالقِيامِ بأوّلِ تَرْييضٍ هَنْدَسِيٍّ لِمَفْهومِ المَكانِ. ووَفْقَ مَعَاييرِ ذَلِكَ العَصْرِ، تَبْدو هَذِهِ المُهِمَّةُ مُجَدِّدَةً وفَريدَةً إلَى حَدٍّ نَجِدُ فيه أحَدَ

---

[8] راجِعْ أدْناه المُلْحَقَ الثالِثَ.

[9] ويَكْتُبُ ظناني (A. Dhanani): "في النِهايَةِ، إنّه [أي ابنَ الهَيْثَمِ] يُؤَيِّدُ وُجْهَةَ النَظَرِ هَذِه في الخَلاءِ (الّتي تَعودُ في نِهايَةِ الأمْرِ إلَى فيلوبون)" (*The Physical Theory of Kalām*, p. 69). وهَذا الخَطَأُ لا يُسيءُ إلَى قيمَةِ عَمَلِ ظناني، لأنّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يُعْتَبَرُ فَيْلَسوفاً فَقيهاً (أي مِنَ المُتَكَلِّمين)– فالعَمَلُ مُكَرَّسٌ لِهَذا الصِنْفِ من الفَلاسِفَةِ.

الفَلاسِفَةِ المَشّائين مِمَّن اطّلَعوا عَلَيْها بِهَذِهِ الصيغَةِ، غَيْرَ قادِرٍ عَلَى فَهْمِ مَعْناها الدَّقيقِ[١٠]. لِنَدْرُسْ مَسَارَ ابنِ الهَيْثَمِ.

وَفْقَاً لأرِسْطو، المَكانُ هُوَ مَكانُ جِسْمٍ، ووُجودُهُ مُعْطًى في حَدْسٍ مُباشِرٍ لا يَتَطَلَّبُ أيَّ بُرْهانٍ. ويَكْفي لِلاقْتِناعِ بذَلِكَ أن نُبَيِّنَ ما لا يَكونُ لِنَتَفَحَّصَ بِالتالي ما يَكونُ، أي صِفاتِه الخاصَّةَ، الَّتي تَرْتَبِطُ كُلُّها بِشَيْءٍ مَوْجودٍ. فَالأعْلَى والأسْفَلُ لَيْسا بِمَفْهومَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ، بل هُما مَكانانِ تَتَّجِهُ نَحْوَهُما بَعْضُ الأجْسامِ *بِالطَّبْعِ*. فالصُعوبَةُ الحَقيقِيَّةُ الَّتي تُثيرُها مَعْرِفَةُ المَكانِ لا تَرْتَبِطُ إذاً بِوُجودِهِ، إنّما بِماهِيَّتِهِ وبِتَحْديدِهِ. لِذَلِكَ يَنْبَغي البَدْءُ بِإيجادِ الصِفاتِ المُرْتَبِطَةِ بِالماهِيَّةِ: وهِيَ تَكْمُنُ كُلُّها في عَلاقَةٍ أوّلِيَّةٍ "بَيْنَ المُحْتَوَى والمُحْتَوِي، أي بَيْنَ شَيْئَيْنِ مُتَّحِدَيْنِ بِعَلاقَةِ التَواجُدِ الخارِجِيِّ؛ وبِالتالي فإنّ هَذِهِ العَلاقَةَ هِيَ الَّتي سَتَسْمَحُ بتَحْديدِ ماهِيَّةِ المَكانِ"[١١]. وهَكَذا، يَجِدُ أرِسْطو الماهِيَّةَ في هَذِهِ العَلاقَةِ الأوَّلِيَّةِ بَيْنَ المُحْتَوي والمُحْتَوَى، بَيْنَ المُحيطِ والمُحاطِ، ويُحَدِّدُ المَكانَ عَلَى أنّه المُحيطُ الأوّلُ لِكُلِّ جِسْمٍ، حَيْثُ لا يَنْتَمي هَذا المُحيطُ إلَى الجِسْمِ نَفْسِهِ بل إلَى جِسْمٍ آخَرَ يُحيطُ بِالجِسْمِ الأوّلِ؛ أو، وَفْقَ ما كَتَبَهُ: "نِهايةُ الجِسْمِ المُحيطِ هي المَوْضِعُ الَّذي يلامِسُ فيه الجِسْمَ المُحاطَ؛ وأعْني بِالجِسْمِ المُحاطِ الجِسْمَ الَّذي يَتَغَيَّرُ بِالانْتِقالِ".[١٢] فَالمَقْصودُ إذاً هُوَ السَطْحُ الداخِلِيُّ لِلمُحيطِ المُتاخِمُ للمُحاطِ الَّذي وُضِعَ فيه الجِسْمُ تِبْعاً لِطَبْعِهِ وتِبْعاً لِتَرْتيبِه الكَوْنِيِّ، حَتَّى ولَوْ سُلِبَ الجِسْمُ هَذا التَرْتيبَ. وبِاخْتِصارٍ، ووَفْقَ ما قالَهُ أرِسْطو، "المَكانُ يَذْهَبُ مع الشَيْءِ، لأنّ النِهاياتِ تَذْهَبُ مع ما هِيَ نِهاياتُهُ[١٣]". فَصورَةُ

---

[١٠] الرازِيُّ، خِلافاً للبَغْدَادِيِّ، أدْرَكَ النُقْطَةَ الأساسِيَّةَ في نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ، أي التَقابُلَ بَيْنَ مَجْموعَتَينِ مُخْتَلِفَتَيْنِ مِن المَسافاتِ.

[١١] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٢٨ من

V. Goldschmidt, «La théorie aristotélicienne du lieu».

[١٢] انْظُرْ

Aristote, *Physique*, trad. P. Pellegrin, p. 221; trad. E. Hussey, p. 28.

[١٣] انْظُرْ: =

السَطْحِ الداخِلِيِّ لِوُعاءٍ توضِحُ جَيِّداً هَذا النَوْعَ مِن التَمْثيلِ لِلمَكانِ. وهَكَذا، فإنّ المَكانَ هُوَ جَميعُ السَطْحِ المُتاخِمِ لِلمُحيطِ بِجَميعِ الجِسْمِ المُتَمَكِّنِ فيهِ.

يُعارِضُ ابنُ الهَيْثَمِ المَذْهَبَ الأرِسْطِيَّ مِن خِلالِ حُجَجٍ عَديدةٍ، وَهِيَ أَمْثِلَةٌ مُضادَّةٌ ذاتُ سِمَةٍ رِياضِيَّةٍ غَلاّبَةٍ. ونُلاحِظُ أنّه، في جَميعِ هَذِهِ الأَمْثِلَةِ المُضادَّةِ، لا يُبْقي مِن خَواصِّ الجِسْمِ سِوَى الامْتِدادِ، الَّذي تَصَوَّرَهُ مُؤَلَّفاً مِن أبْعادٍ، وهَذا ما يُمَهِّدُ لبَلْوَرَةِ فِكْرَةٍ صورِيَّةٍ عَنِ المَكانِ، حَيْثُ يَصيرُ المَكانُ فيها مُحايِداً أونطولوجيّاً[١٤].

لِنَبدَأ بِدِراسَةِ المَثَلِ الأَقَلِّ قُرْباً مِنَ الرياضِيّاتِ بَيْنَ كافَّةِ هَذِهِ الأمْثِلَةِ المُضادَّةِ، والَّذي بإمْكانِنا أن نَجِدَهُ في كِتاباتِ شارِحي ونُقّادِ أرِسْطو: "إنّ الماءَ إذا كانَ في قِرْبَةٍ، كانَ سَطْحُ داخِلِ القِرْبَةِ مَكانَ الماءِ. ثمّ إذا عُصِرتِ القِرْبَةُ فاضَ الماءُ مِن

= Aristote, *Physique*, I-IV, ed. trad. H Carteron, 212 a 29-30.

[١٤] ولنا إذاً أن نَتَساءَلَ إذا ما كانَ قَد باشَرَ رِياضِيٌّ ما، مِمَّن سَبَقوا ابنَ الهَيْثَمِ، بِهَذِهِ الحَرَكَةِ في تَجْريدِ مَفهومِ المَكانِ من أيِّ أونطولوجيا. وبِكَلامٍ آخَرَ، لنا أن نَتَساءَلَ عَن إمْكانيَّةِ وُجودِ حَرَكَةٍ ما باتِّجاهِ نَزْعِ الأونطولوجيا عن مَفهومِ المَكانِ، والَّتي تَكونُ مُساهَمَةُ ابنِ الهَيْثَمِ جُزْءاً مِنها. و يَسْتَنِدُ هَذا التَساؤلُ التَخْمينيُّ تَحْديداً إلَى مَوْضوعَةٍ مَنْسوبَةٍ إلَى ثابِتِ بنِ قُرَّة، وارِدَةٍ في كِتابٍ مَفْقودٍ.

فوَفْقاً لشَهادَةِ الفَيْلَسوفِ الفَقيهِ فخرِ الدين الرازيِّ، فإنّ ثابتاً بنَ قُرَّة، خِلافاً للفَلاسِفَةِ، كانَ يَتَمَيَّزُ بمَوْضوعَةٍ خَاصَّةٍ بِهِ: هي نَفْيُ مَذْهَبِ أرِسْطو في المَكانِ الطَبيعِيِّ. وهَذا ما كَتَبَهُ الرازيّ: "اتَّفَقَ الحُكَماءُ عَلَى ذَلِكَ، إلا أنّي رَأَيْتُ في فُصولٍ مَنْسوبَةٍ إلَى ثابتٍ بنِ قُرَّة مَذْهَباً عَجيباً اختارَهُ لنَفسه" (***المباحث المشرقيّة*** [طهران، ١٩٦٦]، المُجَلَّد الثاني، صَفْحَة ٦٣). ويَسْتَشْهِدُ الرازيُّ بِثابتٍ بنِ قُرَّة قَبْلَ أن يَنْتَقِدَ هَذا المَذْهَبَ:

"قال ثابتٌ بنُ قُرَّة: الَّذي يُظَنُّ مِن أنّ الأرْضَ طالِبَةٌ لِلمَكانِ الَّذي هِيَ فيه باطِلٌ، لأنّه لَيْسَ يُتَوَهَّمُ في شَيْءٍ مِن الأمْكِنَةِ حالٌ يَخُصُّ ذَلِكَ المَكانَ دونَ غَيْرِه، بَل لَوْ تَوَهَّمْتَ الأماكِنَ كُلَّها خالِيَةً ثُمَّ حَصَلَتِ الأرْضُ بأسرِها في أيِّها اتّفَقَ، وَجَبَ أن تَقِفَ فيه ولا تَنْتَقِلَ إلَى غَيْرِه، لأنّه وجَميعَ الأماكِنِ عَلَى السَواء" (المَرْجع السابق، صَفْحَة ٦٣)

بِصَدَدِ المَوْضوعَةِ المُتَعَلِّقَةِ بالمَكانِ الطَبيعِيِّ وجاذِبِيَّةِ الأرْضِ، راجع:

M. Rashed, «Kalām e filosofia naturale», *Storia della scienza, Enciclopedia, italiana*, vol. III.

رَأسِ القِرْبَةِ ويَكونُ سَطْحُ القِرْبَةِ مُحيطاً بما بَقِيَ مِن الماء، ثُمَّ كُلَّما عُصِرتِ القِرْبَةُ خَرَجَ الماءُ، وكانَ سَطْحُ القِرْبَةِ مُحيطاً بما بَقِيَ مِن الماء، فَيَكونُ الجِسْمُ يَتَناقَصُ دائِماً ومَكانُ كُلِّ ما بَقِيَ مِنْهُ هُوَ مَكانُهُ الأوَّلُ". ورَغْمَ كَوْنِ الإجابَةِ الدائِمَةِ لفَيْلَسوفٍ أرِسطِيٍّ، بأنَّ شَكْلَ القِرْبَةِ في هَذِهِ الحالَةِ يَتَبَدَّلُ، يُمَثِّلُ حُجَّةً لا تَفْتَقِرُ إلَى القُوَّةِ، فإنّ هَذا المَثَلَ يَفْتَحُ الأعْيُنَ عَلَى الأقَلِّ عَلَى صُعوبَةٍ يُعانيها هَذا المَذْهَبُ القَائِمُ عَلَى الدَمْجِ بَيْنَ المَادَّةِ والصورَةِ.

أما الأَمْثِلَةُ المُضادَّةُ الأُخْرَى بِمُجْمَلِها فذاتُ طَبيعَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ وَهِيَ تُعَبِّرُ عَن واقِعٍ مَفادُهُ أنّه يُمكنُ لِجِسْمٍ أن تَتَغَيَّرَ مِساحَةُ سَطْحِهِ المُحيطِ بدونِ أن يَتَغَيَّرَ حَجْمُهُ، أو أكْثَرُ مِن ذَلِكَ حَتَّى، إذ إنّهُ يُمْكِنُ لِجِسْمٍ أن تَزْدادَ مِساحَةُ سَطْحِهِ المُحيطِ مع تَنَاقصٍ في حَجْمِهِ.

المَثَلُ الأوّلُ هُوَ لِمُتَوَازي سُطُوحٍ، نَشْطُرُهُ إلَى أقْسامٍ بسُطُوحٍ مُوازيةٍ لاثْنَيْنِ مِن سُطُوحِهِ؛ ونُعيدُ تَرْكيبَ هَذِهِ الأجْزاءِ بحَيْثُ تُشَكِّلُ السُطُوحُ المُتوازِيَةُ سُطُوحاً لِمُتَوَازي سُطُوحٍ جَديدٍ. فالحَجْمُ يَبْقَى ثابِتاً، بَيْنَما تَزْدادُ مِساحةُ السَطْحِ المُحيطِ، وبِالتالي يَكْبُرُ المَكانُ.

فَضْلاً عَن ذَلِكَ، إذا أَخَذْنا جِسْماً ذا سُطُوحٍ مُسْتَوِيَةٍ وحَفَرْناه لِكَيْ يتَّخِذَ شَكْلاً كُرَوِيّاً مُقَعَّراً عَلَى سَبيلِ المِثالِ، فإنّ حَجْمَهُ يَنْقُصُ بَيْنَما تَزْدادُ مِسَاحَةُ سَطْحِهِ المُحيطِ. وبالمُقابِلِ، إذا أَخَذْنا مُكَعَّباً مِن الشَمْعِ وحَوَّلْناهُ إلَى كُرَةٍ، فإنّ مِسَاحَتَهُ المُحيطَةَ تَنْقُصُ بدونِ أن يَتَغَيَّرَ حَجْمُهُ، وذَلِكَ بِمَوْجبِ الخَواصِّ المُتَعَلِّقَةِ بعِظَمِ الأجْسامِ المُتَسَاوِيَةِ الإحاطَةِ، الّتي تَناوَلَها ابنُ الهَيْثَمِ في مُؤَلَّفٍ آخَرَ[١٥].

أيضاً إذا حَوَّلْنا المُكَعَّبَ إلَى مُتَعَدِّدِ قَواعِدَ مُنْتَظِمٍ لَهُ اثْنَتا عَشَرَةَ قاعِدَةً، فإنَّهُ سَيَكونُ لِمُتَعَدِّدِ القَواعِدِ هَذا مِساحةٌ مُحيطَةٌ – وبِالتالي مَكانٌ – أكْبَرُ مِمَّا

[١٥] انْظُرِ الفصل الثاني من الجُزْءِ الثاني والصَفَحاتِ ٨٦٢–٨٦٣ من هَذا الجُزْءِ (النُسْخَة العربيّة).

لِلمُكَعَّبِ الأوَّلِيِّ. فَقَد سَبَقَ لابنِ الهَيْثَمِ أن أثْبَتَ[١٦] أنّه إذا أَخَذْنا مُتَعَدِّدَيْ قَواعِدَ مُنْتَظِمَيْن، قواعِدُ كُلٍّ مِنْهُما مُتَشابِهَةٌ، ولَهُما مِسَاحَتانِ مُتَساوِيَتانِ، فإنّ ذاكَ الّذي قواعِدُهُ أكْثَرُ عَدَداً هُوَ الأعْظَمُ حَجْماً. فإذا كانَت لِلمُكَعَّبِ ولِمُتَعَدِّدِ القَواعِدِ المُنْتَظِمِ ذي الاثْنَتَيْ عَشرَةَ قاعِدَةً المِسَاحَةُ نَفْسُها، فإنّ مُتَعَدِّدَ القَواعِدِ سَيَكونُ أكْبَرَ حَجْماً مِن المُكَعَّبِ، وهَذا مُناقِضٌ لِلفَرَضِيَّةِ.

مِن المُؤَكَّدِ أنّ فَيْلَسوفاً أَرِسْطِيّاً لن يُعْدَمَ الوَسائِلَ في الإجابَةِ عَن انْتِقاداتِ ابنِ الهَيْثَمِ. فهُوَ يَسْتَطيعُ مُواجَهَتَه بأنّ الجِسْمَ "الفَرْدَ" لَم يَعُدْ هُوَ نَفْسَهُ طالَما أنّ الصورَةَ تَبَدَّلَتْ في حالَةٍ أُولَى، وأنّ المادَّةَ تَغَيَّرَتْ في حالَةٍ أُخْرَى. وبِهَذا المَعْنَى ردَّ الفَيْلَسوفُ والطَبيبُ عَبْدُ اللَّطيف[١٧] البَغْدادِيُّ عَلَى ابنِ الهَيْثَمِ. لَكِنَّ هَذِهِ الإجابَةَ لَم يَكُنْ لها مع ذَلِكَ أن تَنالَ مِن رَأيِ ابنِ الهَيْثَمِ، الّذي وُجِدَ لِيُوضَعَ في مَيْدانٍ آخَرَ، خارِجَ إطارِ الأَرِسْطِيَّةِ. لقَد رَأَيْنا ابنَ الهَيْثَمِ يُعْطي لِكَلِمَةِ "جِسْمٍ" مَعْنًى آخَرَ، كَما أنّه يُعْطي مَدْلولاً آخَرَ لِعِبارَةِ *السَطْح المُحيط*. فهَذا السَطْحُ المُحيطُ، كالجِسْمِ أيضاً، لا يَمْتَلِكُ أيَّ صِفَةٍ باسْتِثْناءِ الامْتِدادِ ثُلاثِيِّ الأبْعادِ. وقَد أصْبَحَ الجِسْمُ والسَطْحُ المُحيطُ عِنْدَ ابن الهَيْثَمِ مُجَرَّدَيْنِ مِن أيِّ نَوْعٍ مِن الصِفاتِ *الفيزيائيَّةِ والكَوْنِيَّةِ*. يُشيرُ كُلُّ شَيْءٍ إذاً، إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ، في نَقْدِهِ للنَظَرِيَّةِ الأَرِسْطِيَّةِ، يَسْعَى بِتَصْميمٍ إلَى تَهْيِئَةِ المَيْدانِ لتَصَوُّرٍ مُتَقَدِّمٍ في تَجْريدِ مَفْهومِ المَكانِ، أكْثَرَ مِمَّا يَسْعَى إلَى فَعالِيَةِ النَقْدِ بِحَدِّ ذاتِهِ. إذ إنَّهُ انْبَرَى إلَى بِناءِ تَصَوُّرِهِ الخاصِّ عَن المَكانِ، في مَعْرِضِ نَقْدِه لِنَموذَجِ يَحْيَى النَحْوِيِّ.

---

[١٦] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٣٢٢ والصَفَحاتِ ٤٢٣–٤٣٠ من الجُزْءِ الثاني من هَذا الكِتابِ (النُسْخَة العربيَّة).

[١٧] راجِعِ المُلْحَقَ الثالِثَ.

لنُشِرْ في البِدايَةِ إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَم يُعِدُّ مَفْهومَهُ عَن المَكانِ تِبْعاً لِمَقولَةِ يَحْيَى النَحْوِيّ، ولَكِنْ أيضاً ضِدّها وبِصورَةٍ خاصَّةٍ. بَيْدَ أنّ هَذا الرِياضِيَّ لَيْسَ بمُؤَرِّخٍ للمَذاهِبِ، لذَلِكَ فَقَد يَتَأتَّى لَهُ أن يَرَى في المَفاهيمِ الَّتي يَنْتَقِدُها مَدْلولاتٍ إلَى حَدٍّ ما مُخْتَلِفَةً عَن المَدْلولاتِ الخاصَّةِ بأصحابِ المذاهِبِ. وهُوَ بِالتالي، مُلْتَزِماً بِضَرورَةِ الحَذَرِ، لا يُورِدُ أيَّ اسمٍ أو أيَّ عُنْوانٍ.

في مَعْرِضِ شَرْحِهِ ***للسَماعِ الطَبيعيِّ*** لأرِسْطو، وتَحْديداً في كِتابِهِ ***التَعْليقاتُ عَلَى المَكانِ والخَلاء***[١٨]، يُطَوِّرُ يَحْيَى النَحْويُّ النَظَرِيَّةَ الَّتي يَكونُ المَكانُ بمُوْجِبِها امْتِداداً لَهُ ثَلاثَةُ أبْعادٍ، فارِغاً بِالتَعْريفِ، وبِالتالي مُخْتَلِفاً عَن الأجْسامِ الَّتي تَسْتَطيعُ أن تَحْتَلَّهُ. ويُوضِحُ الفَيْلَسوفُ فِكْرَتَهُ كَما يَلي:

"أنْ لا يَكونَ المَكانُ نِهايَةَ جِسْمٍ مُحيطٍ، فهَذا ما نُدْرِكُهُ جَيِّداً مِمَّا أتَى ذِكْرُهُ؛ وأنْ يكونَ فُسْحَةً ما ثُلاثِيَّةَ الأبْعادِ، مُخْتَلِفَةً عَن الأجْسامِ المُتَمَكِّنَةِ فيها (لأنّ المَكانَ والخَلاءَ هما، في الواقِعِ، الشَيْءُ نَفْسُهُ بِالنِسْبَةِ إلَى أساسِهِما)، فَهَذا ما نَسْتَطيعُ أن نُبَيِّنَهُ باسْتِبْعادِ الإمْكانِيَّاتِ الأُخْرَى: فإذا لَم يكُنِ المَكانُ مادَّةً أوصورَةً أو نِهايَةَ جِسْمٍ مُحيطٍ، فيَبْقَى أن يَكونَ فُسْحَةً[١٩]".

ورَدّاً عَلَى السُؤالِ عَن مَعْنَى هَذا *"المَفْهومِ المَدْخَلِيِّ: الامْتِداد"*، يُجيبُ يَحْيَى النَحْوِيُّ:

"ولا أجْزُمُ أنّ هَذِهِ الفُسْحَةَ قَد كانَتْ أو تَسْتَطيعُ في وقْتٍ ما أن تَكونَ فارِغَةً مِن أيِّ جِسْمٍ، قَطْعاً لا؛ ولَكِنَّني أجْزُمُ أنّها مُخْتَلِفَةٌ عَن الأجْسامِ المُتَمَكِّنَةِ فيها، وأنّها خالِيَةٌ وَفْقَ تَحْديدِها الخاصِّ، لَكِنَّها قَطْعاً لَيْسَت بِمَعْزِلٍ عَن الجِسْمِ،

---

[١٨] راجِعْ:

Ioannis Philoponi in Aristotelis Physicorum libros quinque posteriores commentaria, éd. H. Vitelli (CAG XVII) ,(berlin, Reimer Verlag 1888).

[١٩] راجِعْ:

Philopon, *In Phys*. 567, 29-568, 1.

مَثَلُها في ذَلِكَ تقريباً كالمادَّةِ الَّتي هِيَ غَيْرُ الصُوَرةِ، ولَكِنَّها مع ذَلِكَ لا تَسْتَطيعُ أن تَكونَ بِمَعْزِلٍ عَن الصورَةِ. نُدْرِكُ إذاً بِهَذِهِ الطَريقَةِ أنّ الفُسحَةَ مُخْتَلِفَةٌ عَن أيِّ جِسْمٍ وَهِيَ خالِيَةٌ وَفْقَ تَعْريفِها الخاصِّ، ولَكِنْ تُوجَدُ باسْتِمْرارٍ أجْسامٌ جَديدَةٌ مُتَمَكِّنَةٌ فيها، مع بَقائِها غَيْرَ مُتَحَرِّكَةٍ، بِمُجْمَلِها وبِأجْزائِها، بِمُجْمَلِها لأنّ الفُسْحَةَ الكَوْنِيَّةَ الَّتي تَسْتَقْبِلُ الجِسْمَ مِن كُلِّ الكونِ لا تَسْتَطيعُ بَتاتاً أن تَتَحَرَّكَ، وبأجْزائها لأنّه يَسْتَحيلُ عَلَى الفُسْحَةِ الَّتي لا جِسْمَ لها والخالِيَةِ وَفْقَ تَعْريفِها الخاصِّ، أن تَتَحَرَّكَ"[٢٠].

بالنسْبَةِ إلَيْهِ، الامْتِدادُ مَوْجودٌ ("إنّها [أي الفُسْحَةَ] مُخْتَلِفَةٌ عَن الأجْسامِ المُتَمَكِّنَةِ فيها ولَكِنَّها لا تَكونُ قَطْعاً بِدونِ الجِسْمِ")؛[٢١] إنّهُ فارِغٌ بِالتَعْريفِ. وفي حَصيلَةِ الأمْرِ، يَفْهَمُ يَحْيَى النَحْوِيُّ بِكَلِمَةِ "مكان" امْتِداداً ثُلاثِيَّ الأبْعادِ خالِياً، لَكِنَّهُ مَوْجودٌ، حَتَّى ولَو كانَ هَذا الوُجودُ لَيْسَ "بالفِعْلِ".

تَبْقَى مَسْأَلَةُ أن نَعْرِفَ كَيْفَ يُمْكِنُنا، انْطِلاقاً مِن أبْعادٍ فارِغَةٍ، ولُزوماً مُجرَّدَةٍ، أن نُعَيِّنَ أوْضاعَ مَجْموعَةٍ مُتَنَوِّعَةٍ مِن أجْسامٍ مُخْتَلِفَةٍ. يَبْدو أنّ هَذِهِ المَسْأَلَةَ والصُعوبَةَ الَّتي تُثيرُها قَد دَفَعَتا ابنَ الهَيْثَمِ إلَى الابْتِعادِ عَن نَظَرِيَّةِ يَحْيَى النَحْوِيِّ. إذ إنَّها غَيْرُ قادِرَةٍ أن تُفَسِّرَ كَيْفَ أنّ امْتِداداً مُعَرَّفاً بِهَذِهِ الصورَةِ يَكونُ كذَلِكَ مَكانَ جِسْمٍ – إن لَم يَكُنْ مَكانَ مَجْموعَةِ أجْسامٍ مُخْتَلِفَةٍ –، إلاّ إذا افتَرَضْنا أنّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ تَحْديداً بِالامْتِدادِ الَّذي يَتِمُّ تَصَوُّرُه انْطِلاقاً مِن الجِسْمِ. هَذِهِ مَوْضوعَةٌ سُكونِيَّةٌ، إذا جازَ القَوْلُ، سَعَى ابنُ الهَيْثَمِ إلى جَعْلِها مُتَحَرِّكَةً نَشِطَةً، فَنَتَجَت مِن ذلك تَبايُناتٌ كَبيرَة.

---

[٢٠] راجِعْ:

Philopon, *In Phys*. 569, 7-17.

[٢١] راجِعْ:

Philopon, *In Phys*. 569,19-20.

يُبْقِي ابنُ الهَيْثَمِ مِن مَذْهَبِ المَكانِ الَّذي دافَعَ عَنْهُ يَحْيَى النَحْوِيُّ، عَلَى فِكْرَةِ الامْتِدادِ الخالِي وعَلَى فِكْرَةِ وُجودِ المَكانِ بِمَعْزِلٍ عَن الجِسْمِ المُتَمَكِّنِ فيهِ. لَكِنَّ الرِياضِيَّ يُحَمِّلُ هاتَيْنِ الفِكْرَتَيْنِ مَعْنًى مُخْتَلِفاً عَن ذاك الَّذي تَبَنَّاهُ الفَيْلَسوفُ في عُلومِ الطَبيعَةِ يَحْيَى النَحْوِيُّ. يَبْدَأُ ابنُ الهَيْثَمِ طَرْحَهُ مُعْطِياً الامْتِدادَ الخالِيَ مُسْتَوًى مِن الوُجودِ، وهُوَ مُسْتَوَى المَفاهيمِ الرِياضِيَّةِ، نَعْنِي "التَخَيُّلَ" الَّذي هُوَ بالنِسْبَةِ إِلَى ابنِ الهَيْثَمِ، كَما رَأَيْنا سابِقاً، فِعْلُ تَفَكُّرٍ، نَسْتَنْتِجُ بفَضْلِهِ وبالاسْتِنادِ إِلَى الآثارِ الَّتِي تَتْرُكُها الأشْياءُ، أَشْكالاً ذِهْنِيَةً غَيْرَ مُتَغَيِّرَةٍ[٢٢]. إنّه إذاً "خَلاءٌ مُتَخَيَّلٌ"، يُدْرَكُ بواسِطَةِ هَذا الفِعْلِ اسْتِناداً إِلَى آثارِ الأَجْسامِ الَّتِي تَنْتَقِلُ مِن مَحَلٍّ إِلَى آخَرَ. وبَعْدَ ذَلِكَ نَسْتَطيعُ أن نَتَخَيَّلَ هَذا المَحَلَّ وكَأَنَّهُ خالٍ، حَتَّى وإنْ لَم يَكُنْ خالِياً قَطُّ، طالَما أَنَّهُ سَيَكونُ فيهِ فَوْراً جِسْمٌ مُتَمَكِّنٌ آخَرُ. إذاً يُظْهِرُ فِعْلُ التَخَيُّلِ الشَكْلَ الذِّهْنِيَّ غَيْرَ المُتَغَيِّرِ لِهَذا الخَلاءِ، أي: المَسافاتِ بَيْنَ جَميعِ النِقاطِ المُتَخَيَّلَةِ، وهَذِهِ المَسافاتُ هِيَ نَفْسُها مُتَخَيَّلَةٌ لِكَوْنِها بدونِ مادَّةٍ؛ إنّها في الواقِعِ مَسافاتٌ مُتَخَيَّلَةٌ بَيْنَ جَميعِ نِقاطِ السَطْحِ لِمَنْطَقَةٍ في الفَضاءِ. وتَنْطَوي هَذِهِ الطَريقَةُ في تَصَوُّرِ الامْتِدادِ على فائدَتَيْنِ اثنَتَيْنِ: ذَلِكَ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ قَد تَجاوَزَ لُزومَ مَنْحِ الخَلاءِ تَعْريفاً اصْطِلاحِيّاً بَحْتاً؛ وهُوَ يَسْتَطيعُ، بالمُقابِلِ، أن يَسْتَخْلِصَ المَفْهومَ الرِياضِيَّ للخَلاءِ، بدونِ الحاجَةِ إِلَى التَسْليمِ بوُجودِ الخَلاءِ بِمَعْناه الطَبيعِيِّ. وهَكَذا بواسِطَةِ عَلاقَةِ النَعْتِ: "المُتَخَيَّلُ"، يُؤَمِّنُ ابنُ الهَيْثَمِ للمَفْهومِ الرِياضِيِّ الخاصِّ بالمَكانِ مَقاماً في الوُجودِ.

لَكِنْ، كَيْفَ يَكونُ هَذا الخَلاءُ المُتَخَيَّلُ مَكانَ جِسْمٍ، أو أَكْثَرُ مِن ذَلِكَ مَكانَ مَجْموعَةٍ مُتَنَوِّعَةٍ مِن الأَجْسامِ؟ هُنا يَنْأَى ابنُ الهَيْثَمِ بِوُضوحٍ عَن جَميعِ أَسْلافِهِ. فالرِياضِيُّ لا يَتَصَوَّرُ مَجْموعَةً واحِدَةً مِن مَسافاتٍ مُتَخَيَّلَةٍ، بل اثْنَتَيْنِ.

---

[٢٢] انْظُرْ مِنَ المُقَدِّمَةِ أعلاه، الصَفْحَتين ٤٣-٤٦.

إنّها أوّلاً مَجْموعَةُ المَسافاتِ "الثابِتَةِ المَعْقولَةِ المُتَخَيَّلَةِ"[23] لهَذا الخَلاءِ (الامْتِداد)، أي لهَذِهِ المِنْطَقَةِ مِن الفَضاءِ؛ ثُمّ، مِن جِهَةٍ أُخْرَى، مَجْموعَةُ المَسافاتِ المُتَخَيَّلَةِ بَيْنَ جَميعِ نِقاطِ جِسْمٍ ما. وهَذِهِ المَسافاتُ بنَوْعَيْها الأوَّلِ والثاني هِيَ، بِالنِسْبَةِ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ، قِطَعٌ مُسْتَقيمَةٌ. ويُقالُ إذاً، إنّ خَلاءاً مُتَخَيَّلاً هُوَ مَكانُ جِسْمٍ ما إذا، وَفَقَطْ إذا كانَتِ المَسافاتُ المُتَخَيَّلَةُ انْطِلاقاً مِن هَذا الجِسْمِ قَد "انطَبَقَتْ واتَّحَدَتْ" مع مَسافاتِ الخَلاءِ المُتَخَيَّلِ.

وتُمَثِّلُ هاتانِ المَجْموعَتانِ وهَذا "الانْطِباقُ التامُّ" الأساسَ لِهَذا التَصَوُّرِ الجَديدِ للمَكانِ. والنَتيجَةُ النهائِيَّةُ لِهَذا الانْطِباقِ هِيَ أيضاً مَجْموعَةُ مَسافاتٍ، طالَما أنّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ بقِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ، وبالتالي بأطْوالٍ لا عَرْضَ لَها؛ وذَلِكَ وَفْقَ ما يَقولُهُ ابنُ الهَيْثَمِ:

"وكُلُّ بُعْدٍ مُتَخَيَّلٍ إذا انْطَبَقَ عَلَيْهِ بُعْدٌ مُتَخَيَّلٌ صارا جَميعاً بُعْداً واحِداً، لأنّ البُعْدَ المُتَخَيَّلَ إنّما هُوَ الخَطُّ الَّذي هُوَ طولٌ لا عَرْضَ لَهُ. والخَطُّ الَّذي هُوَ طولٌ لا عَرْضَ لَهُ إذا انْطَبَقَ عَلَى خَطٍّ هُوَ طولٌ لا عَرْضَ لَهُ، صارا جَميعاً خَطّاً واحِداً، لأنّه لَيْسَ يحدُثُ بانْطِباقِهِما عَرْضٌ ولا طولٌ زائِدٌ عَلَى طولِ أحَدِهِما. فالخَطّانِ المُتَخَيَّلانِ انْطَبَقَ أحَدُهُما عَلَى الآخَرِ، صارا خَطّاً واحِداً هُوَ طولٌ لا عَرْضَ لَهُ. فالخَلاءُ المُتَخَيَّلُ الَّذي قَد مَلأَهُ الجِسْمُ هُوَ أبْعادٌ مُتَخَيَّلَةٌ قَد انْطَبَقَ عَلَيْها أبْعادُ الجِسْمِ، وصارَتْ أبْعاداً واحِدَةً بعَيْنِها."[24]

هَذا التَصَوُّرُ عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ لا لُبْسَ فيهِ، وهُوَ يَتَمَيَّزُ بِوُضوحٍ عَن تَصَوُّرِ يَحْيَى النَحْوِيِّ. ونَسْتَطيعُ الآن أن نَفْهَمَ لِماذا أصَرَّ مُنْذُ بدايَةِ مُؤَلَّفِهِ عَلَى تَحْذيرِنا مِن الفَهْمِ المُتَسَرِّعِ. لنَشْرَحْ تَصَوُّرَ ابنِ الهَيْثَمِ هَذا بِكَلِماتٍ أُخْرَى مُخْتَلِفَةٍ عَن كَلِماتِهِ، بِهَدَفِ الكَشْفِ عَن مَقاصِدِ الرِياضِيِّ وكذَلِكَ عَن مَغْزَى مُساهَمَتِهِ.

---

[23] انْظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٦٣٨.

[24] انْظُرْ أدناه الصَفَحات ٦٣٥-٦٣٦.

يَتَخَلَّى ابنُ الهَيْثَمِ فوْراً عَن فِكْرَةِ أسْلافِه الَّذين يَأخُذون الجِسْمَ كَكُلٍّ، ويَسْتَبْدِلُها برُؤْيَةٍ لِلجسْمِ كمَجْموعَةِ نِقاطٍ مُتّصِلَةٍ بواسِطَةِ قِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ. ومِن بَيْنِ جَميعِ الخَواصِّ النَوْعِيَّةِ لِلجِسْمِ، لا يُبْقي إلاّ عَلَى امْتِدادِه، الَّذي يُعْتَبَرُ هُوَ نَفْسُهُ كَمَجْموعَةٍ مِن القِطَعِ المُسْتَقيمَةِ. ومِن جهَةٍ أُخْرَى، فإنّ الخَلاءَ المُتَخَيَّلَ هُوَ أيضاً مَجْموعَةُ قِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ غَيْرِ مُتَغَيِّرَةٍ تَصِلُ، وبشَكْلٍ مُسْتَقِلٍّ عَن أيِّ جسْمٍ، فيما بَيْنَ نقاطِ مِنْطَقَةٍ مِن الفَضاءِ الثُلاثِيِّ الأبْعادِ. وهَكَذا، فإنّ الخَلاءَ المُتَخَيَّلَ، أي المَكانَ، يُتَصَوَّرُ مُنْذُ البِدايَةِ كَمِنْطَقَةٍ مِن الفَضاءِ الإقْليدِيِّ مع مِتْرِيَّةٍ مُستَخْلَصَةٍ (métrique induite). وبِلُغَةٍ أُخْرَى، ليَكُنْ C الجِسْمَ المأخوذَ؛ ونُرْفِقُ بِهِ تَرْسيمَةً مُجَرَّدَةً (تُعَبِّرُ عَن المَكانِ)، وَهِيَ مَجْموعَةُ المَسافاتِ V (V هُوَ الخَلاءُ المُتَخَيَّلُ)، حَيْثُ لَدَيْنا تَطْبيقٌ تَقَابُلِيٌّ: $C \rightarrow V$

المَسافاتُ الَّتي تُحَدِّدُ المَجْموعَةَ V لا تَتَعَلَّقُ بالجِسْمِ C الَّذي يَمْلَؤُها: إذ إنّ هَذِهِ المَسافاتِ غَيْرُ مُتَغَيِّرَةِ القَدْرِ والوَضْعِ. و يُسَمَّى هَذا المَكانُ مَكانَ الجِسْمِ C إذا، وفَقَط إذا أثْبَتْنا وُجودَ التَقايُسِ التَقَابُليِّ المُبَيِّنِ أعْلاه بَيْنَ المَجْموعَتَيْن. ويَمْتَلِكُ إذاً المَكانُ حَقيقَةً مُسْتَقِلَّةً عَن أيِّ جِسْمٍ: إنّه مَجْموعَةُ المَسافاتِ المُتَخَيَّلَةِ. ومِن البَديهِيِّ أن يَجْرِيَ تَصَوُّرُ هَذِهِ المَجْموعَةِ بطَريقَةٍ أكْثَرَ هَنْدَسِيَّةً، في إطارِ الهَنْدَسَةِ الإقْليدِيَّةِ. وبِالتالي، يَتَحَدَّدُ مَكانُ الجِسْمِ، كَما سَنَرَى فيما بَعْدُ، كَمِتْرِيَّةٍ لِجُزْءِ الفَضاءِ الإقْليدِيِّ الَّذي يَحْتَلُّهُ هَذا الجِسْمُ، كَما يَتِمُّ تَصَوُّرُ هَذا الأخيرِ بالطَريقَةِ نَفْسِها، والاثْنانِ، أي المَكانُ والجِسْمُ، مُرْتَبِطانِ بتَقايُسٍ تَقَابُلِيٍّ. ويكونُ مِن الواضِحِ في هَذا النَوْعِ مِن التَصَوُّرِ، أنّ الفَضاءَ الإقْليدِيَّ، أي الخَلاءَ الكُلِيَّ، يُسْتَخْدَمُ كأساسٍ للمَسافاتِ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ بَيْنَ جَميعِ النِقاطِ، حَتَّى وإن لَم يُعَبَّرْ عَن ذَلِكَ بوُضوحٍ. وهَذا الأساسُ لا بُدَّ مِنْهُ لتَماسُكِ هَذِهِ المَسافاتِ الثابتَةِ المَأخوذَةِ في مِنْطَقَةٍ أو أُخْرَى مِن هَذا الفَضاءِ، أي مَوْضِعِيّاً، وبالتالي لا بُدَّ مِنْهُ لتَصَوُّرِ الأمْكِنَةِ كمَنَاطِقَ، أو كأجْزاءٍ، مِن هَذا الفَضاءِ. ويَبْدو أنّه كانَ يَنْبَغي انْتِظارُ

ديكارت، لِيَتِمَّ التَأكيدَ، بشَكْلٍ واضِحٍ هَذِهِ المَرَّة، عَلَى قَبْلِيَّةِ الفَضاءِ بالنِسْبَةِ إِلَى النقاطِ[٢٥]. وبالرَّغْمِ مِن أنّ مُؤَلَّفَ ابنِ الهَيْثَمِ مُخْتَصَرٌ، إلاّ أنّهُ، قِياساً على ذَلِكَ العَصْرِ، قَد أفْلَحَ في التَرْييضِ الهَنْدَسِيِّ لِمَفْهومِ المَكانِ، وفي تَرْييضِ المَفاهيمِ المُرْتَبطَةِ بِهِ. إنّه، وَفْقَ ما نَعْرِفُهُ، أوَّلُ عَمَلٍ يَتَضَمَّنُ مِثْلَ هَذِهِ المُحاوَلَةِ، الّتي سَيَسيرُ عَلَى نَفْسِ اتِّجاهِها ومَنْحاها لاحِقاً رِياضِيّو القَرْنِ السابِعِ عَشَرَ، وبالتَحْديدِ ديكارت وليبنيز[٢٦].

ويُحِلُّ هَذا التَصَوُّرُ عَن المَكانِ لابنِ الهَيْثَمِ ما كانَ مَمْنوعاً عَلَى أسْلافِهِ: فهُوَ الآن، بالإضافَةِ إِلَى المُجَسَّماتِ المُتَنَوِّعَةِ، يَسْتَطيعُ مُقارَنَةَ الأَشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ المُخْتَلِفَةِ الَّتي تَحْتَلُّ مكاناً واحِداً، وكذَلِكَ الأماكنِ الّتي تَحْتَلُّها هَذِهِ المُجَسَّماتُ. وبَعْدَ ذَلِكَ يُصْبِحُ مَسْموحاً لَهُ أن يَتَفَكَّرَ في عَلاقَاتِها المَعْلَمِيّةِ، ومواضِعِها، وأَشْكَالِها ومَقاديرِها، وَفْقَ المَشْروعِ الَّذي وَضَعَهُ في مُؤَلَّفِهِ ***في المَعْلومات***. وبإمْكانِهِ الآن أن يُقارِنَ بدِقَّةٍ مُجَسَّماً – كُرَةً عَلَى سَبيلِ المِثالِ –، أو شَكْلاً ما كالدائِرَةِ، ...، مع المُحَوَّلِ مِنْهُ، وأن يُقارِنَ أيضاً مَكانَيْهِما، كَما بإمْكانِهِ أن

---

[٢٥] فَهَكَذا يَكْتُبُ ديكارت في مُؤَلَّفِهِ ***قولٌ في المَنْهَج***: «... كائِنُ الهَنْدَسِيِّين، الّذي تَصَوَّرْتُهُ كَجِسْمٍ مُتَّصِلٍ، أو كَفَضَاءٍ مُمْتَدٍّ بلا نهايَةٍ طولاً وعَرْضاً، وارْتِفاعاً أو عُمْقاً، يُمْكِنُ تَقْسيمُهُ إِلَى أجْزاءٍ مُخْتَلِفَةٍ تَسْتَطيعُ أن يَكونَ لها أشْكالٌ ومَقاديرُ مُخْتَلِفَةٌ، وأن تَتَحَرَّكَ أو تَنْتَقِلَ بكُلِّ الطُرُق».

(*Œuvres de Descartes,* publiées par Ch. Adam et P. Tannery [Paris 1965], t. VI, p.36).

[٢٦] بَعيداً عن أيِّ تَجَنٍّ عَلَى الحَقيقَةِ، نَسْتَطيعُ أن نَجْزِمَ أنّ هَذا الاتِّجاهَ هو الّذي اعْتَمَدَهُ رِياضِيُّو القَرْنِ السابِعِ عَشَرَ، كُلٌّ عَلَى طَرِيقَتِهِ، مع اخْتِلافاتٍ يَنْبَغي تَحْديدُها في كُلِّ حالَةٍ عَلَى حِدَة. لِنَتَوَقَّفْ عَلَى سَبيلِ المِثالِ عِنْدَ ليبنز في ***الخاصَّة الهَنْدَسِيَّة*** *La Caracteristique géométrique*، حَيْثُ يَتَصَوَّرُ المَكانَ كقِطعةٍ من الفَضاءِ الهَنْدَسِيِّ. المَكانُ هُوَ وَضْعٌ برَأيِ ليبنز، أي عَلاقَةٌ بَيْنَ النقاطِ المُخْتَلِفَةِ لتَرْكيبَةٍ (لِكائنٍ)، ويُشيرُ إِلَيْهِ مُسْتَخْدِماً النُقْطَةَ «.». عَلَى سَبيلِ المِثالِ A.B: «A.B يُمَثِّلُ الوَضْعَ المُتَبادَلَ للنُقطَتَيْنِ A وَ B، أي امْتِداداً (سواءٌ أكانَ مُسْتَقيماً أو مُنْحَنِياً) يَرْبُطُهُما ويَبْقَى كَما هُوَ طالمَا لَم يَتَغَيَّرْ هَذا الوَضْعُ»

(*La Caractéristique géométrique*, texte établi, introduit et annoté par Javier Echeverria; traduit, annoté et postfacé par Marc Parmentier, coll. «Mathesis» [Paris, 1995], p. 235).

يُقارِنَ كُلَّ مُجَسَّمٍ أو شَكْلٍ مع مُجَسَّمٍ أو شَكْلٍ آخَرَ أو مع ثالِثٍ في مَكانٍ مُخْتَلِفٍ. لقَد كان ابنُ الهَيْثَمِ بِحاجَةٍ عَلَى الأقَلِّ لهَذا التَصَوُّرِ الجَديدِ للمَكانِ ليَدْرُسَ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةَ.

يَرْتَبِطُ هَذا المُؤَلَّفُ إذاً بشَكْلٍ وَثيقٍ بالعِلْمِ الجَديدِ: *المَعْلومات*. إنّه كِتابٌ في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ، أو، إذا أرَدْنا، في فَلْسَفَةِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ. وهُوَ يَقَعُ بشَكْلٍ واضِحٍ خارِجَ تَقْليدِ البَحْثِ في المَكانِ، الَّذي يُطالِعُنا في ***السَماعِ الطَبيعِيِّ*** لأرِسْطو، وعِنْدَ نُقَّادِهِ وشارِحيهِ اليونانِيِّين والعَرَب. إذاً، قَد تَكونُ ثَمَّةَ مُجازَفَةٌ في الوُقوعِ في تَفْسيرٍ خاطِئٍ عِنْدَ نِقاشِ نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ إن لَم نَكُنْ مُتَيَقِّظِينَ إلَى ضَرورَةِ أن نَرَى فيها جُهْداً مَقْصوداً هادِفاً لتَصَوُّرِ المَكانِ رِياضِيّاً وتجريدِيّاً. وقَد وَقَعَ في هَذا التَفْسيرِ الخاطِئِ عَبْدُ اللّطيف البَغْدادِيُّ عَلَى سَبيلِ المِثالِ.

تاريخُ النَصِّ

يَظْهَرُ مُؤَلَّفُ ابنِ الهَيْثَمِ ***في المَكانِ*** عَلَى لائِحَتَيْ كِتاباتِ الرياضِيِّ اللّتَيْنِ وَضَعَهُما القِفْطِيُّ وابنُ أبي أُصَيْبِعَة[٢٧]. ويَسْتَشْهِدُ ابنُ الهَيْثَمِ في هَذا المُؤَلَّفِ بكِتابِهِ حَوْلَ تَساوي المُحيطاتِ. فَضْلاً عَن ذَلِكَ، يَذْكُرُ البَغْدادِيُّ مِراراً، في كِتابه الّذي نُحَقِّقُهُ في المُلْحَقِ الثالِثِ، هَذا المُؤَلَّفَ لابنِ الهَيْثَمِ. كَما يَسْتَشْهِدُ بِهِ عِدَّةَ مَرّاتٍ الفَيْلَسوفُ – الفَقيهُ (المُتَكَلِّمُ) فَخْرُ الدين الرازِيُّ. وهَذا يَعْني أنّه تُوجَدُ وَفْرَةُ إثْباتاتٍ لِصِحَّةِ نِسْبَةِ هَذا النَصِّ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ. وقَد وَصَلَ إلَيْنا المُؤَلَّفُ في خَمْسِ مَخْطوطاتٍ.

الأُولَى، الَّتي نُشيرُ إلَيْها بِالحَرْفِ C (ج)، تَنْتَمي إلَى المَجْموعَةِ ٣٨٢٣ مِن دارِ الكُتُبِ في القاهرة، على الصَفَحات ١ظ–٥ظ. وتَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَجْموعَةُ مُؤَلَّفاً آخَرَ لابنِ الهَيْثَمِ في ***سَمْتِ القِبْلَةِ***. وقَد كُتِبَ المُؤَلّفانِ باليَدِ نَفْسِها؛ ونَقْرَأُ في

[٢٧] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٤٩٠ من الجُزْءِ الثاني مِن هَذا الكِتابِ (النُسْخَة العربيّة).

العِبارَةِ الخِتامِيَّةِ: "نقل مِن خَطّ قاضي زادة"، وهُوَ عالِمُ الفَلَكِ والرِياضِيُّ الشَهيرُ، الَّذي عَمِلَ عِنْدَ ألغ بك، خِلالَ النِصْفِ الأوَّلِ مِن القَرْنِ الخامِسِ عَشَرَ. والكِتابَةُ هي بِالخَطِّ النَسْتَعْليق. ونُحْصي أرْبَعَةَ إغْفالاتٍ لِكَلِمَةٍ واحِدَةٍ وإغْفالَيْنِ اثْنَيْنِ لِجُمْلَةٍ تَتَضَمَّنُ أكْثَرَ مِن ثَلاثِ كَلِماتٍ.

المَخْطوطَةُ الثانِيَةُ، المُشارُ إلَيْها بِالحَرْفِ T (ت)، تَنْتَمي إلَى المَجْموعَةِ ٢٩٩٨ في مَكْتَبَةِ مَجْلِس شورى في طهران، على الصَفَحات ١٦٦-١٧٤. بالإضافَةِ إلَى النَصِّ، تَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَجْموعَةُ العَديدَ مِن المُؤَلَّفاتِ الأُخْرَى لابنِ الهَيْثَمِ في عِلْمِ البَصَرِيّات: ***في الضَوْءِ*** و ***في أضْواءِ الكواكِب*** و ***في كَيْفِيَّةِ الأظلال***.

كَتَبَ هَذِهِ المَجْموعَةَ ناسِخٌ واحِدٌ، والكِتابَةُ هي بِالخَطِّ النَسْتَعْليق. نُحْصي فيها خَمْسَةَ إغْفالاتٍ لِكَلِمَةٍ واحِدَةٍ، وإغْفالاً لجُمْلَةٍ مِن ثَلاثِ كَلِماتٍ، مع عَدَدٍ مُرْتَفِعٍ نِسْبِيّاً مِن الأخْطاء.

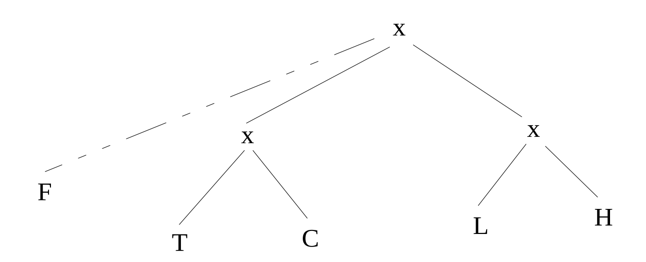
المَخْطوطَةُ الثالِثَةُ، المُشارُ إلَيْها بِالحَرْفِ H (ح) تُشَكِّلُ جُزْءاً مِن المَجْموعَةِ ٢١٩٦ في مَتْحَفِ سالار جانغ في حيدر أباد–الهند، ص ١٩ظ–٢٢و.

المَخْطوطَةُ الرابِعَةُ – المُشَارُ إلَيْها بِالحَرْفِ L (ل) — تَنْتَمي إلَى المَجْموعَةِ ١٢٧٠ في مَكْتَبَةِ *India Office* في لندن، ص ٢٥ظ — ٢٧ظ. تاريخُ نَسْخِها مَجْهولٌ وقَد يَكونُ في القَرْنِ العاشِرِ لِلهِجْرَةِ. وَهِيَ تَتَضَمَّنُ إغْفالاً لِكَلِمَةٍ وسِتَّةَ أخْطاءٍ. تُبَيِّنُ دِراسَةُ المَخْطوطَتَيْنِ ح وَ ل أنّهُما، بِالإضافَةِ إلَى الإغْفالاتِ الخاصَّةِ بكُلٍّ مِنْهُما، تَتَضَمَّنانِ ثَلاثَةَ إغْفالاتٍ لِكَلِمَةٍ واحِدَةٍ وعِشرين خَطَأً مُشْتَرَكاً.

المَخْطوطَةُ الخامِسَةُ، المُشَارُ إليها بِالحَرْفِ F (ف)، تَنْتَمي إلَى مَجْموعَةِ فاتِح ٣٤٣٩ في مَكْتَبَةِ السُلَيْمانِيَّة في إسطنبول، الصَفَحات ١٣٦ظ — ١٣٨و. تَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَجْموعَةُ العَديدَ مِن مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ. وقَد نُسِخَتِ المَخْطوطَةُ في العامِ ٨٠٦هـ/١٤٠٣-١٤٠٤م. وقِراءَتُها صَعْبَةٌ بِسَبَبِ تآكُلِ حِبْرِ الكِتابَةِ، والعَدَدِ

الكَبيرِ لِلكَلِماتِ المَطْموسَةِ. وَهِيَ تَتَضَمَّنُ عَدداً كَبيراً مِن الإغْفالاتِ وَفْقَ ما نَسْتَدِلُّ عَلَيْهِ عِنْدَ قِراءَةِ حَواشي النَصِّ المُحقَّقِ.

عِنْدَ مُقارَنَةِ هَذِهِ المَخْطوطاتِ الخَمْسِ ثُناءً، نَسْتَطيعُ أن نَسْتَخْلِصَ منها مَجْموعَتَيْنِ: ح وَ ل مِن جِهَةٍ وَ ج وَ ت مِن جِهَةٍ أُخْرَى، في حينِ أنّ المَخْطوطَةَ ف، ونظراً إلى الإغْفالاتِ والأخْطاءِ الكَثيرةِ فيها، تَبْقَى مُسْتَقِلَّةً. وشَجَرَةُ التسلسل المخطوطيّ المُحْتَمَلَةُ، كَما هُوَ مُبَيَّنٌ أدْناه، بَسيطَةٌ لِلغايَةِ بِسَبَبِ النَقْصِ الكَبيرِ في المَعْلوماتِ.



لقَد نُشِرَ نَصُّ ابنِ الهَيْثَمِ بدونِ تَحْقيقٍ نَقْدِيٍّ اسْتِناداً إلَى المَخْطوطَةِ ل فَقَط، وذَلِكَ في دارِ المَعارِفِ العثمانيّة في حيدرأباد.

النَصُّ المَخْطوطِيُّ

قَوْلٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ
في المكان

ت – ١٦٦
جـ – ١ – ظ
ح – ١٩ – ظ
ل – ٢٥ – ظ
ف – ١٣٦ – ظ

قد اختلف أهل النظر، المتحققون بالبحث عن حقائق الأمور الموجودة، في مائية المكان. فقال قوم إن مكان الجسم هو السطح المحيط بالجسم، وقال قوم آخرون إن مكان الجسم هو الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم. ولم نجد لأحد من المتقدمين كلامًا مستقصى في مائية المكان ولا دليلاً واضحًا يفصح عن حقيقة المكان. ولما كان ذلك كذلك، رأينا أن نبحث عن مائية المكان بحثًا مستقصى تظهر به مائية المكان وتنكشف حقيقته ويسقط به الخلاف ويزول معه الاشتباه.

فنقول: إن المكان اسم مشترك يقال على أشياء كثيرة كل واحد منها يسمّى مكانًا. وذلك أن المكان هو الذي يجاب به السائل عن مكان الجسم. وجواب السائل عن مكان الجسم قد يكون كل واحد من عدّة أشياء. وذلك أن سائلاً إن سأل عن إنسان من الناس، فقال: فلانٌ في أي مكان هو؟ وكان ذلك الإنسان غائبًا عن بلده، فجوابه هو أن يقال هو في البلد الفلاني؛ وفي ذلك دليل على أن البلد قد يسمّى مكانًا. وكذلك إن سأل سائل، فقال: فلانٌ في أي مكان يسكن؟ فجوابه هو أن يقال هو في المحلة الفلانية؛

1 نجد بعد البسملة في [ح، ل] «وما توفيقي إلا بالله» – 2 للحسن: لابي علي الحسن [ت] / الحسن: الحسين [ت] – 4 المتحققون: المحققون [ف، ح] / مائية: ماهية [ت] – 5 قوم (الثانية): ناقصة [ف] / آخرون: ناقصة [ت، جـ] – 5-6 إن مكان الجسم: ناقصة [ف] – 6 قد: قدم [ح] – 6-9 ولم ... الاشتباه: ناقصة [ف] – 7 مائية: ماهية [ت] / يفصح: يوضح [ت] – 8 مائية (الأولى والثانية): ماهية [ت] – 10 فنقول: ونحن نقول [ف] / أشياء: الاشياء [ت] – 10-13 كل ... الناس فقال: فإن سأل إنسان وقال [ف] – 12 أشياء: الاشياء [ت] / سائلاً: بيانًا [ت] / سأل: سئل [ت] – 13 وكان ... بلده: وهو غاب عن بلده [ف] / هو: ناقصة [ف] – 14 هو: ناقصة [ف] / وفي ذلك دليل: ويدل [ف] / قد: ناقصة [ف] / سأل: سئل [ت] – 14-15 وكذلك ... فقال: وإن قال [ف] – 15 سائل: قد تقرأ «سائلا» [ح] / فلانٌ في أي مكان يسكن: في اي مكان يسكن فلان [ف] / فجوابه هو أن يقال هو: فيقال [ف].

وفي ذلك دليل على أن المحلة التي هي جزء من المدينة قد تسمّى مكانًا. وكذلك إن سأل سائل عن إنسان وهو في دار ذلك الإنسان، فقال: فلانٌ في أي مكان هو؟ فجوابه هو أن يقال هو في المجلس الفلاني أو في البيت الفلاني؛ وفي ذلك دليل على أن المجلس قد يسمّى مكانًا والبيت قد يسمّى مكانًا، وكل واحد من هذه المواضع لا يختلف الناس
5 في أنه قد يسمّى مكانًا، كان المسؤول عنه إنسانًا أو كان جسمًا من الأجسام غير الإنسان. وقد يبقى موضع واحد / وهو الذي فيه الخلاف، وهو مكان الجسم الذي لا تزيد أبعاده على أبعاد ذلك الجسم؛ وهو المعنى الذي يجب أن نبحث عنه. ت-١٦٧

فنقول: / إن كل جسم فله شيئان كل واحد منهما يحتمل / أن يسمى مكانًا له، فأحدهما هو السطح المحيط بالجسم، أعني سطح الهواء المحيط بالجسم الذي في الهواء، ح-٢٠-و جـ-٢-و
10 وسطح الماء المحيط بالجسم الذي يكون في الماء، وسطح كل جسم في داخله جسم منفصل عنه؛ وهذا هو الذي ذهب إليه إحدى الطائفتين المختلفتين. والمعنى الآخر هو الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم. فإن كل جسم، فإنه إذا انتقل من الموضع الذي هو فيه، فإن السطح المحيط ‹الذي› كان به، يمكن أن يتخيل خاليًا لا جسم فيه، وإن كان قد ملأه هواء أو ماء أو جسم من الأجسام غير الجسم الذي كان فيه. وأريد بالموضع أحد الأمكنة
15 التي تقدم ذكرها التي كل واحد منها يسمّى بالاتفاق مكانًا.

والخلاء المتخيل هو الأبعاد المتخيلة التي لا مادة فيها التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالخلاء؛ وهذا هو الذي ذهب إليه الطائفة الأخرى. وكل واحد من هذين المعنيين ليس بممتنع أن يسمى مكانًا، إلا أنه يبقى أن يبحث عنهما وعن خواص كل واحد منهما ليظهر هل أحدهما أولى بهذا الاسم من الآخر أو ليس أحدهما أولى به.

1 وفي ذلك دليل: فيدل [ف] / على: أثبتها فوق السطر [جـ] / قد: ناقصة [ف] / سأل: سئل [ت] – 1-5 وكذلك ... غير الإنسان: وإن قال وهو في دار إنسان فلان في أي مكان يسكن له قال في البيت أو المجلس الفلاني يسمى البيت والمجلس مكانًا فلا يختلف الناس بأن هذه المواضع تسمى مكانًا، كان المسؤول عنه إنسانًا أو جسمًا من الأجسام [ف] – 2 فلان: ناقصة [جـ] – 3 الفلاني: الفلان [ت] – 4 قد يسمّى: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ت] – 5 المسؤول: المسؤال [ح، ل] المسؤل [ت، جـ] – 6 يبقى: يسمّى [ت، جـ]؛ وأشار ناسخ [جـ] إلى هذا الخطأ فوق هذه الكلمة، لكنه نسي كتابة الصواب في الهامش / الذي (الأولى): ناقصة [ت] – 7 نبحث: يتحدث [ت] – 10 يكون: ناقصة [ف] / سطح (الثانية): أثبتها في الهامش [ت] – 11 ذهب: جائز، والأفصح ذهبت / المختلفتين: المختلفين [ح، ل] / والمعنى: فالمعنى [جـ] – 12 فإن كل جسم فإنه إذا: لأن كل جسم إذا [ف] / فإنه: يصح الكلام بدونها / إذا انتقل: قد تقرأ «اذ لا ينقل» [ت] / هو: ناقصة [ت، جـ، ف] – 13 كان به: به كان [ف] / به: له، وأثبت الصواب في الهامش [جـ] فوق السطر [ت] / قد: ناقصة [ح] – 15 التي كل ... مكانًا: ناقصة [ف] – 16 النقط: النقطة [ت، ح] / المتقابلة: المقابلة [ت] – 18 عنهما: عنها [ح، ل] – 19 أو: و [ح، ل] / أو ليس أحدهما أولى به: أم لا [ف] / أولى: ناقصة [ت].

وطريق البحث عن ذلك هو أن يخصّ كل واحد منهما، وينظر فيما يلزمه من الشبه الشنعة والشكوك المعترضة. فإن سلم أحدهما من الشبه والشكوك، كان أولى من قرينه، وإن لزم كل واحد منهما شبه وشكوك، كان أقلهما شبهًا وشكوكًا أولى باسم المكان من الآخر.

5 فمما يعترض في السطح من الشبه هو أن الجسم إذا تغير شكله تغير شكل السطح المحيط به.

فمن الأجسام ما إذا تغير شكله تغير شكل السطح / المحيط به، وزادت مع ذلك مساحة السطح المحيط به ومساحةُ الجسم باقية على حالها لم تتغير. ل-٢٦-و

فمن ذلك أن الجسم المتوازي السطوح، إذا فُصل بسطوح / متوازية وموازية لسطحين من ف-١٣٧-و

10 سطوحه، ثم نُضدت أقسامُه وألفت / وجعل كل قسم إلى جانب القسم الآخر حتى تصير ت-١٦٨ السطوح المتوازية سطحين متوازيين وتتصل أجزاء الجسم بعضها ببعض، فإنه يصير السطح المحيط بالجسم أعظم / من السطح الأول الذي كان محيطًا بالجسم قبل تفصيله. وذلك أنه ح-٢٠-ظ يحدث بالتفصيل سطوح كثيرة كل واحد منها مساوٍ لكل واحد من السطحين المتوازيين <والموازيين> [كانا] / للسطوح الحادثة، ويبطل من سطوح الجسم بعض السطحين القائمين جـ-٢-ظ

15 على السطحين المتوازيين. فيصير مكان الجسم هو سطح الهواء المحيط بالجسم المنطبق على سطح الجسم الذي هو أضعاف للسطح الأول. فيكون مكان الجسم في الحال الثانية أضعافًا لمكانه الأول والجسمُ في نفسه لم يزد فيه شيء. وهذا معنى شنع وهو أن مكان الجسم يعظم، والجسم لم يعظم ولم يزد فيه شيء.

ومن ذلك أن الماء إذا كان في قربة، كان سطح داخل القربة مكان الماء. ثم إذا

20 عصرت القربة فاض الماء من رأس القربة ويكون سطح القربة محيطًا بما بقي من الماء. ثم كلما عصرت القربة خرج الماء، وكان سطح القربة محيطًا بما بقي من الماء، فيكون الجسم يتناقص دائمًا ومكان كل ما بقي منه هو مكانه الأول. ويلزم من ذلك أن يكون المكان

1 عن ذلك: ناقصة [ف] / يخص: يظهر [ت] – 1-4 الشبه ... من الآخر: الشبه فإن سلم أحدهما منه كان أولى من قرينه وإن لزم كلاهما كان أقلهما شبهًا أولى باسم المكان [ف] – 2 الشنعة: الشنيعة [جـ] الشبعة [ت] / سلم: سلم حف [ت] – 3 وإن: فان [جـ] / شبه: شبة [ت] – 7 ما: ناقصة [ف] – 8 على: ناقصة [ف] – 9 فصل: فضل [ت] – 10 وألفت: كتب في الهامش «لعله اخذت والّفت» [جـ] – 13 السطحين: قد تقرأ «السطوح السطحين» [ف] – 14 الجسم: أثبتها فوق السطر [جـ] – 15 سطح: السطح [ت، ح، ل] – 16 للسطح: السطح [ت] – 17 أضعافًا: كرر بعدها «فا» [ت] / والجسم: في الجسم [ت] / شنع: شنيع [جـ] – 18 يعظم (الثانية): يكن يعظم، ثم ضرب على «يكن» بالقلم [ح] / ولم يزد فيه شيء: ناقصة [ف] – 19 ومن: من [ح] – 22 هو: ناقصة [ت] / مكانه: مكان [ت].

الواحد الذي هو سطح داخل القربة مكانًا لأجسام مختلفة المقادير متباينة الاختلاف؛ وسطح القربة تارة محيط بأعظمها وتارة محيط بأصغرها وتارة محيط بأوسطها؛ وهذه شناعة بشعة.

وأيضًا، فإن كل جسم تحيط به سطوح مستوية، فإنه إذا حُفر في كل سطح من سطوحه حُفرٌ مقعر، كريًا كان أو أسطوانيًا أو مخروطًا مستديرًا أو مخروطًا مستوي السطوح، 5
فإن السطوح المقعرة التي تحدث، كلٌّ واحد منها أعظم من قاعدته المستوية التي بطلت، فيكون ما بقي من الجسم بعد ما حفر منه أصغر بكثير من الجسم الأول نفسه، ويكون مكان هذا الباقي أعظم من مكان الجسم الأول، فيكون الجسم قد تصاغر ومكانه قد تعاظم / وهذا من أشنع الشناعات. ت - ١٦٩

10 ويلزم من جميع ذلك أن يكون الجسم الواحد له أمكنة كثيرة مختلفة المقادير ومقدار الجسم لم يتغير، وذلك أن الجسم المنفعل كالشمع والرصاص والماء وكل جسم سيال قد يتشكل بأشكال مختلفة من غير أن يزيد فيه ولا ينقص منه شيء. وذلك أن الشمع وما جرى مجراه إذا كان على / شكل مكعب، كان سطحه المحيط به هو مكانه؛ ثم إذا جعل ح - ٢١ - و
ذلك الجسم بعينه كريًا، كان مكانه هو السطح الكري المحيط به. والسطح الكري هو أبدًا
15 أصغر من مجموع سطوح المكعب، إذا كان جسم الكرة مساويًا لجسم المكعب. وهذا المعنى قد بيناه في كتابنا / *في أن الكرة أعظم الأشكال المجسمة التي إحاطاتها متساوية*. وكذلك جـ - ٣ - و
إن جُعل ذلك الجسم ذا عشرين قاعدة، كان مجموع سطوحه أصغر من مجموع سطوح المكعب، لأن ذا العشرين قاعدة إذا كان مجموع سطوحه مساويًا لمجموع سطوح المكعب، يكون جسمه أعظم من جسم المكعب، لأن ذلك أيضًا قد تبين في الكتاب الذي قدمنا
20 ذكره.

وكذلك إن جعل الجسم ذا اثني عشرة قاعدة أو ذا ثمانٍ قواعد أو أسطوانيًا أو مخروطًا مستديرًا أو مخروطًا مضلعًا، فإن مقدار الجسم يكون واحدًا وتكون السطوح المحيطة به مختلفة. وإذ ذلك كذلك، فإن الجسم الواحد المعلوم / المقدار، الذي مقداره لا تتغير ل - ٢٦ - ظ

1 الاختلاف: كتب في الهامش «لعله الاضلاع» [جـ] – 2 تارة (الأولى): أثبتها في الهامش [جـ] / محيط (الأولى): يحيط [ت] – 3 بشعة: بشنعة [ت] ناقصة [ف] – 6 منها: منهما [ت، جـ، ح، ل] / بطلت: تطلب [ت، جـ، ل] – 8 تصاغر: تضاغر [ت] – 9 وهذا: هذا [جـ] / وهذا من أشنع الشناعات: وهذا أشنع [ف] – 15 المكعب: الكعب [ح] / وهذا: هذا [ت] – 15-16 وهذا ... متساوية: أثبتها في الهامش [ف] – 16 أعظم: أعظم من [ح، ل] / إحاطاتها: احاطتها [ح، ل] – 17-18 أصغر ... سطوحه: أثبتها في الهامش مع إشارة إلى موضعها [ح] – 21 اثني عشرة: عشرين [ح، ل] / ذا ثمان: ذا اثمان [ح] – 22 وتكون: او يكون [ت] – 23 فإن الجسم: فالجسم [ف] / لا تتغير: ولا يتغير [ح، ل].

كميته، قد يحيط به في الأوقات المختلفة سطوح مختلفة المقادير. فإن كان مكان الجسم هو السطح المحيط بالجسم، فإن مكان الجسم هو أمكنة مختلفة المقادير لا نهاية لعدّتها، ليس واحد منها أولى بأن يكون مكانًا للجسم من كل واحد من الباقية؛ ومع ذلك لا تتحصل عدّة أمكنة الجسم الواحد.

5 وكل واحدة من الشبه التي ذكرناها ليس تنحل بوجه من الوجوه، فليس واجبًا أن يكون السطح المحيط بالجسم مكانًا للجسم، وإن يُسمى مكانًا فعلى طريق المجاز لا على غاية التحقيق، بل على مثل ما يسمّى البيت والدار والمحلّة والمدينة مكانًا للجسم.

ت-١٧٠ فأما الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم،/ فإن الذي يعترض فيه من الشبه هو أن يقال إن الخلاء ليس بموجود في العالم. فإذا قيل إن مكان الجسم هو الخلاء، لزم أن 10 يكون مكان الجسم شيئًا ليس بموجود. والجسم موجود، وكل جسم موجود فهو في مكان. ف-١٣٧-ظ وإذا كان المتمكن موجودًا، فمكانه موجود. فيلزم أن يكون / الخلاء موجودًا، وهو قول شنع عند من يقول إن الخلاء ليس بموجود؛ فهذه الشبهة تنحل بما نصف.

وهو أن يقال في جواب هذا القول: إن الخلاء إنما هو أبعاد مجردة من المواد؛ فالخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم هو الأبعاد المتخيلة المساوية لأبعاد الجسم إذا تخيلت 15 مجردة من المادة. فالخلاء المتخيل الذي قد / ملأه الجسم هو أبعاد متخيلة مساوية لأبعاد ح-٢١-ظ الجسم، قد انطبقت عليها أبعاد الجسم المتخيلة في الجسم. وكل بعد متخيل إذا انطبق عليه بعد متخيل صارا جميعًا / بعدًا واحدًا، لأن البعد المتخيل إنما هو الخط الذي هو جـ-٣-ظ طول لا عرض له. والخط الذي هو طول لا عرض له إذا انطبق على خط هو طول لا عرض له، صارا جميعًا خطًا واحدًا، لأنه ليس يحدث بانطباقهما عرض ولا طول زائد 20 على طول أحدهما. فالخطان المتخيلان إذا انطبق أحدهما على الآخر، صارا خطًا واحدًا هو طول لا عرض له. فالخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم هو أبعاد متخيلة قد انطبق

2-1 هو ... الجسم: أثبتها في الهامش [ح] – 2 مكان: كان [ت] / لعدّتها: لقربانها [ت] – 5 الشبه: الجسم الشبه [ت] – 6-7 لا على .. للجسم: ناقصة [ف] – 7 بل على: أثبتها في الهامش [جـ] – 10 شيئًا: شيء [ح، ل] / وكل: فكل [ح، ل، ف] / وكل جسم موجود: ناقصة [ت] – 10-11 وكل ... موجودًا (الأولى): أثبتها في الهامش [ح] – 12 ليس: أثبتها فوق السطر [ت] / الشبهة: الشبه [ح، ل، ف] – 13 في جواب هذا القول: ناقصة [ف] / هذا: هذه [ح] / أبعاد: الابعاد [ت، جـ، ح، ل، ف] / مجردة: مجرد [ح] / من: عن [ت، ف] غير واضحة [جـ] – 14 قد: ناقصة [ف] / الجسم: مكررة [ف] / المساوية: مساوية [ت] – 15 من: عن [ف] / لأبعاد: الابعاد [ح] – 15-16 فالخلاء ... مساوية لأبعاد الجسم: ناقصة [ف] – 16 قد: فقد [ف] – 17 جميعًا: ناقصة [ف] – 18 لا (الأولى): الا [ل] – 19 صارا: صار [ف] / ليس: ناقصة [ح] / بانطباقهما: انطباقها [ح، ل] / زائد: زائدا [ح] – 20-21 فالخطان ... له: ناقصة [ف] – 20 صارا: ما را هو [ت] صار [ح] – 21 الذي قد ملأه الجسم: ناقصة [ف].

عليها أبعاد الجسم، وصارت أبعادًا واحدة بعينها. وإنما يصير الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم غير أبعاد الجسم إذا شكل المتخيل في تخيله أبعادًا مساوية لأبعاد الجسم شبيهة بشكل الجسم؛ وليس يكون الشكل الذي في التخيل الذي هو منفرد عن الجسم مكانًا للجسم؛ وإنما مكان الجسم هو الأبعاد التي قد انطبقت عليها أبعاد الجسم واتحدت بها،
5 التي الشكل الذي في التخيل شبيه بها. وليس، إذا لم تكن الأبعاد التي قد ملأها الجسم موجودة على الانفراد / خالية من المواد قبل أن يملأها الجسم، وجب أن يكون ت - ١٧١ الجسم لم يملأ أبعادًا متخيلة، لأن الأبعاد قد تتخيل منفردة مجردة من المواد، وإن كانت لم تخل قط من جسم يملأها. ونحن نبيّن هذا المعنى بمثال تنكشف به صورة المكان.

فنقول: إن كل جسم أجوف كالكأس والطاس والكوز وما يجري مجراها بين كل
10 نقطتين متقابلتين من سطح داخله، الذي هو سطح مقعر، بعدٌ متخيل معقول لا اختلاف فيه، وكذلك فيه أبعاد متخيلة قائمة على قاعدة تجويفه ومائلة. وجميع أبعاد سطح داخل الكأس التي بين النقط المتقابلة منه هي أبعاد ثابتة لا تتغير. فإن كان في داخل الكأس هواء يملأ داخل الكأس، فإن تلك الأبعاد هي أبعاد الهواء الذي في داخل الكأس؛ ثم إذا مليء الكأس ماء، فإن الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس هي
15 أبعاد الماء الذي في داخل الكأس. ثم إذا سكب الماء من الكأس ومليء الكأس شرابًا، صارت أبعاد النقط المتقابلة / من سطح داخل الكأس هي أبعاد الشراب الذي صار في ح - ٢٢ - و الكأس. وكذلك كل جسم يملأ به الكأس، فإن الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل / الكأس / تصير أبعادًا له. فالأبعاد التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل ل - ٢٧ - و جـ - ٤ - و الكأس قد تصير تارة أبعادًا للهواء وتارة أبعادًا للماء وتارة أبعادًا للشراب، وتصير أبعادًا

1 بعينها: ناقصة [ف] – 2 الجسم (الأولى): ناقصة [ت] / أبعاد الجسم: ابعاده [ف] / شبيهة: الشبيهة [ت] – 3 ليس: أثبتها فوق السطر [ت] / الشكل: الشكل في التخيل [ت] / الذي (الأولى): الذي يكون [ف] – 4 الجسم (الثانية): أثبتها في الهامش [جـ] / أبعاد: ناقصة [ف] – 5 شبيه: شبيهة [ت، جـ، ح، ل] / إذا: اذ [ح، ل] – 6 يملأها: يملأه [ت] – 7 يملأ: يملئ [ت، جـ، ل] / متخيلة: ناقصة [ل] / قد: ناقصة [ف] – 8 قط: فقط [ت] / قط من جسم: من جسم قط [ف] / المعنى: ناقصة [ف] – 9 كالكأس: كتبها في كل النص «الطاس»، ولن نشير إليها فيما بعد [ت] / والطاس: ناقصة [ت] / وما يجري مجراها: ناقصة [ف] / يجري: جرى [ت] / بين: من [ت] – 10 متقابلتين: ناقصة [ف] / من: ناقصة [جـ] – 12 النقط: النقطة [ح، ت، ف] – 13 يملأ داخل الكأس: يملأها [ف] / الذي في داخل الكأس: ناقصة [ف] – 13-14 ثم إذا: فإذا [ف] – 14 النقط: النقطة [ح، ت، ف] / المتقابلة: المقابلة [ل] / من سطح داخل الكأس: ناقصة [ف] – 14-15 هي ... داخل الكأس: أثبتها في الهامش [ح] – 15-19 الذي في داخل ... للشراب: فإذا صب الماء ومليء شرابًا صارت الأبعاد أبعادًا لشراب وكذلك كل جسم ملأ به الكأس [ف] – 15 الذي: ناقصة [جـ] / ومليء: وعلى [ح] – 17 التي بين النقط: ناقصة [جـ] / النقط: النقطة [ت، ح] – 18 النقط: النقطة [ت، ح] – 19 أبعادًا للهواء: ابعاد الهواء [ت] / أبعادًا للماء: ابعاد الماء [ت] أبعاد للماء [ح].

لكل جسم يملأ الكأس، التي هي أجسام مختلفة الجواهر والكيفيات. وأبعاد داخل الكأس هي أبعاد معقولة مفهومة وهي ثابتة على حال واحدة لا تتغير ولا تزيد مقاديرها ولا تنقص. وكل واحد من الأجسام التي تملأ الكأس له أبعاد تخصّه لا تفارقه ولا يزيد مقدارها ولا ينقص ما دام الجسم حافظًا لصورة جوهره، وإن تغير شكل الأبعاد وزاد
5 بعضها ونقص بعض. / وأبعاد كل واحد من الأجسام التي تملأ الكأس غير أبعاد ت-١٧٢
الأجسام الباقية. وإذا خرج أحد الأجسام من الكأس، خرجت أبعاده معه، وأبعاد داخل الكأس باقية بحالها لم تخرج مع الجسم الخارج. ثم إذا دخل في الكأس جسم آخر، دخل وهو ذو أبعاد غير أبعاد داخل الكأس. ثم إذا صار في الكأس، صارت أبعاد داخل الكأس أبعادًا له. وفي ذلك دليل واضح على أن كل جسم يملأ الكأس، فإن أبعاده
10 تنطبق على أبعاد داخل الكأس وتتحد بها وتصير أبعادًا للجسم الذي يملأ الكأس؛ وأبعاد داخل الكأس أبعاد واحدة بعينها لا تتغير.

وأيضًا، فإن كل جسم منفعل كالهواء والماء والشراب والأجسام ‹الأخرى› المنفعلة قابلة لاختلاف الأشكال وتغير الهيئات؛ ومع ذلك فالأبعاد غير مفارقة لها، وإنما تتغير أشكالها وهيئاتها بنقصان بعض أبعادها وزيادة بعضها، لأن مساحتها، أعني كمية مقدارها، ليس
15 تتغير بتغير أشكالها وهيئاتها ما دام جوهرها حافظًا لصورته. وإذا كان الجسم الواحد السيال المنفعل كالماء وما جرى مجراه في أوانٍ مختلفة الأشكال، ثم سكب من كل واحد منها في الكأس ما يملأ الكأس مرة بعد مرة، كانت أشكال ما حصل في الكأس منها / قبل ح-٢٢-ظ
حصوله في الكأس أشكالاً مختلفة؛ ثم من بعد حصول كل واحد منها في الكأس مرة بعد مرة قد تشكلت كلها بشكل واحد لا يختلف تشكلها بوجه من الوجوه. فيتبيّن من
20 ذلك أن هناك شيئًا هو الذي / قوم هيئات جميع تلك الأجسام وشكلها كلها بشكل واحد جـ-٤-ظ
وهيئة واحدة، والهيئة الواحدة التي عليها صارت هيئة كل واحد من تلك الأجسام التي حصلت في الكأس هي هيئة داخل الكأس؛ وهيئة داخل الكأس هي هيئة أبعاد

2 مفهومة: ناقصة [ف] / على حال واحدة: ناقصة [ف] / لا تتغير: لا تكثر [ف] – 3 وكل ... له: والأجسام التي تملأ الكأس لكل واحد منها [ف] – 3-4 لا تفارقه ... ولا ينقص: لا يزيد مقدارها ولا ينقص ولا تفارقه [ف] – 4-9 وإن ... له: ناقصة [ف] – 4 الأبعاد: لابعاد [ح] – 7 دخل: فصل [ت] – 8 دخل: داخل [ت] / غير أبعاد: أثبتها في الهامش [جـ] – 10 وتتحد بها: يتخذ بها [ل، ف] – 11 بعينها: ناقصة [ل، ح، ف] – 12 منفعل: ينفعل [ح] / والشراب ... المنفعلة: ناقصة [ف] – 13 الهيئات: الهيئة [ت] / ومع ذلك فالأبعاد: والأبعاد [ف] – 14 وهيئاتها: وهيئتها [ت] ناقصة [ف] – 15 بتغير: ناقصة [ف] / وهيئاتها: وهيئتها [ت] / ما دام: مدام [ح، ل] / السيال: السيا [ل] – 16 كالماء: كالهواء [ت] / وما جرى مجراه: ناقصة [ف] – 17 مرة (الثانية): اخرى [ف] – 18 أشكالاً ... الكأس: أثبتها في الهامش [جـ] – 19 مرة: اخرى [ف] – 19-20 من ذلك: ناقصة [ف] – 20 شيئًا: شيء [ت، جـ، ح، ل] / واحد: واحدة [ح، ل] – 21-22 والهيئة ... الكأس: ناقصة [ف] – 22 هي: وهي [ف] / وهيئة داخل الكأس: وهيئتها [ف] / هي: ناقصة [جـ].

داخل الكأس؛ فهيئة أبعاد داخل الكأس هي تقوم هيئات جميع الأجسام التي تملأ
الكأس بهيئة واحدة / بعينها. وفي ذلك دليل ظاهر على أن في داخل الكأس أبعادًا ثابتة ت – ١٧٣
لا تتغير، وأن أبعاد الأجسام التي تتعاقب على الكأس، التي هي أجسام مختلفة في
جواهرها مختلفة في أشكالها وهيئاتها قبل حصولها في الكأس، ينطبق أبعاد كل واحد
5 منها على تلك الأبعاد الثابتة، ويتشكل بشكلها، ويتحد كل واحد من أبعاد الجسم بالبعد
الذي في داخل الكأس الذي قد انطبق عليه ذلك البعد.

فإن قيل: إن الذي يقوم شكل الجسم وهيئته هو سطح داخل الكأس لا الأبعاد التي
بين النقط المتقابلة من السطح؛ فالجواب هو أن الجسم الذي يحصل في الكأس / قد ف – ١٣٨ – و
حصل فيما بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس، فقد انطبقت أبعاده على الأبعاد
10 التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس أو مجموعهما. وكل جسم يحصل في
داخل الكأس تنطبق أبعاده على أبعاد داخل الكأس على تصاريف الأحوال، التي هي
أبعاد ثابتة / لا تتغير. ل – ٢٧ – ظ

والأبعاد الثابتة التي في داخل الكأس هي الخلاء المتخيل الذي يملأه كل واحد
من الأجسام التي تملأ الكأس، وإن كانت هذه الأبعاد ليس تخلو من جسم يملأها،
15 لكنها في التخيل خالية من المواد، وفي الوجود الحسي مقترنة بمادة والمواد تتعاقب
عليها.

وكل جسم يحيط به جسم، فسطح الجسم المحيط بالجسم الذي في داخله يحيط
بأبعاد متخيلة معلومة ثابتة لا تتغير، قد انطبقت عليها أبعاد الجسم المحاط به واتحدت بها.
فإذا / أخرج ذلك الجسم المحاط به من ذلك الموضع، وصار مكانه جسم غيره، انطبقت ح – ٢٣ – و
20 أبعاد الجسم الثاني على الأبعاد الثابتة المعقولة المتخيلة التي كان انطبق عليها ‹أبعاد›
الجسم الأول.

1 داخل الكأس (الثانية): داخلها [ف] – 2 أبعادًا: ابعاد [ح، ل] – 3 أبعاد: الابعاد [ت، جـ، ح، ل] / الأجسام: الجسم [ت] – 4 جواهرها: جوهرها [ت] / جواهرها مختلفة في: ناقصة [جـ، ف] – 5 ويتحد: ويتخذ [ح، ل، ف] – 7 إن: أثبتها فوق السطر [ح] / الجسم: المجسم [جـ] / الأبعاد: كتب اللام ألف فوق السطر [ح] – 8 النقط: النقطة [ت، ح] / السطح: السطوح [ف] / يحصل في الكأس: في الكأس يحصل [ف] – 9 النقط: النقطة [ت، ح] – 10 النقط: النقطة [ت، ح] / المتقابلة ... الكأس: ناقصة [ف] – 13 التي: كتب بعدها «لا يتغير»، ثم ضرب عليها بالقلم [ف] – 14 ليس: ليست [ت] / تخلو: تخلوا [ح] – 15 المواد وفي الوجود: الموادة في الوجوه [ح] / وفي: في [ف] – 17 داخله: داخل [ت، ف] / يحيط: محيط [ت] – 18 واتحدت: اتخذت [ت] – 19 فإذا: واذا [ت، جـ] / أخرج: خرج [ت، جـ] / انطبقت: مكررة [ح، ل] – 20 أبعاد ... انطبق: أثبتها في الهامش [ح] / المتخيلة: ناقصة [ف].

فقد تبين من جميع ما بيناه / أن الأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالجسم، التي هي الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم، أولى بأن يكون مكان الجسم من السطح المحيط بالجسم؛ إذ كان قد ظهر أن السطح يلزمه شبه بشعة وشناعات فاحشة؛ / والأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالجسم، التي هي الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم، ليس يلزمها شيء من الشناعات ولا يقدح فيها شيء من الشبه. فالأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالجسم هي المكان الذي قد تمكن فيه الجسم الذي ليس يزيد على مقدار الجسم. ومن أجل أن تلك الأبعاد – من بعد تمكن الجسم فيها، ومن بعد انطباق أبعاد الجسم عليها – تتحد بأبعاد الجسم وتصير أبعادًا للجسم، يكون الخلاء المتخيل المساوي للجسم الذي قد ملأه الجسم هو أبعاد الجسم نفسها. وإذ ذلك كذلك، فمكان الجسم هو أبعاد الجسم.

جـ-٥-و
ت-١٧٤

فإن قيل إن الخلاء هو جسم، والجسم المتمكن في المكان هو جسم، وليس يجوز أن يداخل الجسم جسمًا آخر ويصيرا جسمًا واحدًا، فالجواب أن الجسم لا يداخل الجسم، إذا كان كل واحد منهما ذا مادّة، وكان في المادّة مدافعة وممانعة، فيمنع كل واحد منهما الآخر من أن يصير في مكانه وهو ثابت في مكانه. والخلاء ليس بذي مادّة ولا فيه مدافعة. وإنما الخلاء هو أبعاد فقط متهيئة لقبول الموادّ. والجسم الطبيعي هو المادّة التي الأبعادُ المتخيلة متهيئةٌ لقبولها مع الأبعاد. وكل الأبعاد فهي متهيئة لقبول كل مادّة وكل بعد، فليس فيه مانع يمنع الأبعاد من أن تنطبق عليه، فليس يمتنع أن ينطبق أبعاد الجسم الطبيعي الذي الخلاء متهيئ لقبوله على أبعاد الخلاء التي هي أطوال لا عروض لها ولا مدافعة فيها. وإذ ذلك كذلك، فقد بطل القول بأن الجسم الطبيعي لا يداخل الخلاء لأنهما جسمان.

1 من جميع ما بيناه: ناقصة [ف] / المتخيلة: ناقصة [ف] / بين: هي [ت] – 2 المحيط: أثبتها في الهامش مع «ظ» فوقها [جـ] – 3 السطح (الأولى): أثبتها تحت السطر [ت] / بشعة: شنيعة [ت، جـ] – 3-10 إذ كان ... كذلك: ناقصة [ف] – 5 يقدح: بيقدح [جـ] – 6 بين: هي [ت] – 8 أبعاد: ابعاده على [ح، ل] – 10 إذ: ناقصة [ل، ح] – 13 الجسم: ناقصة [ف] / جسمًا (الأولى): جسامًا [ت] – 14 كل: ناقصة [ح، ل] / وكان في المادة: ناقصة [ف] – 15 الآخر: الاخير [جـ] – 16 إنما: ناقصة [ف] / فقط: أعاد كتابتها في الهامش [جـ] / الطبيعي: طبيعي [ت] / التي: التي هي [ح، ل] – 17 متهيئة: المتهيئة [ت] / الأبعاد (الثانية): ابعاد [ت، جـ، ح، ل] – 18 يمنع: يمتنع [ت] – 19 متهيئ: متخيل، ثم صححها في الهامش [ف] / أطوال لا عروض لها ولا: ناقصة [ف] – 20 فيها: فيهما [ح] / إذ: إذا [ح، ل] / وإذ ذلك كذلك: ناقصة [ف] / فقد: وقد [ت] / بطل: بطلا [ح، ل].

وإذ قد تبين جميع ما بيناه، فمكان الجسم هو أبعاد الجسم التي إذا جردت في التخيل كانت خلاء لا مادّة // فيه مساويًا للجسم شبيه الشكل بشكل الجسم؛ وذلك ما أردنا بيانه في هذه المقالة.

جـ - ٥ - ظ
ح - ٢٣ - ظ

تمّ القول للحسن بن الحسن بن الهيثم في المكان.

5 والحمد للّه ربّ العالمين والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين.

1 وإذ ... بيناه: فاذا [ف] / فمكان: فكان [جـ] / الجسم (الثانية): ناقصة [ف] – 2 شبيه: شبيهه [ت] – 3 المقالة: المقـ [ل] – 4 تمّ ... المكان: ناقصة [ف] / للحسن ... الحسن بن: لابن [ت] / للحسن ... الهيثم: ناقصة [جـ] – 5 والصلاة ... أجمعين: ناقصة [ت].

المُلْحَقُ الأوَّلُ

فَنُّ الابْتِكارِ: ثابِتُ بنُ قُرَّة والسِجْزِيُّ

لقَد ابْتَكَرَ ابنُ الهَيْثَمِ *الفَنَّ التَحْليلِيَّ* تِبْعاً لبَحْثِ ابنِ سِنانٍ في التَحْليلِ والتَرْكيبِ الهَنْدَسِيَّيْنِ، ولَكِنْ، وفي نَفْسِ الوَقْتِ بتَعارُضٍ مع ذَلِكَ البَحْثِ. وكُنّا قَد أَشَرْنا أَيْضاً إلَى أَنَّهُ إِثْرَ ظُهورِ *فَنِّ الابْتِكارِ* الَّذي تَصَوَّرَهُ السِجْزِيُّ، قَد قامَ ابنُ الهَيْثَمِ بتَطْويرِ هَذا الفَنِّ بالذات، ولَكِنْ من مَوْقِعِ المُعارِضِ لَهُ. ولقَد سَبَقَ أن رَأَيْنا أَيْضاً أنَّ الجِدَّةَ في تَصَوُّرِ ابنِ الهَيْثَمِ يُمْكِنُ فَهْمُها عَلَى ضَوْءِ الحاجاتِ الهَنْدَسِيَّةِ المُسْتَجدَّةِ.

غَيْرَ أَنَّ ابنَ سِنانٍ وخَليفَتَهُ السِجْزِيَّ كِلاهُما قَد انْطَلَقا من مُؤَلَّفٍ مُقْتَضَبٍ لثابتِ بنِ قُرَّة. وهَكَذا، تَتَشَكَّلُ أَمامَنا اللَّوحَةُ التاريخِيَّةُ، أو عَلَى الأَقَلِّ، بَعْضُ ملامِحِها الَّتي صَمَدَت أَمامَ تَقَلُّباتِ الدَهْرِ، ويَتَّضِحُ لنا من ذَلِكَ، أَنَّهُ بُغْيَةَ وَضْعِ مُساهَمَةِ ابنِ الهَيْثَمِ في نِصابِها بدِقَّةٍ، لا مَناصَ من التَفَحُّصِ الصارِمِ لمُؤَلَّفاتِ ثابتٍ بنِ قُرَّة وابنِ سِنانٍ والسِجْزِيِّ. وقَد أُنْجِزَت دِراسَةُ كِتابِ ابنِ سِنانٍ وباقي مُؤَلَّفاتِهِ الأُخْرَى[1]. لذَلِكَ يَبْقَى عَلَيْنا أن نَدْرُسَ مُؤَلَّفَ ثابتٍ بنِ قُرَّة ومُؤَلَّفَ السِجْزِيِّ. وسَوْفَ نُكَرِّسُ الصَفَحاتِ اللاّحِقَةَ لِهَذَيْنِ المُؤَلَّفَيْنِ، وذَلِكَ بُغْيَةَ فَهْمِ بروزِ فَصْلٍ عِلْمِيٍّ جَديدٍ وكَيْفِيَّةِ تَطَوُّرِهِ قَبْلَ ابنِ الهَيْثَمِ، وبِالتالي بِهَدَفِ قِياسِ عِظَمِ المَسافَةِ الَّتي قَطَعَها هَذا الأخيرُ في هَذا المِضْمارِ.

---

[1] انْظُرْ:

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān, Logique et géométrie au Xᵉ siècle* (Leiden, 2000).

I– ثابِتٌ بنُ قُرَّة: المَنْهَجُ المُسَلَّماتِيُّ والابْتِكارُ

فِي البَدءِ كانَتْ تَرْجَمَةُ ***أصول*** إقليدسَ. وقَد كانَ هَذا الكِتابُ فِي نَظَرِ رِياضِيِّي القَرْنِ التاسعِ كَما فِي نَظَرِ خُلَفَائهم نَموذَجاً لِلْكِتابَةِ، ولَكِنَّهُ ما لَبِثَ أن صارَ بِسُرْعَةٍ مَصْدَراً لِمَجْموعَةٍ من مَواضيعِ التأمُّلِ والتَفكُّرِ. ويَبْقَى أن يُوضَعَ كِتابٌ حَوْلَ هَذا الدَوْرِ المُزْدَوِجِ ***للأُصول*** فِي الرِياضِيّاتِ العَرَبِيَّةِ. لِنُشِرْ عَلَى سَبيلِ التَذْكيرِ، أنَّهُ ما كادَ هَذا الكِتابُ يُتَرْجَمُ إِلَى العَرَبِيَّةِ حَتَّى أَضْحَى مَوْضوعاً لِشُروحاتٍ عَديدَةٍ رَمَتْ إِلَى تَلَمُّسِ غَايَةِ مُؤَلِّفِهِ ومُناقَشَةِ تَنْظيمِ الكِتابِ وتَصْحيحِ بَعْضِ قَضاياه وإعادَةِ كِتابَةِ بَعْضِ بَرَاهينِهِ. وفِي هَذا الإطارِ كان قَد أَلَّفَ الفَيْلَسوفُ المَشْهورُ الكِنْدِيُّ فِي مُنْتَصَفِ القَرْنِ التاسعِ كِتابَيْنِ بَليغَيْنِ: ***في إصلاحِ كِتابِ أقليدسَ***، و***رِسالَةٌ في أغْراضِ كِتابِ أقليدسَ***. كَما عَمَدَ آخَرون كالجَوْهَرِيِّ إِلَى شَرْحِ ***الأُصول*** واهْتَمُّوا ببَعْضِ الصُعوبَاتِ المُتَرَتِّبَةِ عَلَيْهِ، وتَحْديداً فِي مَسْأَلَةِ المُصادَرَةِ الخامِسَةِ. وأَرادَ آخَرونَ أَيْضاً، كالماهانِيِّ، اسْتِبْدالَ بَعْضِ بَراهينِ الخُلْفِ بِبَراهينَ مُباشِرَةٍ. ومن ناحِيَةٍ أُخْرَى، نَسْتَطيعُ أن نُكْثِرَ من الأَسْماءِ والعَناوينِ الَّتي تَشْهَدُ كُلُّها عَلَى المَكانَةِ المَرْكَزِيَّةِ ***للأُصول*** لَيْسَ فِي وَسَطِ النَشاطِ الرِياضِيِّ فَقَط، إنَّما أَيْضاً وبِشَكْلٍ عامٍّ فِي الحَياةِ الفِكْرِيَّةِ لِذاكَ الزَمانِ. لَم يَتَوانَ الرِياضِيُّون الهَنْدَسِيُّون وكَذَلِكَ الجَبْرِيُّون والفَلاسِفَةُ والمُفَكِّرون كُلُّهُم عن التَساؤُلِ عن المُؤَلِّفِ وتَنْظيمِهِ ونَسَقِهِ وأُسْلوبِهِ. ومن بَيْنِ أولَئِكَ المُفَكِّرين يُطالِعُنا رَجُلُ دَوْلَةٍ من سُلالَةِ كِبارِ إدارِيِّي الخِلافَةِ: وهُوَ ابنُ وَهْبٍ[٢]. وهَذا القارِئُ المُطَّلِعُ بدونِ شَكٍّ

[٢] يُخاطِب ثابِتٌ بنُ قُرَّة هُنا ابنَ وَهْبٍ؛ ولَكِنْ أَيُّهُم يَكونُ هَذا؟ فَعائِلَةُ بَني وَهْبٍ هِيَ عائِلَةُ وُزَراءِ وأُمَناءِ دَوْلَةٍ ورِجالِ أدَبٍ آنذاك، كانَتْ فِي دائرةِ السُلْطَةِ فِي بَغْداد عَلَى الأَقلِّ مُنْذُ قَرْنٍ من الزَمَنِ. وباسْتِثْناءِ المؤسِّسِ وَهْبٍ نَفْسِه، الَّذي كانَ مُساعِداً لجَعْفَرِ البَرْمَكِيِّ (وهو الوَزيرُ المَشْهورُ لهارون الرَشيد) المُتَوَفَّى فِي كانونِ الثانِي/يناير سَنَةَ ٨٠٣ م، فإنَّ كُلَّ الآخَرين من أوْلادِهِ وأحْفادِهِ وأوْلادِ =

عَلَى كِتابِ ***الأُصول***، يَطْرَحُ سُؤالاً أساسِيّاً حَوْلَ المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ والابْتِكارِ. وبلُغَةِ ابنِ وَهْبٍ، يُطْرَحُ السُؤَالُ بالمَعْنَى التالي: لقَد احْتَرَمَ إقليدسُ في تَرْتِيبِ عَرْضِ القَضايا حَصْراً المَتَطَلَّباتِ المُتَعَلِّقَةَ بِالبُرْهانِ مُقَدِّماً تِبْعاً لذَلِكَ مَوْضِعَ بَعْضِ القَضايا ومُؤَخِّراً البَعْضَ الآخَرَ، وبشَكْلٍ مُسْتَقِلٍّ عن الدَلالَةِ المَعْنَوِيَّة لِهَذِهِ القَضايا. ففي ***الأُصول*** يُؤْثِرُ إقليدسُ إذاً التَرْتِيبَ النَحْوِيَّ عَلَى غَيْرِهِ مُتَجاهِلاً أيَّ دَلالاتٍ مَعْنَوِيَّةٍ. يُسَلِّمُ ابنُ وَهْبٍ بأنَّ هَذا التَرْتِيبَ مُلائِمٌ جِدّاً لتَلقُّنِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ؛ ولَكِنْ عِنْدَما يَصِلُ الأَمْرُ إِلَى تَوْظيفِ ما تَلَقَّنّاهُ في البَحْثِ يَتّضِحُ أنَّ هَذا التَرْتِيبَ غَيْرُ مُرْضٍ: يَنْبَغي لذَلِكَ أن نَجِدَ تَرْتيباً آخَرَ، وهُوَ تَرْتيبُ الابْتِكارِ. وهَذِهِ المَسْأَلَةُ الَّتِي صاغَها ابنُ وَهْبٍ في القَرْنِ التاسِعِ سَنَجِدُ من يُعيدُ إِلَيْها الحَيَوِيَّةَ لاحِقاً بَعْدَ بِضْعَةِ

= أحْفادِهِ يُمْكِنُ أن يَكونوا ابنَ وَهْبِ الَّذي ذَكَرَهُ ثابتٌ بن قُرَّة. وابنُ قُرَّة لا يَفْعَلُ شَيْئاً لِيُساعِدَنا فَهُو لا يَذْكُرُ تاريخاً في رِسالَتِهِ ولا رُتْبَةً أو اسْماً كامِلاً لِمَن يُراسِلُهُ.

وَأَوَّلُ المُرَشَّحينَ لِكَيْ يكونَ "ابنَ وَهْبٍ"، المذكورَ لَدَى ابنِ قُرَّة، هو سُلَيْمانُ بنُ وَهْبٍ (تُوُفِّيَ سَنَةَ ٨٨٥ م). لقَد كانَ ثابتٌ في بَغْدادَ وارْتادَ بصُحْبَةِ أساتِذَتِهِ بني موسَى دَوائِرَ السُلْطَةِ. وثَمَّةَ مُرَشَّحانِ آخَران وهُما ابنا سُلَيْمانَ: أحْمَدُ وهُوَ أمينُ الدَوْلَةِ لجِبايَةِ الضَرائِبِ كانَ أديباً وشاعِراً مَشْهوراً وقَد وَرَدَتْ سيرَتُهُ الذاتِيَّةُ لَدَى ياقوت الحمويّ في كِتابِهِ ***مُعْجَم الأُدَباء*** (مَنْشورات بولاق، القاهِرَة بِدونِ تَأْريخٍ، المُجَلَّدُ الثالِثُ، ص ٥٤-٦٣)؛ أو عُبَيْدُ الله وهُوَ وَزيرُ الخَليفَةِ المُعْتَضِدِ لِعَشْرِ سَنَواتٍ، وقد تُوُفِّيَ في سَنَةِ ٩٠٠ م، وبذَلِكَ يَكونُ مُعاصِراً لثابتٍ بنِ قُرَّة. ومن المُمْكِنِ أَيْضاً أنَّ ابنَ قُرَّة يُخاطِبُ القاسِمَ بنَ عُبَيْدِ الله الَّذي تَقاسَمَ مَعَهُ بَعْضَ المَسْؤُولِيّاتِ الوِزارِيَّةِ قَبْلَ أن يُصْبِحَ هُوَ نَفْسُهُ وَزيراً إِثْرَ وَفاةِ والِدِهِ. وتَجْدُرُ الإشارَةُ إلى أَنَّهُ بناءً عَلَى رَغْبَةِ القاسِمِ هَذا بالذاتِ قامَ ابنُ قُرَّة بكِتابَةِ تَلْخيصِهِ لِكِتابِ ***ما بَعْدَ الطَبيعَةِ*** لأرِسْطو. وتُعْرَفُ هَذِهِ الرِسالَةُ الأخيرَةُ بِمُؤَلَّفِ ثابتٍ بنِ قُرَّة، في تَلْخيصِ ما أَوْرَدَهُ أرِسْطو في كِتابِهِ ***ما بَعْدَ الطَبيعَةِ*** ...، المَكْتوب لِلوَزيرِ أبي الحُسَيْنِ القاسِمِ بن عُبَيْدِ الله. ومن المُمْكِنِ أنَّ يَكونَ القاسِمُ هَذا الَّذي اهتَمَّ بِمَوْضوعِ *ما بَعْدَ الطَبيعَةِ* قد اهتَمَّ أَيْضاً ***بأصول*** إقليدسَ وخاصَّةً بطَريقِ الابْتِكارِ. وفي كُلِّ الأحْوالِ فَفي ظِلِّ مَعْلوماتِنا الحالِيَّةِ تَبْدو إمكانيَّةُ هَذِهِ الفرضِيَّةِ الأخيرةِ غَلاَّبَةً مُقارَنَةً بباقي الفَرَضِيّاتِ (انْظُرْ تَحْديداً: الصَفَحات ٣٠٠-٣٠١ وَ ٣٢٩-٣٥٧ من الجُزءِ الأوَّلِ والصَفْحَةَ ٧٤٥ من الجُزءِ الثاني من كِتاب:

D. Sourdel, *Le Vizirat abbaside*, Institiut Français de Damas [Damas, 1959-1960].

قُرونٍ، وهَذا ما نَجِدُه بِالفِعْلِ عِنْدَ بيير دي لا راميي (Pierre de la Ramee)[٣] وأنطوان ارنولد (Antoine Arnauld) وبيير نيكول (Pierre Nicole)[٤] وغَيْرِهم.

ولَكِنَّ تَواصُلَ هَذا المَبْحَثِ يُبْرِزُ عَلاقَاتِهِ المَتينَةِ بِأُسْلوب ***الأُصول*** نَفْسِهِ، أي بالمَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ (بالمَعْنَى الإقليدِيِّ طَبْعاً) الَّذي يَحْكُمُ هَذا المُؤَلَّفَ. ولم يَكُنْ مُؤَلَّفُ ***الأُصول*** نَموذَجاً لِلْكِتابَةِ لَدَى رياضِيِّي القَرْنِ التاسع فَحَسْب، إنَّما كانَ نَموذَجاً لَدَى الرياضِيِّين عَلَى مَدَى أَكْثَرَ من ألفَيْ عامٍ، بل إنَّهُ كانَ يُعْتَبَرُ، طيلَةَ هَذِهِ المُدَّةِ، النَموذَجَ والمِثالَ الأعْلَى في الكِتابَةِ. وتَجِدُ القيمَةُ المِعْيارِيَّةُ المُضاعَفَةُ هَذِهِ أساسَها في تَطْبيقِ المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ. ولَكِنْ، في السِياقِ الإقليدِيِّ، لا يَكونُ هَذا التَطْبيقُ بذاتِهِ مُمْكِناً إلاّ بقَدْرِ ما يَكونُ الكائِنُ الهَنْدَسِيُّ – الشَكْلُ الهَنْدَسِيُّ – مَوْضوعاً لمَعْرِفَةٍ تابعَةٍ لِلافْتِراضاتِ ولعَمَليّاتِ البناءِ التَخَيُّلِيَّةِ. وتَظْهَرُ لذَلِكَ مَسْأَلَةُ الابْتِكارِ في سِياقِ "*ما بَعْدَ هَنْدَسِيٍّ*". وتَكونُ الابْتِكاراتُ عَلَى الأَكْثَرِ شَأناً ظَرْفِيّاً، يَنْتُجُ مَبْدَئِيّاً مِن تَطْبيقِ المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ لِلتَحَقُّقِ من بُرْهانٍ ما أو لِتَقْديرِ فَحْواه.

ومَهْما يَكُنْ في الأمْرِ، فقَد خاطَبَ ابنُ وَهْبٍ ابنَ قُرَّة مُطالِباً إيَّاهُ بصِياغَةِ مَنْهَجٍ مُخْتَلِفٍ عن المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ، ومُتَماشٍ مع مَتَطَلَّباتِ الابْتِكار. والهَدَفُ إذاً واضِحٌ: يَتَعَلَّقُ الأمْرُ بمَنْحِ القارئِ المُطَّلِعِ عَلَى المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ، مَنْهَجاً ثانياً يُمَكِّنُهُ من اكْتِشَافِ القَضايا الجَديدَةِ ومن القِيامِ بإنْشاءِ أبْنِيَةٍ جَديدَةٍ. واخْتِيارُ ابنِ وَهْبٍ لِثابتٍ ما كان مَرَدُّهُ فَقَط الشُهرةَ الكَبيرَةَ الَّتي يَتَمَتَّعُ بِها ابنُ قُرَّة في عِلْمِ الهَنْدَسَةِ،

---

[٣] لقد تَساءَلَ بيير دي لا راميي عن تَرْتيب *أصول* إقليدسَ، انْظُرْ:

«Ordo Euclidis displicuit Petro Ramo, quemadmodum ex iis intelligitur, quae in Scholis Mathematicis lib. 6 et sqq., contra Euclidem passim disputat»

وهذا مقطع من كتاب أنطوان ارنولد وبيير نيكول: *La Logique ou l'art de penser* (المنطق وفنّ التفكير)، الذي يحتوي، بالإضافة إلى القواعد العامّة، على عدّة ملاحظات جديدة خاصّة بتكوين الرأي، وهو دراسة نقديّة قدَّمها بيير كلير وفرنسوا جيربال ضمن مجموعة: حركة الأفكار في القرن السابع عشر "Le mouvement des idées au XVII^{e} siècle (Paris, 1965)"، ص ٤١٤ رقم ٤١٣

[٤] راجِعِ الكِتابَ الوارِدَ في المُلاحَظَةِ السابِقَةِ:

La Logique ou l'art de penser.

بل يَعودُ أَيْضاً إِلَى مَعْرِفَتِهِ المباشرة بكِتاب ***الأُصول*** من مَصْدَرِهِ الأوَّلِ، إذ تأتّى لابنِ قُرَّة أن راجَعَ التَرْجَمَةَ العَرَبِيَّةَ الثالِثَةَ الَّتِي أنْجزَها إسحاق بنُ حُنَيْن.

وبُغْيَةَ الرَدِّ عَلَى ابنِ وَهْب يَكْتُبُ ابنُ قُرَّة كُتَيِّباً، عَمَدْنا إِلَى تَحْقيقِهِ ونَشْرِهِ في هَذا المُجَلَّدِ. لنُلَخِّصْ سَرِيعاً هَذا الكُتَيِّبَ الَّذي لَهُ تَنْظيمٌ بَسيطٌ. ففي جُزْئِهِ الأوّلِ الافتِتاحِيِّ، يَتَناوَلُ مَسْأَلَةَ العَرْضِ المُسَلَّماتِيِّ ***للأُصول*** والتَرْتِيبَ الَّذي يَنْبَغي اتِّباعُهُ في الابْتِكارِ، ويباشِرُ تَصْنيفاً لِلمَفاهيمِ الهَنْدَسِيَّةِ. وفي جُزْئِهِ الثاني المُكَرَّسِ لعَرْضِ أمْثِلَةٍ تَوَضِّحُ الجُزْءَ الأوَّلَ، يَعْمَدُ ابنُ قُرَّة، إذا صَحَّ القَوْلُ، إِلَى عَرْضِ "تَمارينَ في الابْتِكارِ".

ويُفْتَتَحُ القِسْمُ الأوّلُ من هَذا الكُتَيِّبِ عَلَى مُلاحَظَتَيْنِ مُلْفِتَتَيْن. فَهَدَفُ ابنِ قُرَّة جَلِيٌّ يَتَمَحْوَرُ حَوْلَ إرْساءِ القَواعِدِ لَمنْهَجٍ يَقودُ نَحْوَ ابْتِكارِ قَضايا وأبْنِيَةٍ جَديدَةٍ، مُوَجَّهٍ إِلَى رِياضِيٍّ مُطّلِعٍ عَلَى المَنْهَجِ المُسَلَّماتِيِّ ومُتَضَلِّعٍ من العِلْمِ الرياضِيِّ بِشَكْلٍ كافٍ. ولَكِنَّ ابنَ قُرَّة لا يَتَوَقَّفُ عِنْدَ هَذا الحَدِّ: إذ إنَّ هَذا المَنْهَجَ يَنْبَغي أن يُطَبَّقَ "في كُلِّ عِلْمٍ بُرْهانِيٍّ". ومِنَ الواضِحِ إذاً أنَّ المَسْأَلَةَ تَتَعَلَّقُ بمسارٍ نَفْعِيٍّ. ويَقْتَضي المَنْهَجُ من جِهَةٍ أُخْرَى أن يُعْمَدَ إِلَى تَصْنيفِ المَفاهيمِ بُغْيَةَ تَمْييزِ أنْواعِها ومن ثَمّ تَجْميعِها وَفْقَ نَوْعِها وحِفظِها في الخاطِرِ لاستِخْدامِها عِنْدَما يحِينُ الأوانُ. وبُغْيَةَ التَعَرُّفِ عَلَى تِلْكَ الأنْواعِ المُخْتَلِفَةِ، يَبْدَأُ ابنُ قُرَّة بتَمْييزِ ثَلاثَةِ أصْنافٍ من البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ، هِيَ: الأبْنِيَةُ الهَنْدَسِيَّةُ بِواسِطَةِ الآلاتِ — مَثَلاً المِسْطَرَةُ والبِرْكارُ لبِناءِ مُثَلَّثٍ مُتَساوِي الأضْلاعِ؛ القَضايا الَّتِي تَتَناوَلُ مِقْداراً أو حالَةً مَجْهولَةً — مَثَلاً إيجادُ مِساحَةِ مُثَلَّثٍ مَعْلومِ الأضْلاعِ، أو إيجادُ عَدَدٍ تامٍّ؛ وأخيراً، الأحْكامُ العامَّةُ حول طَبيعَةِ الكائِنِ — أو حول خَصائِصَ نَوْعِيَّةٍ لِهَذا الكائِنِ — مَثَلاً بِالنِسْبَةِ إِلَى الكائِنِ "مُثَلَّث": مَجْموعُ زَواياه يُساوِي زاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ. ويُشيرُ ابنُ قُرَّة إِلَى أنَّ الصِنْفَ الأوّلَ يَقْتَضِي مَعْرِفَةَ الصِنْفَيْنِ الباقِيَيْنِ، ولَكِنْ لَيْسَ العَكْس.

وتَفرِضُ القاعِدَةُ الأولَى في هَذا المَنْهَجِ ذاتَها بذاتِها: إذ إنَّها تُفْضي إلَى البَدْءِ بتَعْيينِ الصِنْفِ أو التَشْكيلَةِ الَّتي يَنْتَمي إلَيْها المَفهومُ المَطْلوبُ. ولَكِنَّ كُلَّ واحِدَةٍ من هَذِهِ التَشْكيلاتِ الثَلاثِ تَتَضَمَّنُ أُصولاً، ومَفاهيمَ يُسْتَدَلُّ عَلَيْها بواسِطَةِ هَذِهِ الأُصولِ، فَضْلاً عن تَضَمُّنِها لأُصولٍ مُكَمِّلَةٍ أُخْرَى. وبكَلِمَةِ "أصْل" يَفْهَمُ ابنُ قُرَّة تِبْعاً ***للأنالوطيقا الثانية*** *(I, 10)* "ما هُوَ مَأخوذٌ ومُسَلَّمٌ بِهِ بلا بُرْهان". ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ، وَفْقَ ما يَسوقُهُ العالِمُ، بمَفاهيمَ مُشْتَرَكَةٍ [عُلومٍ (مَعارِفَ) أولَى] ومُسَلَّماتٍ وتَعاريفَ. وفي هَذِهِ الحالَةِ الأخيرَةِ، المَقْصودُ فَقَط تِلْكَ التَعاريفُ المُرْتَبِطَةُ بماهِيَّةِ المَفْهومِ المَطْلوبِ. وبالنِسْبَةِ إلَى كُلِّ صِنْفٍ من الأصْنافِ السابِقَةِ، بَعْدَ أن يُمَيِّزَ الباحِثُ بَيْنَ المُسَلَّماتِ والتَقْريراتِ الأُصولِيَّةِ والتَعاريفِ من جِهَةٍ والقَضايا من جِهَةٍ أُخْرَى، فَإنَّهُ سَيَكونُ مُسْتَعِدّاً لأن "تَخْطُرَ عَلَى بالِهِ" كُلُّ المَفاهيمِ اللاّزِمَةِ لإدْراكِ الكائِنِ المَطْلوبِ؛ وهَذِهِ هِيَ القاعِدَةُ الثانِيَةُ من المَنْهَجِ.

والقاعِدَةُ الثالِثَةُ، الَّتي لا يَمْنَحُها ابنُ قُرَّة تَسْمِيَةً خاصَّةً، هِيَ التَحْليلُ: أي الانْطِلاقُ من الشُروطِ اللاّزِمَةِ لِلْكائِنِ المَطْلوبِ، ومن ثَمّ من الشُروطِ اللاّزِمَةِ لِتِلْكَ الشُروطِ وهَكَذا دَوَالَيْك. وبُغْيَةَ تَوْضيحِ هَذا التَحْليلِ، يَتَفَحَّصُ ابنُ قُرَّة ثَلاثَةَ أبْنِيةٍ، حَيْثُ نَرَى في كُلِّ مَرَّةٍ كَيْفِيَّةَ إجْرَاءِ التَحْليلِ. ولا يَخْلو هَذا الخَيارُ من بَعْضِ الاهْتِمامِ التَعْليمِيِّ كَما أَنَّهُ يَكْتَسِبُ أَهَمِيَّةً خاصّةً يُمَثِّلُها لِجِهَةِ التَحْليلِ المُسَمَّى "تَحْليلاً مَسائِلِيّاً" في الهَنْدَسَةِ. لِنُشِرْ من ناحِيَةٍ أُخْرَى إلَى أنَّنا إذا عَزَلْنا الفِئَةَ الخاصَّةَ بالقَضايا الَّتي تَتَناوَلُ تَعْيينَ المَقاديرِ والأعْدادِ، فإنَّ ابنَ قُرَّة يَنْأَى بَعيداً عن التَضادِّ التَقْليدِيِّ القائِمِ بَيْنَ "التَحْليلِ النَظَرِيِّ" و "التَحْليلِ المَسائِلِيِّ".

وكَأَوّلِ مُؤَلَّفٍ حَوْلَ مَنْهَجِ الابْتِكارِ، يُبَشِّرُ هَذا الكِتابُ المُقْتَضَبُ لابنِ قُرَّة بولادَةِ مَوْضوعٍ عن الابْتِكارِ في الرياضِيّاتِ؛ ولن يَطولَ الأمْرُ لكيْ يَنْفَصِلَ هَذا المَوْضوعُ مُسْتَقِلاًّ عن أُصولِهِ، مُتَّخِذاً لنَفْسِهِ لَدَى خُلَفاءِ ابنِ قُرَّة بُعْداً تَعْميمِيّاً آخَرَ. ولا تَقْتَصِرُ أَهَمِيَّةُ هَذا المُؤَلَّفِ عَلَى تَضَمُّنِهِ لأوَّلِ نِقاشٍ حَوْلَ مَوْضوعِ هَذا

التَفْكيرِ؛ بل تَتَعَدَّاهُ إِلَى تَحْفيزِ قارِئيهِ عَلَى البَحْثِ، وخَاصَّةً عَلَى ضَوْءِ المَعْلوماتِ الرِياضِيَّةِ المُسْتَجِدَّةِ المُكْتَسَبَةِ.

II– السِجْزِيُّ: فِكْرَةُ فَنِّ الابْتِكارِ

١– مُقَدِّمَة

"..رَسَمتُ في هَذا الكِتابِ طَريقاً لِلمُتَعَلِّمين، يَشْتَمِلُ عَلَى جَميعِ ما يُحْتَاجُ إِلَيْهِ في اسْتِخْراجِ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ عَلَى التَمَامِ"[٥]. هَكَذا يُعَبِّرُ ابراهيمُ بنُ سِنانٍ (٢٩٦/٩٠٩ – ٣٣٥/٩٤٦) مُتَبَنِّيًا من جَديدٍ أُمْنِيَةَ جَدِّه ثابتٍ بنِ قُرَّة. غَيْرَ أَنَّ السِياقَ الرِياضِيَّ لَم يَتَوَقَّفْ عن التَغَيُّرِ المُسْتَمِرِّ طيلَةَ تِلْكَ الفَتْرَةِ، وذَلِكَ وَفْقَ حَرَكَةِ المَسَارِ الَّذي أَطْلَقَهُ أساتِذَةُ ابنِ قُرَّة ونَعْني بذَلِكَ بَني موسَى. إنَّ وَقْعَ البُحوثِ الجَديدَةِ في هَنْدَسَةِ القِياسِ وهَنْدَسَةِ الأَوْضاعِ والأَشْكالِ، وبُروزَ "رِياضِيّاتٍ شُمولِيَّةٍ" تَحْتَ تأثيرِ عِلْمِ الجَبْرِ ... قَد دَفَعا بالرياضِيِّين، وَفْقَ ما ذَكَرَهُ ابنُ سِنانٍ نَفْسُه، لكي يَتَنَاوَلوا من جَديدٍ المَسْأَلَةَ التَقْليدِيَّةَ حَوْلَ التَحْليلِ والتَرْكيبِ بل وبِشَكْلٍ أشْمَلَ لِيَتَنَاوَلوا مَسْأَلَةَ فَلْسَفَةِ الرياضِيّاتِ. كانَ دَوْرُ ابنِ سِنانٍ في هَذا المِضْمارِ جَوْهَرِيّاً كَما سَبَقَ أن رَأَيْنا: فقَد هَيَّأَ، في أوَّلِ مُؤَلَّفٍ أساسِيٍّ مَعْروفٍ حَوْلَ التَحْليلِ والتَرْكيبِ، مَنْطِقاً فَلْسَفِيّاً مَكَّنَهُ من الرَبْطِ بَيْنَ *فَنِّ الابْتِكارِ* وَ*فَنِّ البُرْهانِ*[٦]. وما لَبِثَت مُساهَمَتُهُ أن تَطَوَّرَت لِتُعْطِيَ نَظَرِيَّةً فِعْلِيَّةً لِلبُرْهانِ، حَيْثُ تَحْتَلُّ مَسائِلُ المَنْطِقِ المَكَانَةَ المَرْكَزِيَّةَ: انْعِكاسِيَّةُ التَضَمُّنِ المَنْطِقِيِّ، والأَبْنِيَةُ الإضافِيَّةُ، وتَصْنيفُ القَضايا تِبْعاً لِعَدَدِ المُتَغَيِّراتِ وتِبْعاً لعدَدِ الشُروطِ.

---

[٥] انْظُرْ ص ٩٦ من كِتابِ رشدي راشد وهيلين بيللوستا:
Ibrāhīm ibn Sinān, Logique et géométrie au Xe siècle.

[٦] انْظُرْ ص ٢١–٥٦ في نَفْسِ المَكانِ.

وقَد تَناوَلَ خُلَفاءُ ابنِ سِنانٍ بدونِ هَوادَةٍ مَسْأَلَةَ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*، سَواءٌ في مَعْرِضِ نَشاطاتِهِم الفِعْلِيَّةِ في الرياضِيّاتِ، أو عَبْرَ وَضْعِ مُؤَلَّفاتٍ كامِلَةٍ حَوْلَ المَوْضوعِ عَلَى غِرارِ ابنِ سِنانٍ ولَكِنْ من مَنْظورٍ مُخْتَلِفٍ. وهَذا ما فَعَلَهُ بِالضَبْطِ كُلٌّ من ابنِ سَهْلٍ والقوهِيِّ وابنِ الهَيْثَمِ فَضْلاً عن آخَرينَ. ولم يَبْقَ الفَلاسِفَةُ المُطَّلِعون عَلَى الرياضِيّاتِ بِمَنْأًى عن هَذا البَحْثِ: فقَد ناقَشَهُ الفارابيُّ وتَوَقَّفَ عِنْدَهُ مُحَمَّدُ بنُ الهَيْثَمِ. وهَذا يَعْني أَنَّهُ بَدْءاً من مُنْتَصَفِ القَرْنِ العاشِرِ عَلَى الأقَلِّ، رُصِدَ نُشوءُ حَقْلٍ بَحْثِيٍّ في المَنْطِقِ الفَلْسَفِيِّ في الرياضِيّاتِ أو بِصيغَةٍ أَعَمَّ في فَلْسَفَةِ الرياضِيّاتِ، حَيْثُ تآزَرَ الرياضِيّون المُحْتَرِفون وفَلاسِفَةُ الرياضِيّاتِ؛ وقَد شَكَّلَ مَوْضوعُ التَحْليلِ والتَرْكيبِ نواةً لِكُلِّ ما يَحْتَوي عَلَيْهِ هَذا المَجالُ من تَنَوُّعاتٍ مُخْتَلِفَةٍ. ويُطالِعُنا السِجْزِيُّ بِالضَبْطِ في هَذا الغِمارِ؛ فَفي هَذا السِياقِ تَحْديداً، يَنْبَغي لنا قَبْلَ كُلِّ شَيْءٍ، أن نَضَعَ كِتابَهُ الَّذي يُهِمُّنا هُنا: ***كِتابٌ في تَسْهيلِ السُبُلِ لاسْتِخْراجِ الأَشْكالِ الهَنْدَسيَّةِ***.

لقَد أتَى السِجْزِيُّ بَعْدَ ابنِ سِنانٍ بِجيلٍ تَقْريباً؛ وكانَ مُطَّلِعاً جَيِّداً عَلَى أعْمالِهِ، وبِشَكْلٍ خاصٍّ عَلَى مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** الَّذي نَسَخَهُ هُوَ شَخْصِيّاً[٧]. وقَد كانَ السِجْزِيُّ مُطَّلِعاً كذَلِكَ عَلَى مُؤَلَّفاتِ ثابتِ بنِ قُرَّة[٨]، وتَحْديداً عَلَى الكُتَيِّبِ الَّذي وَضَعَهُ ابنُ قُرَّة وكرَّسَهُ لطُرُقِ تَحْديدِ المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ وذَلِكَ نُزولاً عِنْدَ رَغْبَةِ ابنِ وَهْبٍ: وإحْدَى مَخْطوطَاتِ هَذا المُؤَلَّفِ قَد نُسِخَت بِيَدِ السِجْزِيِّ

---

[٧] ابنُ سنانٍ، ***مَقالَةٌ في طَريقِ التَحْليلِ والتَرْكيبِ في المَسائِلِ الهَنْدَسِيَّةِ***، مَخطوطَة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، رَقْم ٢٤٥٧، ص أظ–١٨ظ.

[٨] انْظُرِ الصَفْحَةَ ٨٩ من كِتابِ رشدي راشِد وهيلين بيللوستا:
Ibrāhīm ibn Sinān, Logique et géométrie au Xe siècle.

شَخْصِيّاً[9]. ومع ثابتٍ بن قُرَّة وابراهيمَ بن سِنانٍ نَحْصُلُ عَلَى المَعْلَمَيْن الأكْثَرِ دِقَّةً لتَعْيينِ مَوْضِعِ مُسَاهَمَةِ السِجْزيِّ.

مُقارَنَةً بكِتابِ ابنِ قُرَّة، يَبْدو كِتابُ السِجْزيِّ أكْثَرَ إعْداداً ويَتَضَمَّنُ مَشْروعاً مُخْتَلِفاً. ومن الصَحيحِ أنَّه يوجد ثَمَّةَ تَشارُكٌ بَيْنَ المُؤَلَّفَيْنِ لِجهَةِ المُصْطَلَحاتِ والهَدَفِ والتَنْظيمِ، الأمْرُ الَّذي يَسْمَحُ بالافْتِراضِ أنَّ السجْزيَّ قَد اسْتَوْحَى أفْكارَهُ الأولَى، عَلَى الأرْجَحِ، من كِتاب ثابتٍ بن قُرَّة. يَتَكَوَّنُ كِتابُ السِجْزيِّ أيْضاً من جُزْءين: الأوّلُ مِنْهُما تَمْهيدِيٌّ يَليهِ جُزْءٌ ثانٍ مُكَرَّسٌ لِلأَمْثِلَة. ويُضافُ إلَى هَذا التَشابُهِ الشَكْلِيِّ تَشابُهٌ آخَرُ، إذ يَتَناوَلُ السِجْزيُّ حَصْراً، عَلَى غِرارِ ابنِ قُرَّة، الهَنْدَسَةَ بدونِ سِواها، مُسْتَبْعِداً كُلَّ فُروعِ الرِياضِيّاتِ الأُخْرَى. وكِلا المُؤَلِّفَيْنِ يَتَّخِذانِ عِلْمَ الهَنْدَسَةِ كَنَموذَجٍ لِكُلِّ عِلْمٍ يَقينِيٍّ آخَرَ. وأخيراً لقَد كانَ الهَدَفُ لَدَى كِلا الرَجُلَيْنِ مُزْدَوِجَ الصِبْغَةِ، فهُوَ مَنْطِقِيٌّ و"تَعَلُّمِيٌّ" في نَفْسِ الوَقْتِ. وبالطَبْعِ لَم يَكُنْ هَذا الهَدَفُ غَريباً عن ابنِ سِنانٍ، غَيْرَ أنَّ الصِبْغَةَ التَعْليمِيَّةَ كانَت مَطْموسَةً لَدَيْهِ إلَى حَدٍّ ما بِسَبَبِ هَيْمَنَةِ المُهِمَّةِ الهادِفَةِ إلَى تَهْيِئَةِ نَظَرِيَّةِ البُرْهانِ. فَفي حالَةِ السِجْزيِّ، وبِفَضْلِ اطِّلاعِهِ عَلَى مُسَاهَمَةِ ابنِ سِنانٍ بمَعْنًى ما، تَحَوَّلَ هَذا المَشْروعُ بِالمَلْموسِ إلَى *فَنٍّ في الابْتِكارِ*، الأمْرُ الَّذي لا نَجِدُهُ لَدَى ابنِ قُرَّة. ويُصْبِحُ هُنا مُفيداً أن نَتَوقَّفَ عِنْدَ مَغْزَى مُسَاهَمَةِ السِجْزيِّ والجِدَّةِ الَّتي يَتَضَمَّنُها مَشْروعُهُ. ولِذَلِكَ لا بُدَّ من تَناوُلِ مُؤَلَّفِهِ بِالشَرْحِ التَفْصيلِيِّ.

٢– تَمْهيدٌ لِفَنِّ الابْتِكار

يَفْتَتِحُ السِجْزيُّ الجُزْءَ الأوّلَ من مُؤَلَّفِهِ بتَمْهيدٍ حَوْلَ البَحْثِ في الطُرُق الَّتي سَتُكَوِّنُ هَيْكَلَ *فَنِّ الابْتِكارِ* بِالذات. ويَتَكَوَّنُ هَذا التَمْهيدُ نَفْسُهُ من جُزْءَيْنِ

[9] ***كتابُ ثابتٍ بن قُرَّة إلى ابن وَهْبٍ في التأتّي لاسْتِخْراجِ عَمَلِ المَسائِلِ الهَنْدَسيَّة***. مَخْطوطَة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، رَقْم ٢٤٥٧، ص ١٨٨ظ–١٩١و؛ انْظُرْ أيْضاً الصَفَحات ٧٢٣–٧٣٤.

قَصيرَيْنِ، جُزْءٍ تَعْليمِيٍّ وآخَرَ مَنْطِقِيٍّ، وذَلِكَ بِصورَةٍ مُنْسَجِمَةٍ مع الهَدَفِ الَّذي يَحْكُمُ المَشْروعَ. يَبْدَأُ السِجْزِيُّ من خُلاصَةٍ مُخْتَصَرَةٍ لِمَذْهَبٍ فِي الابْتِكارِ الرِياضِيِّ، غَيْرَ أَنَّها تَتَضَمَّنُ بُذورَ هَذِهِ النَفْسانِيَّةِ الفِكْرِيَّةِ وكانَ ذَلِكَ قَبْلَ الرِسالَةِ المُتَعَلِّقَةِ *بِفَنِّ الابْتِكارِ*. إنَّ الابْتِكارَ الهَنْدَسِيَّ، وَفْقَ هَذا المَذْهَبِ، هُوَ وَليدُ "قُوَّةٍ طَبيعِيَّةٍ" ومَوْهِبَةٍ "غَريزِيَّة" فَضْلاً عن تَعَلُّمٍ نَشِطٍ إن يَكُنْ لِلأُسُسِ أو الطُرُقِ أو المُبَرْهَنَاتِ. والتَعَلُّمُ يَغْلُبُ المَوْهِبَةَ بِحَيْثُ أَنَّهُ، عِنْدَما لا تَكونُ "القُوَّةُ الطَبيعِيَّةُ" فيهِ في أَوْجِها، لَرُبَّما اسْتَطاعَ التَعَلُّمُ أن يُعَوِّضَ عن هَذا الضَعْفِ النِسْبِيِّ. غَيْرَ أَنَّ العَكْسَ لَيْسَ صَحيحاً، لأنَّ "قُوَّةً طَبيعِيّةً" مُجَرَّدَةً من التَعَلُّمِ لا تَقودُ إِلَى أيِّ مَكانٍ. فَبدونِ تَعَلُّمٍ لا يَوجَدُ ابْتِكارٌ. فِي ظِلِّ هَذِهِ الشُروطِ يُوجَدُ إذاً مَكانٌ لِعِلْمٍ يَقودُ الهَنْدَسِيَّ من التَعَلُّمِ نَحْوَ الاكْتِشافِ: وهَذا بِالضَبْطِ *فَنُّ الابْتِكارِ*. وهَذا يَعْني أنَّ ضَرورَةَ *فَنِّ الابْتِكارِ* تَنْدَرِجُ مُسْبَقاً فِي "تَعَلُّمِيَّةِ" العِلْمِ. ويَنِمُّ هَذا الأَمْرُ بِوُضوحٍ عن ظُهورٍ أوّلٍ فِي هَذا الإطارِ لِمَقولَةِ الضَرورَةِ.

ويُكَرَّسُ الجُزْءُ الثاني من التَمْهيدِ لِلمَساراتِ المُتَقَدِّمَةِ عَلَى أيِّ مَنْهَجٍ، ولِلعَمَلِيّاتِ الَّتِي يَنْبَغي القِيامُ بِها قَبْلَ اخْتِيارِ مَسْلَكٍ أو آخَرَ. ويَنْطَلِقُ السِجْزِيُّ فِي هَذا المَسارِ من تَصَوُّرِهِ لِلتَعَلُّمِ فِي الهَنْدَسَةِ. فَدَوْرُ التَعَلُّمِ فِي الابْتِكارِ، كَما يَتَصَوَّرُهُ السِجْزِيُّ، يَفْرِضُ عَلَى الهَنْدَسِيِّ المُبْتَدِئ أن يَبْدَأَ من اسْتيعابِ المُبَرْهَنَاتِ (القَوانينِ) المُثْبَتَةِ فِي ***الأُصولِ***. غَيْرَ أَنَّ هَذا الشَرْطَ الطَبيعِيَّ لِلْغايَةِ لا يَمُرُّ بدونِ طَرْحِ بَعْضِ التَساؤُلاتِ الَّتِي حَرِصَ السِجْزِيُّ عَلَيْها. بيدَ أَنَّهُ يُلامِسُ هُنا مَسائِلَ ذاتَ صِبْغَةٍ مَنْطِقِيَّةٍ فَلْسَفِيَّةٍ تَبْرُزُ تِبْعاً لِلحاجَةِ، وسَيَعودُ إلى تَناوُلِ بَعْضِها فِي مُؤَلَّفٍ لاحِقٍ[١٠].

---

[١٠] انْظُرْ:

R. Rashed, «Al-Sijzī et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition II-14 des *Coniques* d'Appollonius», *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, n° 119, vol. 37 (1987), p. 263 – 296. Voir également P. Crozet, «Al-Sijzī et les *Élements* d'Euclide: Commentaires et autres démontrations des propositions», dans A. Hasnawi, A. Elamrani-Jamal et M. Aouad (éds),

وَتَرُدُّنا المَسْأَلَةُ الأولَى من المَسائِلِ المَذْكورَةِ إلَى التَرْتِيبِ المَنْطِقِيِّ لِلبُرْهانِ، وتَحْديداً إلَى التَرْتِيبِ الَّذي يَعْتَمِدُهُ إقليدسُ في عَرْضِهِ *للأُصول*. وإذا ما سَلَّمْنا بِهَذا التَرْتِيبِ نَفْسِهِ لِلتَعَلُّمِ المُجَرَّدِ، وهَذا ما يُقِرُّهُ السِجْزِيُّ عَلَى خُطَى ابنِ قُرَّة، فَهَلْ يُمْكِنُ تَقَبُّلُهُ كَتَرْتِيبٍ لتَعَلُّمٍ يَهْدِفُ إلَى البَحْثِ، ما يَعْني أَنَّهُ يَقودُ إلَى الاكْتِشافِ؟ وفي الحالَتَيْنِ، إذا ما وُضِعْنا في مَنْظومَةٍ اسْتِنْباطِيَّةٍ، يَنْبَغي أن نَبْدَأَ أَوَّلاً بالمُسَلَّماتِ (أي بالعُلومِ الجامِعَةِ) قَبْلَ المُبَرْهَنَاتِ. وبالفِعْلِ، ألا يَكونُ الأمْرُ طَبيعِيّاً وأكْثَرَ تَماسُكاً إذا ما بُدِئَ بالأكْثَرِ أوَّلِيَّةً؟ لا سِيَّما وأنَّ المُبَرْهَنَاتِ بماهِيَّتِها تُشَكِّلُ جُزْءاً من هَدَفِ بَحْثِنا. وتَتَمَثَّلُ المُخاطَرَةُ هُنا، إذا ما بَدَأْنا من المُبَرْهَنَاتِ، بإمْكانِيَّةِ الخَلْطِ ما بَيْنَ الغايَةِ والوَسائلِ. وبِهَدَفِ تَجَنُّبِ ذَلِكَ، ألا يَكونُ من الأفْضَلِ لنا أن نَسْلُكَ الطُرُقَ الَّتي تَنْطَلِقُ حَصْراً من المُسَلَّماتِ، بُغْيَةَ تَعْيِينِ كائناتِ البَحْثِ؟ وفي هَذا المُؤَلَّفِ، بَعْدَ أن طُرِحَت مَسْأَلَةُ التَرْتِيبِ لِلتَعَلُّمِ بِهَدَفِ التَهَوُّءِ لِلاكْتِشافِ، وبَعْدَ ان أُرجِعَتِ المَسْأَلَةُ التَعْليمِيّةُ إلَى تِلْكَ المَسْأَلَةِ المَنْطِقِيَّةِ الفَلْسَفِيَّةِ المُمَثِّلَةِ لِلعَلاقاتِ القائِمَةِ بَيْنَ المُسَلَّماتِ والبَراهينِ، يَسْتَبْعِدُ السِجْزِيُّ اتِّباعَ تَرْتِيبِ البَراهينِ، ويَنْصَحُ بالبَدءِ بالمُبَرْهَنَاتِ. ويَبْني رَأْيَهُ مُسْتَنداً في ذَلِكَ عَلَى حُجَجٍ ثَلاثٍ لَها أُصولٌ مُخْتَلِفَةٌ. فأوّلاً، البَدْءُ من المُسَلَّماتِ وَحْدَها قَد يُطيلُ المَسارَ نَحْوَ الاكْتِشافِ بِشَكْلٍ غَيْرِ مَعْقول. وثانياً، إذا اقتَصَرَت استِدْلالاتُنا على المُسَلَّماتِ فَحَسْب، سَيَكونُ من الصَعْبِ، من دونِ المُبَرْهَنَاتِ، القِيامُ بأيِّ اكْتِشافٍ. وأخيراً، لقَد نَسَّقَ إقليدسُ بِشَكْلٍ مُتَوازِنٍ في مَنْظومَتِهِ المُسَلَّماتِيَّةِ ما بَيْنَ المُسَلَّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ، وهَذا يُمَكِّنُنا من الانْطِلاقِ من المُبَرْهَنَاتِ الَّتي قامَ بإثْباتِها. وهَذِهِ الحُجَجُ الَّتي يُعَدِّدُها السِجْزِيُّ سَريعاً تُعَبِّرُ عن مَنْطِقٍ بَرْمَجِيٍّ ونَفْعِيٍّ. ويُسْتَنْتَجُ من ذَلِكَ أنَّ المَسْأَلَةَ، بحَدِّ ذاتِها، أكْثَرُ أَهَمِيَّةً لأنَّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ بمَشْروعِيَّةِ المُبَرْهَنَةِ في المَنْظومَةِ الاسْتِنْباطِيَّةِ، وذَلِكَ خِلالَ تَعَلُّمٍ مُوَجَّهٍ نَحْوَ البَحْثِ والابْتِكارِ. ويَبْدو أنَّ هَذِهِ

Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique grecque (Paris, 1997), p. 61-77.

المَسْأَلَةَ لا تَحْتَلُّ المَكانَ الأوّلَ من اهتِمامات السِجْزِيِّ، بَيْدَ أنَّها حاضِرَةٌ إلَى حَدٍّ كافٍ لِلرُجوعِ إلَيْها، ولَكِنْ من مَنْظورٍ مُخْتَلِفٍ.

يُلاحِظُ السِجْزيُّ أنَّ المُبَرْهَنَةَ في المَنْظومَةِ الاسْتِنْباطِيَّةِ تَكونُ في نَفْسِ الوَقْتِ مُقَدِّمَةً وتالِيةً (نَتيجَةً). وهُوَ يَصِفُ هَذِهِ الحالَةَ بكَلِمَةِ "مُشْتَبَه". وتُضافُ إلَى هَذِهِ الصُعوبَةِ صُعوبَةٌ أُخْرَى: ذَلِكَ أنَّ سِلْسلَةَ عَلاقَاتِ التَضَمُّنِ يُمْكِنُ أن تَكونَ غَيْرَ مَحْدودَةٍ. وتَتَمَحْوَرُ المَسْألَةُ إذاً حَوْلَ مَعْرِفَةِ كَيْفِيَّةِ تَعَلُّمِ هَذِهِ المُبَرْهَنَاتِ في ظِلِّ هَذِهِ الشُروطِ؛ ألا يَكونُ الأفضلَ في هَذِهِ الحالَةِ أن نكتَفِيَ بالمُسَلَّماتِ؟ غَيْرَ أَنَّ السِجْزِيَّ يَسْتَحْضِرُ في هَذا الظَرْفِ بالضَبْطِ "تَوَازُنَ" العَرْضِ الإقليدِيِّ.

وفي هَذا المُؤَلَّفِ لا يَرُدُّ السِجْزِيُّ عَلَى الأسْئِلَةِ الَّتي يَطْرَحُها هُوَ شَخْصِيّاً سِوَى بأجوبةٍ مُقْتَضَبَةٍ. فالحَديثُ عن التَوَجُّسِ من طولِ العَرْضِ الإقليدِيِّ، وعن صُعوبَتِهِ وتَوازُنِهِ، أمورٌ مُهِمَّةٌ، ولَكِنَّها تَتْرُكُ بابَ النِقاشِ مَفْتوحاً. وبالمُقابلِ فالسِجْزِيُّ لا يَتَجَنَّبُ إثارَةَ النِقاشِ من جَديدٍ، إذ إنَّهُ يَعودُ إلَى مَسْأَلَةِ المُسَلَّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ، وبشَكْلٍ أكْثَرَ عُمْقاً وإسْهاباً وذَلِكَ في مُؤَلَّفٍ لاحِقٍ، لا يَفوتُهُ فيهِ أن يَتَطَرَّقَ إلَى ما يُهِمُّنا هُنا. والمَقْصودُ بذَلِكَ مُؤَلَّفٌ حَوْلَ المقارَبِ[11]، حَيْثُ يُقيمُ تَصْنيفاً لِلقَضايا الرياضِيَّةِ مُعَدِّداً ومُوَضِّحاً في مَعْرِضِ ذَلِكَ العَلاقَاتِ القائمَةِ بَيْنَ المُسَلَّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ، ومُرْتَكِزاً في هَذا التَصْنيفِ عَلَى الثُنائِيِّ "تَصَوَّرَ–بَرْهَنَ". لِنُذَكِّرْ بأنَّهُ يُمَيِّزُ عَلَى التَرْتيبِ خَمْسَةَ أصْنافٍ من القَضايا وَهِيَ: ١) القَضايا القابِلَةُ لِلتَصَوُّرِ مُباشَرَةً انْطِلاقاً من المُسَلَّماتِ؛ ٢) القَضايا القابِلَةُ لِلتَصَوُّرِ قَبْلَ الشُروعِ بإثباتِها، أي القَرْيبَةُ من المُسَلَّماتِ؛ ٣) القَضايا القابِلَةُ لِلتَصَوُّرِ عِنْدَما نُشَكِّلُ فِكْرَةً عن بُرْهانِها؛ ٤) القَضايا الَّتي يُمْكِنُ تَصَوُّرُها فَقَط عِنْدَما نُبَرْهِنُها؛

[11] انْظُرْ نَفْسَ المَرْجِعَ السابِق.

٥) قَضايا صَعْبَةُ التَصوُّرِ حَتَّى ولو أقَمْنا الدليلَ عَلَيْها[١٢]. وبتَناوُله من جَديدٍ لعَمَلِهِ الشَخْصِيِّ، يَكْشِفُ السِجْزِيُّ عن الفائِدَةِ الَّتِي ابْتَغاها من خِلالِ وَضْعِهِ لِلمُؤَلَّفِ الأوَّلِ.

بِفَضْلِ هَذا التَعَلُّمِ، سيَمْتَلِكُ الهَنْدَسِيُّ المُبْتَدِئُ مَخْزوناً من المُبَرْهَنَاتِ والمُقدِّماتِ، فَضْلاً عن مَهارَةٍ مُعَدَّةٍ لِلاسْتِثْمَارِ في البَحْثِ. وتَتَمَحْوَرُ كُلُّ المَسْأَلَةِ حَوْلَ مَعْرِفَةِ كَيْفِيَّةِ إدارةِ هَذا الاسْتِثْمَارِ ليَقودَ إلَى الاكْتِشَافِ. ولَكِنْ، قَبْلَ اخْتِيارِ أيِّ مَنْهَجٍ، يَنْبَغِي امْتِلاكُ مَجْموعَةٍ من المَلَكَاتِ والمَعارِفِ عَلَى قاعِدَةِ كُلِّ المَناهِجِ. وتَنْتَمِي إلَى هَذِهِ المَجْموعَةِ، وبدونِ تَمْييزٍ، عَناصِرُ نَفْسانيَّةٌ ومَنْطِقِيَّةٌ فَلْسَفِيَّةٌ عَلَى حَدٍّ سَواء.

فالهَنْدَسِيُّ مَدْعُوٌّ في البَدءِ، لَدَى تَصَوُّرِهِ لِصِنْفِ الكائِنِ المَطْلوبِ وإحاطَتِهِ بخَواصِّهِ النَوْعِيَّةِ، أن يَتَخَيَّلَ المُقَدِّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ الَّتِي تَتَناوَلُ هَذا الصِنْفَ أو صِنْفاً آخَرَ مُرْتَبِطاً بهِ. وهَذا الجُهْدُ في تَخَيُّلِ المُقَدِّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ ضَروريٌّ لصِنْفَي الكائِناتِ اللّذَيْن يَقْتَسِمان عِلْمَ الهَنْدَسَةِ: نعني الأبْنِيَةَ والقَضايا. ويَقْتَرِحُ السِجْزِيُّ إذاً بَعْضَ القواعِدِ بهَدَفِ تَوْجيهِ البَحْثِ عن المُقَدِّماتِ والمُبَرْهَنَاتِ. وبُغْيَةَ إقامَةِ هَذِهِ القواعِدِ، يَبْدَأ السِجْزِيُّ بتَمْييزِ صِنْفَيْن من القَضايا. يَتَضَمَّنُ الصِنْفُ الأوّلُ القَضايا المُمْكِنَةَ بِذاتِها، الَّتِي يَكونُ من المُسْتَحيلِ عَلَيْنا أن نُقيمَ الدَليلَ عَلَيْها لعَدَمِ تَوَفُّرِ المُقَدِّماتِ. وتَنْتَمِي إلَى هَذا الصِنْفِ قَضِيَّةُ تَرْبيعِ الدائِرَةِ. وبتَعابيرَ أُخْرَى، يَعْمَدُ السِجْزِيُّ إلَى اسْتِعْمَالِها لاحِقاً، تِلْكَ القَضايا، إنَّما هِيَ القَضايا القابِلَةُ لِلتَصَوُّرِ بدونِ أن تَكونَ قابِلَةً لِلإثْباتِ. في كُلِّ الأصْنافِ الأُخْرَى، تَكونُ القَضايا قابِلَةً لِلإثباتِ ونَسْتَطيعُ في هَذِهِ الحالَةِ أن نَتَصَرَّفَ وَفْقَ القَواعِدِ التالِيَةِ:

---

[١٢] يَقْصِدُ السِجْزِيُّ هنا مَثَلَ القَضِيَّةِ الرابِعَةِ من الكِتابِ الثاني من ***المخروطات***، والمُتَعَلِّقَةِ بمُقارَبَي القَطْعِ الزائِدِ القائِمِ.

١) كُلُّ قَضِيَّةٍ نَعْتَقِدُ بإمْكانِيَّةِ إثباتِها انْطِلاقاً من مُقَدِّمَةٍ ما، نَسْتَطيعُ أن نَسْعَى إلى إثباتِها بواسِطَةِ المُقَدِّماتِ من نَفْسِ النوعِ – أي تِلْكَ الَّتي تَتَناوَلُ نَفْسَ الكائناتِ عَلَى الأقَلِّ – أو بِواسِطَةِ بَعْضِ هَذِهِ المُقَدِّماتِ.

٢) كُلُّ قَضِيَّةٍ نَعْتَقِدُ بإمْكانِيَّةِ إثْباتِها انْطِلاقاً من مُقَدِّمَةٍ ما أو من مُقَدِّماتٍ ما، نَسْتَطيعُ إثباتَها انْطِلاقاً من مُقَدِّماتِ تِلْكَ المُقَدِّمَةِ أو من تِلْكَ المُقَدِّماتِ.

٣) كُلُّ قَضِيَّةٍ لا نَسْتَطيعُ إثباتَها انْطِلاقاً من مُتَتالِيَةٍ من المُقَدِّماتِ المُتَتابِعَةِ قد يُمْكِنُ إثباتُها انْطِلاقاً من مُقَدِّماتٍ مُتَعَدِّدَةٍ مُرَكَّبَةٍ. وسَنَجِدُ لاحِقاً لِلسِجْزِيِّ مَثَلاً يَتَفَحَّصُ فيه هَذِهِ الحالَةَ.

وهَذِهِ القواعِدُ مُشْتَرَكَةٌ بَيْنَ كُلِّ الطَرائِقِ الَّتي يَنْبَغي لِلهَنْدَسِيِّ اتِّباعُها، والَّتي يَنْتَظِمُ حَوْلَها مُؤَلَّفُ السِجْزِيّ. ولَيْسَ في تَطْبيقِ هَذِهِ أو تِلْكَ من هَذِهِ القَواعِدِ شَيْءٌ من العَفَوِيَّةِ؛ إذ إنَّ هَذا التَطْبيقَ يَتَطَلَّبُ بالفِعْلِ عَمَلاً مُسْبَقاً حَيْثُ تُسْتَحْضَرُ مَلَكَاتِ الذَكاء. وعَلَى كُلِّ حالٍ، عَبْرَ هَذا المَدْخَلِ تُدخَلُ هَذِهِ المَلَكَاتُ في *فَنِّ الابْتِكار*. وتُمَيِّزُ هَذِهِ المَلَكَاتِ لَدَى السِجْزِيِّ سِمَتانِ اثْنَتانِ: فَهِيَ، أوّلاً، فِكْرِيَّةٌ؛ وثانياً، إنّ الذَكاءَ بذاتِه لَيْسَ هُوَ الذَكاءَ الفِطْرِيَّ، إنَّما هُوَ مَقْدِرَةٌ مُكْتَسَبَةٌ بِالتَدَرُّبِ عَلَى فَنِّ الهَنْدَسَةِ.

وتَتَشَكَّلُ بِالمُقابِلِ كُلُّ هَذِهِ المَلَكَاتِ إذا صَحَّ القَوْلُ بواسِطَةِ هَذا الفَنِّ. يَعْمَدُ السِجْزِيُّ إلَى تَعْدادِها، ويُقَدِّمُها عَلَى كُلِّ المَسالِكِ السابِقَةِ. والمَقْصودُ هُنا "الحِذْقُ"، والذَكاءُ المُدَرَّبُ ومَلَكَةُ "الإخْطارِ بالبالِ" لِلوُصولِ بِلَمْحَةٍ مُتَزامِنَةٍ إلَى الشُروطِ الضَرورِيَّةِ لِلقَضِيَّةِ الَّتي نَوَدُّ إثْباتَها. وهَذِهِ المَلَكَاتُ الثَلاثُ مُتَلازِمَةٌ حَتَّى في عَرْضِ السِجْزِيِّ نَفْسِهِ.

وإِثْرَ هَذا التَهَيُّوءِ لِتَطْبيقِ القَواعِدِ والطَرائِقِ يَأتي التَمَكُّنُ من كُلِّ المُبَرْهَناتِ والمُقَدِّماتِ الضَرورِيَّةِ لِلكائِنِ المَطْلوبِ وبِشَكْلٍ شامِلٍ. والشَرْطُ الثالِثُ، يَقْضي بمَزْجِ هَذِهِ التَنَوُّعاتِ الَّتي سَبَقَ أن استُدِلَّ عَلَيْها في المَلَكَاتِ الفِكْرِيَّةِ. وفي هَذِهِ

المَرْحَلَةِ يَعْمَدُ السجْزِيُّ إلَى اسْتِحْضارِ الحَدْسِ والحيلَةِ إلَى جانبِ "الحِذْق" الَّذي يَتَعَلَّقُ مُباشَرَةً بالذَكاءِ المُكَوَّنِ. ويَعْني السجْزِيُّ بكَلِمَةِ "حَدْس" هَذِهِ المَرَّةَ أَيْضاً الحَدْسَ المُكَوَّنَ بواسِطَةِ *الفَنِّ*. وبدونِ شَكٍّ، يَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بفِعْلِ الفِكْرَةِ الَّتي تُدْرِكُ مُبَاشَرَةً مَوْضوعَ المَعْرِفَةِ، ويَتَشَكَّلُ هَذا الفِعْلُ بحَيْثُ تَنْتَفِي فيهِ كُلُّ الاسْتِنْباطاتِ الوَسيطةِ. الواضِح أَيْضاً، أنَّ الحيلَةَ، أو مَلَكَةَ العُثورِ عَلَى الطُرُقِ المُبْتَكَرَةِ (الحِيَلُ)، هِيَ ثَمَرَةُ الذَكاءِ المُشكَّلِ نَتيجَةَ تَدَرُّبٍ طَويلٍ ومُثابَرَةٍ كَبيرَةٍ.

وتَسْتَدْعي هَذِهِ القَواعِدُ التَحْضيرِيَّةُ الأولَى الثَلاثُ كُلَّ هَذِهِ الاعْتِباراتِ المُتَعَلِّقَةِ بالمَلَكَاتِ الفِكْرِيَّةِ، مُدْخِلةً إيّاها من خِلالِ ذَلِكَ إلَى *فَنِّ الابْتِكارِ*. وعَلَى غِرارِ خُلَفائِهِ الَّذين أتوا بَعْدَهُ بفَتْرَةٍ طَويلَةٍ، لَم يسْتَطِعِ السجْزِيُّ حَتْماً تَجْنيبَ هَذِهِ العَناصِرَ من التَصَوُّرِ النَفْسانيَّ (السيكولوجي) لِلعَقْلِ، نَظَراً إلى ما كانَت عَلَيْهِ حالَةُ المَنْطِقِ آنذاك. والقاعِدَةُ الرابعَةُ والأخيرَةُ ذاتُ طَبيعَةٍ مَنْطِقِيَّةٍ: يَنْبَغي تَصْنيفُ المُبَرْهَنَاتِ والمُقَدِّماتِ وَفْقَ مَضامينها المُشْتَرَكَةِ وتَبايُناتِها وخَواصِّها النَوْعِيَّةِ أي خَواصِّ الكائِناتِ الَّتي تَتَناوَلُها تِلْكَ المُبَرْهَنَاتُ والمُقَدِّماتُ.

إذا ما تمَّ هَذا العَمَلُ، وامْتَلَكَ الهَنْدَسِيُّ القَواعِدَ المُشْتَرَكَةَ لِلطُرُقِ، سيُصْبِحُ بِوِسْعِهِ اللُّجوءُ إلَى الطُرُقِ الثَلاثِ التالِيَةِ: ١) طَريقَةُ التَحْويلِ *(النَقْل)* ٢) طَريقَةُ *"التَحْليلِ والتَرْكيب"* ٣) طَريقَةُ الطُرُقِ المُبْتَكَرَةِ *"الحِيَل"*.

ولا تَكونُ هَذِهِ الطَرائقُ لا من نَفْسِ الطَبيعَةِ ولا بِنَفْسِ الأهَمِيَّةِ، ولَكِنَّها تَأْتَلِفُ فيما بَيْنَها. لِنُشِرْ إلَى أنَّ السجْزِيَّ، في هَذا الجُزْءِ من المُؤَلَّفِ، يُواجهُ صُعوبَةً لَم يَسْتَطِعْ تَخَطِّيها، وكُنّا قَد أَشَرْنا جُزْئِيّاً إلَى هَذا الأمْرِ. فَهُوَ يَصوغُ المَسائِلَ المَنْطِقِيَّةَ بلُغَةٍ مُخْتَلِطَةٍ من لُغَةِ المَنْطِقِ الصوريِّ ولُغَةِ نَظَرِيَّةِ النسَبِ؛ إذ إنَّهُ يَتَكَلَّمُ على القَضايا اللاَّزِمَةِ والمُسْتَحيلةِ. ومن جِهَةٍ أُخْرَى، عِنْدَما يَتَكَلَّمُ عَلَى عَلاقَاتِ التَضَمُّنِ المَنْطِقِيِّ بَيْنَ القَضايا الرِياضِيَّةِ، فإنَّهُ يُقارِنُها بعَلاقَاتِ نَظَرِيَّةِ النسَبِ، كَما سَنَرَى لاحِقاً. وهُنا، طَبْعاً لا يَنْبَغي إلقاءُ اللاّئِمَةِ عَلَى السِجْزِيِّ لجَهْلِهِ بأعْمالِ ج.

بُولَ (G. Boole) ولا لِكَوْنِه لَمْ يُفكِّرْ بلُغَةِ الجَبْرِ، إنَّما يَنْبَغي فَقَط أن نُلاحِظَ في كَلامِهِ التِباساً غَيْرَ قابِلٍ لِلحَلِّ وعَلَيْنا البَحْثُ عن سَبَبِهِ في ازْدِواجِيَّةِ اللُّغَةِ. إنَّ إدْخالَ نَفْسانِيَّةِ الإدْراكِ بُغْيَةَ تَأْسيسِ *فَنِّ الابْتِكارِ* مَرَدُّهُ عَلَى ما يَبْدو إلَى غِيابِ اللُّغَةِ المَنْطِقِيَّةِ المُلائِمَةِ لِلحَديثِ عن *فَنٍّ تَحْليليٍّ*. لقَد تَصَوَّرَ ابنُ الهَيْثَمِ لاحِقاً عِلْماً هَنْدَسِيّاً جَديداً، ومن بَيْنِ أهْدافِهِ التَخَطِّي ولو كان مُؤَقَّتاً لِهَذِهِ الصُعوبَةِ. وهَذا العِلْمُ هُوَ: *المَعْلومات*

٣– طُرُقُ فَنِّ الابْتِكارِ وتَطْبيقاتُه

لقَد رَأَيْنا السِجْزِيَّ يَقْتَرِحُ ثَلاثَ طُرُق. فالطُرُقُ الأرْبَعُ الَّتي سَبَقَتْها في عَرْضِهِ إنَّما تَرِدُ كنصائحَ تَمْهيدِيَّةٍ لِتِلْكَ الطُرُقِ الثَلاثِ الأخيرة: *التَحْويلاتُ*، *والتَحْليلُ والتَرْكيبُ* *وطُرُقُ الحِيَل*. بيد أنَّنا نُلاحِظُ أنَّ السِجْزِيَّ يَعْرِضُ هَذِهِ الطُرُقَ السَبْعَ عَلَى نَفْسِ المُسْتَوَى، وكأنَّما كُلُّها تكتسبُ لدية نَفْسَ الأهميَّةِ. كَما أنَّهُ يَعْرِضُها بِشَكْلٍ مُقْتَضَبٍ جداً، إن لَم يَكُنْ غَيْرَ مُكْتَمِلٍ. وتَرِدُ تسمية التَحْويلاتِ بِشَكْلٍ واضحٍ وهُوَ *"النقل"*، و *"التَحْليل والتَرْكيب"* مَذْكوران بِكَلامٍ مَعْلومٍ ومُلائِمٍ؛ أمّا *الطرق المُبْتَكَرَة* فإنَّها تظهر في مَعْرِضِ الإسنادِ التلميحيّ إلَى إيرُنَ الاسْكَنْدَرانِيّ. وبدونِ شَكٍّ فإنَّ السِجْزِيَّ يشرحُ فِكْرَتَهُ بوضوحٍ حَوْلَ خياره هَذا في عَرْضِ المَعْلوماتِ، مُمَيِّزاً في ذَلِكَ بَيْنَ وَجْهَيْنِ يَتَكامَلان بالنسْبَةِ إلَيْهِ: الوَجْهُ الأوّلُ مِنْهُما عامٌّ إخْبارِيٌّ وغَيْرُ بُرْهانِيٍّ؛ أمّا الثاني فَيَرْتَكِزُ عَلَى تَفَحُّصِ الأَمْثِلَةِ والبَراهينِ بِطَريقَةٍ تَفْصيلِيَّةٍ. وفي مَعْرِضِ هَذا المَسارِ الثاني يَسْتَعْرِضُ السِجْزِيُّ بالمَلْموسِ تِلْكَ الطُرُقَ السابِقَةَ الذِكْرِ. غَيْرَ أَنَّ هَذا الاسْتِعراضَ لا يُفَسِّرُ بالكامِلِ هَذا الأُسْلوبَ المُقْتَضَبَ، والتَلْميحِيَّ إلَى حدٍّ ما، عِنْدَ الحديثِ عن هَذِهِ الطُرُق.

إذا ما تَفَحَّصْنا نَصَّ السِجْزِيِّ عن قُرْبٍ، سَنَسْتَنْتِجُ أَنَّهُ في واقِعِ الأمْرِ لا تُوجَدُ سِوَى طَريقَةٍ واحِدَةٍ جَديرَةٍ فِعْلاً بِعُنْوانِها: *"التَحْليل والتَرْكيب"*. وفي هَذِهِ

النُقْطَةِ، كانَ السِجْزِيُّ مُنْتَمِياً حَتْماً إِلَى تَقْليدِ أسْلافِهِ ومُعاصِريهِ. ولَكِنَّ المُهِمَّةَ الَّتي أخَذَها عَلَى عاتِقِهِ هَدَفَت إِلَى إغناءِ هَذِهِ الطَريقَةِ الأساسِيَّةِ بمَجْموعَةٍ من طُرُقٍ خاصَّةٍ، وهِيَ الطُرُقُ الرياضِيَّةُ النَظَرِيَّةُ والتَطْبيقيَّةُ. وتهدِفُ هَذِهِ الطُرُقُ الخاصَّةُ إِلَى تَمْتينِ قُدُراتِ الطَريقَةِ الأساسِيَّةِ في الاكْتِشَافِ وبالتالي إِلَى تَسْهيلِ إمْكانيَّةِ تَطْبيقِها. فالتَحْويلاتُ الهَنْدَسِيَّةُ هِيَ طُرُقٌ رياضِيّةٌ لها طَبيعَةٌ نَظَرِيَّةٌ، والطُرُقُ المُبْتَكَرَةُ هِيَ طُرُقٌ تِقَنيَّةٌ تَطْبيقِيَّةٌ. وكِلا النَوْعَينِ هُما من الوَسائلِ الَّتي تَقودُ التَحْليلَ إِلَى نهايَتِهِ وتُسَهِّلُ إجْرَاءَهُ. وهَذا التَنْسيقُ بَيْنَ الطَريقَةِ الأساسِيَّةِ والطُرُقِ الخاصَّةِ بُغْيَةَ الوُصولِ إِلَى الهَدَفِ الَّذي سَبَقَ ذِكْرُهُ، لَيْسَ بالأمْرِ التَقْليدِيِّ، ويَعودُ الفَضْلُ في هَذِهِ الفِكْرَةِ إِلَى السِجْزِيِّ بالذات. لنَشْرَحْ ذَلِكَ.

إنَّ هَدَفَ السِجْزِيِّ، كَما ذَكَرْنا، هُوَ إغناءُ مَنْهَجِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ* بطُرُقٍ نَظَرِيَّةٍ وتِقَنيَّةٍ. هَذا هُوَ السَبيلُ الَّذي اختارَهُ الرَجُلُ لتَكْوينِ *فَنِّ الابْتِكارِ*. وفي إطارِ هَذِهِ الرُؤْيَةِ، أدْرَكَ السِجْزِيُّ أَهَمِيَّةَ التَحْويلاتِ النُقَطِيَّةِ في الهَنْدَسَةِ، الَّتي دُئِبَ عَلَى تَطْبيقِها مُنْذُ أيّامِ الحَسنِ بنِ موسَى[١٣]؛ وقَد مَنَحَها السِجْزِيُّ اسمَ *"النقل"*[١٤]. ولِهَذا الهَدَفِ أَيْضاً يَعْمَدُ السِجْزِيُّ إِلَى تَطْويرِ بَعْضِ الطُرُقِ ارْتِكازاً عَلَى فِكْرَةِ تَغَيُّرِ عُنْصُرٍ واحِدٍ وإبقاءِ العَناصِرِ الأُخْرَى في الكائِنِ الهَنْدَسِيِّ ثابتَةً. ويُلاحِظُ السِجْزِيُّ أنَّ ثَمَّةَ طَريقَتَيْنِ لِلبَحْثِ عن خَواصِّ الكائناتِ الهَنْدَسِيَّةِ. تقومُ الطَريقَةُ

[١٣] انْظُرْ مُقَدِّمَةَ الفصلِ السادس من الجُزءِ الأوّلِ من هذا الكِتاب.

[١٤] وكَلِمَةُ ***نَقْل*** تُشْتَقُّ من فِعْلِ نَقَلَ وتَنْتَمي إلى لائِحَةِ المُصْطَلَحاتِ في القَرْنِ التاسِعِ. اسْتَعْمَلَها في البَدْءِ ثابتٌ بنُ قُرَّة لِلدَلالَةِ عَلَى إزاحَةٍ لِيُطابِقَ بواسِطَتِها شَكْلَيْنِ هَنْدَسِيَّيْنِ وذَلِكَ قَبْلَ أن يَتَحَوَّلَ المَعْنَى لِيُصْبِحَ إزاحَةَ مِقْدارٍ بواسِطَةِ حَرَكَةٍ متّصِلَةٍ، أي تَحْويلاً. انْظُرْ مَخْطوطَةَ ابنِ قُرَّة ***"في أنَّ الخطّين إذا أُخرِجا عَلَى أقلّ من زاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ التقيا"*** (مَخطوطَة باريس، المَكْتَبَة الوَطَنيَّة ٢٤٥٧، ص ١٥٦ظ-١٥٧و). والسِجْزِيُّ الَّذي كان مُطّلِعاً عَلَى هَذا النَصِّ، لكَوْنِهِ ناقِلَهُ، قد عَدَّلَ مَعْنَى هَذا المُصْطَلَحِ، الَّذي دَلَّ في مَخْطوطَةِ ثابتٍ بنِ قُرَّة عَلَى مُشابَهَةٍ، لِيُصْبِحَ دالاً عَلَى تَحْويلٍ هَنْدَسِيٍّ بشَكْلٍ عامٍّ: على انسحابٍ خطّيٍّ، مُشابَهَةٍ ...

الأولى عَلَى أساسِ البَحْثِ عمّا هُوَ ثابتٌ، في حين تَكونُ كُلُّ الخَواصِّ الأُخْرَى مُتَغَيِّرةً — ويُعْمَلُ هَذا البَحْثُ بواسِطَةِ التَخَيُّلِ انْطِلاقاً من الحِسِّ. وإذا تَفَحَّصْنا الطَرِيقَةَ الثانيَةَ، سَنَجِدُ أَنَّهُ تُؤخَذُ فيها الخَاصِيَّةُ المَطْلوبَةُ ويُعمَدُ إِلَى البَحْثِ عن المُقَدِّماتِ الَّتِي تَقْتَضيها هَذِهِ الخَاصِيَّةُ لُزوماً. والمَسْلَكُ الأوّلُ المُتَعَلِّقُ بالتَغَيُّرِ لَم يُثِرِ اهْتِمامَ السِجْزِيِّ فَحَسْب، إنَّما هُوَ استغَلَّهُ بمُخْتَلِفِ أشْكالِهِ. والشَكْلُ الأكْثَرُ وضُوحاً هُوَ ذاك الَّذي يَكونُ فيهِ عُنْصرٌ مُتَغَيِّراً، وبالمُقابِلِ تَبْقَى العَناصِرُ الأُخْرَى كَما هِيَ ثابِتَةً. وهَذا الشَكْلُ نَموذَجِيٌّ لهَذِهِ الطَرِيقَةِ. ونُصادِفُ أَيْضاً تَغَيُّرَ الأبْنِيَةِ بواسِطَةِ شَكْلٍ هَنْدَسِيٍّ ثابتٍ، وتَغَيُّرَ الطُرُقِ لإثباتِ خاصِيَّةٍ ثابِتَةٍ، وأخيراً تَغَيُّرَ المُقَدِّماتِ بالنِسْبَةِ إِلَى قَضِيَّةٍ ثابِتَةٍ. أمّا المَسْلَكُ الثاني، فما هُوَ إلاّ مَسْلَكُ *التَحْليلِ* وهُوَ بذاتِهِ طَرِيقَةٌ نَظَرِيَّةٌ. فبالنِسْبَةِ إِلَى السِجْزِيِّ، يَتَبَدَّى *التَحْليلُ* بدَوْرِهِ تَحْتَ سِمَتَيْنِ اثنتَيْنِ غَيْرِ قابِلَتَيْنِ لِلفَصْلِ، ولَكِنْ لَيْسَ بصورَةٍ ظاهِرَةٍ دائِماً: الأُولَى هِيَ طَرِيقَةٌ لِلاكْتِشَافِ عَلَى غِرارِ الطُرُقِ الخاصَّةِ الأُخْرَى، وهِيَ بِهَذا المَعْنَى طَرِيقَةٌ رِياضِيَّةٌ؛ والثانِيَةُ طَرِيقَةٌ لِلاكْتِشَافِ مُغْتَنِيَةٌ بِكُلِّ الطُرُقِ الأُخْرَى (التَحْويلاتُ، الطُرُقُ المُبْتَكَرَةُ [الحِيَل]، التَغَيُّرُ ...). مِنَ الواضِحِ أنَّ الحُدودَ الفاصِلَةَ بَيْنَ سِمَتَيِ *التَحْليلِ* لَيْسَت جامِدَةً بِشَكْلٍ قَطْعِيٍّ، إنَّما تَتَغَيَّرُ وَفْقَ تَعَقُّدِ الشَيْءِ الَّذي سَيُكتَشَفُ: وتَحْديداً لِجِهَةِ عَدَدِ المُقَدِّماتِ وعَدَدِ الأبْنِيَةِ. وبُغْيَةَ تَقْديرِ دَرَجَةِ التَعَقُّدِ تِلْكَ، لا يَسْتَحْضِرُ السِجْزِيُّ عِلاوَةً عَلَى ذَلِكَ *الحِذْقَ* وذَكاءَ الهَنْدَسِيِّ فَحَسْب إنَّما حَدْسَهُ أَيْضاً. وهَذا الأخيرُ لن يَتَوَقَّفَ مُنْذُ تِلْكَ اللَّحْظَةِ عن لَعِبِ الدَوْرِ المَرْكَزِيِّ، مُنْفَرِداً أو أَيْضاً مؤتَلِفاً مع التَفَكُّرِ وذَلِكَ بُغْيَةَ تَعْيينِ دَرَجَةِ الصُعوبَةِ وتَخْمينِ المَسْلَكِ الأجْدَى المُؤَدِّي إِلَى المُقَدِّماتِ اللاّزِمَةِ.

وعَلَى غِرارِ أسْلافِهِ بَدْءاً ببَابوس وبرقلس، يُمَيِّزُ السِجْزِيُّ تَطْبيقَيْنِ لِلتَحْليلِ، تِبْعاً لِكَوْنِ المَقْصودِ أبْنِيَةً هَنْدَسِيَّةً أو قَضايا تَتَناوَلُ خَواصَّ هَنْدَسِيَّةً. وعَلَى خَلْفِيَّةِ شُروحاتِ السِجْزِيِّ المُقْتَضَبَةِ تَتَراءَى لنا مُسَاهَمَةُ ابنِ سِنانٍ. إذ يُشيرُ السِجْزِيُّ

بِشَكْلٍ عابِرٍ إِلَى بَعْضِ المَسائِلِ الَّتِي طَرَحَها ابنُ سِنانٍ وأسْهَبَ في نقاشِها: عَدَدُ الشُروطِ أو المُقَدِّماتِ؛ و عَدَدُ الحلولِ. ولَكِنَّ السجْزِيَّ لا يَتَناوَلُ من جَديدٍ هَذِهِ المَسائِلَ المَنْطِقِيَّةَ ولا يُناقِشُها. وتُؤَكِّدُ هَذِهِ المُلاحَظَةُ هَدَفَهُ وتَعْكِسُ كذَلِكَ خَيارَهُ المُتَعَمَّدَ في أُسْلوبٍ لِلعَرْضِ يُؤْثِرُ فيهِ الشَرْحَ بواسِطَةِ وبمُساعَدَةِ دِراسَةِ الأَمْثِلَةِ عن الطَرائِقِ، وعن التَوْفيقِ فيما بَيْنَها، وعن تَطْبيقاتِها. ولا يَبْقَى أَمَامَنا سِوَى مُتابَعَةِ السِجْزِيِّ في خَيارِهِ.

٣–١ التَحْليلُ والتَحْويلُ النُقَطِيُّ

يَتَناوَلُ المَثَلُ الأوّلُ الَّذي يُناقِشُهُ السجْزِيُّ البِناءَ الهَنْدَسِيَّ حَيْثُ يَعْمَلُ بواسِطَةِ التَحْليلِ. ويُبَيِّنُ كَيْفَ يَجْعَلُ اللُجوءُ إِلَى التَحْويلاتِ النُقَطِيَّةِ، الطَريقَةَ أَكْثَرَ بَساطَةً والاكْتِشَافَ أَكْثَرَ سُهولَةً. ويُضيفُ السِجْزِيُّ إذاً إِلَى مَنْهَجِ التَحْليلِ، هَذِهِ الطَريقَةَ الهَنْدَسِيَّةَ في التَحْويلِ وَفْقَ الهَدَفِ المُعْلَنِ الرامي إِلَى تَمْتينِ جَدْوَى التَحْليلِ.

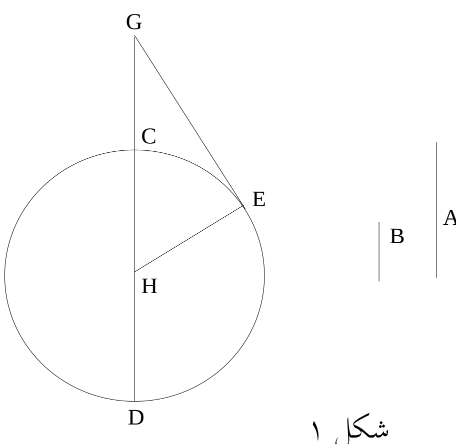
المَطْلوبُ بِناءُ شَكْلٍ هَنْدَسِيٍّ، ويَكْتُبُ السِجْزِيُّ بِهَذا الصَدَدِ:

"كَيْفَ نَجِدُ خَطَّيْنِ مُناسِبَيْنِ لِخَطَّيْنِ مَفْروضَيْنِ، أحَدُهما يَمَاسُّ دائِرَةً مَفْروضَةً، والآخَرُ يَلْقَى الدائِرَةَ، وإذا أُخْرِجَ في الدائِرَةِ يَمُرُّ عَلَى مَرْكَزِها؟"[١٥]

لِنَعْمَلْ بِواسِطَةِ التَحْليلِ مُفْتَرِضِينَ الشَكْلَ مَبْنِيّاً. عَلَيْنا إذاً أن نَبْحَثَ عن المُقَدِّماتِ الضَرورِيَّةِ.

فالمَفْروضُ دائِرَةٌ CED وهِيَ مَعْلومَةُ المَرْكَزِ H والقُطْرِ CD فَضْلاً عن فَرْضِ نِسْبَةٍ مَعْلومةٍ $\frac{A}{B}$. والمَطْلوبُ في المَسْأَلَةِ أن نَبْنِيَ مُمَاسّاً EG لِلدائِرَةِ بِحَيْثُ تَكونُ النِسْبَةُ $\frac{GE}{GC}$ مُساوِيَةً لِلنِسْبَةِ $\frac{A}{B}$.

[١٥] انْظُرْ أدْناه الصَفْحَةَ ٧٣٩

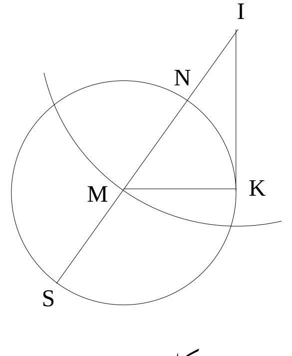


شكل ١

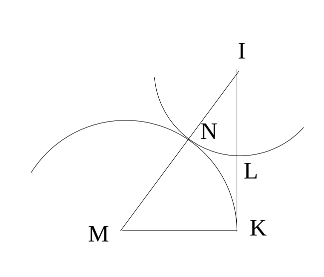
وتَكْمُنُ صُعوبَةُ هَذِهِ المَسْأَلَةِ وَفْقَ ما يُعْلِنُهُ السجْزِيُّ في أنَّ الزاوِيَةَ G في المُثَلَّثِ EGH مَجْهولةٌ. وبُغْيَةَ إيجادِ الزاوِيَةِ، نَبْني شَكْلاً إضافِيّاً $IKMN$ مُتَشابِهاً والشَكْلَ $GEHC$. وبِكَلامٍ آخَرَ، نَبْحَثُ عن مُثَلَّثٍ IKM قائِمِ الزاوِيَةِ K وعن نُقْطَةٍ N عَلَى وَتَرِهِ بحَيْثُ يَكونُ $MN = MK$ وَبحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ

$$\frac{IN}{IK} = \frac{GC}{GE} = \frac{B}{A}.$$

وبِما أنَّ المُسْتَقيمَ IK مَعْلومُ الوَضْعِ والمِقْدارِ وأنَّ B وَ A مَعْلوما المِقْدارِ، فإنَّ المُسْتَقيمَ* IN مَعْلومُ المِقْدارِ. وتقعُ النُقْطَةُ N إذاً عَلَى دائِرَةٍ مُمَرْكَزَةٍ في النُقْطَةِ



شكل ٢



شكل ٣

* المَقْصودُ القِطْعَةُ المستقيمةُ IN ولن نُشيرَ لاحقاً إلى مِثْلِ هَذا (المُتَرْجِم).

I ونصفُ قُطْرِها IN. ويُظْهِرُ الشَكْلُ الأوّلُ من المَخْطوطَةِ هَذا الوَضْعَ.

وبُغْيَةَ بناءِ النُقْطَةِ N نَخْتارُ نُقْطَةً L عَلَى هَذِهِ الدائِرَةِ ونُديرُ بِبُعْدِ IL حَوْلَ I كَمَركَزٍ إلَى أن تُصْبِحَ المَسافَةُ من النُقْطَةِ الحادِثَةِ N إلَى النُقْطَةِ M، الحادِثَةِ عن تَقاطُعِ امْتِدادِ IN مع العَمودِ MK القائِمِ عَلَى IK عَلَى النُقْطَةِ K، مُساوِيَةً لِ KM. وتُصْبِحُ النُقْطَةُ L مُطابِقةً إذاً لِلنُقْطَةِ N ويَصيرُ لَدَيْنا $MN = KM$.

إذا أخْرَجْنا IN إلَى النُقْطَةِ S بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا $MS = MN = MK$، فَسَيَكونُ لَدَيْنا $IS \cdot IN = IK^2$، ويَكونُ IS مَعْلومَ المِقْدارِ وكذَلِكَ، فإنَّ $IM = \frac{IS + IN}{2}$. وتَكونُ النُقْطَةُ M إذاً عَلَى تَقَاطُعِ الدائِرَةِ، المُمَركَزَةِ في النُقْطَةِ I والَّتِي نِصْفُ قُطْرِها IM، مع العَمودِ KM؛ ونَسْتَنْبطُ بهَذِهِ الصورَةِ النُقْطَتَيْن N وَ S.

تُؤْخَذُ النُقْطَةُ N عَلَى القِطْعَةِ IM بحَيْثُ يَكونُ $IN = \frac{B}{A} IK$؛ ولا يَبْقَى سِوَى بِناءِ المُثلَّثِ GEH المُتَشابِهِ مع المُثلَّثِ IKM بنِسْبَةِ تَشابُهٍ مُساوِيَةٍ لِلنسْبَةِ $\frac{HE}{MK}$ (القِطْعَةُ HE هِيَ نِصْفُ قُطْرِ الدائِرَةِ المَفْروضَةِ).

والجَوْهَرِيُّ في الطَريقَةِ إذاً، هُوَ أنَّ *"نَنْقُلَ"* المَسْأَلَةَ مُفْتَرِضِينَ أنَّ القِطْعَةَ IK مَعْلومَةٌ، وأن نَبْحَثَ عن الدائِرَةِ NKS المُماسَّةِ عَلَى K لِلقِطْعَةِ IK. ومن ثَمّ نَعودُ إلَى المَسْأَلَةِ المَطْروحَةِ بِواسِطَةِ مُشابَهَةٍ. وهَذا هُوَ مَعْنَى مُصْطَلَحِ *"النَقْلِ"* في إطارِ التَحْليلِ.

وقَد لَجَأَ الكَثيرُ من رِياضِيِّي العَصْرِ إلَى التَحْويلِ النُقَطِيِّ عِنْدَما تَعاطوا مع التَحْليلِ والتَرْكيبِ، ومنهم بَعْضُ العُلَماءِ مِمَّن يَعْرِفُهُم السِجْزِيُّ جَيِّداً، ونَسْتَطيعُ هُنا أن نُورِدَ اسمَ القوهِيِّ مَثَلاً. لِنُذَكِّرْ بِمَثَلِ بِناءِ مُسَبَّعِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ: نَبْني مُثَلَّثاً من النَمَطِ *(1, 2, 4)* أو *(1, 1, 5)*، أو غَيْرِهِ أَيْضاً؛ ونَبْني من ثَمَّ في الدائِرَةِ المَفْروضَةِ مُثَلَّثاً مُتَحاكِياً وأَحَدَ تِلْكَ المُثَلَّثاتِ[١٦]. وقَد طُبِّقَتْ هَذِهِ التِقَنِيَّةُ عِدَّةَ مَرّاتٍ

[١٦] انْظُرِ الفصلَ الثالثَ من الجُزءِ الثالثِ من هَذا الكِتابِ.

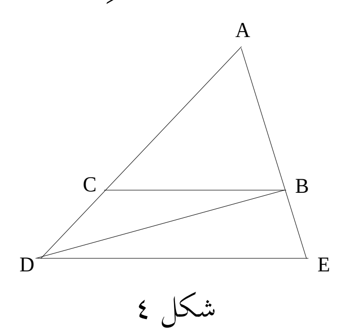
في أعْمالِ ابنِ الهَيْثَمِ، إثْرَ السِجْزيِّ، ونُصادِفُها حَتَّى لاحِقاً، مَثَلاً لَدَى فيرما، عِنْدَما حدَّدَ المُسْتَقيمَ المُماسَّ لوُرَيْقَةِ ديكارت تَحْتَ زاوِيَةِ $45°$.

والنُقْطَةُ الأساسِيَّةُ هُنا، هِيَ التَحْوِيلُ النُقَطِيُّ لِمَسْأَلَةٍ صَعْبَةٍ يُطَبَّقُ عَلَيْها التَحْليلُ، إلَى مَسْأَلَةٍ أقَلَّ صُعوبَةٍ. وفي هَذا السِياقِ تَمْتَلِكُ التَحْويلاتُ النُقَطِيَّةُ دَوْراً مُزْدَوِجاً: رِياضِيّاً (تَحْويلُ الأشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ)؛ ومَنْطِقِيّاً (الانْتِقالُ مِمَّا هُوَ أصْعَبُ إلَى ما هُوَ أسْهَلُ). وبِهَذِهِ الطَريقَةِ يَغْتَني التَحْليلُ بِصورَةٍ مُزْدَوِجَةٍ.

٣-٢ التَحْليلُ وتَغَيُّرِ عُنْصُرٍ مِنَ الشَكْلِ

ودائِماً عَلَى طَريقِ البَحْثِ عن تِقَنِيَّاتٍ لإغْناءِ التَحْليلِ، يَقْتَرِحُ السِجْزِيُّ التَغَيُّرَ المُتَّصِلَ لعُنْصُرٍ مِنَ الشَكْلِ الهَنْدَسِيِّ، حَيْثُ تُحْفَظُ العَناصِرُ الأُخْرَى المتبقِّيَةُ ثابِتَةً. ويوَضِّحُ هَذا البَحْثَ بواسِطَةِ مَثَلٍ بَسيطٍ: إقامَةُ الدَليلِ عَلَى خاصِيَّةٍ نَوْعِيَّةٍ لِلمُثَلَّثاتِ، وتَحْديداً تِلْكَ الَّتي تَقولُ إنَّ لِلمُثَلَّثاتِ نَفْسَ مَجْموعِ الزَوايا؛ وإنَّ المَجْموعَ المَذْكورَ مُساوٍ لزاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ.

يَأخُذُ السِجْزِيُّ مُثَلَّثاً ABC ويُثَبِّتُ AB الَّذي يَكونُ ضِلْعاً لِلزاوِيَةِ BAC ويَجْعَلُ الرَأسَ C يَتَغَيَّرُ بِصورَةٍ مُتَّصِلَةٍ عَلَى المُسْتَقيمِ AD.



شكل ٤

إذا أصْبَحَتِ النُقْطَةُ C في مَوْضِعِ النُقْطَةِ D حَيْثُ $AD > AC$ فإنَّ

$\widehat{ADB} < \widehat{ACB}$ وَ $\widehat{ABD} > \widehat{ABC}$.

نريدُ أن نُثْبِتَ أنَّ

$$A\widehat{D}B+A\widehat{B}D=A\widehat{C}B+A\widehat{B}C,$$

أو ما يَعْني

$$C\widehat{D}B+C\widehat{B}D=A\widehat{C}B,$$

وذَلِكَ لأنَّ

$$A\widehat{B}D=A\widehat{B}C+C\widehat{B}D.$$

لِنُخْرِجْ DE مُوازِياً لَ CB، واسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ٢٩ من الكِتابِ الأوّلِ من ***الأُصولِ*** (قاعِدَةُ القِياسِ الاسْتِدْلالِيِّ) يَكونُ لَدَيْنا $A\widehat{D}E = A\widehat{C}B$ وَ $A\widehat{E}D = A\widehat{B}C$ وَ $B\widehat{D}E = D\widehat{B}C$. ولذَلِكَ فإنَّ

$$A\widehat{C}B = C\widehat{D}B + B\widehat{D}E = C\widehat{D}B + D\widehat{B}C$$

وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَة

$$A\widehat{D}B + A\widehat{B}D = A\widehat{C}B + A\widehat{B}C.$$

ويَكونُ إذاً لِلزَوايا الثَلاثِ في المُثَلَّثَيْنِ ABC وَ ABD نَفْسُ المَجْموعِ. وبذَلِكَ يَكونُ السِجْزِيُّ قَد أَثْبَتَ أَنَّهُ إذا كانَ لمُثَلَّثَيْنِ زاوِيَةٌ مُشْتَرَكَةٌ، يَكونُ مَجْموعُ زَوايا الواحِدِ مِنْهُما مُساوٍ لَمجْموعِ زَوايا الآخَرَ. وانْطِلاقاً من ذَلِكَ، نَسْتَطيعُ أن نُثْبِتَ أنَّ مَجْموعَ زَوايا كُلٍّ واحِدٍ من مُثَلَّثَيْنِ كَيْفَما اخْتِيرا يُساوِي مَجْموعَ زَوايا المُثَلَّثِ الآخَرَ. ولَكِنَّ السِجْزِيَّ لا يَذْكُرُ ذَلِكَ.

ويَنْحو ليجاندر (Legendre) بطَريقَةٍ مُشابِهَةٍ في مَعْرِضِ بُرْهانِهِ: "إذا كانَ مَجْموعُ زَوايا مُثَلَّثٍ مُساوِياً لزاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ (على التَوالي، أصْغَرَ من قائِمَتَيْنِ، أكْبَرَ من قائِمَتَيْنِ) فيَكونُ الأمر مُماثِلاً (على التَوالي) لأيِّ مُثَلَّثٍ آخرَ كَيْفَما كانَ". ولَكِنَّ ليجاندر لا يَلْجَأُ إِلَى القَضِيَّةِ ٢٩ من المَقالَةِ الأُولى من ***الأُصول***[١٧].

ويَلْجَأُ السِجْزِيُّ إِلَى هَذِهِ التِقَنِيَّةِ نَفْسِها في تَغَيُّرِ عُنْصُرٍ مِنَ الشَكْلِ بُغْيَةَ إقامةِ الدَليلِ عَلَى أنَّ مَجْموعَ الزَوايا مُساوٍ لزاوِيَتَيْنِ قائِمَتَيْنِ. ويَكْفي هَذِهِ المَرَّةَ أن

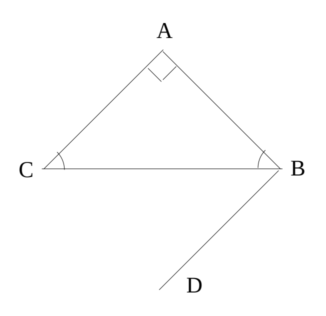
[١٧] انْظُرِ الصَفَحات ٣٦٧-٤١٠ من:

A.M. Legendre, «Réflexions sur les différentes manières de démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme des trois angles du triangles, *Mémoire de l'Académie des Sciences*, 12 (1833).

نَأْخُذَ مُثَلَّثاً خاصّاً، هُنا نَأْخُذُ المُثَلَّثَ القائِمَ الزاوِيَةِ المُتَساوِيَ الساقَيْنِ ABC. ونُخْرِجُ BD مُوازِياً لِ AC؛ واسْتِناداً إِلَى القَضِيَّةِ ٢٩ من المَقالَةِ الأُولى في ***الأُصول***، يَكونُ لَدَيْنا

$$C\widehat{B}D = A\hat{C}B$$

وتَكونُ الزاوِيَةُ ABD قائِمَةً. ونَحْصُلُ عَلَى



شكل ٥

$$A\widehat{B}C + A\hat{C}B = A\widehat{B}D = 90°.$$

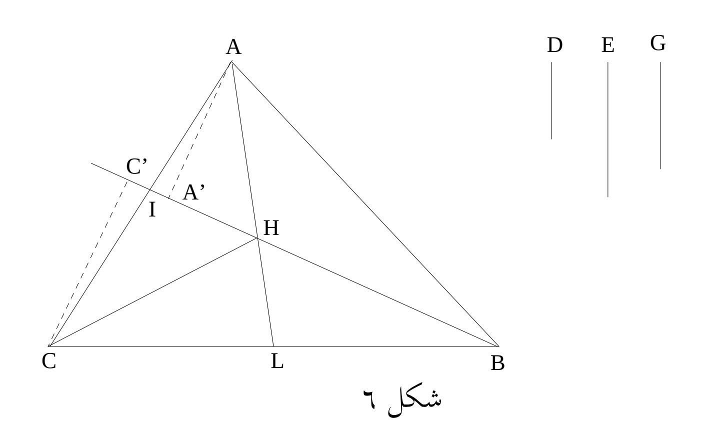
مِنَ الواضِحِ أَنَّهُ باسْتِطاعَتِنا الوُصولُ إِلَى هَذِهِ النَتيجَةِ عَلَى الشَكْلِ الأوّلِ، إذا ما أَبْعَدْنا النُقْطَةَ D إِلَى اللاّنِهايَةِ عَلَى المُسْتَقيمِ AC فيُصْبِحُ المُسْتَقيمُ BD مُوازِياً لِ AC. وبالمرورِ إِلَى اللاّنِهايَةِ تُصْبِحُ الزاوِيَةُ ADB مُساوِيَةً لِلصِفْرِ، بَيْنَما تُصْبِحُ الزاوِيَتان ABD وَ DAB مُتَكامِلَتَيْن (ودائماً بالاستِنادِ إِلَى القَضِيَّةِ ٢٩ المَقالَةِ الأُولى في ***الأُصولِ***). وهَذا مُشابِهٌ جداً لِلمَسْلَكِ الَّذي يَتَّبِعُهُ السِجْزِيُّ.

٣–٣ التَحْليلُ وتَغَيُّرُ الحَلِّ لِنَفْسِ المَسْأَلَةِ

يُورِدُ السِجْزِيُّ هَذِهِ المَرَّةَ مَثَلاً، حَيْثُ يُحافِظُ عَلَى المَسْأَلَةِ ثابِتَةً ويَعْمَدُ إِلَى تَغْييرِ طُرُقِ إِثباتِها. فَسُبُلُ الاكْتِشافِ إذاً مُتَعَدِّدَةٌ ولَيْسَت مُتَكافِئَةً: ولَيْسَ بَعْضُها أَسْهَلَ من البَعْضِ الآخَرِ فَحَسْب، ولَكِنَّ بَعْضَها يَكونُ أَيْضاً أَكْثَرَ ظُرْفاً. وبُغْيَةَ إيضاحِ هَذا المَسارِ، يَأْخُذُ السِجْزِيُّ قِسْمَةَ المُثَلَّثِ إِلَى ثَلاثَةِ أَقْسامٍ مُتَناسِبَةٍ.

والمَسْأَلَةُ هُنا، هِيَ أن نَقْسِمَ مُثَلَّثاً مَفروضاً ABC إلَى ثَلاثَةِ مُثَلَّثاتٍ ABH وَ ACH وَ BCH بِحَيْثُ تُحَقِّقُ مِساحَاتُها عَلاقَتَيِ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ

$$\frac{ABH}{ACH} = \frac{D}{E}, \frac{ACH}{BCH} = \frac{E}{G}.$$



شكل ٦

نُلاحِظُ في البِدءِ أنَّ نِسْبَةَ مِساحَتَيِ المُثَلَّثَيْن ABH وَ BCH مُساوِيَةٌ لِنسْبَةِ[١٨] $\frac{AI}{CI}$ حَيْثُ تَكونُ I نُقْطَةَ تَقاطُعِ AC مع امْتِدادِ BH. ونَبْني إذاً النُقْطَةَ I عَلَى AC بِحَيْثُ يَكونُ $\frac{AI}{CI} = \frac{D}{G}$. ونَحْنُ نَعْلَمُ أنَّ النُقْطَةَ H يَجِب أن تَقَعَ عَلَى BI. ويَبْقَى أن نَخْتارَ H عَلَى BI بِحَيْثُ تَكونُ نِسْبَةُ المِساحَتَيْنِ ACH وَ ABH مُساوِيَةً لِلنسْبَةِ $\frac{E}{D}$. إلاّ أنَّ هَذِهِ النِسْبَةَ تُساوِي النِسْبَةَ $\frac{CL}{BL}$ حَيْثُ تَكونُ L نُقْطَةَ تَقاطُعِ BC مع امْتِدادِ AH. ونَبْني إذاً L عَلَى BC بِحَيْثُ يَكونُ $\frac{BL}{CL} = \frac{D}{E}$، والنُقْطَةُ H هِيَ نُقْطَةُ التِقاءِ BI وَ AL. والمَقْصودُ هُنا تَحْليلُ المَسْأَلَةِ؛ أمّا التَرْكيبُ فَيَجْري بِسُهولَةٍ وهُوَ مَوْجودٌ في النَصِّ، ولَكِنْ بِصورَةٍ مُضْمَرَةٍ.

---

[١٨] لِلمثلّثَيْنِ ABH وَ CBH قاعِدَةٌ مُشْتَرَكَةٌ BH، فإذا نِسْبَةُ مِساحَتَيْهِما تُساوِي نِسْبَةَ ارتِفاعَيْهِما AA' و CC' المُخْرَجَيْنِ من النقطتَيْنِ A وَ C. إلاّ أنَّ $\frac{AI}{IC} = \frac{AA'}{CC'}$ نَظَراً إلى التَحَاكي المُمَرْكَزِ في النقطةِ I. فإذاً $\frac{D}{G} = \frac{AI}{IC} = \frac{ABH}{CBH}$.

ويَقْتَرِحُ السِجْزِيُّ طَرِيقَةً أُخْرَى: نُعَيِّنُ النِسْبَةَ $\frac{IH}{BH}$ الَّتي عَلَيْها تَقْسِمُ النُقْطَةُ المَطْلوبَةُ H القِطْعَةَ BI؛ وهَذِهِ النِسْبَةُ مُساوِيَةٌ لِنِسْبَةِ مِساحَتَيْ AIH وَ AHB. غَيْرَ أَنَّ

$$\frac{AIH}{CIH} = \frac{AI}{CI} = \frac{D}{G}$$

لِنَقْسِمِ المِقْدارَ E إِلَى قِسمَيْنِ X وَ Y بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{X}{Y} = \frac{D}{G};$$

وتَكونُ النِسْبَةُ $\frac{AIH}{ACH}$ مُساوِيَةً إذاً لِلنِسْبَةِ $\frac{X}{E}$ (لأنَّ $ACH = AIH + CIH$). ولأنَّ

$$\frac{ACH}{ABH} = \frac{E}{D},$$

نجِدُ أنَّ

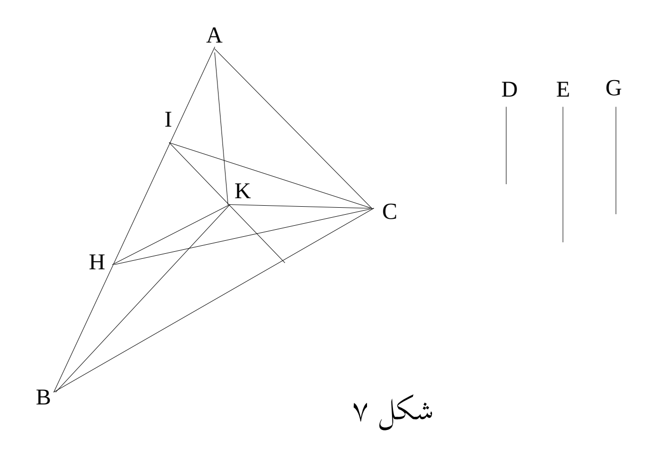
$$\frac{AIH}{ABH} = \frac{X}{D}.$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{IH}{BH} = \frac{X}{D}.$$

وهَذا ما اقْتَضَى بُرْهانُه. وهُنا أَيْضاً لا يَتَناوَلُ النَصُّ سِوَى التَحْليلِ؛ وهَكَذا يَكونُ الأمْرُ أَيْضاً بالنسْبَةِ إِلَى الطَريقَةِ الثالِثَةِ الَّتي تَلي.

الطَرِيقَةُ الثالِثَةُ أَكْثَرُ ظُرْفاً لأَنَّها لا تَستَعْمِلُ نَظَرِيَّةَ النِسَبِ إلاّ لقِسْمَةِ أَحَدِ



شكل ٧

أضْلاعِ المُثَلَّثِ – ولْيَكُنْ AB هَذا الضِلْعَ – عَلَى نِسْبَةِ القِطَعِ D وَ E وَ G:

$$\frac{AI}{IH}=\frac{D}{E},\ \frac{IH}{HB}=\frac{E}{G}.$$

وتَكونُ مِساحَاتُ المُثَلَّثاتِ ACI، ICH، HBC عَلَى النِسْبَةِ المَطْلوبَةِ.

لِنُخْرِجْ من النُقْطَةِ I المُسْتَقيمَ IK مُوازِياً لِ AC ومن H المُسْتَقيمَ HK مُوازِياً لِ BC؛ فتَكونُ مِساحَةُ المُثَلَّثِ AKC مُساوِيَةً إذاً لِمساحَةِ المُثَلَّثِ AIC، وكذَلِكَ الأمْرُ فمِساحَةُ المُثَلَّثِ BKC تُساوِي مِساحَةَ المُثَلَّثِ BHC. وتَكونُ مِساحَاتُ المُثَلَّثاتِ AKC وَ AKB وَ BKC الآن عَلَى نِسَبِ القِطَعِ D وَ E وَ G.

ويُورِدُ السِجْزِيُّ إذاً ثَلاثَ طُرُق – مُذَكِّراً بأنَّها بَعْضٌ من كُلٍّ – وذَلِكَ بِهَدَفِ بِناءِ كائِنٍ يَمْتَلِكُ خاصِيَّةً مَعْلومةً.

٣–٤ التَحْليلُ وتَغَيُّرُ المُقَدِّماتِ

في القِسْمِ الأوّلِ من المُؤَلَّفِ، يُوصي السِجْزِيُّ باعْتِمادِ قاعِدَةٍ مُفيدَةٍ في التَحْليلِ والتَرْكيبِ، تَتَمَثَّلُ باللُّجوءِ إلَى مُقَدِّماتِ المُقَدِّمَةِ الَّتي تَسْمَحُ بإثْباتِ القَضِيَّةِ. وهَذِهِ القاعِدَةُ قَد أُسِّسَت عَلَى فِكْرَةِ إمْكانِيَّةِ تَغْييرِ المُقَدِّماتِ، عَلَى الأقَلِّ عَبْرَ الرُجوعِ ثانِيَةً إلَى سِلْسِلَةِ المُقَدِّماتِ الضَرورِيَّةِ لإثْباتِ القَضِيَّةِ. ومن البَديهِيِّ أن يَكونَ المَقْصودُ هُنا مَساراً غَيْرَ مُباشِرٍ غايَتُهُ الإكْثارُ من سُبُلِ الاكْتِشَافِ. ويُورِدُ السِجْزِيُّ هُنا مَثَلاً يُوضِحُ تِلْكَ القاعِدَةَ وهُوَ تَحْديداً القَضِيَّةُ ٢٠ من المَقالَةِ الثالِثَةِ من ***الأُصول***:

في الدائِرَةِ، الزاوِيَةُ المُمَرْكَزَةُ تُساوِي ضِعْفَي الزاوِيَةِ الَّتي عَلَى المُحيطِ، عِنْدَما يَكونُ لِهاتَيْنِ الزاوِيَتَيْنِ نَفْسُ القَوْسِ عَلَى القاعِدَةِ.

لَقَد أثْبَتَ إقليدسُ هَذِهِ القَضِيَّةَ مُرْتَكِزاً عَلَى مُقَدِّمَةٍ تَقْتَضي مُقَدِّمَتَيْنِ سابِقَتَيْنِ، وتَحْديداً القَضِيَّةُ ٣٢ من المَقالَةِ الأُولى (الزاوِيَةُ الخارِجِيَّةُ لِلمُثَلَّثِ)، وهِيَ

نَفْسُها تَرْتَكِزُ عَلَى القَضِيَّتَيْنِ ٢٩ وَ ٣١ من المَقالَةِ الأُولى. يُبَرْهِنُ السِجْزِيُّ القَضِيَّةَ مُباشَرَةً، مُرْتَكِزاً في ذَلِكَ عَلَى المُقَدِّمَتَيْنِ الأخيرتَيْنِ (راجعِ النَصَّ).

٣-٥ التَحْليلُ وتَغَيُّرُ الأبْنِيَةِ بِواسِطَةِ نَفْسِ الشَكْلِ

في القِسْمِ الأوّلِ من المُؤَلَّفِ يُوصي السِجْزِيُّ بِتَبَنِّي مسارٍ مُسْبَقٍ يَقودُ إِلَى مَعْرِفَةِ العُنْصُرِ المُشْتَرَكِ لِلقَضايا الَّتي نَسْتَعْمِلُها لِلشُروعِ بالتَحْليلِ والتَرْكيبِ؛ ويَنْصَحُ كذَلِكَ بالإحاطَةِ فيما تَتَمايَزُ وفيما تَتَضادُّ هَذِهِ االقَضايا. وهَذا بَحْثٌ مُسْبَقٌ تَزْدادُ ضَرورَتُهُ تِبْعاً لازْدِيادِ "اشْتِراكاتِ الأشْكالِ بعضها لبعض". ويَوضِحُ السِجْزِيُّ هَذِهِ الظاهِرَةَ بِواسِطَةِ مَثَلٍ، يَسْتَخْلِصُ مِنْهُ طَريقَةً إضافِيَّةً لإغْناءِ التَحْليلِ: يُسْتَعْمَلُ نَفْسُ الشَكْلِ لِلوصولِ إِلَى أبْنِيَةٍ مُخْتَلِفَةٍ. وهَذا يَعْني أن نُثَبِّتَ الشَكْلَ وأن نُغَيِّرَ الأبْنِيَةَ بِواسِطَتِهِ. لِنَتَناولْ مَسارَ السِجْزِيِّ الَّذي شَوَّهَ ناسِخُ المَخْطوطَةِ نَصَّهُ بقُوَّة.

يَبْدَأُ السِجْزِيُّ بِبَعْضِ القَضايا غَيْرِ المُثْبَتَةِ المُتَعَلِّقَةِ بالقِسْمَةِ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى (نِسْبَةٍ ذات وَسَطٍ وطَرَفَيْن)، وهَذِهِ القَضايا فيها "اشتراكاتٌ لأشْكالها بعضها لبعض". تَشْتَرِكُ هَذِهِ القَضايا فيما بَيْنَها كَما لاحَظَ السِجْزِيُّ بالعَدَدِ "خمسة": "وذَلِكَ أنَّ عَمَلَ المُخَمَّسِ المُتَساوِي الأضْلاعِ يَشُوبُهُ انْقِسامُ خَطٍّ عَلَى نِسْبَةٍ ذاتِ وسطٍ وطَرَفَيْن"[١٩]. لِنَتَناوَلْ عَرْضَ السِجْزِيّ.

قَضِيَّة ١: من المَعْلومِ اسْتِناداً إِلَى ***أُصول*** إقليدسَ أنَّ بِناءَ مُخَمَّسِ الأضْلاعِ المُنْتَظِمِ يُنْجَزُ انْطِلاقاً مِن قِسْمَةٍ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى. وتُطالِعُنا المَقالَةُ الثالِثَةُ

[١٩] انْظُرْ أدْناه، ص ٧٥٠.

عَشَرَة من ***الأُصول*** بِبَعْضِ القَضايا حَوْلَ هَذِهِ القِسْمَةِ الَّتِي يَشْرَحُها[٢٠] السِجْزِيُّ بِالأُسْلوبِ الإقليدِيِّ.

إذا اسْتَعْمَلْنا عِلْمَ المُثَلَّثاتِ، يَكونُ لَدَيْنا بِالنِسْبَةِ إِلَى ضِلعِ مُعَشَّرِ الأَضْلاعِ المُنْتَظِمِ المُحاطِ بدائِرَةٍ نِصْفُ قُطْرِها r:

$$c = 2r \cdot \sin\frac{\pi}{10} = r\,\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

وبِالنِسْبَةِ إِلَى ضِلعِ مُخَمَّسِ الأَضْلاعِ المُنْتَظِمِ يَكونُ لَدَيْنا

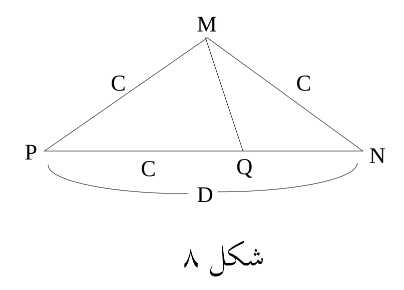
$$C = 2r \cdot \sin\frac{\pi}{5} = c\sqrt{4-\frac{c^2}{r^2}} = r\,\frac{\sqrt{5}-1}{2}\cdot\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}.$$

قَضِيَّة ٢: المَجْموعُ $r+c = r\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ يَنْقَسِمُ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى بِالنُقْطَتَيْن r وَ c:

$$\frac{r+c}{r} = \frac{r}{c} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

قَضِيَّة ٣: نِسْبَةُ القُطْرِ D في المُخَمَّسِ المُنْتَظِمِ إِلَى ضِلعِهِ C تُساوِي $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. وبِلُغَةٍ أُخْرَى، القُطْرُ PN يَنْقَسِمُ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى بِالنُقْطَة Q بِحَيْثُ يَكونُ

$$PQ = PM = C.$$



شكل ٨

[٢٠] انْظُرِ الحاشِيَةَ النَقْدِيَّةَ لِلنَصِّ المَخْطوطِيِّ عَلَى الصَفْحَةِ ٧٢٧، سَطْر ١٦.

وبالفِعْلِ، فالمُثَلَّثان PMN وَ MQN اللّذان كُلٌّ واحِدٍ مِنْهُما مُتَساوِي الساقَيْن، مُتَشابِهان، فإذاً

$$\frac{MN}{PN} = \frac{QN}{PM},$$

وهَذا يَعْني

$$\frac{C}{D} = \frac{D - C}{C}.$$

قَضِيَّة ٤: القِطْعَةُ المُسْتَقيمَةُ $2a$ قُسِمَت عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى. يَكونُ القِسْمُ الأَكْبَرُ إذاً مُساوِياً لِ $(1 - \sqrt{5})a$. وإذا زِيدَ إلَيْهِ نِصْفُ القِطْعَةِ أي a، سَيَكونُ الحاصِلُ $a\sqrt{5}$؛ ومُرَبَّعُ هَذا الحاصِلِ مُساوٍ لِخَمْسَةِ أضْعافِ مُرَبَّعِ نِصْفِ القِطْعَةِ المَفْروضَةِ.

قَضِيَّة ٥: "وإنَّ كُلَّ خَطٍّ يُقْسَمُ بقِسْمَيْنِ عَلَى هَذِهِ النسْبَةِ <ويُضافُ إلَى القِسْمِ الأطْوَلِ ضِعْفُ القِسْمِ الأصْغَرِ>، فيَكونُ مُرَبَّعُ الخَطِّ كُلِّهُ خَمْسَةَ أمْثالِ مُرَبَّعِ القِسْمِ الأوّلِ"[٢١].

لِيَكُنْ a القِسْمَ الأكْبَرَ فيَكونُ القِسْمُ الأصْغَرُ إذاً $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}a$. وإذا زِيدَ ضِعْفا هَذا المِقْدار إلَى a سَنَحْصُلُ عَلَى $a\sqrt{5}$ وسيَكونُ مُرَبَّعُ الحاصِلِ مُساوِياً لِخَمْسَةِ أضْعافِ مُرَبَّعِ a.

قَضِيَّة ٦: لنَأْخُذْ كَما فِي السابِقِ قِطْعَةً مُسْتَقيمَةً مُنْقَسِمَةً عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى، ولْيَكُنِ القِسْمُ الأكْبَرُ من القِسْمَةِ مُساوِياً لِ $2a$؛ فيَكونُ القِسْمُ الأصْغَرُ إذاً $a(\sqrt{5} - 1)$. إذا زِدْنا عَلَى هَذا القِسْمِ الأخيرِ نِصْفَ القِسْمِ الأكْبَرِ، أي a،

---

[٢١] انْظُرْ أدْناه، ص ٧٥٠.

سنَحْصُلُ عَلَى $a\sqrt{5}$، وسيَكونُ مُرَبَّعُ هَذا الحاصِلِ مُساوِياً لِخَمْسَةِ أضْعافِ نِصْفِ القِسْمِ الأكْبَرِ.

قَضِيَّة ٧: تُبَيِّنُ القَضايا ٤ وَ ٥ وَ ٦ كَيْفَ نَسْتَطيعُ، انْطِلاقاً مِن قِسْمَةٍ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى أن نَبْنِيَ قِطْعَتَيْنِ مُسْتَقيمَتَيْنِ بحَيْثُ يَكونُ مُرَبَّعُ إحْداهُما مُساوِياً لِخَمْسَةِ أضْعافِ مُرَبَّعِ الأُخْرَى. والآن، سَنَعْمَلُ تِبْعاً لِلمَنْحَى المُعاكِسِ، مُنْطَلِقينَ من مُرَبَّعٍ مَقْسومٍ إلَى خَمْسَةِ مُرَبَّعاتٍ مُتَساوِيَةٍ، وذَلِكَ بُغْيَةَ إيجادِ قِسْمَةٍ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى.

مَثَلاً، لِيَكُن a وَ $a\sqrt{5}$ ضِلْعَيْ مُرَبَّعَيْنِ (مَعْلومَيْنِ). المَجْموعُ إذاً $a(1+\sqrt{5})$ ("التَرْكيب")، وإذا قَسَمْنا هَذا المَجْموعَ عَلَى اثْنَيْنِ نَحْصُلُ عَلَى $\frac{a}{2}(1+\sqrt{5})$ ويَكونُ هَذا الحاصِلُ عَلَى نِسْبَةِ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ مع الضِلعِ الأوّلِ a؛ وبِلُغَةٍ أُخْرَى، إنَّ الضِلعَ a يَقْسُمُ نِصْفَ المَجْموعِ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى.

وعَلَى نَفْسِ النَسَقِ، إنَّ الفارِقَ $a(\sqrt{5}-1)$ ("التفصيل") إذا قُسِمَ عَلَى اثْنَيْنِ نَحْصُلُ عَلَى $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$، ويَكونُ الحاصِلُ عَلَى نِسْبَةِ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ مع الضلعِ a؛ وبِكَلامٍ آخر، إنَّ نِصْفَ الفارقِ يَقْسُمُ هَذا الضِلعَ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى.

ويُقْتَرَحُ هُنا بِناءٌ عَلَى عِدَّةِ مراحِلَ ("الأشْكال الَّتِي لها اشتراكات بعضها لبعض") لِلقِسْمَةِ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى. فَفي المَرْحَلَةِ الأولَى نَبْني قِطْعَتَيْنِ مُسْتَقيمَتَيْنِ بحَيْثُ يَكونُ مُرَبَّعُ إحْداهُما مُساوِياً لثَلاثَةِ أضْعافِ مُرَبَّعِ الأُخْرَى؛ وفي المَرْحَلَةِ الثانِيَةِ، نَسْتَعْمِلُ هَذِهِ القِسْمَةَ لِلحُصولِ عَلَى قِسْمَةٍ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى. ويُنْجَزُ البِناءانِ عَلَى نَفْسِ الشَكْلِ.

مَثَل: نَأْخُذُ في هَذا المَثَلِ مُثَلَّثاً AEB قائِمَ الزاوِيَةِ E. ونَأْخُذُ عَلَى ضِلْعِهِ الأَكْبَرِ EA قِطْعَةً EG مُساوِيَةً لضِلْعِهِ الأصْغَرِ EB.

فيَكونُ لَدَيْنا اسْتِناداً إِلَى مُبَرْهَنَةِ فيثاغورس

$$AB^2 = AE^2 + EB^2$$
$$= AG^2 + 2AG \,.\, GE + EG^2 + EB^2 = AG^2 + 2EG \,.\, AE.$$

في مَرْحَلَةٍ أولَى، نَأْخُذُ AG بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا $2AG^2 = AB^2$، فيَصيرُ لَدَيْنا إذاً

$$2AG^2 = AB^2 = AG^2 + 2EG \,.\, AE,$$

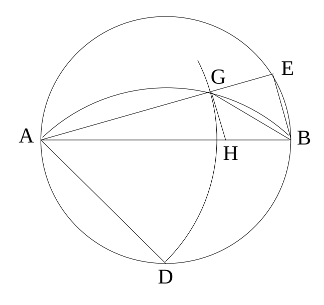
ولذَلِكَ فإنَّ

$$AG^2 = 2EG \,.\, AE$$

وَ

$$(AG + AE)^2 = AG^2 + 2AG \,.\, AE + AE^2 = 3AE^2,$$

أي كَما خَطَّطْنا لِلمَرْحَلَةِ الأولَى.



شكل ٩

يَجْري بناءُ النُقْطَةِ G انْطِلاقاً من القِطْعَةِ AB عَلَى الصورَةِ التالِيَةِ: نُحَدِّدُ AD بحَيْثُ يَكونُ $2AD^2 = AB^2$ عَبْرَ قِسْمَةِ نِصْفِ الدائِرَةِ ADB الَّتي قُطْرُها AB إِلَى قَوْسَيْنِ مُتَساوِيَتَيْنِ. فيَنْبَغي أن يكونَ لَدَيْنا $AG = AD$ وَ $A\hat{G}B = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (زاوِيَةٌ خارِجيَّةٌ لِلمُثَلَّثِ القائِمِ الزاوِيَةِ المُتَساوِي الساقَيْنِ)؛ فتَكونُ النُقْطَةُ G إذاً حادِثَةً عن تَقاطُعِ الدائِرَةِ المُمَرْكَزَة في النُقْطَةِ A، والَّتي نِصْفُ قُطْرِها AD، مع القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ $A\hat{G}B = \frac{3\pi}{4}$.

ونُخرِجُ AG إلَى E بحَيْثُ تَكونُ الزاويَةُ AEB قائِمَةً؛ فإذاً، تَحْدُثُ هَذِهِ النُقْطَةُ عن تَقاطُعِ امْتِدادِ AG مع الدائِرَةِ الَّتي قُطْرُها AB.

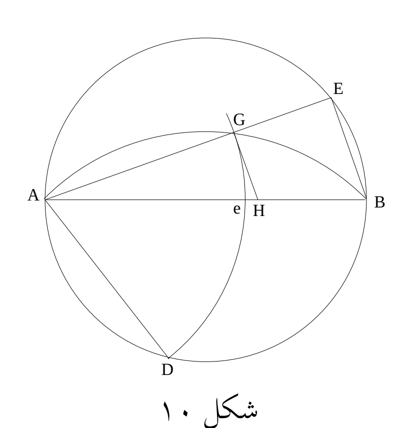
وفي المَرْحَلَةِ الثانِيَةِ، نَأْخُذُ من جَديدٍ البِناءَ نَفْسَهُ، ولَكِنَّنا نَفْتَرِضُ هَذِهِ المَرَّةَ أنَّ

$$3AG^2 = AB^2 = AG^2 + 2EG \,.\, AE.$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً $AG^2 = EG \,.\, EA$ وتنقَسِمُ القِطْعَةُ AE عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى بالنُقْطَةِ G.

وتَؤولُ الطَريقَةُ إذاً إلَى بناءِ AD بحَيْثُ يَكونُ $3AD^2 = AB^2$ عبْرَ استِعْمَالِ نَتيجَةِ المَرْحَلَةِ الأولَى، ومن ثَمّ نَبْني النُقْطَةَ G عَلَى تَقاطُعِ الدائِرَةِ المُمَرْكَزَةِ في النُقْطَةِ A والَّتي نِصْفُ قُطْرِها AD، مع القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ $AGB = \frac{3\pi}{4}$. ومن ثَمَّ نُنْهي عَلَى غِرارِ المَرْحَلَةِ الأولَى: نُخْرِجُ AG إلَى النُقْطَةِ E الَّتي يَلْتَقي عَلَيْها مع الدائِرَةِ الَّتي قُطْرُها AB. ويُصْبِحُ لَدَيْنا إذاً

$$5\,AE^2 = (AE + 2\,AG)^2.$$



شكل ١٠

مُلاحَظَة: يَسْمَحُ هَذا البِناءُ، بِصورَةٍ عامَّةٍ، ببِناءِ قِطْعَتَيْنِ بحَيْثُ تَكونُ نِسْبَةُ مُرَبَّعَيْهِما عَلَى صورَةِ العدَدِ $1 + 2^n$. إذا كانَت $n = 2$، ستَكونُ هَذِهِ النِسْبَةُ مُساوِيَةً لِلعددِ 5 ويَتَكافَأُ البِناءُ في هَذِهِ الحالَةِ مع القِسْمَةِ عَلَى نِسْبَةٍ قُصْوَى ووُسْطَى.

وبالفِعْلِ لنَفْرِضْ

$$(2^{n-1}+1)AD^2 = AB^2,$$

إذا كانَ $AG = AD$ كَما هِيَ الصورَةُ في الشَكْلِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$(2^{n-1}+1)AG^2 = AB^2 = AG^2 + 2EG \,.\, AE,$$

فإذاً

$$2^{n-1}AG^2 = 2EG \,.\, AE.$$

ونَحْصُلُ عَلَى

$$\begin{aligned}(2^{n-1}AG + AE)^2 &= 2^{2n-2}AG^2 + 2^n AG \,.\, AE + AE^2\\ &= 2^n EG \,.\, AE + 2^n AG \,.\, AE + AE^2\\ &= (2^n+1)AE^2.\end{aligned}$$

ونُكَرِّرُ البِناءَ إذاً ما مِقْدارُهُ n من المَرَّاتِ لِلحُصولِ عَلَى نِسْبَةِ مُرَبَّعَيْنِ مُساوِيَةٍ لِلعَدَدِ $2^n + 1$. ونَحْصُلُ عَلَى كُلِّ شَكْلٍ مِنَ الشَكْلِ الَّذي يَتَقَدَّمُهُ وَفْقَ الصورَةِ التالِيَةِ:

من العَلاقَتَيْنِ

$$AD_n = AE_{n-1} \quad \text{وَ} \quad AB_n = 2^{n-1}AG_{n-1} + AE_{n-1}$$

تُسْتَتْبَعُ العَلاقَةُ

$$AB_n^2 = (2^n+1)\,AE_n^2.$$

ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بِنَفْسِ الشَكْلِ الهَنْدَسِيِّ، ولَكِنْ مع اختِيارٍ مُخْتَلِفٍ لِلنُقْطَةِ D.

وهَذِهِ بالضَبْطِ هِيَ الفِكْرَةُ الَّتي يَهْدِفُ هَذا النَصُّ لِلتَعْبيرِ عَنْها. فالحالَةُ الَّتي يَتَناوَلُها المُؤَلِّفُ تَتَضَمَّنُ مَرْحَلَتَيْن نَظَراً إلى كَوْنِ $n = 2$؛ وهَذا يُفَسِّرُ القَفْزَةَ من الشَيْءِ إلَى نَفْسِهِ الَّتي تُوحي وكأَنَّهُ يُوجَدُ نَقْصٌ في النَصِّ. في كُلِّ مَرْحَلَةٍ، يَبْقى الشَكْلُ نَفْسُهُ بدونِ تَغْييرٍ كَما يَتَطابَقُ الاسْتِدْلالُ أَيْضاً، وبِهَذا يُصْبِحُ مُصْطَلَحُ "اشْتِراكاتُ الأشْكالِ" مَفْهوماً بِوُضوحٍ.

ثُمَّ يؤَكِّدُ السجْزِيُّ أَنَّهُ إذا أخْرَجْنا GH مُوازِياً لِـ EB بواسِطَةِ تَحْويلِ مُشابَهَةٍ، فإنَّنا نَكونُ قَد قَسَمْنا AB عَلَى الصورَةِ المَرْجُوَّةِ، أي بِحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{AH}{HB} = \frac{AB}{AH};$$

وهَذا تَطْبيقٌ لِمُبَرْهَنَةِ طاليس.

٣-٦ التغيُّر مُطَبَّقاً عَلَى مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوس

يَعودُ السِجْزِيُّ لتَناوُلِ مَسْأَلَةٍ مَأْخوذَةٍ من المَجسطيّ. وفي دِراسَةٍ مُقْتَضَبَةٍ غَيْرِ مُفَصَّلَةٍ، يَسْتَخْرِجُ الصُعوبَاتِ المُتَرَتِّبَةَ عَلَى هَذِهِ المَسْأَلَةِ عَلَى طَريقِ التَحْليلِ، ويُورِدُ لها أرْبَعَةَ حلولٍ مُبَيِّناً التَنَوُّعَ في سُبلِ إثباتِها. ويُبَيِّنُ السِجْزِيُّ في مَعْرِضِ نِقاشِهِ دَوْرَ الأَبْنيَةِ الإضافِيَّةِ، كَما يُبَيِّنُ، في كُلِّ حالَةٍ، الحُجَجَ في تَبَنِّي هَذِهِ الأَبْنيَةِ؛ ولَكِنَّهُ لا يُلامِسُ لا من قَريبٍ ولا من بعيدٍ المَسائِلَ المَنْطِقِيَّةَ المُتَرَتِّبَةَ عَلَى تَعَدُّدِيَّةِ الحُلولِ لِلمَسْأَلَةِ الواحِدَةِ. إذ إنَّ اهتِمامَهُ الأساسِيَّ يَبْقَى عَلَى ما كانَ عَلَيْهِ: اكْتِشَافُ أيْسَرِ السُبلِ لِلحُصولِ عَلَى الخَاصِيَّةِ المَطْلوبَةِ. وبِالمُقابِلِ فَهَذا هُوَ السَبَبُ الَّذي يَدْفَعُهُ إلى الإكْثارِ من الحُلولِ.

تَرْمي قَضِيَّةُ بَطْلَمْيوس[٢٢] إلَى إثْباتِ ما يَلي: إذا أخَذْنا في دائِرَةٍ مَعْلومةٍ قَوْسَيْنِ مُتَبايِنَتَيْنِ AC وَ AB بحَيْثُ يَكونُ $\widehat{AB} < \widehat{AC}$، فإنَّ

$$\frac{\widehat{AC}}{\widehat{AB}} > \frac{AC}{AB}.$$

لنَأْخُذِ النُقْطَةَ K عَلَى امْتِدادِ BA بحَيْثُ يَكونُ $AK = AC$، والنُقْطَةَ G عَلَى تَقَاطُعِ KC مع المُسْتَقيمِ المُخْرَجِ من A مُوازِياً لِـ BC.

بما أنَّ القَوْسَ AC مَحْصورَةٌ بالزاوِيَةِ $A\hat{B}C$ المُساوِيَةِ لِلزاوِيَةِ $K\hat{A}G$ وأنَّ القَوْسَ AB مَحْصورَةٌ بِالزاوِيَةِ $A\hat{C}B$ المُساوِيَةِ لِلزاوِيَةِ $G\hat{A}C$، يَكونُ لَدَيْنا

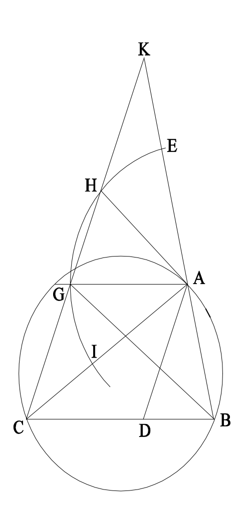
$$\frac{\widehat{AC}}{\widehat{AB}} = \frac{K\hat{A}G}{G\hat{A}C}.$$

[٢٢] يَتَناوَلُ ابنُ الهَيْثَمِ القَضِيَّةَ، ولَكِنَّهُ يُغيِّرُ الشُروطَ؛ انْظُرِ الجُزءَ الخامِسَ من هَذا الكِتابِ؛ انْظُرْ أَيْضاً كِتابَ رشدي راشد: ***الهَنْدَسَة والمَناظِر في ضُحَى الإسْلام*** ، (النسخة الفرنسيّة، ص ٢٤٨ وما يليها).

يَنْبَغي إذاً أن نبرهنَ أنَّ

$$\frac{G\widehat{A}C}{K\widehat{A}G} < \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{GK} = \frac{GC}{GK} = \frac{tr.\,(ABG)}{tr.\,(AGK)}\ *$$

إلاّ أنَّ النِسْبَةَ $\frac{G\widehat{A}C}{K\widehat{A}G}$ تُساوِي نِسْبَةَ القِطاعَيْن الدائِرِيَّيْنِ GAI وَ GAE،



شكل ١١

ويَكونُ لَدَيْنا[٢٣]

$$sect.(GAI) = sect.(HAE)$$

وَ

$$sect.(GAE) = sect.(AEH) + sect.(HGA)$$

وَبِالمُقابِلِ فإنَّ

$$tr.(AGC) = tr.(KAH)$$

وَ

$$tr.(KAG) = tr.(KAH) + tr.(HAG);$$

* $tr.(T)$ وَ $sect.(S)$ يَرْمُزان عَلَى التَرْتيبِ إلى مِساحَةِ المُثلّثِ T والقِطاعِ الدائِرِيِّ S (المُتَرْجِم).

[٢٣] المُثَلّثُ KAC مُتَساوِي الساقَيْن، ويَجوزُ إذاً المُنَصِّفُ العَمودِيُّ لِلقِطعَةِ KC عَلَى النُقْطَةِ A؛ ويَكونُ فَضْلاً عن ذَلِكَ مِحْوَرَ تناظُرٍ لِلمُثَلَّثِ KAC ولِلدائِرَةِ (A, AG)؛ فإذاً $KH = GC$ وَ $\widehat{HE} = \widehat{GI}$ والقِطْعَتان (المثلّثَتانِ المُنْحَنِيَتانِ) KHE وَ CGI مُتَساوِيَتان.

وَ

$$tr.(HAG) < sect.(HAG)$$

وَ

$$tr.(KAH) > sect.(HAE),$$

فيَكونُ لَدَيْنا

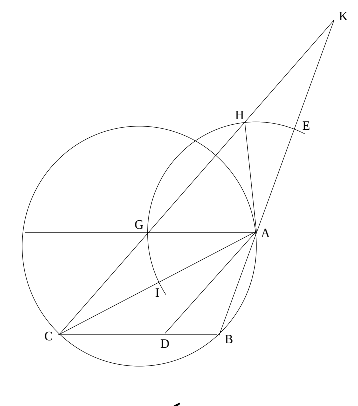
$$\frac{sect.\ (GAI)}{sect.\ (GAE)} < \frac{tr.\ (AGC)}{tr.\ (AGK)},$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{G\widehat{A}C}{K\widehat{A}G} < \frac{tr.\ (ABG)}{tr.\ (AGK)},$$

وهَذا ما أرَدْنا تِبْيانَهُ.

مُلاحَظَة ١: لقَد أجْرَيْنا الاسْتِدلالَ مُرْتَكِزينَ عَلَى الشَكْلِ ١١، حَيْثُ نَفْترضُ $\hat{C} < \widehat{B} < \frac{\pi}{2}$. لنَفْتَرِضْ أنَّ الزاوِيَةَ ABC مُنْفَرِجَةٌ أي أنَّ $\hat{C} < \frac{\pi}{2} < \widehat{B} < \pi$ (الشَكْلُ ١٢). ويَبْقَى التَناظُرُ المَذْكورُ سابِقاً قائِماً، وبِالتالي فالاسْتِدْلالُ يَبْقَى عَلَى حالِهِ لأنَّ كُلَّ عَلاقَاتِ التَساوي مُحَقَّقَةٌ.



شكل ١٢

مُلاحَظَة ٢: وبِلُغَةٍ أُخْرَى، ليَكُنْ r نِصْفَ قُطْرِ الدائِرَةِ ABC، وَلْنَجْعَلْ

$$\beta = A\widehat{B}C,\ \gamma = A\hat{C}B.$$

فيَكونُ لَدَيْنا

$$\overset{\frown}{AC} = 2r\beta,\ \overset{\frown}{AB} = 2r\gamma$$

وَ

$$AC = 2r \sin \beta,\ AB = 2r \sin \gamma.$$

وتُكتَبُ مُتَبايِنَةُ بَطْلَمْيوسَ كَما يَلي

$$\frac{\beta}{\gamma} > \frac{\sin \beta}{\sin \gamma},$$

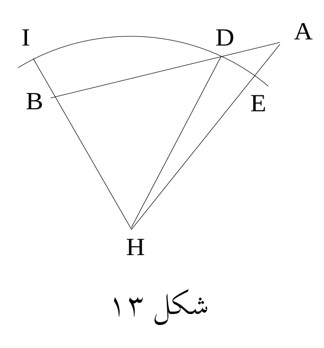
وإذا تَحَقَّقَ الشَرْطُ $\gamma < \beta$، فَهَذا يَعْني أنَّ

$$\frac{\sin \beta}{\beta} < \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

و تَعْني هَذِهِ المُتَبايِنَةُ أنَّ الدالَّةَ $\frac{\sin x}{x}$ تَناقُصِيَّةٌ عَلَى الفُسْحَةِ $0 < x < \pi$.

مُلاحَظَة ٣: في نَصٍّ آخَرَ لِلسِجْزِيِّ (انْظُر أدناه)، يُطالِعُنا حَلٌّ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ بِواسِطَةِ بِناءٍ مُساعِدٍ مُخْتَلِفٍ قليلاً، ولَكِنْ وَفْقَ الاسْتِدْلالِ نَفْسِهِ.

يُتابِعُ السِجْزِيُّ مُناقَشَةَ مَسْأَلَةَ بَطْلَمْيوسَ هَذِهِ، ويَقْتَرِحُ طَرِيقَةً ثانِيَةً لإثْباتِ المُتَبايِنَةِ نَفْسِها. ولِهَذا الهَدَفِ يُدْخِلُ المُسْتَقيمَ CD الَّذي يُنَصِّفُ الزاوِيَةَ[٢٤] ACB لِيَحْصُلَ عَلَى التَناسُبِ $\frac{BD}{DA} = \frac{BC}{AC}$. إذا قَطَعَ امْتِدادُ CD الدائِرَةَ المُحيطَةَ بِالمُثَلَّثِ ABC عَلَى النُقْطَةِ H، نَأْخُذُ الدائِرَةَ المُرْكَزَةَ في H الجائِزَةَ عَلَى D؛ وَلْتَقْطَعْ HA



شكل ١٣

[٢٤] لِنُلاحِظْ أنَّ الحَرْفَيْنِ A وَ C مَعْكوسَا الدَوْرِ في هَذا البُرْهانِ الجَديدِ.

عَلَى E وَ HB عَلَى I. وبما أنَّ $HA > HD$ فإنَّ النُقْطَةَ E تَقَعُ بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ H وَ A. إذا كانَتِ النُقْطَةُ I خارِجَ القِطْعَةِ HB، يُصْبِحُ البُرْهانُ مُباشِراً، لأنَّ

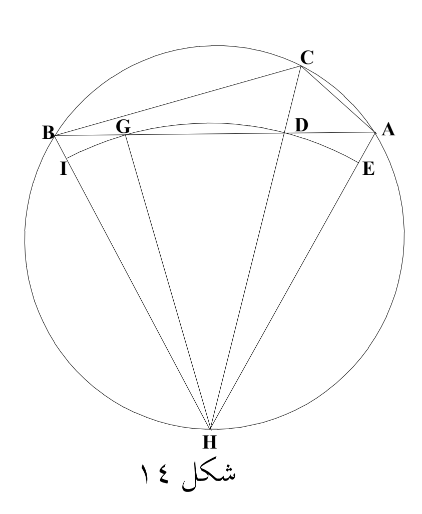
$$\frac{BD}{DA} = \frac{tr.(BDH)}{tr.(DAH)}, tr.(BDH) < sect.(IHD), tr.(DAH) > sect.(DEH);$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{tr.(BDH)}{tr.(DAH)} < \frac{sect.(IHD)}{sect.(DHE)} = \frac{B\hat{A}C}{A\hat{B}C} = \frac{\widehat{BC}}{\widehat{CA}}.$$

وبالتالي فإنَّ

$$\frac{BC}{AC} < \frac{\widehat{BC}}{\widehat{AC}}.$$



شكل ١٤

ولَكِنَّ الشَكْلَ ١٣ مُحَالٌ لأنَّ $HB = HA$، فإذاً النُقْطَةُ I تَقَعُ بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ H وَ B لِكَوْنِ النُقْطَةِ E بَيْنَ H وَ A. يُلاحِظُ السِجْزِيُّ عندئذٍ أنَّ الاسْتِدْلالَ السابِقَ باطِلٌ. غَيْرَ أَنَّ إدْراكَ سَبَبِ الخَطَأِ يَسْمَحُ بِالتَقَدُّمِ عَلَى طَريقِ الاكْتِشافِ وبِتَصْويبِ الاسْتِدْلالِ. وهَذا ما أرادَ السِجْزِيُّ، عَلَى الأرجحِ، أن يَوضِّحَهُ من خلالِ هَذا المَثَلِ. ولنَرَ كَيْفَ يَنْحو:

لِتَكُنْ G النُقْطَةَ الَّتِي تُعاوِدُ الدائِرَةُ المُمَرْكَزَةُ في النُقْطَةِ H، الَّتِي نِصْفُ قُطْرِها HD، التَقاطُعَ عَلَيْها مع الضِلعِ AB. المُثَلَّثان HAD وَ HGB مُتَساوِيان والقِطاعان DHE وَ GHI مُتَساوِيان أَيْضاً. وبما أنَّ

$$tr.(GHD) < sect.(GHD),\ tr.(DHA) > sect.(DHE),$$

فإنَّ

$$\frac{tr.\ (GHD)}{tr.\ (DHA)} < \frac{sect.\ (GHD)}{sect.\ (DHE)};$$

وإذا ما أضَفْنا 1 عَلَى طَرَفَي المُتَبايِنَةِ، نَحْصُلُ بَعْدَ تَرْكيبِ النِسَبِ عَلَى

$$\frac{tr.\ (BHD)}{tr.\ (DHA)} < \frac{sect.\ (IHD)}{sect.\ (DHE)},$$

ويُخْتَتَمُ البُرْهانُ عَلَى غِرارِ ما سَبَقَ.

لِنُلاحِظْ أنَّ السِجْزِيَّ يُورِدُ في نَصٍّ آخَرَ حَلاًّ مُشابِهاً مع تَعْديلاتٍ طَفيفَةٍ تَظْهَرُ في مَعْرِضِ البُرْهانِ. ويَنْطَلِقُ في ذَلِكَ من نَفْسِ الشَكْلِ ونَفْسِ حُروفِ التَرْميزِ ونَفْسِ المُعْطَياتِ (انْظُر أدناه).

ويُتابِعُ السِجْزِيُّ التَغْييرَ في مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوسَ. ويَوَدُّ هَذِهِ المَرَّةَ أن يَتَبَنَّى شَرْطاً خاصّاً كافِياً لِلاسْتِخْدامِ في حالَةِ بَطْلَمْيوسَ؛ وهَذا الشَرْطُ هُوَ أن يكونَ $\widehat{AB} < \pi$.

نَأْخُذُ نُقْطَةً D عَلَى قَوْسِ الدائِرَةِ ACB بِحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا $\widehat{BD} = \widehat{CA}$ ونَجْعَلُ E نُقْطَةَ تَقاطُعِ AD وَ BC. تَقْطَعُ الدائِرَةُ المُمَرْكَزَةُ في النُقْطَةِ A، الَّتِي نِصْفُ قُطْرِها EA، امْتِدادَ AC عَلَى النُقْطَةِ G والضِلعَ AB عَلَى النُقْطَةِ H.

لَدَيْنا

$$sect.(AGE) > tr.(ACE),\ sect.(AEH) < tr.(AEB),$$

فإذاً

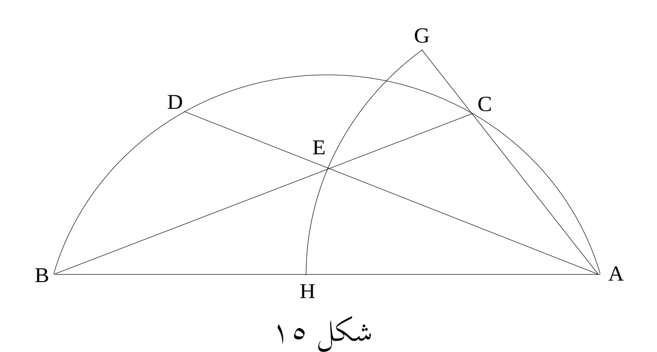
$$\frac{sect.(AGE)}{sect.(AEH)} > \frac{tr.(ACE)}{tr.(AEB)}.$$

وإذا رَكَّبْنا النِسَبَ، يَصيرُ لَدَيْنا

$$\frac{sect.(AGH)}{sect.(AEH)} > \frac{tr.(ACB)}{tr.(AEB)};$$

ونِسبَةُ الطَرَفِ الأَيْسَرِ في المُتَبايِنَة تُساوِي

$$\frac{\overset{\frown}{BC}}{\overset{\frown}{BD}} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{\overset{\frown}{AC}};$$



شكل ١٥

فَضْلاً عن العَلاقَةِ

$$\frac{tr.\ (ACB)}{tr.\ (AEB)} = \frac{BC}{BE},$$

فإذاً

$$\frac{\overset{\frown}{BC}}{\overset{\frown}{AC}} > \frac{BC}{BE}.$$

ويَسْتَنْتِجُ السِجْزِيُّ قائلاً ما يَعْني أنَّ

$$BE = AE > AC;$$

ولِلأسَفِ هَذا يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$\frac{BC}{BE} < \frac{BC}{AC},$$

وبالتالي فَلا نَسْتَطيعُ الاسْتِنْتاجَ كَما فَعَلَ السِجْزِيُّ سَهْواً.

ويُوردُ الرياضِيُّ حَلاًّ رابِعاً لهَذِهِ المَسْأَلَةِ (انْظُر أدناه).

ويُتابِعُ السِجْزِيُّ التغييرَ في مَسْأَلَةِ بَطْلَميوسَ. فيَأْخُذُ ثَلاثَ نِقاطٍ A وَ B وَ C عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومةٍ بحَيْثُ يَكونُ $\overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{CB}$ ؛ ويُخْرِجُ المُسْتَقيمَ CD مُتَعامِداً مع المُسْتَقيمِ AB، وذَلِكَ بِهَدَفِ إقامةِ الدَليلِ عَلَى المُتَبايِنَةِ.

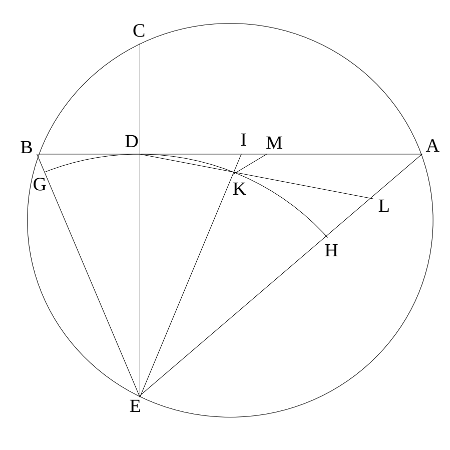
$$\frac{AD}{DB} > \frac{\widehat{AC}}{\widehat{CB}}.$$

والمَسْأَلَةُ هُنا هِيَ مَسْأَلَةٌ من نَفْسِ الصِنْفِ، رَغْمَ أنَّ السِجْزِيَّ لا يَأْخُذُ مُباشَرَةً أوْتارَ الأقْواسِ، إنَّما يَعْمَدُ إلَى أخْذِ قِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ مُرْتَبِطَةٍ بتِلْكَ الأوْتارِ.

نُخْرِجُ CD حَتَّى النُقْطَةِ E الواقِعَةِ عَلَى الدائِرَةِ؛ ونَأْخُذُ النُقْطَةَ I عَلَى BA بحَيْثُ يَكونُ $EI = EB$. فَلْتَقْطَعِ الدائِرَةُ (E, ED) الخُطوطَ المُسْتَقيمَةَ EB وَ EI وَ EA تَرْتيباً عَلَى النِقاطِ G وَ K وَ H.

ويَقولُ السِجْزِيُّ إذاً، إنَّ

$$\frac{tr.\ (ADE)}{tr.\ (DBE)} > \frac{\widehat{HKD}}{\widehat{DG}} \qquad (1)$$



شكل ١٦

وهُوَ لا يُثْبِتُ هَذِهِ المُتَبايِنَةِ، غَيْرَ أنَّهُ يَسْتَنْتِجُ مِنْها أنَّ

$$\frac{AD}{DB} > \frac{\widehat{HKD}}{\widehat{DG}} = \frac{A\hat{E}C}{C\hat{E}B} = \frac{\widehat{AC}}{\widehat{BC}},$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{AD}{DB} > \frac{\widehat{AC}}{\widehat{CB}}.$$

وهَذا البُرْهانُ صَحيحٌ رَغْمَ ضَعْفِ دَلالَتِهِ نَظَراً إلَى عَدَمِ إقامَةِ السِجْزِيِّ للدَليلِ عَلَى العَلاقَةِ (*1*). ونَسْتَطيعُ إعادَةَ تَرْكيبِ البُرْهانِ الناقِصِ عَلَى الصورَةِ التالِيَةِ:

لِنُخرِجْ *DK*، الَّذي يَقْطَعُ *EA* عَلَى *L*؛ وَلْنُخرِجْ من النُقْطَةِ *K* مُسْتَقيماً مُوازِياً لِ *EA* وَلْيَقْطَعْ هَذا المُسْتَقيمُ *DA* عَلَى نُقْطَةٍ *M* واقِعَةٍ بَيْنَ النُقْطَتَيْن *I* وَ *A*. فيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{KL}{DK} = \frac{MA}{DM} < \frac{IA}{DI},$$

فإذاً

$$\frac{tr.(KEL)}{tr.\ (DEK)} < \frac{tr.(IEA)}{tr.\ (DEI)}.$$

غَيْرَ أنَّ

$$tr.(KEL) > sect.(KEH),\ tr.(DEK) < sect.(DEK);$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{sect.(KEH)}{sect.\ (DEK)} < \frac{tr.(IEA)}{tr.\ (DEI)}.$$

وإذا رَكَّبْنا النِسَبَ، نَجدُ

$$\frac{sect.(DEH)}{sect.\ (DEK)} < \frac{tr.(DEA)}{tr.\ (DEI)} = \frac{tr.(ADE)}{tr.\ (DBE)};$$

وهَذا ما أرَدْنا إثْباتَه.

ولا يُراعي هَذا البُرْهانُ لُغَةَ السِجْزِيِّ فَحَسْب، إنَّما هُوَ أمينٌ كذَلِكَ لنَمَطِ تَنَاوُلِهِ لِلبَراهين.

وبلُغَةٍ أُخْرَى لا عَلاقَةَ لِلسِجْزِيِّ بها، لنَجْعَلْ

$$B\hat{E}D = \alpha,\ D\hat{E}A = \beta,\ r = ED$$

يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$BD = r\ tg\ \alpha,\ DA = r\ tg\ \beta,\ \frac{DA}{DB} = \frac{tg\ \beta}{tg\ \alpha}.$$

وتَكونُ القَوْسان AC وَ CB المَحْصورَتان عَلَى التَرْتيب بِالزاوِيَتَيْنِ CEA وَ CEB عَلَى نِسْبَةِ $\frac{\beta}{\alpha}$. وتَكونُ المُتَبايِنَةُ المُثْبَتَةُ إذاً مُكافِئَةً لِلعَلاقَةِ

$$\frac{tg\,\beta}{tg\,\alpha} > \frac{\beta}{\alpha},\ (\beta > \alpha).$$

وبِلُغَةٍ أُخْرَى، تَكونُ الدالّة $\frac{tg\,x}{x}$ تَزايُدِيَّةً عَلَى الفُسْحَةِ $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

وبِالمُقابِلِ، لَرُبَّما اسْتَطاعَت هَذِهِ التَرْجَمَةُ إِلَى اللُّغةِ الحَديثَةِ إلقاءَ الضَوْءِ، ولو بِشَكْلٍ غَيْرِ مُباشِرٍ، عَلَى التَغَيُّرِ الّذي يُجْريهِ السِجْزِيُّ عَلَى مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوسَ.

ويُتابِعُ السِجْزِيُّ أَيْضاً التَغَيُّرَ عَلَى مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوسَ. وهَذِهِ المَرَّةَ عِوَضاً عن أَخْذِ نِسْبَةِ وتَرَي القَوْسَيْنِ المَفْروضَتَيْنِ، فإنَّهُ يَتَناوَلُ نِسْبَةَ ضِعْفَيْ وَتَرَيِ القَوْسَيْنِ المَفْروضَتَيْنِ. غَيْرَ أنَّ المُناقَشَةَ لَيْسَت كامِلَةً. ولْنَتَناوَلْ إذاً المَسْأَلَةَ.

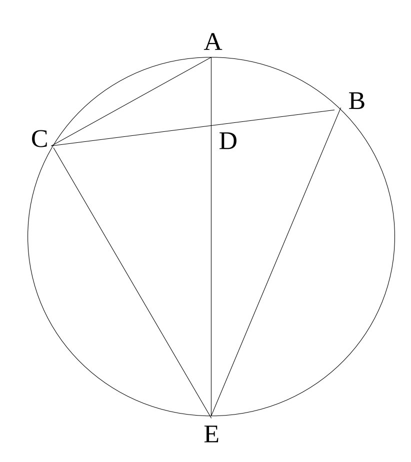
لنَجْعَلْ

$$\widehat{AB} = 2\beta,\ \widehat{AC} = 2\gamma,\ (\gamma > \beta).$$

إذا قَطَعَ القُطْرُ AE المارُّ بِالنُقْطَةِ A المُسْتَقيمَ CB عَلَى النُقْطَةِ D، يَكونُ لَدَيْنا

$$A\hat{C}B = \beta,\ C\hat{A}D = \frac{\pi}{2} - \gamma,$$

ولذَلِكَ فإنَّ الزاوِيَةَ التالِيَةَ ستَكونُ مُنْفَرِجَةً



شكل ١٧

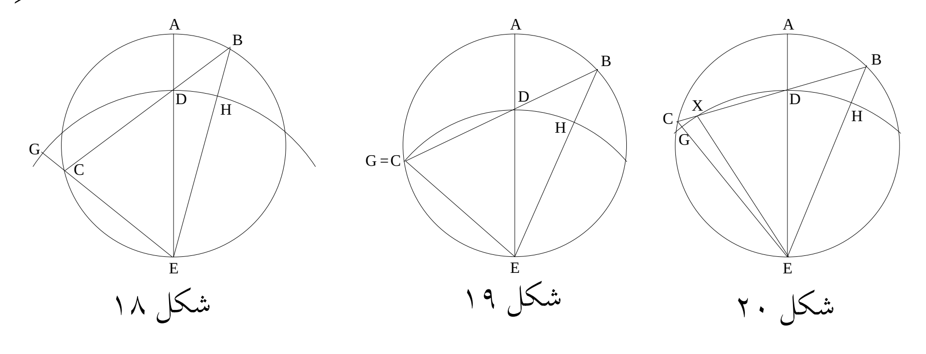
$$\widehat{ADC} = \frac{\pi}{2} + \gamma - \beta;$$

ونَحْصُلُ عَلَى نَفْسِ الشَيْءِ بِالنِسْبَةِ إلى الزاوِيَةِ EDB، وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$EB > ED.$$

لنَرْسُم الدائِرَةَ (E, ED)؛ ولْتَقْطَعْ هَذِهِ الدائِرَةُ EB عَلَى النُقْطَةِ H وَالْمُسْتَقيمَ EC عَلَى النُقْطَةِ[٢٥] G. ويَتَعَلَّقُ مَوْضِعُ النُقْطَةِ G بِالنِسْبَةِ إِلَى الْمُسْتَقيمِ CD بِالطولَيْنِ EC وَ ED. وتُطالِعُنا الحالاتُ التالِيَةُ.

١) النُقْطَةُ G ما بَعْدَ C، فإذاً تَكونُ فَوْقَ CD إذا كانَ $ED > EC$ (انْظُرِ



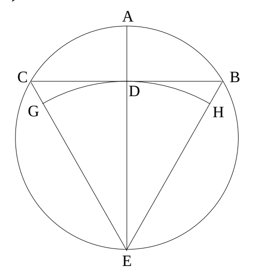
شكل ١٨ — شكل ١٩ — شكل ٢٠

الشَكْلَ ١٨)

٢) النُقْطَةُ G تَتَطابَقُ مع النُقْطَةِ C إذا كانَ $ED = EC$ (انْظُرِ الشَكْلَ ١٩)

---

[٢٥] إذا كانَتِ الدائِرَةُ (E, ED) مُمَاسّةً لِلمُسْتَقيمِ BC، يَكونُ لَدَيْنا $CD \perp AE$، وتَكونُ الزاوِيَةُ ADC قائِمَةً إذاً، ولذَلِكَ فإنَّ $\widehat{AC} = \widehat{AB}$؛ وهَذا مُحالٌ نَظَراً إلى الْمُتَبايِنةِ $\widehat{AB} < \widehat{AC} > \widehat{AB}$.



يُمكِنُ للنُقْطَةِ G أن تَقَعَ تَحْتَ الْمُسْتَقيمِ CD دونَ أن تَكونَ الزاوِيَةُ ADC حادَّةً (انْظُرِ الحالَةَ الثالِثَة)؛ ولَكِنَّ هَذا الأمْرَ يَقْتَضي تَحَقُّقَ العَلاقَةِ $\widehat{AB} < \widehat{AC} < 2\widehat{AB}$. ولَم يَدْرُسِ السِجْزِيُّ الشَرْطَ $\widehat{AC} < 2\widehat{AB}$، فالبُرْهانُ الْمَعْروضُ غَيْرُ قابِلٍ لِلتَطْبيقِ عَلَى هَذِهِ الحالَةِ.

٣) النُقْطَةُ G تَكونُ تَحْتَ النُقْطَةِ C، فإذاً عَلَى القِطْعَةِ EC، إذا كانَ $D < EC$ (انْظُرِ الشَكْلَ ٢٠).

في المُثَلَّثِ EDC، يُقابِلُ الزاوِيَةَ الكُبْرَى الضِلْعُ الأكْبَرُ:

$$E\hat{C}D = \frac{\pi}{2} - \beta,\ E\widehat{D}C = \frac{\pi}{2} - \gamma + \beta.$$

وتَكونُ لَدَيْنا الشُروطُ التالِيَةُ إذاً:

١–

$$ED > EC \Leftrightarrow E\hat{C}D > E\widehat{D}C \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} - \beta > \frac{\pi}{2} - \gamma + \beta \Leftrightarrow 2\beta < \gamma,$$

وهَذا مُمْكِنٌ نَظَراً إلَى كَوْنِ $\beta < \gamma$.

٢–

$$ED = EC \Leftrightarrow \gamma = 2\beta,$$

وهَذا مُمْكِنٌ أيْضاً.

٣–

$$ED < EC \Leftrightarrow \gamma < 2\beta,$$

وهَذا يَفْرِضُ بِالضَرورَةِ تَحَقُّقَ الشَرْطِ $\beta < \gamma < 2\beta$؛ ولَكِنَّ هَذا الشَرْطَ الأخيرَ ضَرورِيٌّ لِكَي تكونَ النُقْطَةُ G واقِعَةً تَحْتَ النُقْطَةِ C، وهَذِهِ الحالَةُ لا يَتَناوَلُها السِجْزِيُّ. فاسْتِدْلالُهُ يَطالُ الحالَتَيْنِ الأولَى والثانية فَقَط. ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$sect.(HDE) < tr.(BDE),\ sect.(DGE) > tr.(DCE),$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{tr.(DBE)}{tr.(DCE)} > \frac{sect.(HDE)}{sect.(DGE)}.$$

وارتِفاعا المُثَلَّثَيْنِ DBE وَ DCE مُتَساوِيان (لَهُما نَفْسُ الرَأسِ وقاعِدَتاهُما عَلَى نَفْسِ المُسْتَقيمِ)، فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{BD}{DC} > \frac{H\widehat{E}D}{D\widehat{E}G};$$

ولَكِنَّ

$$\frac{H\hat{E}D}{D\hat{E}G} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{AC}},$$

ولذَلِكَ فإنَّ

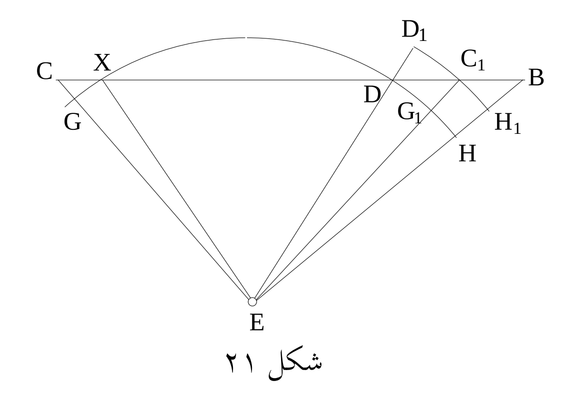
$$\frac{BD}{DC} > \frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{AC}};$$

وهَذا ما أرادَ السجْزِيُّ إثْباتَهُ.

ولا يَصْلُحُ الاسْتِدْلالُ هُنا في الحالَةِ الثالِثَةِ، الأمْرُ الَّذي يُمْكِنُنا تِبْيانَهُ بِسُهُولَةٍ. لنَلْتَزِمْ لُغَةَ السجْزِيِّ في ما يلي:

المُثَلَّثُ EDB أكْبَرُ عَلَى الدَوامِ من القِطاعِ الدائِريِّ EHD، ولَكِنْ، في حالَةِ الشَكْلِ المَأخوذِ (الشَكْل ٢٠)، لا نَعْلَمُ إذا ما كانَ المُثَلَّثُ ECD أصْغَرَ أم أكْبَرَ من القِطاعِ EGD. نَعْلَمُ فَقَط أنَّ المُثَلَّثَ EXD أصْغَرُ من القِطاعِ EXD. غَيْرَ أَنَّ المُثَلَّثَ EXC أكْبَرُ من القِطاعِ EXG؛ وهَذا الأمْرُ لا يُمَكِّنُنا من الاسْتِنْتاجِ. ورَغْمَ ذَلِكَ باسْتِطاعَتِنا أن نُثْبِتَ أنَّ النِسبَةَ $\frac{tr.(EDB)}{sect.(EDH)}$ أكْبَرُ من النِسْبَةِ $\frac{tr.(EXC)}{sect.(EXG)}$.

لنُثْبِتْ هَذِهِ المُتَبايِنَةَ: لِنَبْنِ نُقْطَةً C_1 عَلَى DB بحَيْثُ يَكونُ $DC_1 = XC$؛ المُثَلَّثُ EXC يُساوِي المُثَلَّثَ EDC_1. وبِما أنَّ $EC < EB$ لأنَّ $\overset{\frown}{EC} < \overset{\frown}{EB}$، فإنَّ



شكل ٢١

$EB < EC = EC_1$، فإذاً $DC_1 < DB$ وتقَعُ النُقطَةُ C_1 لذَلِكَ، بَيْنَ النُقْطَتَيْن D وَ B.

لنَرْسُمِ الدائِرَةَ المُمَرْكَزَةَ في النُقْطَةِ E، الَّتي يَكونُ نِصْفُ قُطْرِها $EC = EC_1$؛ وَلْتَقْطَعْ هَذِهِ الدائِرَةُ EB عَلَى H_1 وَ ED عَلَى D_1. لَدَيْنا

$$tr.(EDC_1) < sect.(ED_1C_1),\ tr.(EC_1B) > sect.(EC_1H_1),$$

فإذاً

$$\frac{tr.(EC_1B)}{tr.(EDC_1)} > \frac{sect.(EC_1H_1)}{sect.(ED_1C_1)};$$

وإذا رَكَّبْنا، نَحْصُلُ عَلَى

$$\frac{tr.(EDB)}{tr.(EDC_1)} > \frac{sect.(ED_1H_1)}{sect.(ED_1C_1)} = \frac{sect.(EDH)}{sect.(EDG_1)},$$

حَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ G_1 حادِثَةً عن تَقاطُعِ EC_1 مع الدائِرَةِ $GXDH$.

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{tr.(EDB)}{tr.(EXC)} > \frac{sect.(EDH)}{sect.(EXG)};$$

وهَذا ما أرَدْنا إثْباتَهُ.

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{tr.(ECD)}{tr.(EBD)} = \frac{tr.(ECX)}{tr.(EBD)} + \frac{tr.(EXD)}{tr.(EBD)} < \frac{sect.(EXG)}{sect.(EDH)} + \frac{sect.(EXD)}{sect.(EDH)} = \frac{sect.(EGD)}{sect.(EDH)}.$$

ونَحْصُلُ بِالتالي عَلَى

$$\frac{tr.(EBD)}{tr.(ECD)} > \frac{sect.(EDH)}{sect.(EGD)},$$

وهِيَ المُتَبايِنَةُ الَّتي أرَدْنا إثْباتَها.

وبِالمُقابِلِ، فهَذِهِ المُتَبايِنَةُ تَعْني تَناقُصَ الدالَّةِ $\frac{\sin x}{x}$ كَما سَبَقَ وبيَّنّا في المُلاحَظَةِ (ص ٦٧٨)

وبذَلِكَ يَصِلُ السِجْزِيُّ إِلَى التَغَيُّرِ الأخيرِ في مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوسَ الَّذي يَصوغُهُ كَما يَلي: لنَأْخُذْ في دائِرَةٍ مَفْروضَةٍ $ADBC$ وَتَرَيْنِ AC وَ BD مُتَقاطِعَيْنِ عَلَى نُقْطَةِ E. فيَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{DE}{EB} < \frac{\overset{\frown}{AD}}{\overset{\frown}{CB}}.$$

من حَيْثُ الجَوْهَرِ، لا تَخْتَلِفُ فِكْرَةُ البُرْهانِ هُنا عن الأفْكارِ الَّتي كانَت وراءَ البَراهينِ السابِقَةِ. يَبْدَأُ البُرْهانُ من بِناءٍ إضافِيٍّ، حَيْثُ تُؤخَذُ دائِرَةٌ (B, BA) تَقْطَعُ امْتِدادَ الوَتَرِ BD عَلَى نُقْطَةٍ H؛ ويُخْرَجُ من النُقْطَةِ B مُسْتَقيمٌ مُوازٍ لِـ AC يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَةٍ I كَما يَقْطَعُ امْتِدادَ DA عَلَى نُقْطَةٍ G. فيَكونُ لَدَيْنا

$$tr.(ADB) < sect.(ABH),\ tr.(AGB) > sect.(ABI);$$

ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{tr.(ADB)}{tr.(AGB)} < \frac{sect.(ABH)}{sect.(ABI)}.$$

ونَحْصُلُ عَلَى

$$\frac{AD}{AG} < \frac{D\hat{B}A}{A\hat{B}G}.$$

غَيْرَ أَنَّ $A\hat{B}G = C\hat{A}B$؛ والزاوِيَةُ $D\hat{B}A$ تَحْصُرُ القَوْسَ $\overset{\frown}{AD}$، والزاوِيَةُ $C\hat{A}B$ تَحْصُرُ القَوْسَ $\overset{\frown}{BC}$، فإذاً

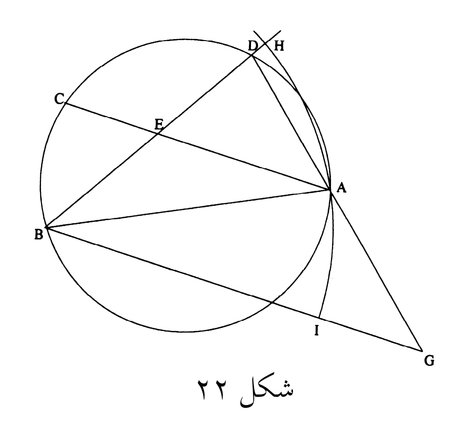
$$\frac{AD}{AG} < \frac{\overset{\frown}{AD}}{\overset{\frown}{BC}};$$

ولَكِنَّ

$$\frac{AD}{AG} = \frac{ED}{EB}$$

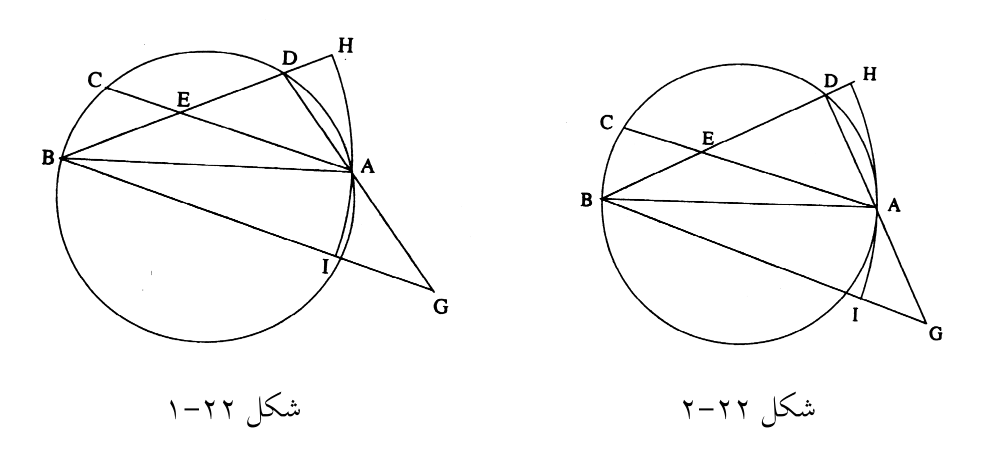
لأنَّ $EA \,//\, BG$، ونَحْصُلُ عَلَى النَتيجَةِ المَطْلوبةِ[٢٦]

[٢٦] نُلاحِظُ أنَّ الشَكْلَ المَرْسومَ في المَخْطوطَةِ، والَّذي لا يَظْهَرُ واضِحاً بِما يَكْفي، قد يَكونُ نِصفَ دائِرَةٍ ACB. ويَبْقَى الاسْتِدْلالُ نَفْسُهُ صالِحاً لِلدائرَةِ. ويُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا $ACB \leq \pi$ أو $ACB > \pi$.



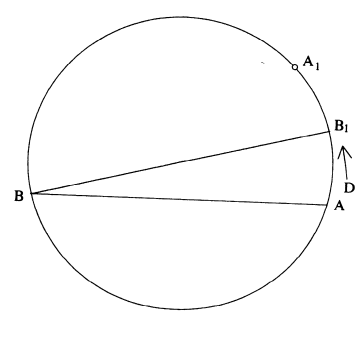
شكل ٢٢

يَفْتَرِضُ الاسْتِدْلالُ السابِقُ أنَّ $BD < BA$؛ وهَذا صَحيحٌ دائماً إذا كانَتِ القَوْسُ $ADCB$ لَيْسَت بأكْبَرَ من نِصْفِ دائِرَةٍ (حَيْثُ يُعْتَمَدُ التَرْتِيبُ التالي لِلأحْرُفِ: A، D، C، B). فيَكونُ لَدَيْنا إذاً $BD < AB$ وَ $BG < AB$؛ وتَكونُ النُقْطَةُ H بِالضَرورَةِ بَعْدَ النُقْطَةِ D، كَما تَكونُ النُقْطَةُ I بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ G وبالتالي يَكونُ الاسْتِدْلالُ قابِلاً لِلتَطْبيقِ (انْظُرِ الشَكْلَيْنِ ٢٢–١ وَ ٢٢–٢).



شكل ٢٢–١ شكل ٢٢–٢

في الحالَةِ الثالِثَةِ تَكونُ القَوْسُ $ADCB$ أكْبَرَ من نِصْفِ دائِرَةٍ؛ فيُمْكِنُ أن يكونَ لَدَيْنا أيُّ واحِدَةٍ من الحالاتِ الثَلاثِ التالِيَةِ: $BD < AB$، $AB = BD$، $AB < BD$.



شكل ٢٢-٣

وبالفِعْلِ، لِيَكُنْ BB_1 قُطْرَ الدائِرَةِ (وهُوَ يُسَاوِي $2r$)، وَلْنَأْخُذْ عَلَى الدائِرَةِ نُقْطَةً A_1 بحَيْثُ يَكونُ $\widehat{AB_1} = \widehat{B_1A_1}$. إذا خَطَّت نُقْطَةُ D القَوْسَ AB_1 من النُقْطَةِ A باتِّجاهِ B_1، فإنَّ طولَ BD يَتَزايَدُ من BA وُصُولاً إِلَى $2r = BB_1$. وإذا خَطَّتِ النُقْطَةُ D القَوْسَ B_1A_1، فإنَّ الطولَ BD يَتَناقَصُ من $2r$ وُصولاً إِلَى $BA = BA_1$. وإذا خَطَّتِ النُقْطَةُ D القَوْسَ A_1B، فإنَّ الطولَ BD يَتناقَصُ من $BA = BA_1$ حَتَّى الصِفْرِ؛ ولذَلِكَ فإنَّ

D	A		B_1		A_1		B
BD	BD	↗	$2r$	↘	AB	↘	0

فإذا أَخَذْنا النُقْطَةَ D بَعْدَ A_1، سَيَكونُ لَدَيْنا عَلَى غِرارِ الحالَتَيْنِ الأولَيَيْنِ

$$BA > BD \Rightarrow BH > BD,$$

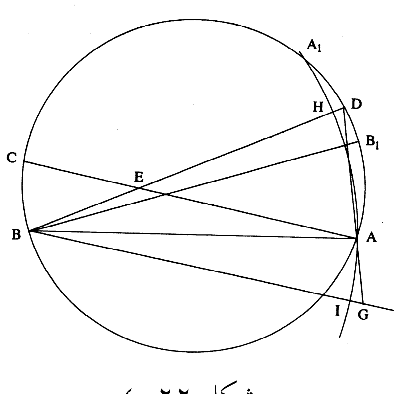
حَيْثُ تَكونُ النُقْطَةُ H بَعْدَ النُقْطَةِ D، وتَكونُ النُقْطَةُ I بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ G وَ B؛ ولذَلِكَ يَكونُ الاسْتِدْلالُ الوارِدُ أعْلاه قابلاً أَيْضاً لِلتَطْبيقِ في هَذِهِ الحالَةِ.

إذا أَخَذْنا النُقْطَةَ D في مَوْضِعِ النُقْطَةِ A_1، يَكونُ لَدَيْنا $BA = BD$، فإذاً $D = H$؛ ولَدَيْنا أَيْضاً

$$tr.(ABD) < sect.(ABH),\ tr.(AGB) > sect.(ABI);$$

ويَبْقى الاسْتِدْلالُ إذاً قابلاً لِلتَطْبيق.

إذا كانَت D نُقْطَةً مأخوذةً عَلَى القَوْسِ AA_1، يَكونُ لَدَيْنا $BD > BA$؛ وفي هَذِهِ الحالَةِ، تَكونُ النُقْطَةُ H بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ D. غَيْرَ أَنَّ مَوْضِعَ النُقْطَةِ I يَتَعَلَّقُ بِمَوْضِعَي النُقْطَتَيْن D وَ C. فإذا كانَتِ النُقْطَةُ D بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B_1 وَ A_1، تَكونُ الزاوِيَةُ DAB حادَّةً وتَقْطَعُ الدائِرَةُ (B, BA) القِطْعَةَ AD بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ A وَ D (شَكْل ٢٢-٤)، كَما تَقْطَعُ القِطْعَةَ BG عَلَى النُقْطَةِ I بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ G. وتَقْطَعُ القِطْعَةُ AD القَوْسَ AH ولا يُمْكِنُنا مُقارَنَةَ مِساحَةِ المُثَلَّثِ ABD مع مِساحَةِ القِطاعِ ABH. والطَريقَةُ المُقْتَرَحَةُ لا تَكونُ صالِحَةً لِلتَطْبيقِ إذاً في هَذِهِ الحالَةِ.

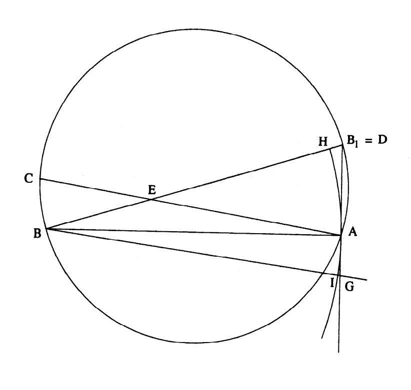


شكل ٢٢-٤

إذا كانَت النُقْطَةُ D في مَوْضِعِ النُقْطَةِ B_1، تَكونُ الزاوِيَةُ DAB قائِمَةً، وتَكونُ الدائِرَةُ (B, BA) مُماسَّةً لِلمُسْتَقيمِ AD، وتَقَعُ النُقْطَةُ G عَلَى AD وتَكونُ النُقْطَةُ I أَيْضاً بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ G؛ ولا يَكونُ الاسْتِدْلالُ إذاً صالِحاً لِلتَطْبيق هُنا أَيْضاً، ويَكونُ لَدَيْنا

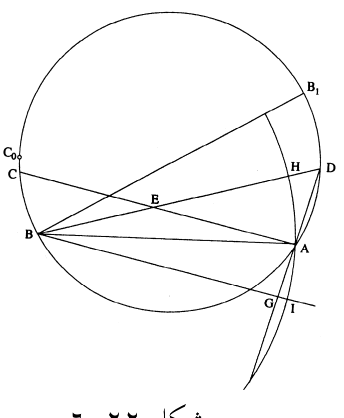
$$tr.(ABD) > sect.(ABH),\ tr.(ABG) > sect.(ABI),$$

وبِالتالي لا نَسْتَطيعُ أن نَسْتَنْتِجَ (شَكْل ٢٢-٥)



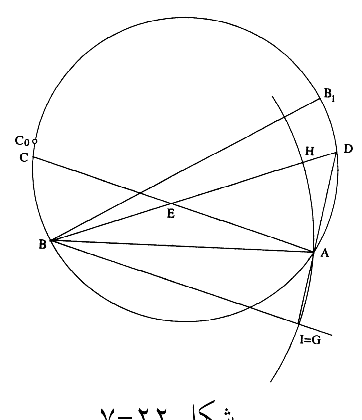
شكل ٢٢–٥

ولَكِنْ إذا كانَتِ النُقْطَةُ D بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B_1 وَ A، تَكونُ الزاوِيَةُ DAB مُنْفَرِجَةً ويَقْطَعُ المُسْتَقيمُ AD الدائِرَةَ (B, BA) عَلَى نُقْطَةٍ ثانيةٍ بَعْدَ A؛ وفي هَذِهِ الحالَةِ، يُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا: إمّا النُقْطَةُ G تقعُ بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ I، وإمّا $G = I$ وإمّا I تقع بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ G (انْظُرْ عَلَى التَرْتِيب الشَكْلَ ٢٢–٦ وَ ٢٢–٧ وَ ٢٢–٨)؛ وذَلِكَ تِبْعاً لِمَوْضِعَي النُقْطَتَيْن D وَ C عَلَى القَوْسِ BC_0 (حَيْثُ $\widehat{BC_0} = \widehat{AD}$ وَ $\widehat{BC} < \widehat{AD}$).



شكل ٢٢–٦

في الحالَتَيْنِ ٢٢–٦ وَ ٢٢–٧، تَقَعُ النُقْطَةُ G بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ B وَ I أو يَكونُ $G = I$؛ فيَكونُ لَدَيْنا إذاً



شكل ٢٢-٧

$$tr.(ADB) > sect.(ABH),\ tr.(AGB) < sect.(ABI),$$

فإذاً

$$\frac{tr.(ADB)}{tr.(AGB)} > \frac{sect.(ABH)}{sect.(ABI)},$$

وهذا مايَسْتَتْبِعُ المُتَبايِنَةَ

$$\frac{AD}{AG} > \frac{D\hat{B}A}{A\hat{B}G};$$

ولَدَيْنا $AE \parallel BG$، ولذَلِكَ فإنَّ

$$\frac{AD}{AG} = \frac{ED}{EB},$$

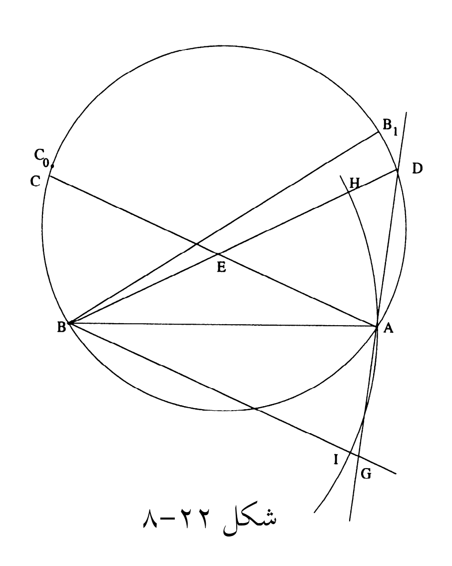
ويَصيرُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{ED}{EB} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CB}}$$

وهَذا يُناقِضُ النَتيجَةَ المَوْعودَةَ.

في الحالَةِ ٢٢-٨، لا يُمكِنُنا مُقارَنَةُ مِساحَةِ المُثَلَّثِ ABG بِمِساحَةِ القِطاعِ ABI:

تُبَيِّنُ هَذِهِ المُناقَشَةُ أنَّ السِجْزِيَّ عَلَى ما يَبْدو وبدونِ أن يُوضِحَ ذَلِكَ، قَد اعتَمَدَ الفَرَضِيَّةَ التالِيَةَ: "إنَّ القَوْسَ $\widehat{ADCB}$ لَيْسَت بأَكْبَرَ من نِصْف دائِرَةٍ"؛ وهَذا ما يَتَّفِقُ تَماماً مع الشَكْلِ في النَصِّ.



شكل ٢٢-٨

مِنَ الواضِحِ بدونِ شَكٍّ، أنَّ التَغَيُّرَ الَّذي يُجْرِيهِ السِجْزِيُّ عَلَى مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوسَ، لا يَطالُ البَراهينَ فَقَط، إنَّما يَتَعَدَّاها ليَتَناوَلَ أَيْضاً اشْتِقاقَ صِيَغٍ أُخْرَى واكْتِشَافَ خَواصَّ جَديدَةٍ، عَلَى غِرارِ ما يُطالِعُنا في خاصِيَّةِ الظِلِّ. ويَحْرِصُ السِجْزِيُّ بِالمُقابِلِ، وعَلَى الأَقَلِّ في بِدايَةِ المُناقَشَةِ، أن يَسْتَحْضِرَ كُلَّ الصُعوبَاتِ الَّتي يُواجِهُها الهَنْدَسِيُّ في مَعْرِضِ تَفَحُّصِهِ لِلمَسْأَلَةِ.

٣-٧ التَغَيُّرُ في مَسْأَلَةِ بَطْلَمْيوس نَفْسِها في مُؤَلَّفاتِ السِجْزِيِّ الأُخْرَى

نَجِدُ في مَخْطوطَاتِ مُؤَلَّفاتِ السِجْزِيِّ الَّتي وصَلَتْ إلينا، ثَلاثَةَ حُلولٍ إضافِيَّةٍ لِهَذِهِ المَسْأَلَةِ بالذات. وثَمَّةَ حَلاّنِ من هَذِهِ الحُلولِ لا يَخْتَلِفان إلاّ قَليلاً عن حَلَّيْنِ وَرَدا هُنا. أمّا الحَلُّ الثالِثُ فأكْثَرُ بَساطَةً، غَيْرَ أَنَّ الاسْتِدْلالَ فيهِ يَرْتَكِزُ عَلَى نَفْسِ الفِكْرَةِ. لِنَبْدَأْ إذاً من هَذا الحَلِّ.

١- نَوَدُّ أن نُثْبِتَ، أَنَّهُ إذا كانَ $\overset{\frown}{AB} < \overset{\frown}{CD}$، فإنَّ $\frac{CD}{AB} > \frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{AB}}$.

شَكْلُ النَصِّ، فَضْلاً عن الاسْتِدْلالِ المُعتَمَدِ، يَفْتَرِضُ عَلاقَةَ التَوازِي $AB \parallel CD$. غَيْرَ أَنَّ النَتيجَةَ المُثْبَتَةَ في هَذِهِ الحالَةِ تَبْقَى صَحيحَةً كَيْفَما كانَ مَوْضِعُ الأقْواسِ[٢٧].

لِتَكُنِ النُقْطَةُ H مَرْكَزَ الدائِرَةِ؛ يَقْطَعُ العَمودُ المُخْرَجُ من النُقْطَةِ H عَلَى CD، القِطْعَةَ CD والقِطْعَةَ AB عَلَى مُنْتَصَفَيْهِما I وَ K عَلَى التَرْتيبِ، كَما يَقْطَعُ القَوْسَ $\overset{\frown}{AB}$ عَلَى مُنْتَصَفِها L. وَلْيَقْطَعِ المُسْتَقيمُ HL المُسْتَقيمَ AC عَلَى النُقْطَةِ G. يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{\overset{\frown}{CHA}}{\overset{\frown}{AHL}} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{\overset{\frown}{AL}} = \frac{sect.(CHA)}{sect.(AHL)} > \frac{tr.(CAH)}{tr.(AHG)},$$

وذَلِكَ لأنَّ

$$tr.(CAH) < sect.(CHA),\ tr.(AHG) > sect.(AHL).$$

وبالتَرْكيبِ، يَصير لَدَيْنا

$$\frac{sect.(CHL)}{sect.(AHL)} > \frac{tr.(CHG)}{tr.(AHG)};$$

إلاّ أنَّ

$$\frac{sect.(CHL)}{sect.(AHL)} = \frac{\overset{\frown}{CL}}{\overset{\frown}{AL}},\ \frac{tr.(CHG)}{tr.(AHG)} = \frac{CG}{AG} = \frac{CI}{AK};$$

ويَصير لَدَيْنا إذاً

$$\frac{\overset{\frown}{CL}}{\overset{\frown}{AL}} > \frac{CI}{AK};$$

ولذَلِكَ فإنَّ

---

[٢٧] وبالفِعْلِ، لِتَكُن $\overset{\frown}{A'B'}$ قَوْساً عَلَى نَفْسِ الدائرةِ بحَيْثُ تَتَساوَى القَوْسانِ $\overset{\frown}{A'B'}$ وَ $\overset{\frown}{AB}$ ولا تَكونُ القِطْعَتانِ المُسْتَقيمَتانِ $A'B'$ وَ CD مُتَوازِيَتَيْنِ؛ ولذَلِكَ يَكونُ لَدَيْنا $A'B' = AB$. فإذاً

$$\frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{AB}} = \frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{A'B'}},\ \frac{CD}{AB} = \frac{CD}{A'B'},$$

وهَذا مايَسْتَتْبِعُ المُتَبايِنَةَ

$$\frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{A'B'}} > \frac{CD}{A'B'}$$

$$\frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{AB}} > \frac{CD}{AB}.$$

وهَذا الحلُّ أبْسَطُ من تِلْكَ الحُلولِ الَّتي تَفَحَّصْناها أعْلاه. يَكونُ القُطْرُ EL مِحْوَرَ تَناظُرٍ لِلقَوْسَيْنِ المَفْروضَتَيْنِ ولوَتَرَيْهِما ويَجْري الاسْتِدْلالُ عَلَى المَقاديرِ التالِيَةِ

$$\overset{\frown}{LA} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2},\ \overset{\frown}{LC} = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2}, KA = \frac{AB}{2}, IC = \frac{CD}{2}.$$

غَيْرَ أَنَّ الاسْتِدْلالَ، وعَلَى غِرارِ كُلِّ الحُلولِ المَطْروحَةِ من جانبِ السِجْزِيِّ، يَرْتَكِزُ عَلَى مُتَبايِنَةٍ بَيْنَ نِسْبَةِ قِطاعَيْنِ دائرِيَّيْنِ ونِسْبَةِ مُثَلَّثَيْنِ مُرْتَبِطَيْنِ بِهِما تَقَعُ قاعِدَتاهُما عَلَى نَفْسِ المُسْتَقيمِ. وفي كُلِّ الحالاتِ تُسْتَنْبَطُ النَتيجَةُ من هَذِهِ المُتَبايِنَةِ. تَتَغَيَّرُ فَقَط الأَبْنِيَةُ الإضافِيَّةُ.

يُمَثِّلُ هَذا الحَلُّ جُزْءاً من مُؤَلَّفِ السِجْزِيِّ المُعَنْوَنِ ***جوابُ أحمَدَ بن محمّدٍ بن عبد الجليل السِجْزيِّ عن مَسائِلَ هَنْدَسِيَّة سأل عنها أهلُ خرسان.*** انْظُرِ المَخْطوطَةَ ٣٦٥٢، ص ٥٧، مَكْتَبَة شستر بيتي، دبلن (سنَرْمُزُ إِلَيْها بِحَرْف ب)؛ ومَخْطوطَةَ رشيد ١١٩١، ص ١١٨، مَكْتَبَة السليمانية، إسطنبول. وقَد بَيَّنّا أنَّ هَذِهِ المَخْطوطَةَ الأخيرةَ[٢٨] هِيَ نُسْخَةٌ عن مَخْطوطَةِ دبلن وعنها فَقَط. ويوجَدُ لِهَذا النَصِّ نَشْرَةٌ مُشابِهَةٌ لنَشْرَةِ مُؤَلَّفِ ***كِتابٌ في تَسْهيلِ السُبُلِ لاستخراج الأشْكال الهَنْدَسِيَّة*** (رمزهُ هُنا H). وقَد تُرْجِمَت هَذِهِ النَشْرَةُ[٢٩] إِلَى الانكليزيّة[٣٠].

[٢٨] انْظُرْ أعلاه، ص ٢١٥-٢١٧.

[٢٩] انْظُرْ

J.P Hogendijk, *Al-Sijzī's Treatise on Geometrical Problem Sobving* (*Kitāb fī Tashīl al-Subul li-Istikhrāj al-ashkāl al-handasiya*), translated and annotated by jan P. Hogendijk, with the Arabic text and a Persian translation by Mohammad bagheri, (Tehran, 1996), ar. p. 18 ; trad. ang. p. 31.

[٣٠] فيما يَلي نُورِدُ النصَّ المَخْطوطيَّ.

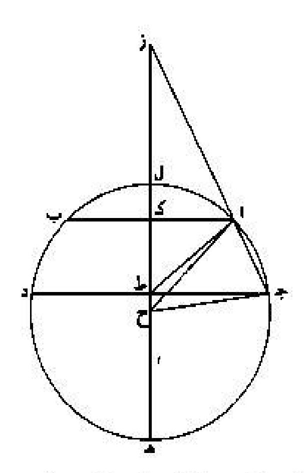
٥٧-و نريد أن نبين أن نسبة القوس العظمى إلى القوس الصغرى من الدائرة أعظم من نسبة وتر القوس العظمى إلى وتر القوس الصغرى بطريق

٥٧-ظ غير طريق بطلميوس في كتاب / *المجسطي*.

5 قد استخرجت هذه المسألة بطريق مختلفة وبراهين قريبة في الأمثلة التي مثلت في كتاب *تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية*، إلا أنه يتهيأ البرهان عليها ‹بطريق› سوى الطرق التي سلكناها في ذلك الكتاب وهو هذا.

10 ليكن قوسا اب جد مختلفين، أقول: إن نسبة قوس جد الأعظم إلى قوس اب الأصغر أعظم من نسبة وتر جد إلى وتر اب.

4 المجسطي: المجستي [ح] – 5 هذه المسألة: هذا السؤال [ح] – 6 مثلت: مثلث [ح] – 7 تسهيل: تسهل [ب] – 8 البرهان: بالبرهان [ح] – 10 قوسا: قوسي [ب، ح] / مختلفين: مختلفان [ب، ح].



برهان ذلك: ليكن الوتران متوازيين، ونخرج من المركز عمود ح ط ك على الوترين، ونخرجه

15 في الجهتين إلى هـ ل. ونصل ح جـ ح ا، ونخرج جـ ا هـ ل حتى يلتقيا على ز. فنسبة زاوية جـ ح ا إلى زاوية ا ح ل كنسبة قوس جـ ا إلى قوس ا ل ‹و›كنسبة قطاع جـ ا ح إلى قطاع ا ح ل؛ ‹ولكن نسبة قطاع جـ ا ح إلى قطاع

20 ا ح ل› أعظم من نسبة مثلث جـ ا ح إلى مثلث ا ح ز، فيكون بالتركيب نسبة قطاع جـ ح ل إلى قطاع ا ح ل أعظم من نسبة مثلث جـ ح ز إلى مثلث ا ح ز. لكن نسبة مثلث جـ ح ز إلى مثلث ا ح ز كنسبة جـ ز إلى ا ز وكنسبة جـ ط

25 إلى ا ك؛ فنسبة قوس جـ ل، أعني جـ ل د، إلى قوس ا ل، أعني ا ل ب، أعظم من نسبة خط جـ ط، أعني وتر جـ د، إلى خط ا ك، أعني وتر ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

13 الوتران متوازيين: الوترين متوازيان [ب] الوتران متوازيان [ح] – 21 فيكون: يكون [ب، ح].

٢- الحلاّنِ الآخَرانِ المَنْسوبانِ إلَى السِجْزيِّ مَوْجودانِ في مُؤَلَّفٍ عُنْوانُهُ ***تعليقات هَنْدَسِيَّة من كِتاب أحمد بن محمّد عبد الجليل السجْزيِّ***، وصَلَ إلينا هَذا المُؤَلَّفُ في مَخْطوطَتَيْنِ، الأولَى رَقْمُها ١٤/٣٠٤٥ ص ٧٤و-٨٩ظ، مَكْتَبَة

شستر بيتي، دبلن (رَمْزُها هُنا D)؛ أمّا الثانِيَةُ فَرَقْمُها ٦٩٩ رِياضة، ٣٥ صَفْحَةً، دار الكُتُبِ، القاهرة (رَمْزُها هُنا ج) وهَذِهِ الأخيرة هِيَ نُسْخَةُ عن سابِقَتِها.

يُثيرُ تأليفُ هَذا الكِتابِ مَسْأَلَةً مُهِمَّةً: هل هُوَ مُؤَلَّفٌ لِلسِجْزِيِّ بِالفِعْل أم أنَّهُ خَليطُ رُكِّبَ من مُؤَلَّفاتِهِ وتَحْديداً من مُؤَلَّفِهِ ***مَسائِل مختارة***؟ سَوْفَ نُناقِشُ هَذا المَوْضوعَ في مَكانٍ آخَرَ[٣١] رَغْمَ تَرْجيحِنا هَذا الأمْرَ؛ وسَوْفَ نُورِدُ هُنا هَذِهِ الحُلولَ الَّتي لا تَخْتَلِفُ في واقِعِ الأمْرِ عن تِلْكَ الَّتي وَرَدَت في مُؤَلَّفِ ***كتاب في تَسْهيل السبل لاستخراج الأشْكال الهَنْدَسِيَّة***، إلاّ بِبَعْضِ التَعْديلاتِ الطَفيفَةِ عَلَى البِناء الإضافِيِّ.

لِنَتَناوَلْ في البَدءِ الحَلَّ الأوّلَ من هَذِهِ الحُلولِ.

---

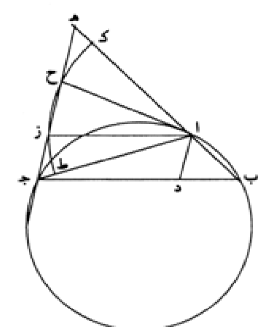
[٣١] انْظُرْ كِتابَ رشدي راشد وباسكال كروزي (قَيْد النَشْرِ):

Al-Sijzī, Œuvres mathématiques.

(النَصُّ المَخْطوطيُّ)

د–٨١–و
جـ–١٧ البرهان على الشكل من المقالة الأولى من المجسطي، استِخْراجُنا.

قوس ا جـ أعظم من قوس ا ب؛ فأقول: إن نسبة وتر قوس ا جـ إلى وتر قوس ا ب أصغر من
5 نسبة قوس ا جـ إلى قوس ا ب.



برهان ذلك: أنا نخرج ا جـ ا ب ب جـ، ونقسم زاوية جـ ا ب بنصفين بخط ا د. ونخرج جـ هـ يوازي ا د، ونصل ب ا إلى هـ، ونخرج ا ز يوازي ب جـ، وندير على مركز ا وببعد ا ز
جـ–١٨ 10 قوس ط ز ح ك، ونخرج / ا ح. فمن أجل أن

6 ب جـ: ط [جـ] – 7 جـ ا ب: حـ ا ل [جـ] –
9 ب جـ: كحـ [جـ].

زاوية ب أعظم من زاوية ا جـ ب، يكون ا جـ أطول من ا ب. لكن مثلث ا جـ هـ متساوي الساقين وا جـ مثل ا هـ. فـ ا هـ أطول من /
د–٨١–ظ ا ب. ونسبة جـ ز إلى ز هـ كنسبة ب ا إلى
15 ا هـ. فـ جـ ز أصغر من ز هـ، فزاوية ا ز هـ حادة. وخط ا ح مثل خط ا ز، فمثلث ا هـ ح مثل مثلث ا ز جـ، فنسبة مثلث ا ز جـ إلى مثلث ا ز هـ أعظم من نسبة قطعة ا ز ط إلى قطعة ا ز ك، لأن قطعة ا ز ح زائدة على مثلث
20 ا ز ح بقطعة ح ز. ونسبة مثلث ا ز جـ إلى مثلث ا ز هـ كنسبة ز جـ إلى ز هـ، ونسبة قطعة ا ز ط إلى قطعة ا ز ك كنسبة زاوية جـ ا ز إلى زاوية ز ا هـ، فنسبة جـ ز إلى ز هـ أعظم من نسبة زاوية جـ ا ز إلى زاوية ز ا هـ. لكن نسبة ز جـ
25 إلى ز هـ كنسبة ب ا إلى ا جـ، فنسبة ب ا إلى ا جـ أعظم من نسبة زاوية جـ ا ز إلى زاوية ز ا هـ. لكن زاوية جـ ا ز مثل زاوية ‹ا جـ د وزاوية ز ا هـ مثل زاوية› ا ب د؛ فنسبة ب ا إلى ا جـ أعظم من نسبة زاوية ب جـ ا إلى زاوية
30 جـ ب ا. لكنْ، وترا زاويتي ب جـ ا جـ ب ا قوسا ب ا ا جـ. فنسبة ب ا إلى ا جـ أعظم من نسبة قوس ب ا إلى قوس ا جـ. وإذا بدلنا، فنسبة ا جـ إلى ا ب أصغر من نسبة قوس ا جـ إلى قوس ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن./

19 ا ز ك: ا ز ل [جـ] / زائدة: زائد [د، جـ] – 22 ا ز ك: ا ز ل [جـ] – 24 زاوية (الأولى): أثبتها في الهامش [جـ] – 25 فنسبة: ناقصة [جـ] – 30 زاويتي: زاويتا [د، جـ] – 31 قوسا: قوسي [د، جـ] / ب ا (الثانية): بر [د] ر [جـ].

نَرَى أنَّ هَذا الحَلَّ مُطابقٌ لِلحَلِّ الواردِ سابقاً، وذَلِكَ بفارقٍ تَقْريــبِيّ هُوَ أنَّ المُعْطَى يَتَوافَقُ مع النَتيجَةِ الوارِدَةِ في حَلِّ المُؤَلِّفِ؛ ولولا التَبْديلُ في مَوْضِعَيِ الحرفَيْن K وَ E، لكانَ البُرْهانُ مُطابِقاً في الحالَتَيْن. فَفي المُؤَلِّفِ، نُخْرِجُ BA إلَى K بحَيْثُ يَكونُ $AK = AC$؛ والمُثَلَّثُ KAC مُتَساوِي الساقَيْن ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

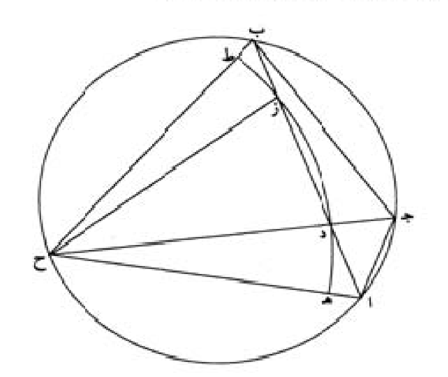
$KC \parallel AD$ (المُسْتَقيمُ AD مُنصِّفٌ لِلزاوِيَةِ BAC). بَيْنَما هُنا، نُخْرِجُ من النُقْطَةِ C مُسْتَقيماً مُوازِياً لِلمُسْتَقيمِ AD أي مُوازِياً لِمُنَصِّفِ الزاوِيَةِ BAC؛ ويَقْطَعُ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ المُسْتَقيمَ BA عَلَى النُقْطَةِ E. ويَكونُ لَدَيْنا $CE \parallel AD$ ونَسْتَنْبِطُ من ذَلِكَ أنَّ المُثَلَّثَ EAC مُتَساوِي الساقَيْنِ؛ ولِذَلِكَ فإنَّ $EA = EC$. ونُخْرِجُ في البِنَائَيْنِ المُسْتَقيمَ AG مُوازِياً لِ BC.

فهل يَتَعَلَّقُ الأَمْرُ بِالنُسْخَةِ الأولَى لِحَلِّ السِجْزِيِّ أم بتَحْرِيرٍ لِهَذا الحَلِّ؟ ويَبْقَى هَذا السُؤالُ مَطْروحاً لِلبَحْثِ.

٣– لِنَتَناوَلِ الحَلَّ الثالِثَ

وعلى جهة أخرى، استخراجُنا.

قوس جـ ب أعظم من قوس جـ ا؛ فأقول: إن نسبة قوس جـ ب إلى قوس جـ ا أعظم من نسبة وتر ب جـ إلى / وتر جـ ا. د–٨٢–و



5 برهانه: أنا نقسم قوس ا ب بنصفين على ح، ونخرج ا ب وب ح وا ح وجـ ح، وندير على مركز ح وببعد ح د دائرة هـ د ز ط، ونخرج ح ز، فـ ح ز مثل د ح. فنسبة قوس ز د إلى ‹قوس› د هـ أعظم من نسبة خط د ز إلى
10 ‹خط› د ا. فبالتركيب، نسبة قوس ط د إلى قوس د هـ أعظم من نسبة خط د ب إلى خط د ا. لكن نسبة د ب إلى د ا كنسبة جـ ب إلى جـ ا، ونسبة قوس ط د إلى قوس د هـ كنسبة قوس جـ ب إلى قوس جـ ا؛ وذلك ما أردنا بيانه.

4 ب جـ: جـ [جـ] – 5 ا ب: ا حب [د، جـ] – 7 هـ د ز ط: د ز ط [د، جـ] – 8 فـ ح ز: كـ حز [جـ] / ز د: ا د [جـ].

في هَذا الحَلِّ[٣٢]، وكَما في حَلِّ المُؤَلَّفِ، نَسْتَخْدِمُ المُسْتَقيمَ CH المُنَصِّفَ لِلزاوِيَةِ ACB المُحَدَّدَةِ بِالنُقْطَةِ H الَّتي تَكونُ مُنْتَصَفَ القَوْسِ BA؛ ويَقْطَعُ CH الوَتَرَ AB عَلَى النُقْطَةِ D. وفي الحَلَّيْن – إن يَكُنْ هُنا أو في المُؤَلَّفِ – تُسْتَخْدَمُ خاصِيَّةُ النُقْطَةِ D وهِيَ مَسْقَطُ مُنَصِّفِ الزاوِيَةِ ACB؛ ويَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB}.$$

والشَكْلُ المَرْسومُ في الحالَتَيْنِ هُوَ نَفْسُهُ والأحْرُفُ مُتَطابِقَةٌ. والفارِقُ الوَحيدُ الطَفيفُ والقابِلُ لِلتَصْحيحِ بَيْنَ النَصَّيْن، هُوَ أنَّ الحَلَّ المَوْجودَ هُنا، يُورِدُ المُتَبايِنَةَ

$$\frac{\widehat{GD}}{\widehat{DE}} > \frac{GD}{DA} \qquad (1)$$

بدونِ تَعْليلٍ. إلاّ أنَّها تُسْتَخْرَجُ من المُتَبايِنَة

$$\frac{tr.(GHD)}{tr.(DHA)} < \frac{sect.(GHD)}{sect.(DHE)} \qquad (2).$$

ولَكِنَّنا نَسْتَدِلُّ هُنا ارْتِكازاً عَلَى العَلاقَةِ *(1)* بواسِطَةِ التَرْكيبِ، بَيْنَما نَعْمَلُ في المُؤَلَّفِ انْطِلاقاً من العَلاقَةِ *(2)* وأَيْضاً بِواسِطَةِ التَرْكيب

$$(2) \Rightarrow \frac{tr.(BHD)}{tr.(DHA)} < \frac{sect.(IHD)}{sect.(DHE)} \Rightarrow \frac{BD}{DA} < \frac{\widehat{BC}}{\widehat{AC}} \Rightarrow \frac{CB}{CA} < \frac{\widehat{BC}}{\widehat{AC}}.$$

٤– التَحْليلُ والتَرْكيبُ: تَغَيُّرُ الأبْنِيَةِ الإضافِيَّةِ

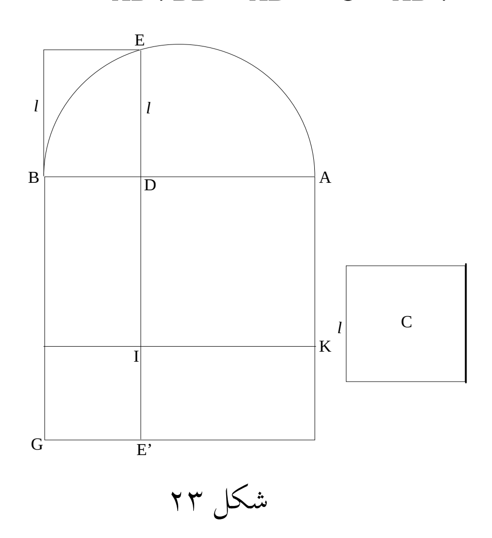
وبدونِ المُرورِ بأيِّ مَرْحَلَةٍ انتقالِيَّةٍ، يَنْتَقِلُ السِجْزِيُّ إثْرَ ذَلِكَ إلَى "*تَحْليل وتَرْكيب*" مَسْأَلَتَيْنِ مُتقارِبَتَيْنِ حَوْلَ قِسْمَةِ مُسْتَقيمٍ بِنُقْطَةٍ تُحَقِّقُ خاصِيَّةً هَنْدَسِيَّةً. فلماذا هَذِهِ المَسائِلُ؟ ولماذا هُنا وفي هَذا الوَقْتِ؟ لا يَقولُ السِجْزِيُّ، عَلَى الأقَلِّ في هَذِهِ المَخْطوطَةِ، أيَّ كَلِمَةٍ حَوْلَ تِلْكَ الأسبابِ وحَوْلَ كَيْفِيَّةِ تَرْتيبِ العَرْضِ. غَيْرَ

[٣٢] تُسْتَعْمَل هنا نَفْسُ تقنيّةِ الحُلولِ السابِقَةِ: أي تَجري مُقارَنَةُ مِساحَتَيْ مُثَلَّثٍ وقِطاعٍ دَائِريٍّ.

أَنَّنا نُلاحِظُ في الأَمْثِلَةِ أنَّهُ يَحْرِصُ عَلَى إيرادِ عَرْضٍ مُنْتَظِمٍ، أي أنَّهُ يَعْمَلُ في البَدءِ عَلَى تَحْليلِ المَسائِلِ لِيُتْبِعَهُ بَعْدَ ذَلِكَ بتَرْكيبِها. وأخيراً، فالمَسائِلُ بالذات تَنْتَمي إلَى نَفْسِ الصِنْفِ، وهي على غِرارِ مَسائِلَ أُخْرَى كَثيرة تناولَها سَلَفُهُ ابراهيمُ بنُ سِنانٍ بُغْيَةَ إيضاحِ الأنواعِ المُخْتَلِفةِ من التَحْليلِ والتَرْكيب. فكُلُّ شيءٍ يَدُلُّ هُنا عَلَى أنَّ السجْزِيَّ قَد أخَذَ دِراسَةَ ابنِ سِنانٍ كَنموذَجٍ. وفَضْلاً عن ذَلِكَ، ووَفْقَ ما ستُبَيِّنُهُ الأَمْثِلَةُ المَدْروسَةُ، فإنَّ هَذا الأَخْذَ المُتَجَدِّدَ يَهْدِفُ إلَى تَنَاوُلِ مَسائِلَ كانَت في صُلبِ اهتِمامِ ابنِ سِنانٍ في مَعْرِضِ بُحوثِهِ حَوْلَ *التَحْليلِ والتَرْكيب*، وهِيَ تَحْديداً: الأَبْنِيَةُ الإضافِيَّةُ. لِنَتَناوَلِ الآن المَثَلَ الَّذي يَدْرُسُهُ السجْزِيُّ.

المَسْأَلَة ١: يَأْخُذُ السجْزِيُّ قِطْعَةً مُسْتَقيمَةً AB، ومُرَبَّعاً مَعْلوماً C. وهُوَ يُريدُ أن يَقْسِمَ القِطْعَةَ AB عَلَى نُقْطَةٍ D بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَةُ

$$AB \,.\, BD + AD^2 + C = AB^2. \quad (1)$$



شكل ٢٣

لنَفْتَرِضْ أنَّ النُقْطَةَ D مَعْلومَةٌ وتُحَقِّقُ العَلاقَةَ *(1)*. لِنُخْرِجْ GB عَموداً قائماً عَلَى AB بحَيْثُ يَكونُ $BG = AB$ ولْنُخْرِجْ DI مُوازِياً لِ BG. فيَكونُ لَدَيْنا

$$aire\ (DG) = AB \,.\, DB.$$

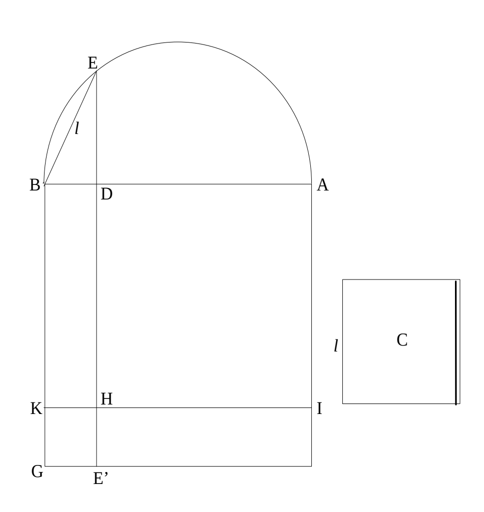
لنَبْنِ المُرَبَّعَ $AKID$ عَلَى القِطْعَةِ AD. لِكَي تَكونَ النُقْطَةُ D حَلاًّ لِلمَسْأَلَةِ، يَنْبَغي أن يَكونَ لَدَيْنا

$$aire\ (KE') = KI \,.\, IE' = AD \,.\, DB = C.$$

ولذَلِكَ، فإنَّهُ من الضَروريِّ أن يَكونَ l، وهُوَ ضِلْعُ المُرَبَّعِ C، أصْغَرَ من $\frac{AB}{2}$.

المَسْأَلَة ٢: يَوَدُّ السِجْزِيُّ هَذِهِ المَرَّةَ أن يَقْسِمَ القِطْعَةَ AB عَلَى النُقْطَةِ D بِحَيْثُ يَكونُ

$$AD \,.\, BD + AD^2 + C = AB^2. \qquad (2)$$



شكل ٢٤

لنَفْتَرِضْ أنَّ النُقْطَةَ D مَعْلومَةٌ وتُحَقِّقُ العَلاقَةَ (2). لنَأْخُذْ $BK = AD$ وَلْنَبْنِ المُسْتَطيلَ DK؛ فيَكونُ لَدَيْنا

$$aire\ (DK) = AD \,.\, DB,$$

ولِنُخْرِجِ المُسْتَقيمَ KHI مُوازِياً لِ AD، فيَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$aire\ (AH) = AD^2;$$

ويَبْقَى

$$aire\ (IG) = C;$$

إذاً يَنْبَغي أن يَكونَ

$$IK \,.\, KG = C,$$

أي

$$AB \,.\, BD = C.$$

لنَرْسُمْ نِصْفَ الدائِرَةِ الَّتي قُطْرُها AB ولْنُخْرِجْ من النُقْطَةِ B الوَتَرَ $BE = l$؛ إلاّ أنَّ

$$EB^2 = l^2 = AB \,.\, BD,$$

هذا يَعْني أنَّ هَذا البِناءَ مُمْكِنٌ دائماً لِكَوْنِ $l < AB$.

إذا فَرَضْنا $AB = a$ وَ $AD = x$؛ فإنَّ المَسْأَلَةَ الأولَى تُكْتَبُ $a\,x = x^2 + c$، أمّا الثانِيَةُ فتُكتَبُ $ax + c = a^2$. لِنُلاحِظْ أنَّ السِجْزِيَّ قَد تَحاشَى هَذِهِ التَرْجَمَةَ الجَبْرِيَّةَ.

بِالنِسْبَةِ إلَى تَرْكيبِ هَذَيْنِ التَحْليلَيْنِ فإنَّهُ يَبْدَأُ من بِناءِ النُقْطَةِ E عَلَى الدائِرَةِ.

٥– طَريقَان أساسِيَّانِ *لِفَنِّ الابْتِكار*

لِنَتَذَكَّرْ أنَّ السِجْزِيَّ قَد أحْصَى في مُسْتَهَلِّ مُؤَلَّفِهِ طَرائقَ هادِفَةً إلَى تَسْهيلِ الابْتِكارِ في الهَنْدَسَةِ؛ وهِيَ سَبْعٌ عَلَى الأقَلِّ وَفْقَ المُؤَلِّفِ. وقَد بَيَّنّا أنَّهُ يُوجَدُ في الحَقيقَةِ طَريقَةٌ واحِدَةٌ أساسِيَّةٌ وهِيَ *التَحْليلُ والتَرْكيبُ*، فَضْلاً عن طَرائقَ عَديدَةٍ خاصَّةٍ تُوَفِّرُ لِلطَريقَةِ الأساسِيَّةِ وَسائلَ فاعِلَةً لِلاكْتِشافِ. وتَتَشارَكُ هَذِهِ الطَرائقُ الخاصَّةُ في فِكْرَةِ التَحْويلِ والتَغَيُّرِ إن يَكُنْ ذَلِكَ لِلأشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ أو لِلقَضايا أو لِعَمَلِيّاتِ الحُلول. تُلائمُ هَذِهِ المَجْموعةُ، سواءٌ أكانَ ذلك بِالنِسْبَةِ إلَى الطَريقَةِ الأساسِيَّةِ أم الطَرائقِ الخاصَّةِ، فِكْرَ السِجْزِيِّ كَما تَتَّفِقُ مع الإحْصاءِ الَّذي أوْرَدَهُ، باسْتِثْناءِ طَريقَةٍ واحِدَةٍ يَذْكُرُها وهِيَ: طَريقَةُ *الطُرُق المُبْتَكَرَةِ* (الحِيَل)، عَلَى مِثالِ إيرُن الاسكندرانيِّ. وبَعْدَ أن ذَكَرَها في مَطلعِ المُؤَلَّفِ، التَزَمَ الصَمْتَ حِيالَها. فَهَلْ

أدْخَلَها حِرْصاً عَلَى اكتِمالِ العَدَدِ؟ هل نَسِيَها بِسَبَبِ عَدَمِ انتِمائها بِالضَبْطِ إِلَى *فَنِّ الابْتِكارِ* كَما يَتَصَوَّرُهُ هُوَ؟ لا يَبْدو لنا ذَلِكَ صَحيحاً إذا ما اعْتَبَرْنا أَنْفُسَنا مُصيبين في تَحْليلِنا لِمُؤَلَّفِ السِجْزيِّ. وبالفِعْلِ، فإذا ما كانَت طَريقَةُ *التَحْليلِ والتَرْكيب* هِيَ الأساسِيَّةَ، وإذا كانَت كُلُّ الطَرَائقِ الأُخْرَى، وهِيَ إضافاتٌ أمينةٌ، مَوْجودةً لِخِدْمَةِ الطَريقَةِ الأساسِيَّةِ؛ فإنَّ دَوْرَ الطُرُقِ الآلِيَّةِ في الاكْتِشَافِ، ومَهْما بَلَغَت أَهَمِيَّةُ هَذا الدَورِ، سيَكونُ من مَرْتَبَةٍ أُخْرَى: وتَحْديداً من مَرْتَبَةِ المُساعِدِ الخارِجيِّ ذي السِمَةِ التَطْبيقِيَّةِ. والسِجْزيُّ نَفْسُهُ يَقْتَرِحُ تَأويلاً بِهَذا المَعْنَى.

وفي مَقْطَعٍ أخيرٍ من مُؤَلَّفِهِ، يُلَخِّصُ المُؤَلِّفُ مَجْموعَ الطَرَائقِ الَّتي طَبَّقَها ويُعَيِّنُها بِالنسْبَةِ إِلَى طَريقَيْنِ أساسِيَّيْنِ. وهو ما يَكْتُبُ:

"ولَمّا كانَ الفحصُ عن طبائع الأشْكال وخَواصِّها، بذواتها، لا يخلو من أحد وجهين: إمّا أن تتوهّم لزومَ خَواصِّها، بتَغَيُّر أنواعها، توهّماً يلتقط من الحسّ، أو باشتراك الحسّ، وإمّا أن توضع تِلْكَ الخَواصّ، و <ما> تلزمهُ أَيْضاً بِالمقدّمات، أو بالتوالي لزوماً هَنْدَسِيّاً"[٣٣]

ويُتْبِعُ السِجْزيُّ هَذِهِ النَتيجَةَ بِبِضْعَةِ أَمْثِلَةٍ.

فبِالنِسْبَةِ إِلَى السِجْزيِّ، لا يَتَضَمَّنُ *فَنُّ الابْتِكارِ* من حَيْثُ الجَوْهَرِ إلاّ طَريقَيْنِ اثْنَيْنِ. فَكُلُّ الطَرَائقِ الخاصَّةِ تَجْتَمِعُ حَوْلَ الطَريقِ الأوّلِ، أمّا الثاني فلا يَكونُ سِوَى طَريقِ *التَحْليلِ والتَرْكيبِ*. فهَذا التَمْييزُ تَحْديداً، من ناحِيَةٍ أولَى، وطَبيعَةُ ذاك الطَريقِ الأوّلِ، من ناحِيَةٍ أُخْرَى، وأخيراً، العَلاقَةُ الوَطيدَةُ القائِمَةُ بَيْنَ الطَريقَيْنِ، هي الأمْرُ الَّذي يَمْنَحُ ميزَةً فَريدَةً لتَصَوُّرِ السِجْزيِّ ويَعْكِسُ جِدَّةَ مُساهَمَتِهِ.

[٣٣] انْظُرْ أدْناه، ص ٧٦١.

ويُلاحَظ أَيْضاً أنَّ الأوَّلَ من الطَريقَيْنِ يَتَضاعَفُ وَفْقَ المَعْنَيَيْنِ المُخْتَلِفَيْنِ لكَلِمَةِ "شَكْل". وهَذِهِ الكَلِمَةُ قَد اسْتَعْمَلَها المُتَرْجِمون من اليونانِيَّةِ[٣٤] لِلدَلالَةِ عَلَى

---

[٣٤] لقد نَقَلَ المُتَرْجِمون العربُ بِواسِطَةِ كِلِمَةِ "شكل" الكَلِمَةَ اليونانيّةَ (*διάγραμμα*) عِنْدَما صادَفوها أو كذَلِكَ الكَلِمَتَيْنِ (*καταγραφή*) وَ (*θεώρημα*). فعِنْدَما يَكْتُبُ أبلونيوسُ مَثَلاً في ***المخروطات***، (*έν ωμθ θεωρήματι*) فإنَّ الناقِلَ العَرَبيَّ يَكْتُبُ (شكل **مط**، أي شكل رقم ٤٩). وأمْثِلَةُ هَذِهِ التَرْجَمات عَديدَةٌ.

وقد نُصادِفُ في بَعْضِ النُصوصِ المُشابَهَةِ الكَلِمَةَ (*θεώρημα*) قد نُقِلَت بِواسِطَةِ كَلِمَةِ (صورَة). فمَثَلاً عِنْدَما يَكْتُبُ أبلونيوس في الكِتاب الأوّلِ، في القَضِيَّةِ ٥٢ من ***المخروطات*** (*τουτο γάρ δέδεικται έν τώ ιά θεωρήματι*) يُنْقَلُ هَذا إلى العَرَبيَّةِ (وقد تَبَيَّنَ ذَلِكَ في الصورةِ الحادِيَةِ عَشَرَة) أو عِنْدَما يَكْتُبُ (*ταυτα γάρ εν τω ιβ' θεωρη'ματι δε'δεικαι*) نَقْرَأُ التَرْجَمَةَ: كما تَبَيَّنَ في الصورةِ **يب**. فكَلِمَةُ (*θεώρήμα*) نُقِلَت عَلَى السَواء بكَلِمَةِ *صورة* أو بكَلِمَةِ *شكل*. فَمَوْضوعُ المُصْطَلَحاتِ أعْقَدُ ممّا يَبْدو عليهِ لِلوَهْلَةِ الأولَى.

ونلاحِظُ بعضَ الدَوامِ والثُبوتِ في اسْتِعْمالِ المُصْطَلَحاتِ الهَنْدَسِيَّةِ العَرَبِيَّةِ ابْتِداءً من القَرْنِ التاسِعِ تَحْديداً. ولَكِنَّ هَذا لَم يَمْنَعْ بالطَبْعِ بَعْضَ التَجْديداتِ وبَعْضَ الانْعِطافاتِ. ومُصْطَلَحا *شكل* و*صورة* مُلائمان لِلدَلالَةِ عَلَى تِلْكَ الانْعِطافاتِ. فالمُصْطَلَحُ *شكل* بَقِيَ عَلَى حالِهِ ثُنائيَّ المَعْنَى، أمّا مُصْطَلَحُ *صورة*، فقد حافَظَ عَلَى بَعْضِ روابطِهِ مع اسْتِعْمالِهِ الأوّلِ، ولَكِنَّ الروابطَ الأُخرَى اتّجَهَت نَحْوَ مَعْنَى رَسْمٍ هَنْدَسِيٍّ. ففي المؤلَّفاتِ الهَنْدَسِيّةِ، كَلِمَةُ *صورة* تَحْمِلُ مَعاني مُتَعَدِّدَةً:

١) بمَعْنَى "صورة" الشيءِ (أي جَوْهَرُه)؛ نَتَكَلَّمُ مَثَلاً على صورةِ العَلاقَةِ أو العَدَدِ ...،

٢) بمَعْنَى حالَةِ القَضِيَّةِ نَفْسِها، مَثَلاً كَوْنُها خاصَّةً أو عامّةً،

٣) بمَعْنَى حالاتِ الشَكْلِ وقد تَكونُ مُتَعَدِّدَةً،

٤) بمَعْنَى نَوْعِ الكائنِ الهَنْدَسِيِّ، مَثَلاً المُثَلَّثُ قد يَكونُ مُتَساوِيَ الساقَيْنِ، قائِمَ الزاوِيَةِ ...،

وكُلُّ هَذِهِ المَعاني تَسْتَحْضِرُ القَضايا أو الكائِناتِ الهَنْدَسِيّةَ، بدونِ الرُجوعِ الخاصِّ إلى العَرْضِ المُجَسِّدِ لِلرسومِ.

٥) وأخيراً كَلِمَةُ *صورة* قد تَعْني الرَسمَ، أي العَرْضَ البَيانِيَّ. نَتَكَلَّمُ عِنْدَها على صورةِ الشَكْلِ أي رَسْمِ الشَكْلِ أو الشَكْلِ بحالَتِهِ البيانِيَّةِ. يَبْدو، ولَكِن هَذِهِ مُجَرَّدُ فَرَضِيَّةٍ، أنَّهُ جَرَى الامْتِناعُ عن اسْتِعْمالِ كَلِمَةِ صورةٍ لِلدَلالَةِ عَلَى مُبَرْهَنَةٍ، ولَكِنَّ اسْتِعْمالَها لِلدَلالَةِ عَلَى المَعاني الأُخْرَى بَقِيَ عَلَى حالِهِ. فأُضيفَ إلى ثُنائِيَّةِ مَعْنَى كَلِمَةِ ***شكل***، تعدُّدِيَّةَ مَعْنَى "صورة" بدونِ أن يَكونَ من المُمْكِنِ مُقابَلَةُ =

الرَسْمِ الهَنْدَسِيِّ، وفي نَفْسِ الوَقْتِ عَلَى القَضِيَّةِ الهَنْدَسِيَّةِ. ولا يُشَكِّلُ ازْدِوَاجُ المَعْنَى هُنا غُموضاً كَبيراً ما دامَتِ الرُسومُ الهَنْدَسِيَّةُ تَنْقَلُ بَيانيّاً بصورَةٍ ساكِنَةٍ، إذا جازَ القَوْلُ، القَضِيَّةَ الهَنْدَسِيَّةَ؛ أي بلُغَةٍ أُخْرَى، ما دامَتِ الهَنْدَسَةُ بالجَوْهَرِ عِلْمَ الأشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ (بمَعْنَى الرُسومِ). ولَكِنْ، يَتَعَقَّدُ كُلُّ شَيْءٍ عِنْدَما نَبْدَأُ بتَحْويلِ الأشْكالِ وبتَغْييرِها كَما هِيَ الحالُ في بَعْضِ فُروعِ الهَنْدَسَةِ في عَصْرِ السِجْزِيِّ. فَثُنائِيَّةُ المَعْنَى تَقْتَضِي تَفْسيراً[٣٥]. فَلْنَبْدَأْ بالمَعْنَى الأوّلِ لكَلِمَةِ "شكل".

يَنْصَحُ السِجْزِيُّ في هَذا المُؤَلَّفِ في ثَلاثِ مُناسَباتٍ بالعَمَلِ بواسِطَةِ تَغَيُّرِ الشَكْلِ: عِنْدَما يُطَبَّقُ تَحْويلٌ نُقَطِيٌّ؛ وعِنْدَما يُغَيَّرُ عُنْصُرٌ مِنَ الشَكْلِ وتَبْقَى العَناصِرُ الأُخْرَى بدونِ تَغْييرٍ؛ وأخيراً في مَعْرِضِ اخْتِيارِ البِناءِ الإضافِيِّ. غَيْرَ أَنَّ هَذِهِ الطُرُقَ المُخْتَلِفةَ تَمْتَلِكُ الكَثيرَ من العَناصِرِ المُشْتَرَكَةِ. فالهَدَفُ أوّلاً: أن يُبْحَثَ دائِماً وبواسِطَةِ التَحْويلِ والتَغَيُّرِ عن الوُصولِ إِلَى خَواصَّ نَوْعِيَّةٍ مُمَيِّزَةٍ وغَيْرِ مُتَغَيِّرَةٍ لِلشَكْلِ المُرْتَبِطِ بالقَضِيَّةِ. وهَذا ما تَكونُ عَلَيْهِ بالضَبْطِ هَذِهِ الخَواصُّ غَيْرُ المُتَغَيِّرَةِ الَّتي صِيغَت عن الشَكْلِ كقَضِيَّةٍ. ويَتَعَلَّقُ العُنْصُرُ الثاني أَيْضاً بالهَدَفِ: فالتَغَيُّرُ والتَحْويلُ هما من وسائلِ الاكْتِشافِ عَلَى قَدْرِ ما يَكونانِ قادِرَيْنِ عَلَى الإيصالِ إِلَى هَذِهِ الخَواصِّ غَيْرِ المُتَغَيِّرَةِ. وهُنا تُستَحْضَرُ المُخَيِّلَةُ، كقُوَّةٍ لِلإدراكِ قادِرَةٍ أن تَسْتَشِفَّ بواسِطَةِ الحَواسِ، وفي الكَثْرَةِ المُتَوَفِّرَةِ، مَضامينَ الأشياءِ وخَواصَّها غَيْرَ المُتَغَيِّرَةِ، وذَلِكَ من خِلالِ الخَواصِّ المُتَغَيِّرَةِ. ويَتَعَلَّقُ العُنْصُرُ الثالِثُ بِدَوْرٍ خاصٍّ لِلشَكْلِ، فيما يَخُصُّ العَرْضَ هَذِهِ المَرَّةَ: وقَد عَمَدَ السِجْزِيُّ إِلَى

= المُصْطلحَيْنِ. وفي هذا الإطار، فإنَّ لَوائِحَ المُصْطَلَحاتِ الّتي اوْرَدْناها في الاجزاءِ السابِقَةِ من هذا الكِتاب خَيْرَ دَليلٍ عَلَى ذَلِكَ.

[٣٥] انْظُرْ بِهَذا الخُصوص:

P. Crozet, «À propos des figures dans les manuscrits arabes de géométrie: L'exemple de Siğzī» dans Y. Ibish (éd.), *Editing Islamic Manuscripts on Science*, Proceedings of the Fourth Conference of al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 29th – 30th November 1997 (London, 1999), p. 131-163, aux p. 140-143.

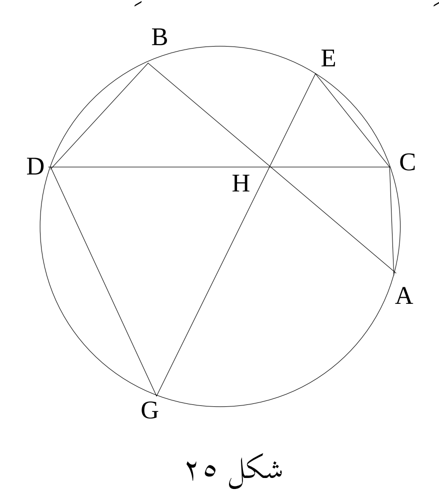
التَذْكيرِ بِهَذا الدَوْرِ عِدَّةَ مرّاتٍ، لِجهَةِ تَثْبيتِ الذاكِرَةِ ومُساعَدَتِها عِنْدَما تَسْتَقي من الحسِّ. والعُنْصُرُ الرابِعُ، وهُوَ لَيْسَ أَقَلَّ أَهَمِيَّةً من العَناصِرِ السابِقَةِ، يَرْتَبِطُ بِالثُنائِيَّةِ القائِمَةِ بَيْنَ القَضِيَّةِ والشَكْلِ: ولا يُوجَدُ هُنا عَلاقَةٌ ثُنائِيَّةٌ تَقابُلِيَّةٌ. فيُمْكِنُ أن يكونَ لِلقَضِيَّةِ الواحِدَةِ أشْكالٌ مُتَنَوِّعَةٌ؛ ويُمْكِنُ أن يُلائِمَ شَكْلٌ واحِدٌ مَجْموعةً من القَضايا. وقَد اختارَ السِجْزِيُّ في هَذِهِ المَسْأَلَةِ التَوَقُّفَ بِإسْهابٍ عِنْدَ الحالَةِ الأخيرةِ. وهَذِهِ العَلاقاتُ الجَديدَةُ بَيْنَ الشَكْلِ والقَضِيَّةِ، والَّتي كانَ السِجْزِيُّ أوّلَ من ذَكَرَها وَفْقَ ما نَعْرِفُ، تَقْتَضي التَفَكُّرَ بفَصْلٍ جَديدٍ في *فَنِّ الابْتِكار*: تَحْليلُ الأشْكالِ وعَلاقَاتِها بِالقَضايا. وهَذا بِالضَبْطِ ما يَبْدو أنَّ السِجْزِيَّ قَد بَدَأَهُ بِالفِعْلِ.

وكمَثَلٍ عَلَى الطَريقِ الأوَّلِ في *فَنِّ الابْتِكار*، لا يَفْعَلُ السِجْزِيُّ سِوَى أن يُذَكِّرَ بِمَثَلٍ سَبَقَ واستُعْرِضَ: فَتَساوي مَجْموعِ زَوايا المُثَلَّثاتِ خاصِيَّةٌ تُدرَكُ بالمُخَيِّلَةِ انْطِلاقاً مِمَّا هُوَ مُشْتَرَكٌ بَيْنَ الحَواسِ. ويُسْتَحْضَرُ فَضْلاً عن ذَلِكَ مَثَلٌ مُشَابِهٌ آخَرُ.

بِالنِسْبَةِ إلَى الطَريقِ الثاني، أي طَريقِ *التَحْليلِ والتَرْكيب* في الهَنْدَسَةِ، فلا يَزيدُ السِجْزِيُّ أيَّ شَيْءٍ جَوْهَرِيٍّ، ولَكِنَّهُ يُشيرُ إلَى أهَمِيَّةِ التَعَلُّمِ والتَدَرُّبِ لِتَمْتينِ مَلَكَةِ تَصَوُّرِ الخَواصِّ. وهُوَ لا يُعْطي سِوَى بَعْضِ الأَمْثِلَةِ البَسيطَةِ الخاصَّةِ لِتَوْضيحِ مَسارِهِ.

١- لنَأْخُذْ في دائِرَةٍ وتَرَيْنِ AB وَ CD يَتَقاطَعانِ عَلَى نُقْطَةٍ H. لنَبْحَثْ من أين يَتَأَتَّى لُزومُ التَساوي $AH \,.\, HB = CH \,.\, HD$. يَبْدَأُ السِجْزِيُّ بِرَسْمِ CA وَ DB ويُبيِّنُ أنَّ المُثَلَّثَيْنِ HCA وَ HDB مُتَشابِهَيْنِ؛ ولَدَيْنا إذاً $\frac{CH}{AH} = \frac{BH}{HD}$، ونَحْصُلُ عَلَى المَطْلوبِ. ولَكِنْ، بُغْيَةَ الدَلالةِ عَلَى لاتَغَيُّرِ هَذِهِ الخَاصِيَّةِ، يَبْدَأ السِجْزِيُّ من جَديدٍ فَيَرْسُمُ وَتَراً EG يَجوزُ عَلَى النُقْطَةِ H؛ وسَنَحْصُلُ من جَديدٍ إذاً عَلَى مُثَلَّثَيْنِ CEH وَ DHG مُتَشابِهَيْنِ، ولذَلِكَ فإنَّ $\frac{HE}{HD} = \frac{HC}{HG}$؛ ونَحْصُلُ عَلَى

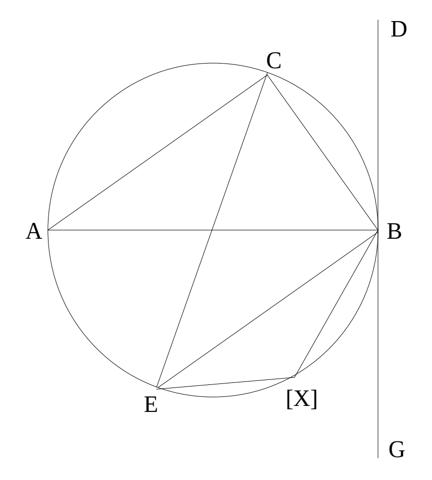
النَتيجَةِ. ولا تَتْبَعُ الخَاصِيَّةُ إذاً اخْتِيارَ الوَتَرِ، إنَّما تَتَعَلَّقُ بمُشابَهَةِ المُثَلَّثَيْنِ المُحْدَثَيْنِ وبِكَوْنِ الزَوايا المُحاطَةِ بِالدائِرَةِ تَحْصُرُ نَفْسَ القَوْسِ.



شكل ٢٥

٢- تَكونُ قَوْسُ الدائِرَةِ مَحْصورَةً بزاوِيَةٍ مُحاطَةٍ مُساوِيَةٍ لِلزاوِيَةِ المُشَكَّلَةِ من وَتَرِ تِلْكَ القَوْسِ ومن المُمَاسِّ لِلدائِرَةِ عَلَى نُقْطَةِ طَرَفِ الوَتَرِ. وهُنا أَيْضاً يَصْطَحِبُ السِجْزِيُّ قارِئَهُ يَداً بِيَدٍ لِيُرِيَهُ كَيْفِيَّةَ إيجادِ الخَاصِيَّةِ اللامُتَغَيِّرَةِ.

وهُوَ يَرْسُمُ الدائِرَةَ ABC وقُطْرَها AB ومُمَاسَّها BD عَلَى النُقْطَةِ B. إنَّهُ لِمَنَ



شكل ٢٦

الواضِح أنَّ $A\widehat{B}D = A\hat{C}B$، لأنَّ القَوْسَ المَحْصورَةَ بِالزاوِيَةِ $A\hat{C}B$ هِيَ نِصْفُ دائِرَةٍ؛ فإذاً الزاوِيَتانِ $A\hat{C}B$ وَ $A\widehat{B}D$ مُتَساوِيتانِ، وتُساوي كُلٌّ واحِدَةٍ مِنْهُما زاوِيَةً قائِمَةً. ويَكْتُبُ السِجْزِيُّ: "ويَنْبَغي أن نَفْحص تَغَيُّرَ أنواعِ هَذا الشَكْلِ ولُزومَ خَواصِّها فَحْصاً طَبيعِيّاً" (ص ٧٦٢)

يَعْمَلُ السِجْزِيُّ هُنا بِالفِعْلِ عَبْرَ تَغَيُّرِ الزاوِيَةِ B المُكَوَّنَةِ من الوَتَرِ والمُماسِّ، ويُبَيِّنُ أنَّها مُساوِيَةٌ لِكُلِّ زاوِيَةٍ مُحاطَةٍ $E\widehat{X}B$ تَحْصُرُ القَوْسَ $EACB$ "عياناً وهَنْدَسِيّاً" في نَفْسِ الوَقْتِ.

ويَخْتِمُ السِجْزِيُّ مُؤَلَّفَهُ بالرُجوعِ إلَى المَآربِ التَعْليمِيَّةِ المُعْلَنَةِ بِقُوَّةٍ في البِدايةِ وذَلِكَ من خِلالِ تمرينٍ لِلمُبْتَدئينَ حَوْلَ كَيْفِيَّةِ إجْراءِ التَحْليلِ.

٦– تاريخُ النُصوصِ

٦–١ *كِتابُ ثابتٍ بنِ قُرَّة إلَى ابنِ وَهْبٍ في التأتّي لاستخراج عمل المَسائِل الهَنْدَسيَّة*

تَرِدُ رِسالَةُ ابنِ قُرَّة المُوَجَّهَةُ لابنِ وَهْبٍ عَلَى لائِحَةِ أعْمالِهِ الَّتي وَضَعَها أبو عليٍّ المُحْسِنُ بنُ إبراهيمَ الصابي والَّتي وَرَدَت مُجَدَّداً لَدَى القِفْطِيِّ تَحْتَ العُنْوانِ: ***في استخراج المَسائِل الهَنْدَسيَّة***[٣٦]؛ وقَد وصَلَتْ إلينا هَذِهِ الرِسالَةُ في خَمْسِ مَخْطوطَاتٍ[٣٧] وتَحْتَ ثَلاثَةِ عَناوينَ مُخْتَلِفةٍ، والعُنْوانُ الأوّلُ هُوَ الأقْرَبُ لِمَا وَرَدَ لَدَى الصابي. فعِنْدَنا إذاً:

---

[٣٦] انْظُرِ الجُزءَ الأوّلَ من هَذا الكِتابِ؛ انْظُرْ أَيْضاً القِفْطِيَّ، ص ١١٦–١١٧.

[٣٧] هَذِهِ الكَثْرَةُ في العَناوينِ، التي يُعَبِّرُ كُلٌّ واحِدٍ منها عن جانبٍ لِهَذا المؤلَّفِ كما تَبَيَّنَ لنا، كانَت سَبَباً لالتِباسٍ لَدَى المُفَهْرِسين. فَبَعْضُهُم اعْتَقَدَ أنَّ الأمرَ يَتَعَلَّقُ بثَلاثَةِ مُؤَلَّفاتٍ مُخْتَلِفةٍ لثابتٍ بنِ قُرَّة صُنِّفَت في لوائحِهِم عَلَى هَذا الأساس. ويُسَجِّلُ ف. سيزكين في كِتابه:

Geschichte des arabischen Schrifttums، =

١) ***في التأتّي لاستخراج عمل المسائل الهَنْدَسِيَّة***. وهَذا هُوَ عُنْوانُ الرسالَةِ الَّتي خُطَّت بيَدِ السِجْزِيِّ نَفْسِهِ، الرِياضِيِّ من القَرْنِ العاشِرِ الميلادِيِّ. وتُمَثِّلُ هَذِهِ النُسْخَةُ جُزْءاً من المَجْموعَةِ المَشْهورَةِ رَقْم ٢٤٥٧ في المَكْتَبَةِ الوَطَنِيَّةِ في باريس، ص ١٨٨ظ-١٩١و، ورمزُها هُنا (B) ب. لقَد وَصَّفْنا هَذِهِ المَجْموعةَ سابقاً[٣٨]. لِنُذَكِّرْ فَقَط أنَّ السِجْزِيَّ قَد قارَنَ نُسْخَتَهُ بِالنَموذَجِ، وَفْقَ ما أكَّدَهُ هُوَ شَخْصِيّاً في العِبارَةِ الخِتامِيَّةِ.

٢) ***في كَيْفَ يَنْبَغي أن يُسْلَكَ إلى نيلِ المَطْلوبِ من المعاني الهَنْدَسِيَّة***. لقَد وَصَلَتْ إلينا رِسالَةُ ابنِ قُرَّة نَفْسُها تَحْتَ هَذا العُنْوانِ في مَخْطوطَتَيْنِ اثنتَيْن. تَعودُ الأولَى مِنْهُما إلَى مَجْموعَةِ أيا صوفيا، رقم ٤٨٣٢، ص ١ظ-٤و من مَكْتَبَةِ السُلَيْمانِيَّةِ في إسطنبول، ورمزُها هُنا (A) أ؛ أمّا الثانيَةُ فتُشَكِّلُ جُزْءاً من المَجْموعَةِ ٤٠، ص ١٥٥ظ-١٥٩ظ، ورَمْزُها هُنا (C) ج، في دارِ الكُتُبِ في القاهرة. ولقَد سَبَقَ لنا أن وَصَّفْنا أيْضاً هاتَيْنِ المَخْطوطَتَيْنِ[٣٩].

٣) ***في العِلّة الّتي لها رتّب إقليدسُ أشْكالَ كِتابِهِ ذَلِكَ التَرْتيبَ***. وَصَلَت إلينا هَذِهِ الرِسالَةُ تَحْتَ العُنْوانِ المَذْكورِ في مَخْطوطَتَيْنِ اثنتَيْن. تَنْتَمي الأولَى مِنْهُما إلَى مَجْموعةِ الأحمديّةِ ١٦١٧، ص ٨٦ظ-٩٠ظ في مَكْتَبَةِ تونس، رمزُها هُنا (T) ت؛ أمّا الثانيَةُ فتُشَكِّلُ جُزْءاً من مَجْموعَةِ لايدن المَشْهورةِ، شَرْقي ١٤، ص ٣٨٠-٣٨٨، رمزها هُنا (L) ل. وقَد وَصَّفْنا هَذِهِ المَجْموعةَ مُكْتَشِفِينَ فيها النَموذَج لاثْنَيْ عَشَرَ مُؤَلَّفاً من أصْلِ ثَلاثَةٍ وعِشْرينَ تتألَّفُ مِنْها المَجْموعةُ[٤٠]، نَعْني

= تحت الأرقام ٤ وَ ٧ وَ ٢٢ هَذِهِ الرِسالَةَ نَفْسَها مُعْتَقِداً أنَّها ثَلاثَةُ مؤلَّفاتٍ مُخْتَلِفةٍ (ص ٢٦٨-٢٧٠).

[٣٨] انْظُرِ الجُزءَ الأوّلَ من هَذا الكِتابِ.

[٣٩] انْظُرِ الجُزءَ الأوّلَ من هَذا الكِتابِ.

[٤٠] انْظُرِ الجُزءَ الأوّلَ من هَذا الكِتابِ.

مَجْموعَةَ مَكْتَبَةِ جامِعَةِ كولومبيا، سميث، شَرْقيّ ٤٥. وبذَلِكَ يَكونُ الجَديدُ الَّذي بَلَغْناهُ هُوَ المَجْموعَةُ المَخْطوطِيَّةُ التونِسِيَّةُ.

تَقَعُ هَذِهِ المَجْموعَةُ في ٩٠ صَفْحَةٍ - قِياسُها ١٣ × ٢١,٥ — وكُلُّ صَفْحَةٍ تَحْتَوي عَلَى ٢٣ سَطْراً مُؤَلَّفاً تَقْريباً من ١٣ كَلِمَة، والخَطُّ نستعليق. وقد تمَّ النَسْخُ قَبْلَ سَنَةِ ٩٧١هـ/١٥٦٣م وهُوَ عامُ شِراءِ هَذِهِ النُسْخَةِ من أحَدِ المَلاّكين. ولم يُشِرِ الناسِخُ لا إلَى تاريخِ النَسْخِ ولا إلَى مَكانِه. وتَتَضَمَّنُ المَجْموعةُ المُؤَلَّفات التالية:

١) ***شَرْح مصادرات أقليدس***، ص ١ظ-٥٩ظ، الصَفْحَةُ ٦٠و بيضاءُ، المُؤَلِّف: ابنُ الهَيْثَم.

٢) ***زيادات العبّاس بن سعيد في المقالة الخامسة من أقليدس*** ٦٠ظ-٦١و.

٣) ***كَلِمَات من شَرْح المقالة العاشرة من كتاب أقليدس***، ص ٦١ظ-٦٥و، المُؤَلِّف: الأهْوازِيُّ.

٤) ***تفسير صدر المقالة العاشرة من أقليدس لأبي جعفر محمّد بن الحسن الخازن***، ص ٦٥ظ-٧١و.

٥) رِسالَةٌ مَجْهولةُ المُؤَلِّفِ حَوْلَ المُصادَرَةِ الخامِسَةِ لأقليدسَ، ص ٧١ظ-٧٣و.

٦) ***مقالة لِلفارسيّ يضيف عَلَى تحرير الابهريّ في المَسائِل المَشْهورة من كتاب أقليدس***، ص٧٣و-٧٥و.

٧) ***كتاب أبي داوود سليمان بن عصمة في ذوات القسمين والمنفصلات الّتي*** [***الّذي*** في المَخْطوطَة] ***في المقالة*** [***المقالات***، في المَخْطوطَة] ***العاشرة من كتاب أقليدس***، ص ٧٦ظ-٨٥ظ.

٨) مَقْطَعٌ مُكَمِّلٌ لِلكِتابِ السابِقِ، ص ٨٥ظ-٨٦ظ.

تُبَيِّنُ لنا المُقارَنَةُ الدَقيقَةُ بَيْنَ ت وَ ل أنَّ المُؤَلَّفاتِ ٣ وَ ٤ وَ ٦ وكذَلِكَ رِسالَةَ ثابِتٍ تَكونُ عَلَى التَرْتِيبِ النَماذج الوَحيدَة لِلمُؤَلَّفاتِ ١٩ وَ ١٨ وَ ٢٠ وَ ٢١ من مَجْموعَةِ لايدن شَرْقيّ ١٤. وهَذِهِ النَتيجَةُ المُهِمَّةُ لتاريخِ النَصِّ المَخْطوطِيِّ تُمَكِّنُنا من الاسْتِنْتاجِ بالنِسْبَةِ إلَى سَبْعَةِ عَشَرَ مُؤَلَّفاً من أصْلِ سِتَّةٍ وعِشْرين تُكَوِّنُ المَجْموعةَ ل. وقَد حَدَّدْنا النَموذَجَ الوَحيدَ الَّذي اسْتَعْمَلَهُ ناسِخُ المَجْموعةِ ل لَدَى نَسْخِهِ لاثْنَيْ عَشَرَ مُؤَلَّفاً[41]. ومع هَذِهِ المُؤَلَّفاتِ المُكَمِّلَةِ الأرْبَعَةِ أصْبَحْنا نَعْرِفُ نَموذَجَ سِتَّةِ عَشَرَ مُؤَلَّفاً. وبالإضافَةِ إلَى ذَلِكَ، فإنَّ نَموذَجَ تَحْريرِ الطوسِيِّ لِكُتُبِ ***مخروطات*** أبلونيوسَ الثَلاثَةِ الأخيرَةِ هُوَ نَموذَجٌ مَعْروفٌ أَيْضاً. وقَد كانَ من المُمْكِنِ إذاً أن نُهْمِلَ المَجْموعَةِ ل لَدَى تَحْقيقِ نَصِّ ابنِ قُرَّة؛ لَكِنَّنا عَمَدْنا إلَى الإشارَةِ إلَى تِلْكَ المَجْموعَةِ كإثباتٍ لما سَبَقَ لنا وَذَكَرْناه، حَوْلَ كَوْنِ المَجْموعَةِ ت النَموذَجَ الوَحيدَ لِلمَجْموعةِ ل لِجِهَةِ هَذا المُؤَلَّفِ، فَضْلاً عن المُؤَلَّفاتِ الثَلاثَةِ سابقَةِ الذِكْرِ. تَشْتَرِكُ المَجْموعَتان ت وَ ل في إغْفالِ ثلاثِ جُمَلٍ وثَلاثٍ وعِشْرينَ كَلِمَةً، في حينِ يوجَدُ في ل، عِلاوَةً عَلَى ما ذُكِرَ، أحَدَ عَشَرَ إغْفالاً لكَلِمَةٍ. إذا ما تَفَحَّصْنا العَلاقَاتِ بَيْنَ المَخْطوطَاتِ المُتَبَقِّيَّةِ، فَسَوْفَ نَحْصُلُ عَلَى بَعْضِ النتائجِ الأُخْرَى:

- لقَد كانَ لَدَى ناسِخِ المَخْطوطَةِ أ نُسْخَتانِ، إذ إنَّهُ كَتَبَ في العِبارةِ الخِتامِيَّةِ، ص ٤و: "قابَلْتُ هَذِهِ المَقالَةَ بالنُسْخَةِ الَّتي كَتَبْتُها مِنْها وبنُسْخَةٍ أُخْرَى غَيْرِها وصَحَّحْتُها بحسب ما كانَ فيهما"

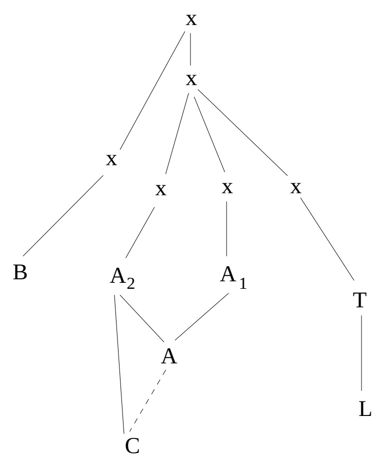
فالمَخْطوطَةُ أ قَد نُسِخَت عن مَخْطوطَتَيْنِ أ-١ وَ أ-٢. ويَنْقُصُ من المَخْطوطَةِ أ جُمْلَةٌ: "كانَت الزاوِيَتانِ الباقِيَتانِ مُتَساوِيَتَيْنِ"، ص ٢ظ. وقَد أشارَ الناسِخُ إلَى مَكانِ السَهْوِ بِوَضْعِهِ إشارَةَ صَليبٍ، ولَكِنَّهُ نَسِيَ أن يَكْتُبَ الجُمْلَةَ الناقِصَةَ.

[41] انْظُر الجُزءَ الأوّلَ من هَذا الكِتابِ.

• وإثْرَ نَسْخِهِ لِلمَخْطوطَةِ ج، يَكْتُبُ رَجُلُ الشُهرةِ الواسِعَةِ مصطفى صدْقيّ في العِبارَةِ الخِتاميَّةِ، أنَّهُ قَد نَقَلَ النَصَّ عن نُسْخةٍ خُطَّت بِيَدِ ابنِ سينا:
"وقَد استُنْسِخَ من نُسْخَةٍ كانَت بِخَطِّ الشَيْخِ الرَئيسِ حُجَّةِ الحَقِّ أبي عَلِيٍّ الحُسَيْنِ بنِ عبدالله بنِ سينا".

غَيْرَ أنَّنا قَد ناقَشْنا هَذا التَأكيدَ الأُسْطوريَّ، وبَيَّنّا أنَّ ج وَ أ لَهُما مَصْدَرٌ مَشْتَرَكٌ. وفي مُخْتَلِفِ الأحْوالِ، بِالنِسْبَةِ إلَى رِسالَةِ ابنِ قُرَّة مُنْفَرِدَةً، يُطالِعُنا ١٢ إغْفالاً مُشْتَرَكاً لكَلِمَةٍ، في حين تَحْتَوي ج عَلَى إغْفالَيْنِ إضافِيَّيْنِ لكَلِمَةٍ. وأمّا الجُمْلَةِ الناقِصَةِ في أ، فإنَّ مصطفى صدْقيّ كانَ قادِراً بِسُهولَةٍ أن يُضيفَها، نَظَراً إلَى سَعَةِ ثَقافَتِهِ الرياضِيَّةِ.

• تَتَضَمَّنُ المَخْطوطَةُ ب الَّتي خُطَّت بِيَدِ السِجْزِيِّ خَمْسَةَ إغفالاتٍ خاصَّةٍ لكَلِمَةٍ. ويَقودُنا تَفَحُّصُ الخَياراتِ المُتَعَدِّدَةِ — من زِياداتٍ، وأخْطاءٍ وغَيْرِها — إلَى اقْتِراحِ الشجرة التسلسليّة التالِيَةِ:



لقَد نَشَرَ أ.سعَيْدانُ نَصَّ ابنِ قُرَّة مُرْتَكِزاً فَقَط عَلَى المَخْطوطَةِ ب. سَوْفَ نُشيرُ إلَى هَذِهِ النَشْرَةِ بِحَرْفِ س. وقَد نُشِرَ النَصُّ في الحَواشي وبدونِ شَرْحٍ.

٦-٢ كتاب السِجْزِيّ في تحصيل السُبل لاستخراج الأشْكال الهَنْدَسِيَّة

لقَد وَصَلَنا مُؤَلَّفُ السِجْزِيِّ في مَخْطوطَةٍ واحِدَةٍ تَعودُ إلَى مَجْموعَةِ نبي خان وعُبَيْدِ الرحمن خان في لاهور. وتَتَضَمَّنُ هَذِهِ المَجْموعَةُ فَضْلاً عن المُؤَلَّفاتِ الرياضِيَّةِ المنسوبةِ إلَى رياضِيِّينَ مُخْتَلِفينَ، سِتَّةَ مُؤَلَّفاتٍ لِلسِجْزِيِّ. وقَد نُسِخَت كافَّةُ مُؤَلَّفاتِ هَذِهِ المَجْموعةِ في المَدْرَسَةِ النِظاميّةِ في الموصلِ وفي مَدْرَسَةِ بَغداد، ما بَيْنَ العامَيْنِ ٥٥٤ وَ ٥٥٧ لِلهِجْرَةِ (١١٥٩-١١٦٢م). وبِما يَتَعَلَّقُ بمُؤَلَّفاتِ السِجْزِيِّ السِتَّةِ، فقَد نُسِخَت في بَغداد بَدْءاً من العامِ ٥٥٦ وعَلَى مَدَى السَنَةِ ٥٥٧. ويَسْبِقُ الكِتابَ المُحَقَّقَ هُنا مَقْطعانِ لِلسِجْزِيِّ: الأوّلُ رِسالَةٌ إلَى نَظيفٍ بنِ يُمْنٍ، مَنْسوخَةٌ في المَدْرَسَةِ النِظاميّةِ في بَغداد في نِهايةِ شهرِ ربيع الآخر لِسَنَةِ ٥٥٧ لِلهجرة: "بتاريخِ سلخ شهر ربيع الآخر سنة سبعٍ وَخمسين وخمسماية هجرية"، أي ما يُوافِقُ مُنْتَصَفَ نيسان أبريل ١١٦٢م؛ أمّا المَقْطَعُ الثاني فهُوَ حَوْلَ المُتَوَسِّطاتِ وإثْلاثِ الزاوِيَةِ، وقَد نُسِخَ في نَفْسِ المدينةِ والمَدْرَسَةِ في مَطْلَعِ شهرِ جُمادى الأولى سنة ٥٥٧: "بتاريخِ غُرّة جُمادى الأولى لسنةِ سبعٍ وخمسين وخمسماية"، أي ما يُوافِقُ نهايةَ نيسان أبريل ١١٦٢. وبذَلِكَ فإنَّهُ من المُرجَّحِ أن يَكونَ المُؤَلَّفُ المُحَقَّقُ هُنا قَد نُسِخَ حَوْلَ هَذا التاريخِ، أي ما بَيْنَ نهايةِ العامِ ٥٥٦ وبدايَةِ العامِ ٥٥٧ لِلهجرةِ في المَدْرَسَةِ النظاميّةِ في بَغداد. يَحْتَلُّ هَذا النَصُّ الصَفَحَاتِ ٢-٢٧ وهُوَ مَكْتوبٌ بِخَطٍّ نستعليق؛ وقَد رُسِمَت الأشْكالُ الهَنْدَسِيَّةُ في النَصِّ، الَّذي خُطَّ بالإجمالِ بعِنايَةٍ، غَيْرَ أنَّهُ لا يَتَضَمَّنُ أيَّ إضافاتٍ أو حَواشي عَلَى هامِشِ المَخْطوطَةِ. كَتَبَ الناسِخُ اسمَهُ في نِهايةِ النُصوصِ الأُخْرَى غَيْرَ أنَّهُ يَبْقَى غَيْرَ مقروءٍ.

لا تُثيرُ نِسْبَةُ هَذا المُؤَلَّفِ إلَى السِجْزِيِّ أيّ شَكٍّ، إذ إنَّهُ يَرِدُ عَلَى لائِحَتَيْ مُؤَلَّفاتِ السِجْزِيِّ اللّتَيْنِ بِحَوْزَتِنا: يَرِدُ الذِكرُ الأوّلُ بقَلَمِ ناسِخِ مَخْطوطَةِ شيستر

بيتي رقم ٣٦٥٢، ص٢و، رقم ٣٤ تَحْتَ عنوان ***في تَسْهيل السُبُل لاستخراج الأشْكال الهَنْدَسيَّة***؛ أمّا الذِكرُ الثاني فَيَردُ بقَلَمِ ناسِخِ مَخْطوطَةِ لاهور، ص ٣٧١ظ، تَحْتَ نَفْسِ العُنْوانِ. ويَذْكُرُ السِجْزِيُّ بِنَفْسِهِ هَذا المُؤَلَّفَ عِدَّةَ مَرَّاتٍ، مَثَلاً في مُؤَلَّفِهِ[٤٢] ***في كَيْفِيَّة تَصَوُّر الخطّين اللذين يقرُبان ولا يَلْتَقيان*** أو ***في جواب السِجْزيّ عن مَسائِل هَنْدَسيَّة سأل عنها أهلُ خرسان*** (شيستر بيتي، رقم ٣٦٥٢، ص ٥٧ظ).

لقَد نُشِرَ هَذا النَصُّ لِلمرّةِ الأولَى عَلَى يدّ أ.س. سعَيْدان في «أعمالِ ابراهيمَ بنِ سِنانٍ» *(The Works of Ibrāhīm ibn Sinān)*، (الكويت، ١٩٨٣)، ص ٣٣٩-٣٧٢. ومِمَّا لا شَكَّ فيه، أنَّ صَديقَنا المَغْفورَ لَهُ، كانَ يُدْرِكُ تَماماً أَهَمِيَّةَ هَذا النَصِّ الَّذي يَعودُ إلَى السِجْزِيِّ، كَما يُدْرِكُ أَهَمِيَّةَ ذاك الَّذي يَعودُ إلَى ثابِتٍ بنِ قُرَّة، غَيْرَ أَنَّهُ نَظَراً إلَى ضيقِ الوَقْتِ أرادَ عَلَى ما يَبْدو أن يَلْفِتَ انْتِباهَ مُؤَرِّخي الرِياضِيّاتِ، فَعَمَدَ إلَى النَشْرِ الاسْتِباقيِّ لِهَذَيْنِ النَصَّيْن (والرمز هُنا س). وقَد أعادَ هوجينديك[٤٣] (J.P. Hogendijk) نَشْرَ تَحْقيقِ سعَيْدان، مُدخِلاً عَلَيْهِ بَعْضَ التَصْويباتِ الَّتي تَنْتُجُ بِغالِبِيَّتِها عن مُقارَنَةِ نَصِّ أ.س.سعَيْدان بالمَخْطوطَةِ الوَحيدَةِ المَوْجودَةِ. وهَذِهِ المُقارَنَةُ المَذْكورَةُ مُرَحَّبٌ بها حَتْماً لو لَم تَدَعِ الوَضْعَ عَلَى حالِهِ، لَيْسَ فَقَط لِجِهَةِ تَرْكِها غالِبيَّةَ الأخْطاءِ، إنَّما أَيْضاً لِتَغاضيها عن التَشْويهاتِ الَّتي أَلَمَّت بالمَخْطوطَةِ؛ وذَلِكَ عِلاوَةً عَلَى تَضَمُّنِ هَذِهِ المُقارَنَةِ بالذاتِ أخْطاءَ جَديدَةً (انْظُرِ الحاشِيَةَ النَقْدِيَّةَ لاحِقاً). والتَغاضي عن إصلاحِ هَذا الأمْرِ

---

[٤٢] انْظُرْ:

R. Rashed, «Al-Sijzī et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition II-14 des *Coniques* d'Apollonius, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, n° 119, vol. 37 (1987), p. 263-296, à la page 288.

[٤٣] راجِعِ الحاشِيَة ٢٩، ص ٦٩٧؛ وانْظُرْ:

Al-Sijzī's Treatise on Geometrical Problem Solving (*Kitāb fī Tashīl al-Subul li-istikrāj al-Ashkāl al-Handasiya*).

سَيَكونُ نوعاً من الاستِهتارِ، لأنَّ ذَلِكَ سَيَحول دونَ الفَهْمِ السَليمِ لِمُؤَلَّفِ السِجْزِيِّ. وهَذِهِ النَشْرَةُ (الَّتي تَحْمِلُ هُنا الرَمْزَ ح) هِيَ الَّتي تُرْجِمَت إلَى الانكليزيّة، ودائماً بِشَكْلٍ حُرٍّ[44] أي غَيْر دَقيق.

٦-٣ رِسالَة السِجْزِيّ إلَى ابن يُمْنٍ في عمل مُثَلَّثٍ حادّ الزَوايا

لقَد حُقِّقَ هَذا النَصُّ ارْتِكازاً عَلَى الأصْلِ الَّذي كَتَبَهُ السِجْزِيُّ في شهرِ آبان سنة ٣٣٩ في التَقْويمِ اليزدجردي[45]؛ وهُوَ مَوْجودٌ في المَكْتَبَةِ الوَطَنِيَّةِ في باريس، رقم ٢٤٥٧، ص ١٣٦ظ-١٣٧و ورمزُهُ هُنا ب. وقَد اسْتَعْمَلْنا أيْضاً نُسْخَةً أُخْرَى لِهَذا النصِّ هِيَ نُسْخَةُ لاهور، ص ٢٨-٣٠، ورَمْزُها *L*، وذَلِكَ رَغْمَ قناعَتِنا أنَّ هَذا الاسْتِعْمَالَ غَيْرُ ضَروريٍّ لِلأسباب الَّتي سَبَقَ لنا وبيَّنّاها.

ويُوردُ هوجينديك نَشْرةً لِلنَصِّ مُشابِهَةً لِتِلْكَ الَّتي اقْتَرَحَها لِلمُؤَلِّفِ السابِقِ؛ ورَمْزُ هَذِهِ النَشْرَةِ في الحاشِيَةِ النَقْدِيَّةِ، سَيَكونُ حرفَ ح.

٦-٤ قَضِيَّتان لِلقُدامى حَوْلَ خاصِّيَةِ ارتفاعاتِ المُثَلَّثِ المُتَساوِي الأضْلاع: أرشميدس المَنْحول وأقاطُن ومنلاوس.

لقَد وَصَلتْ إلينا قَضِيَّتا القُدامَى اللّتانِ أعادَ ابنُ الهَيْثَمِ تَناوُلَهُما، في نَصَّين، نُسِبَ الأوّلُ مِنْهُما إلَى أرشميدسَ ونُسِبت تَرْجَمَتُهُ إلَى ثابتٍ بنِ قُرَّة (مَخْطوطَةُ بتنا، خودا بخش ٢٥١٩، ص ١٤٢ظ-١٤٣و)[46]؛ أمّا الثاني فنُسِبَ إلَى شَخْصٍ يُدْعَى أقاطُن (مَخْطوطَةُ إسطنبول سُليمانيّة، أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ٩١ظ-

---

[44] انْظُرِ الصَفَحات ١١٠-١١١ من

Le compte-rendu de P. Crozet dans *Isis* 90.1 (1999).

[45] الشهرُ الفارِسِيُّ آبان ٣٣٩ من التَقْويمِ اليَزْدجرديِّ يَقَعُ بَيْنَ ٢٠ تشرين الأوّل/أكتوبر وَ ١٨ تشرين الثاني/نوفمبر ٩٧٠م. ويوجَدُ خَمْسَةُ أيّامٍ في الفَتْرَةِ وهي ٢٠ و٢٧ تشرين الأوّل/أكتوبر وَ ٣ وَ ١٠ وَ ١٧ تشرين الثاني/نوفمبر، ويُظْهِرُ التَحْليلُ أنَّ اليَوْمَ المَطْلوبَ يُمْكِنُ أن يَكونَ ٢٧ تشرين الأوّل/أكتوبر أو ٣ تشرين الثاني/نوفمبر ٩٧٠.

[46] انْظُرْ تَوْصيفَ هَذِهِ المَخْطوطَةِ، ص ٥٨٩.

٩٢و)[٤٧]، كَما وَرَدَ ذِكْرُ القَضِيَّتَيْنِ في مُؤَلَّفٍ لِلسِجْزِيِّ تَحْتَ عُنْوانِ ***في خَواصِّ الأعمدةِ الواقِعَةِ من النُقْطَةِ المعطاةِ إلى المُثَلَّث المُتَساوِي الأضْلاع المُعطى بطَريقِ التحديد*** (مَخْطوطَة دبلن، شستر بيتي ٣٦٥٢، ص ٦٦ظ، رمزها ب؛ إسطنبول، رشيد ١١٩١، ص ١٢٤ظ-١٢٥و، رمزها ر)[٤٨]. لقَد ناقَشْنا[٤٩] العَلاقَاتِ المُحْتَمَلَةَ الَّتي تَبْدو مُتَشابِهَةً في هَذِهِ النُصوصِ الثَلاثَةِ الَّتي سَنُحَقِّقُها هُنا.

[٤٧] انْظُرْ ص ٥٦٣، الحاشِية ٨.

[٤٨] انْظُرِ القسم ٦-٣ أدْناه.

[٤٩] انْظُرْ أعلاه، ص ٥٦٣-٥٦٥.

III– النُصوص المَخْطوطِيَّة

١– كِتابُ ثابِتٍ بنِ قُرَّة إلَى ابنِ وَهْبٍ في التأتّي لاستخراج عمل المَسائِل الهَنْدَسِيَّة

٢– كتاب السِجْزِيّ في تحصيل السُبل لاستخراج الأشْكال الهَنْدَسِيَّة

٣– رِسالَة السِجْزِيّ إلَى ابن يُمْنٍ في عمل مُثَلَّثٍ حادّ الزَوايا

٤– شَكْلان لِلمُتَقَدِّمين في خاصَّةِ أعْمِدَةِ المُثَلَّثِ المُتَساوِي الأضْلاع : أرشميدس المنحول وأقاطُن ومنلاوس

ا – ١ – ظ
ب – ١٨٨ – ظ
جـ – ١٥٥ – ظ
ت – ٨٦ – ظ
ل – ٣٨٠

كتاب أبي الحسن ثابت بن قرة إلى ابن وهب

في التأتّي لاستخراج عمل المسائل الهندسية

قد فهمتَ – أطالَ اللّه بقاءك وأدامَ عزك أيها السيد – عندما وقفتَ على ما عليه
5 الأمر فيما فعله أقليدس في تأليف أشكال كتابه في *الأصول* وأقاويله ونظمِه إياها في كثير
من الأمر غير مصنفة بحسب أجناسها، ولا مضموم كل واحد منها إلى ما يشاكله؛ وعلى
أن السبب الذي دعاه إلى ذلك هو حاجتُه إلى إقامة البرهان على كل قول/ وشكل منها، ل – ٣٨١
وأن البرهان على ذلك لا يقوم في كثير منها إلا بأن يتقدمه غيره مما ليست تلك مرتبته ولا
موضعه. فاضْطُر لذلك إلى تقديم ما قد كان حقه التأخير وتأخير ما من حقه التقديم. ثم
10 رأيتَ أن هذا مذهب لا بدّ منه لمن أراد علم ما في كتابه عند الحال الأولى من نظره فيه،
وهي التي يكون عليها إلى أن يفهمه، وتصح عنده الحال فيما قاله الرجل ووصفه،
ويستحكم ثقته به، لما يقف عليه من صحة براهينه.

1 كتب بعد البسملة «وما توفيقي إلا باللّه» [ا] «رب اغفر وارحم» [ت] – 2-3 كتاب ... الهندسية: رسالة في كيف ينبغي أن يسلك إلى نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرة الحراني رحمه الله تعالى [جـ] رسالة ثابت بن قرة في كيف ينبغي أن يسلك إلى نيل المطلوب من المعاني الهندسية [ا] في العلة التي لها رتب أقليدس أشكال كتابه (كتابته [ل]) ذلك الترتيب وفي التسبب إلى استخراج ما يرد من قضايا الأشكال من كتاب أقليدس بعد فهمه صنعة ثابت بن قرة («نشره» في [ل]) [ت، ل] – 4 قد ... عزك: قد كنت [ا] قال قد كنت [جـ] / فهمت: كنت [ت، ل] / وأدام ... السيد: ناقصة [ت، ل] – 5 أقليدس: اوقليدس [ا، جـ] – 6 الأمر: الأمور [ت، ل]، وكلاهما صحيح / مصنفة: منصفة [ب] تصنيفه [ل] / يشاكله وعلى: يشاكل يدل على [ا، جـ]، «يدل» مطموسة في [ا] شاكله؛ وعلى [س] – 7 هو: ناقصة [ل] / قول وشكل منها: قول منها وشكل [ت، ل] – 8 يتقدمه: تتقدمه [ل] / ليست: ليس [جـ] – 9 فاضطر لذلك: فاضطر ذلك [ب] فاضطره ذلك [س] / قد: أثبتها في الهامش [ب] تحت السطر [ت] ناقصة [ل] / ما: ما قد كان [ت، ل]، من المحتمل أن ناسخ [ت] قد زادها تقليدًا للعبارة السابقة / من: أثبتها في الهامش [ا، ب] ناقصة [ت، ل] / ثم: ناقصة [ا، جـ] و [ت، ل] – 10 علم: علم ذلك، ثم ضرب على «ذلك» بالقلم [ل] / عند: في [ت، ل] / فيه: أثبتها في الهامش [ب] فيها [ت، ل] – 11 وتصح عنده الحال: ويضع عند الحال، ثم أثبت «ويصح عنده» فوق السطر [ب] ويصح الحال عنده [ا، جـ] ويقع عنده الحال [س] / ووصفه: ناقصة [ت، ل] – 12 ثقته: نعته [ل] / به: أثبتها فوق السطر [ب] ناقصة [ل] / صحة: صحة البراهين [ت].

فأما إذا / حصل له ذلك وعلمه، ثم صار إلى حال ثانية، هي أتمّ من تلك، ت-٨٧-و
فاحتاج إلى استثمار ما قد علمه منه، واستعماله في استخراج ما يطلب استخراجه من أبواب هذا العلم ومسائله، فإنه يحتاج إلى مذهب آخر، وهو أن يكون كلما أراد البحث عن شكل من الأشكال أو غيره من المعاني التي يتكلم فيها صاحب هذه الصناعة، مما
5 يريد استخراجه واستشفاف وجوده وعمله، وجد المعاني التي يحتاج إلى مثلها في ذلك الأمر المطلوب ميسرةً له مجتمعةً في نفسه حاضرةً لذهنه في ذلك الوقت. وإنما يكون ذلك كذلك بأن يضرب بفكره ونظره إلى المعاني التي تجب في ذلك الجنس من أجناس الأشكال أو غيرها، أو تلزم مما يخصه أو يعمّه، فيميّزها من غيرها، فيقف عليها، ثم يتصفحها ويعرضها على فكره، فيتناول منها ما يحتاج إليه في المعنى المطلوب.

10 ولما كانت حاجته في هذه الحال الثانية، التي ذكرتَ، تدعو إلى المذهب الثاني الذي وصفتَ من ترتيب المعاني وإقامتها في النفس على ما يوجبه جنس جنس من المطلوبات، كما دعت الحاجة إلى خلاف ذلك في الحال الأولى، فأمرتني، أعزك الله، بالإذكار بهذا المعنى والتنبيه عليه في رسم يرسم له، حتى يوصف؛ / وينبّه به – على أن جـ-١٥٦-و
من أراد استخراج شيء من أبواب هذا العلم، بل من كل علم برهاني – كيف السبيل له
15 إلى ذلك وما الذي يحتاج أن يقيمه في نفسه ويحضره ذهنه من الأصول والمعاني التي في ذلك العلم التي بها يتهيأ الاستنباط، إما كلها وإما ما تيسر منها على أوسع ما يمكنه، بعد أن يعلم أنه كلما اتسع في المعاني التي هي عُدَدٌ لاستخراج الأمر المطلوب وتوطئة له، كان أقدر له على الوقوع عليه؛ وأن أصف على سبيل التمثيل في بعض معاني الهندسة كيف الطريق في استخراجه والوقوف على العلم به، ليكون ذلك إمامًا يمتثل ورسمًا

1 فأما: وما [ا، جـ] / له: له عند [ب] – 3 هذا: أثبتها فوق السطر [ا] / وهو: وهي [س] – 4-5 التي ... المعاني: أثبتها في الهامش مع «صح» [ل] – 4 يتكلم: تكلم [ل] / فيها: عليها [ل] / مما: فيما [ل] – 5 واستشفاف: واسساف [ب] واستيناف [ا، ت، جـ، ل] واشتياف [س] / وعمله وجد: وعلمه وحد [ا، جـ] / المعاني: أثبتها في الهامش [ب] – 7 تجب: يجد [س] – 8 أو تلزم: ويلزم [س، ت، ل] / مما يخصه أو يعمه: ما يخصها ويعمها [ت] ما ويخصها ويعمها [ل] / فيقف: ويقف [ا، جـ، ت، ل] – 9 يتصفحها: يتصحفها [ت، ل] / منها: مكررة في بداية السطر التالي [ل] / إليه: إليها [ت، ل] / المعنى: ـــعى [ت] سعي [ل] – 10 حاجته: الحاجة [ا، جـ، ت، ل] / الحال: الحالة [ت، ل] / تدعو: تدعوا [ب] / الثاني: ناقصة [ا، جـ، ت، ل] – 11 وصفت: وصفته [ا، جـ، ت، ل] / على: ناقصة [جـ] / يوجبه: يوجب [ل] / جنس: ناقصة [ت، ل] – 12 المطلوبات: المطلوب [ل] / فأمرتني: امرتني [ا، جـ، ت] اصدرت [ل] – 13 بالإذكار: بالأدكار [س] / بهذا: على هذا [ل] / يرسم: رسم [ت، ل] / وينبه: صحح عليها [ل] – 14 برهاني: برهان [ل] – 15 ويحضره ذهنه: ويحضره في ذهنه [ت، س] / التي: ناقصة [ا، جـ] – 16 بها: ها [ل] / الاستنباط: الاستيقاظ [ل] – 17 الأمر: العدد، ثم أثبت الصواب في الهامش [ب] – 18 له: ناقصة [س] / وأن: وانا [ت، ل] / أصف: اصرف [ا، جـ] أضيف [س] – 19 في: الى، وكررها في بداية السطر التالي [ل] / يمتثل: وتمثيلاً [ت، ل].

يحتذي في غيره على جهة التخرج، إذ كان لا سبيل إلى الإحاطة بالجميع شيئًا شيئًا؛ فامتثلتُ / أمرك، أيدك اللّه. ل – ٣٨٢

يحتاج الإنسان إذا قصد لمعنى من المعاني المطلوبة في الهندسة أو المسألة التي يريد استخراجها أن يعلم أولاً أن جميع ما يتعاطاه أهل هذه الصناعة ويقصدونه من المعاني في 5 جنس جنس من الأشكال وغيرها، مما يتكلمون فيه: ثلاثة أشياء، أحدها صفة عمل من الأعمال بالآلات، يعرف به صنعة شيء منها، أو يوجد؛ والثاني إدراك مقدار أو حال شيء منها بعينه مجهول المقدار أو الحال؛/ والثالث / ما يخصّ طبائعها / أو يعمها من الصفات التي تلزمها أو تتبعها أو تباينها، والقضايا والأحكام الواجبة فيها. أما صفة عمل من الأعمال يعرف به صنعة شيء منها، أو يوجد؛ فمثل عمل مثلث متساوي الأضلاع أو 10 مربع على خط مستقيم معلوم. وأما إدراك مقدار أو حال شيء منها بعينه مجهول المقدار أو الحال، فمثل معرفة مساحة مثلث معلوم الأضلاع أو أعمدته، أو استخراج العدد التام. وأما معرفة ما يخصّ طبائعها أو يعمّها من الصفات التي تلزمها أو تتبعها أو تباينها، والقضايا والأحكام الواجبة فيها، فمثل العلم بأن المثلث وحده من بين الأشكال المستقيمة الخطوط، يمكن أن يكون حادّ الزوايا، وأن زوايا كل مثلث إذا جمعت فهي معادلة 15 لقائمتين؛ وأن الدوائر المتماسة لا يمكن أن تكون مراكزها واحدة، ولا المتقاطعة أيضًا.

ا – ٢ – و
ت – ٨٧ – ظ
ب – ١٨٩ – و

فإذا علم الإنسان ما ذكرنا من تصنيف ما يقصده صاحب هذه الصناعة، نظر إلى الشيء المبحوث عنه، من مسألة أو معنى من المعاني المطلوبة، من أي صنف منها هو، فمال به إلى الصنف الذي هو منه، وأخذ الأصول والمقدمات لما يلتمسه من ذلك الصنف. وعلم مع ذلك أن الصنف الأول من الثلاثة التي ذكرنا، لا بدّ فيه من الحاجة / 20 إلى الصنفين الآخرين، لأن العمل الصناعي لا بد من أن يتقدمه العلم بطبائع تلك الأمور جـ – ١٥٦ – ظ

1 يحتذي: يحتذا [ا، جـ] / التخرج: يخرج [ا] مخرج [جـ] المخرج [ت، ل] التخيُّر [س] / إذ: اذا [ب، س] – 2 أيدك اللّه: ناقصة [ا، جـ] – 3 يحتاج: فأقول يحتاج [جـ] – 4 ما: مكررة في بداية السطر التالي [ا] – 6 بالآلات: بآلات [ا، جـ، ت، ل] / يعرف به: التي تعرف بها [س] تعرف به [ل] / صنعة: صناعة صنعة [ا، جـ] / يوجد: توجد [ل] – 7 منها: أثبتها في الهامش [ت] / المقدار: الاقدار [ت، ل] – 8 تتبعها: يتبعها [جـ، ل]؛ ولن نشير إلى مثلها فيما بعد / تباينها: تبيانها [ل] / والقضايا: أو القضا [ت، ل] / صفة: صنعة [ا، جـ] – 9 صنعة: عمل، ثم أثبت الصواب فوقها [ل] – 10 شيء: ناقصة [س، ت، ل] – 11 معرفة: ناقصة [ل] – 12 أو تتبعها: أثبت «وتتبعها» في الهامش [ب] – 13 والقضايا: أو القضايا [ت، ل] / الواجبة: والواجبة [ت، ل] / بين: بين سائر [ا، جـ]، ويبدو أن ناسخ [ا] ضرب على «سائر» بالقلم – 14 يمكن: ويمكن [ل] / إذا جمعت: لو اجتمعت [ت، ل] / فهي: أثبتها في الهامش [ب] – 15 لقائمتين: القائمتين [ل] / واحدة: واحدًا [ت، ل] – 16 فإذا: وإذا [س] – 17 هو: مطموسة [ت] – 18 فمال: بال [ل] / به: ناقصة [ا، جـ] / الصنف: ذلك الصنف [ا، جـ] – 19 مع ذلك: أثبت «مع» في الهامش [ب] ذلك. مع [س] – 20 الصنفين: شيء من الصنفين [ت] الشيء من الصنفين [ل].

التي تصنع. وأما الصنفان الآخران، فيكاد أن يكونا مستغنيين بأنفسهما عن الصنف الأول. وعلم أيضًا أن لكل واحد من هذه الثلاثة الأصناف التي ذكرت أشياء هي أوائله الأوَل وأصول العلم به، وأشياء مستخرجة من تلك الأصول الأوَل، وكثيرًا ما تكون مع ذلك أصولٌ يعتبرها.

5 فأما تلك الأصول الأوَل، فهي مأخوذة مسلّمة بلا برهان، ومنها الحدود التي تدل على ذوات كل واحد من الأشكال، وغيرها مما يجري ذكره، مثل حدّ الدائرة الدال على ماهيتها وحدّ المثلث وما أشبههما؛ ومنها العلوم المتعارفة التي قد تسمى العلوم الأول مثل أن الأشياء المساوية لشيء/ واحد فهي متساوية؛ ومنها مصادرات، مثل ما يصادر عليه من الأعمال التي يسلم لنا استعمالها وغيرها، مثل أن لنا أن نصل كل نقطة بكل نقطة بخط مستقيم، وأن نعمل على كل مركز وبكل بعد دائرة. 10 ل – ٣٨٣

فإذا عملنا ذلك وملنا بكل شيء مما يطلب استخراجه كما قلنا إلى الصنف الذي هو منه مما صنفناه،/ وجعلنا أوكد ما نطلب منه مقدماته من ذلك الوجه، احتجنا من بعد إلى ما ذكرت من الاستعداد بالمقدمات والأصول التي تليق بالشيء المقصود للبحث عنه. ونطلب استخراجَه من مسألة أو معنى من معاني الهندسة وتمييزَ تلك الأصول وإفرادها من غيرها. والوجه في ذلك أن ينظر إلى الشيء الموضوع للبحث عنه، من أي جنس هو من الأشكال أو غيرها، وما الذي يوجبه ذلك الجنس على الجملة من الأحكام والقضايا اللازمة له ولغيره عامة، والتي تخصّه دون غيره، والتي تباينه، فنخطرها ببالنا ونحضرها ت – ٨٨ – و 15

1 فيكاد أن يكونا: فيكادان يكونان [س] فيكاد ان يكون [ت، ل] / بأنفسهما: بنفسهما [س] انفسهما [ت، ل] – 2 أيضًا: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها [ب] / أشياء: اشئيًا [ل] – 3 الأوَل (الأولى والثانية): الأولى [س] / كثيرًا ما: كثير واما [ل] ، ثم ضرب على الواو بالقلم [ل] – 4 أصولٌ: اصولا [ا، ب، جـ، ت، ل، س] / يعتبرها: لغيرها [ا، جـ، ت، ل] – 5 الأوَل : الأولى [ب، س] ناقصة [ل] / مأخوذة: موجودة [ا، جـ] / مسلّمة: مسئلة [ل] / ومنها: منها [ت، ل] – 6 الدائرة: الداير [ل] – 7 ماهيتها: ميتها [ت، ل] / أشبههما: اشبهما [ل] / العلوم: المعلومة [ا، جـ] / المتعارفة: نجدها أيضًا في الهامش [ب] / قد: ناقصة [ت، ل] – 9 التي: أثبتها في الهامش [ت] / لنا: أثبتها في الهامش [ا] / وغيرها: أو غيرها [ا، جـ] / أن لنا: أن المتعارف لنا [س] / بخط: لخط [ل] – 10 وبكل: بكل [ا، جـ] / وبكل بعد: ونقدر كل بعد [ت، ل] – 11 عملنا: علمنا [ا، جـ، ل] / وملنا: ومثلنا [ا، جـ] وصلنا [ت، ل] / وبكل: بكلما [ا، جـ]، ويبدو أن ناسخ [جـ] ضرب عليها بالقلم / بكل شيء مما: أثبتها في الهامش مع «نسخة» فوقها [ا، جـ] / يطلب: نطلب [ا، جـ، ل] / كما قلنا: أثبتها في الهامش [ب] – 12 مما: بما [ل] ناقصة [ا، جـ] / صنفناه: أثبت الهاء فوق السطر [ب] صنفا [ا، جـ] صنفنا [س] / الوجه: أثبتها في الهامش [ا] – 13 للبحث: وللبحث [ا، جـ] البحث [ل] – 14 ونطلب: ولطلب [ا، جـ] وليطلب [ت، ل] ويطلب [س] / وتمييز: ونميز [ت، ل] – 15 ينظر: ننظر [ل] تنظر [جـ] – 16 يوجبه: أثبتها في الهامش [ب] يوجب [ل] ويطلب [س] / على: من [ا، ب، جـ، س] / من: عن، ثم أثبت «على» فوق السطر وفي الهامش [ب] عن [س] على [ا، جـ] – 17 له: لها [ت، ل] / ولغيره: ولغيرها [ت، ل] / تخصّه: قد تقرأ «تجبه» [ا] / والتي تباينه: ناقصة [ت، ل] / فنخطرها: فيخطرها [س] فنحرطرها [ل] / ببالنا: مازلنا [ل] / ونحضرها: ويحصها، ثم أثبت الصواب في الهامش [ب] ويحضرها [س].

ذهننا. ثم ننظر مع ذلك إلى ما يوجبه شرط شرط من شروط المسألة المطلوبة المضمومة إلى ذلك الجنس، وفصلٌ فصلٌ من فصولها ونضيفه إلى ذلك؛ لأن كل مسألة فلها شيء موضوع عنه يبحث، ولها شروط بعينها بها يستوفى تحديدها. فمتى ضيع استعمال شيء منها، لم تخرج المسألة. فينبغي أن تستعمل شروط المسألة كلها أو ما يوجبه كل شرط منها،
5 حتى تقيّد بذلك. فإن خرج ما نطلب فذلك، وإلا جعلنا تلك الأشياء التي/ أوصلتنا ا-٢-ظ
المسألة / إليها، كأنها من البُغية المطلوبة، وأقمناها مقام الأمر الأول المطلوب، ثم سلكنا في ب-١٨٩-ظ
طلبها مثل المسلك الذي ذكرنا، ولا نزال نفعل مثل هذا الفعل مرات، مرة بعد أخرى، حتى نصل إلى علم ما نريد، إن شاء اللّه.

وأنا واضع لما وصفت / مثالين أو ثلاثة، أبين بها ما قلت وأجعل الشيء المطلوب جـ-١٥٧-و
10 أولاً شيئًا سهلاً، لئلا يطول الكلام فيه.

أوّلها: أن نبين كيف نعمل مثلثًا تكون زاوية من زواياه مثلي كل واحدة من الزاويتين الباقيتين.

فنحن نحتاج أن نميل بطلب ما نطلب من ذلك إلى الجنس الأول من الأجناس الثلاثة التي وصفنا، وهو عمل من الأعمال. ولكن لأنه لا بدّ لك بتقدمة العلم بحال
15 وطبع الشيء المعمول، كما قلنا، احتجنا إلى أن نحضر أذهاننا ونستعد فيها بالقضايا والأحكام التي يوجبها طبع الشيء المطلوب / وجنسه الذي هو منه. فكان جنس الشيء ل-٣٨٤
الموضوع للطلب أنه مثلث. فأخطرنا ببالنا أولاً ما يوجبه المثلث مطلقًا من أمر أضلاعه وزواياه وغير ذلك، مثل أن كل مثلث فإن كل ضلعين من أضلاعه، إذا جمعا، أطول من الضلع الثالث؛ وأن الزاوية الخارجة عنه أعظم من كل واحدة من الداخلتين اللتين

1 ذهننا: أذهاننا [ا، جـ، ت، ل] / مع: بعد [ت، ل] / المضمومة: المضمومة [ل] – 3 يستوفى: نستوفي [ا، جـ، ل] / ضيع: صنع [ت، ل] – 4 أو ما: وما [ت، ل] – 5 فذلك: بذلك [ب، ا، جـ، ت، ل] / أوصلتنا: أوصلنا [ب، ت، ل، س] – 6 من: هي [ل] / البُغية: البقيّة [ل] – 7 مرات: مراتب [ل] / أخرى: مرة [ت، ل] – 8 حتى: الى ان [ت، ل] / نريد: نريده [ت، ل] / إن شاء اللّه: ناقصة [ا، جـ] كتب بعدها «تعالى» [ل] – 9 وصفت: ذكرت [ا، جـ] وصفنا [ت، ل] / أبين: نبين [ا، جـ، ت] يتبين [ل] / وأجعل: فاجعل [ت، ل] – 10 أولاً: ناقصة [ا، جـ، ت، ل] / شيئًا: أثبتها في الهامش [ب] ناقصة [س] – 11 أوّلها: فليكن أولها [ا، جـ] / نعمل: يعمل [ل] / مثلي: مثل [ب] – 13 فنحن نحتاج: فنحتاج، ثم أثبت «فنحن نحتاج» في الهامش مع «في نسخة» فوقها [ا، جـ] / نميل: نمثل [ب، ا، جـ، ل] / بطلب: طلب [ا، جـ] / من ذلك: بذلك [ت، ل] / إلى: أثبتها فوق السطر مع بيان موضعها [ا] ناقصة [جـ] – 14 من: ناقصة [ا، جـ، ت، ل] / لأنه لا بدّ لك بتقدمة: لان ذلك يتقدمه [ا، جـ، ت، ل] لأنه لا بدّ لك ‹من› تقدمة [س] – 15 نحضر: نحصر [س] / ونستعد: ونستعيد [س] / بالقضايا: القضايا [س] – 17 فأخطرنا: فاحضرنا [ل] / يوجبه: يوجد [ل] – 18 غير: ناقصة [ت، ل] / ضلعين: ضلع [ل] / إذا جمعا: مجموعين [ا، جـ، ت، ل].

تقابلانها، بل هي مثلهما إذا جمعتا؛ وأن كل زاويتين من زواياه فهما أقل من قائمتين،
بل زواياه ثلاثتها، إذا جمعت، فهي / معادلة لزاويتين قائمتين؛ وأن كل خط يقسم زاوية ت-٨٨-ظ
منه وينتهي إلى الخط الذي يوترها، فهو يقسمه بمثلثين، قاعدتاهما على خط مستقيم؛ وما
أشبه ذلك. ولكن لما كان غرضنا في هذا الشكل أمر الزوايا، كان القصد لها، ولِمَا حُكي
5 به فيها، أوجب.

ثم قلنا: إن المثلث الذي نطلب أمره قد أوجبنا له وأحضرنا أذهاننا ما يجب لجملة
جنسه. ولكن ذلك غير كافٍ، لأنه ليس فيه استيفاء شروط المسألة التي لا تحد ولا تقيّد
إلا بها. فيبقى علينا إذًا أن نستعمل ما فيها من الشروط، وهو أن زاوية من زوايا المثلث
الذي نطلب مثلا كل واحدة من زاويتيه الباقيتين. فنظرنا إلى ما يوجبه هذا الشرط، فإذا
10 هو يوجب أشياء كثيرة من قياس الزوايا بعضها إلى بعض وإلى جملتها، منها أن جملة
زوايا المثلث الثلاث مثلا الزاوية العظمى التي أردنا أن تكون مثلي صاحبتها؛ ومنها أن
نصف الزاوية العظمى التي ذكرت مثل كل واحدة من الزاويتين الباقيتين؛ ومنها أن زواياه
الثلاث أربعة أمثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين؛ ومنها أن الزاويتين الباقيتين تكونان
متساويتين، إذ كانت كل واحدة منها نصفًا لتلك، وأن ساقي المثلث يجب من ذلك أن
15 تكونا متساويتين، وغير ذلك مما أشبهه. ثم أضفنا وألفنا الأشياء التي أوجبها هذا الشرط
إلى الأشياء التي كان أوجبها / الجنس بأسره، أعني جنس المثلث. ونظرنا أي شيء من جـ-١٥٧-ظ
هذه، إذا أضفناه إلى تلك، انتفعنا به فيما نقصده، فوجدنا غير شيء منها، إذا أضيف
بعضه إلى بعض أثمر لنا ما نريد وأنتجه أو قرّبنا إلى وجوده. فمن ذلك أنا متى أضفنا من

1 تقابلانها: يقابلانها [ل] / مثلهما: مثلها [ا] / جمعتا: جمعا [ا، جـ] جمعنا [ت، ل] / من (الثانية): ناقصة [ب] – 2 زواياه: أثبتها في الهامش [ب] ناقصة [س] / ثلاثتها: الثلاث [ا، جـ] ثلثيها [ل] / لزاويتين: الزاويتين [ل] / وأن: فان [ت، ل] – 3 يوترها: يريها [ل] / فهو: وهو [ت، ل] – 4 أمر: من [ب، س] / لها: لهما [ل] / حُكي: حكم [ا، جـ، ت، ل] – 5 فيها: فيما [ت، ل] / أوجب: اوجبه [ت، ل] – 6 نطلب: نطلبه [س] / ما: بما [ت، ل] – 7 استيفاء: ناقصة [ا، جـ] – 8 فيبقى علينا: فينبغي [ت، ل] / إذًا: اذن [جـ، ت، ل، س] / الشروط: الشرط [ب، س] – 9 واحدة: واحد [ب] / زاويتيه: زاويته [ا، جـ] – 11-12 ومنها أن نصف ... الباقيتين: نجد هذه العبارة بعد الجملة السابقة، أي بعد «أمثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين» [ا، جـ، ت، ل] – 11 مثلي صاحبتها: مثل صاحبتها [ب] مثل صاحبتيها [س] – 12 ذكرت: ركبت، ثم أثبت الصواب في الهامش [ب] / مثل: هي مثل [ا، جـ، ت، ل] / الباقيتين: كرر بعدها «مثلا الزاوية العظمى التي أردنا أن تكون مثلي صاحبتها» [ب] – 13 ومنها أن الزاويتين الباقيتين: ناقصة [ت، ل] – 13-14 تكونان متساويتين: يكونان متساويين [ل] – 14 إذ: اذا [ت، ل] / منها: منهما [ت، ل] / نصفًا: نصف [ت، ل] / وأن: وإن [س] / ساقي: تنافي [ل] – 15 متساويتين: متساويين [جـ] / وألفنا: القينا [ل] – 15-16 أوجبها هذا الشرط إلى الأشياء التي: أثبتها في الهامش [ب] – 16 كان: ناقصة [ل] / أي: الى [ل] – 17 أضفناه: اضفنا [ت، ل] / أضيف: اضفنا [ا، جـ، ت، ل] – 18 بعضه: بعضها [ت، ل] / أثمر: ثم [ت، ل] / وأنتجه: ويتجه [ت، ل] / أو: و [ت، ل] / متى: اذا [ت، ل] / من: ناقصة [ت، ل].

الأقاويل الأولى التي في المثلث قولَنا: إن زواياه إذا جمعت معادلة لقائمتين، إلى قول من الأقاويل التي أوجبها الشرط، وهو أن جملة زوايا المثلث مثلا الزاوية العظمى منه، وقفنا من هذين القولين وعلمنا أن الزاوية العظمى / منه قائمة. فقد علمنا أنا نحتاج أن نعمل في المثلث زاوية / قائمة. ولأنا نريد أن تكون مثلي كل واحدة من ‹الزاويتين› الباقيتين، تكون كل واحدة منهما نصف قائمة. فيكون قد علمنا أنه إن أمكننا أن نعمل مثلثًا قائم الزاوية، تكون كل واحدة من زاويتيه الباقيتين نصف قائمة، كنا قد علمنا ما أردنا.

ب – ١٩٠ – و
ل – ٣٨٥

لكن ذلك أمر ممكن لنا، إذ كان قد تبيّن في *أصول* أقليدس كيف نعمل زاوية قائمة، وكنا إذا فصلنا / من الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة خطين متساويين، / كانت الزاويتان الباقيتان متساويتين، وصارت كل واحدة منهما نصف قائمة. فيكون قد عملنا المثلث الذي طلبنا.

ت – ٨٩ – و
ا – ٣ – و

ومن ذلك أنّا إذا أضفنا إلى القول الأول الذي ذكرنا – أعني أن زوايا كل مثلث فهي معادلة لقائمتين – قولاً آخر من الأقاويل التي يوجبها الشرط، وهو أن جملة زوايا المثلث أربعة أمثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين، وقفنا وأنتجنا من هذين القولين أن كل واحدة من الزاويتين الباقيتين نصف قائمة. فنحتاج إذًا أن نعمل مثلثًا يكون فيه زاويتان، تكون كل واحدة منهما نصف قائمة. لكن ذلك أمر ممكن لنا من الأعمال التي ذكرها أقليدس. وذلك أنّ لنا أن نجد زاوية قائمة وأن نقسمها بنصفين.

فإذا خططنا خطًا مستقيمًا، وأقمنا على طرفيه خطين على زوايا قائمة، وقسمنا كل واحدة من الزاويتين اللتين تحدثان بنصفين بخطين، وأخرجناهما حتى يلتقيا، حدث لنا من ذلك أيضًا المثلث الذي طلبناه بعمل آخر سوى الأول.

1 الأولى: الأوائل [ا، جـ] الأول [ل] / إن: أن [س] / جمعت: اجتمعت [ل] / لقائمتين: القائمتين [ل] / إلى: مكررة في بداية السطر التالي [ت] – 3 وقفنا: ووقفنا [ت، ل] / الزاوية: زاوية [ل] – 4 قائمة: ناقصة [ب، س] / ولأنا: لانا [ب] – 5 واحدة: واحد [ت، ل] / منهما: منها [ب] / فيكون قد: ويكون قد [ا، جـ] فقد [س] / قد علمنا: علينا [ت، ل] / إن: أن [س] / أمكننا: أمكنا [ب، جـ] – 6 كنا قد علمنا: كما قد عملنا [ب، ت، ل] كنا قد عملنا [س] – 8 ممكن: يمكن [ل] / إذ: ان [ل] / أقليدس: اوقليدس [جـ] – 9 قائمة: أثبتها في الهامش [ا] / الضلعين المحيطين: أثبتها في الهامش [ا] / خطين: بخطين [ب] – 9-10 كانت ... متساويتين: ووصلنا بينهما بخط مستقيم، حصلت لنا زاويتين [جـ] ناقصة [ا] – 10 الزاويتان: الزاويتين [ب] / منهما: منها [ت، ل] / عملنا: علمنا [ت، ل] – 12 أنا: أثبتها في الهامش [ا] / أن: ناقصة [ت، ل] – 13 لقائمتين: القائمتين [ل] / قولاً: قول [ب] / يوجبها: أوجبها [ا، ت، جـ، ل] – 14-15 وقفنا ... الباقيتين: أثبتها في الهامش [ل] – 14 وأنتجنا: ونتجنا [ت، ل] – 15 قائمة: كتب بعدها «لكن ذلك امر ممكن»، ثم ضرب عليها بالقلم [ل] / إذًا: اذن [ا، جـ، ت، س] – 16 منهما: منها [ا، جـ] – 17 ذكرها: قد ذكرها [ا، جـ، ت، ل] / أقليدس: اوقليدس [ب، جـ] / لنا أن: ناقصة [س] / بنصفين: نصفين [ل] – 19 يلتقيا: يلتقيان [ل] – 20 أيضًا: ناقصة [ا، جـ] / طلبناه: طلبنا [ا، جـ، ت، ل] / بعمل: نعمل [ل].

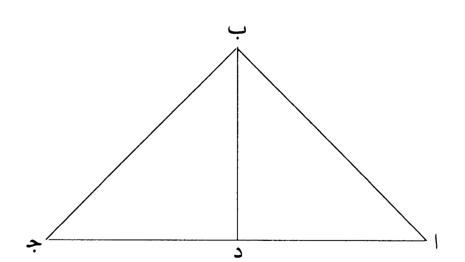
فأما إن نحن أخذنا قولاً آخر ثالثًا من الأقاويل التي أوجبها الشرط، وهو أن نصف الزاوية العظمى التي ذكرنا مساوٍ لكل واحدة من الزاويتين الباقيتين، كأنا قلنا: إن الزاوية العظمى زاوية ا ب جـ، فإذا قسمت بنصفين بخط ب د، كان كل واحد من نصفي ا ب د د ب جـ مثل كل واحدة من زاويتي ب ا جـ ب جـ ا. فإذا أردنا / أن نضيف إليه القول بأن المثلث إذا قسمت زاويته بخط، أحدث من ذلك مثلثين، ينقسم إليهما، تكون قاعدتاهما على خط مستقيم؛ ثم يتولد لنا من بين هذين نتيجة. ولكنا ننظر ما الذي يوجبه هذا الأمر الذي وجب في المثلث، فوجدنا أنه يوجب أن تكون زاوية ا د ب الخارجة عن مثلث ب د جـ مثل زاويتي د ب جـ د جـ ب الداخلتين؛ وكذلك زاوية جـ د ب مثل زاويتي د ا ب ا ب د إذا جمعتا. فيكون قد أوصلنا الأمر إلى شيء إذا أضيف إلى ما تقدم، ولّد نتيجة. وذلك أنه يجب من هذا ومما تقدم أن / تكون زاويتا ا د ب جـ د ب متساويتين، فتكونان لذلك قائمتين. فإن نحن إذا خططنا ا د كيفما وقع، وأخرجناه على استقامة إلى جـ وجعلنا جـ د مثل ا د وأقمنا على نقطة د عمودًا عليه د ب وفصلنا منه مثل كل واحد من ا د جـ د، كان منه ما أردنا. لكن هذه الأعمال كلها موجودة لنا. فقد يمكننا إذًا أن نعمل ما أردنا بعمل ثالث؛ وكذلك / نسلك في سائر / ما نطلب.

جـ - ١٥٨ - و

ل - ٣٨٦

ت - ٨٩ - ظ

ب - ١٩٠ - ظ



1 فأما: واما [ل] / إن: أن [س] – 2 مساوٍ: مساويا [جـ] مساوية [س] – 3 ا ب جـ: ا ب ح [ت، ل]، ولن نشير إليها فيما بعد / ب د: ا ب د [ل] – 4 د ب جـ: و ب جـ [ل]، ولن نشير إليها فيما بعد/ واحدة: واحد [س] / ب ا جـ ب جـ ا: ب ا د ب جـ د [جـ] / فإذا أردنا: فأردنا [ا، جـ] – 5 قسمت: قسم [جـ] / زاويته: زاويتيه [ب] زاوياته [س] / أحدث: حدث [ا، جـ] / من ذلك: ناقصة [ت، ل] / مثلثين: مثلثان [ا، جـ] / إليهما: اليها [ت، ل] / تكون: فيكون [ل] – 6 ثم: ناقصة [س] / يتولد لنا: نبين، ثم ضرب عليها بالقلم وأثبت الصواب في الهامش [ا] / ولكنا: لكنا [ل] / ننظر ما: ننظر إلى ما [ا، جـ] سطرنا [ل] – 7 ا د ب: ا د جـ [ت] ا و ح [ل] – 8 عن مثلث ب د جـ: ناقصة [ت، ل] / زاويتي: زاوية [ل] / د جـ ب: وجب [ل] – 9 جمعتا: جمعا [ا، جـ] جمعنا [ت، ل] / شيء: الشيء [ت، ل] – 10 ولد: ولذلك [ب، س] / وذلك: ناقصة [ت، ل] / ومما: أو مما [ب] – 11 لذلك: كذلك [ل] / قائمتين: قائمة [ا، جـ] / فإن: وان [ت، ل] / إذا: إذن [س] ناقصة [ت، ل] / ا د: او [ل] – 12 وأخرجناه: فأخرجناه [س] – 13 جـ د: د جـ [ا، جـ، ت، ل] / كان: ناقصة [ب، س] / منه: ننته ‹إلى› [س] – 14 يمكننا: يمكنا [ب، ا، جـ، ت] / إذًا: اذن [ا، جـ، ت، ل، س].

وأيضًا، فإنا نضع مثالاً آخر لما نريد وجوده، وهو أن نبين كيف نعمل مثلثًا تكون زاوية من زواياه نصف إحدى الزاويتين الباقيتين وثلث الزاوية الأخرى منهما.

والطريق في طلب ذلك مُشبَّه لما قدمنا؛ وذلك لأن الذي يوجبه المثلث مطلقًا هاهنا هو مثل ما أوجبه فيما تقدم بعينه. وأما الشرطان اللذان شرطنا هاهنا، فأوجبا غير ما قد

5 تقدم، وذلك أنهما أوجبا أن تكون الزوايا الثلاث، إذا جمعت، ستة أمثال الزاوية الأولى التي ذكرنا، وثلاثة أمثال الثانية، ومثلي الثالثة. وإذا أضفنا كل واحد من هذه الأقاويل إلى القول الذي أوجبه جنس كل مثلث، وهو أن زواياه إذا جمعت تعدل زاويتين قائمتين، وجب من هذه الأقاويل وتولد أن الزاوية الأولى ثلث قائمة، والثانية ثلثا قائمة، والثالثة قائمة. فإن نحن عملنا مثلثًا تكون إحدى زواياه قائمة والأخرى ثلثي قائمة أو ثلث

10 قائمة، فقد كان ما أردنا. وذلك أن الزاوية الثالثة تبقى على ما التمسنا إذ كانت الزوايا الثلاث معادلة لقائمتين. لكن عمل زاوية قائمة ممكن لنا، بما وصف في كتاب / أقليدس، من إخراج العمود؛ وعمل ثلثي قائمة ممكن لنا حيث شئنا، لأنها مثل زاوية مثلث متساوي الأضلاع. فلنا أن نعمل على طرفي خط واحد زاويتين على ما ذكرنا، ونخرج خطيهما حتى يلتقيا. / فيحدث لنا المثلث الذي أردنا.

ا – ٣ – ظ

جـ – ١٥٨ – ظ

15 وأيضًا، فإنا نضع مثالاً آخر ثالثًا لما نريد وجوده، وهو أن نبين كيف نعمل مثلثًا تكون زاوية من زواياه ثلاثة أمثال كل واحدة من الزاويتين الباقيتين / منه. ونسلك مثل هذه السبيل، فتكون المقدمات والقضايا التي يوجبها الجنس الموضوع، وهو المثلث، هي تلك التي قد تقدم ذكرها. وأما الشرط في هذه المسألة فيوجب غير ذلك، وهو أن الزوايا الثلاث، إذا جمعت، كانت خمسة أمثال كل واحدة / من ‹الزاويتين› الباقيتين، وأنها

ل – ٣٨٧

ت – ٩٠ – و

1 وأيضًا: كتب قبلها «المقال الثاني» [ت، ل] / أن: ناقصة [ل] / نبين: نتبين [ل] / مثلثًا: مثالاً [ل] – 3 قدمنا: قد قدمناه [ا، جـ] / لأن: أن [ا، ت، جـ، ل] / يوجبه: يوجب [ل] / مطلقًا هاهنا: هاهنا مطلقًا [ا، جـ] – 4 وأما: وإن [ا، جـ] / اللذان: اللذاين، وضرب على الألف بالقلم [ب] / شرطنا هاهنا: سرطناها ههنا [ت، ل] شرطناهما هنا [س] / فأوجبا: يوجبان [ا، جـ] فاوجبنا [ل] / قد: ناقصة [ا، جـ، ت، ل] – 5 جمعت: اجتمعت [ل] – 6 ومثلي: ومثلا [ا، جـ] / هذه: هذا [ل] – 7 هو: أثبتها في الهامش [ت] / جمعت: اجتمعت [ل] / زاويتين: ناقصة [ت، ل] – 8 وتولد: فيتولد [ب] / ثلث قائمة: قائمتين، ثم ضرب عليها بالقلم وأثبت الصواب في الهامش [ب] – 9 والثالثة قائمة: أثبتها في الهامش [ب] / فإن: وان [ت، ل] – 10 أن: إن [س] / الثالثة: الباقية [ت، ل] / إذ: اذا [ب] – 11 معادلة: معادلتين [ب] معادلات [ا، جـ] / لكن: لكل [ب، ل] ناقصة [س] / ممكن: يمكن [ب، ت، ل، س] / لنا بما: لما [ا، جـ] / في كتاب: ناقصة [ت، ل] / كتاب: كتابه [ا، جـ] – 12 أقليدس: اوقليدس [ب، جـ، س] / ممكن: يمكن [ل] / شئنا: ناقصة [ل] – 13 طرفي: طرف [ب] – 14 خطيهما: خطهما [ت، ل] / أردنا: اردناه [ت، ل] – 15 وأيضًا: كتب قبلها «المقاله الثالث» [ت، ل] / فإنا: ناقصة [ل] / وهو: وهو بين [ب] / نبين: نتبين [ل] / نعمل: يعمل [ت، ل] – 16 ثلاثة ... الزاويتين: مكررة [ل] – 17 هذه: هذا [س] / فتكون: لتكون [ت، ل] / يوجبها: يوجب [ت، ل] – 18 تلك: ناقصة [ت، ل] / المسألة: ناقصة [ا، جـ] – 19 ‹الزاويتين›: في [س] / وأنها: وهي [س].

أيضًا مرة وخمسي مثل الزاوية العظمى، وأن كل واحد من أثلاث الزاوية العظمى، إذا قسمت بثلاثة أقسام متساوية، مساوٍ لكل واحدة من الزاويتين الباقيتين. وإذا أضفنا كل واحد من القولين الأولين من هذه إلى القول الذي أوجبه جنس كل مثلث، وهو أن زواياه الثلاث إذا جمعت معادلة لزاويتين قائمتين، تولد من ذلك ووجب أن كل واحدة من
5 الزاويتين الصغيرتين خمسا زاوية قائمة، وأن الزاوية الباقية زاوية قائمة وخمس، فيكون: إن عملنا على خط ما مستقيم زاويتين بمقدارين مما ذكرنا، وأخرجنا خطيهما حتى يلتقيا، بقيت لنا الزاوية الثالثة على ما طلبنا، وكنا قد عملنا المثلث الذي نريد.

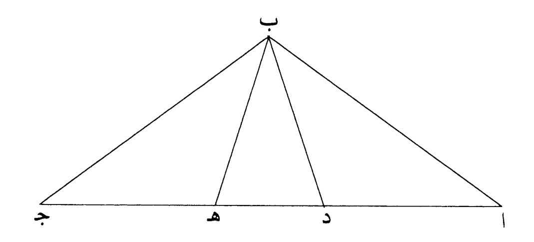
وهذا يمكننا إن أمكنا أن نقسم زاوية قائمة بخمسة أقسام متساوية. فيكون قد رددنا المسألة إلى مسألة أخرى نستأنف طلبها، كأنها هي البُغية.

10 وكذلك أيضًا، إن أضفنا القول الثالث مما أوجبه الشرط، وهو أن كل واحد من أثلاث / الزاوية العظمى، إذا قسمت الزاوية بثلاثة أقسام متساوية، مساوٍ لكل واحدة من الزاويتين الباقيتين من المثلث، كأنا قلنا إن الزاوية العظمى زاوية ا ب جـ وأثلاثها ا ب د د ب هـ هـ ب جـ، ‹و›كان كل واحد من هذه الأثلاث مساويًا لكل واحدة من زاويتي ب ا جـ ا جـ ب. وأضفنا إلى ذلك ما توجبه خلقة المثلث بأسره من أنه قد قسم بمثلثات
15 ثلاثة قواعدها على خط واحد مستقيم، وهو ا جـ، وجب من ذلك أن تكون قواعد هذه المثلثات قد أخرجت على استقامة، فصارت كل واحدة من زاويتي ب د هـ ب هـ د مثلي كل واحدة من زاويتي ا ب د جـ ب هـ اللتين هما مثل زاوية د ب هـ. وتكون لذلك كل واحدة من زاويتي ب د هـ ب هـ د من مثلث د هـ ب مثلي زاوية جـ ب هـ. فيكون قد

ب-١٩١-و

1 أيضًا: ناقصة [ت، ل] / وخمسي: وثلثين، وأثبت الصواب في الهامش [ب] وثلثين [س] وخمس [ا، جـ] وثلثان [ت، ل] / وأن: وإن [س] / واحد: واحدة [ا، جـ] – 2 قسمت: قسمت الزاوية العظمى [ا، جـ] / مساوٍ: مساوية [ب] متساوٍ [ت، ل] / وإذا: فاذا [ت، ل] – 4 جمعت: اجتمعت [ت، ل] / معادلة: معادلات [ا، جـ] / لزاويتين قائمتين: لقائمتين [ت، ل] / أن: إن [س] – 5 خمسا: خمس [ب] في [ل] / وأن: وإن [س] – 6 على خط ما مستقيم: أثبتها في الهامش [ب] / ما: ناقصة [ت، ل] / زاويتين: ناقصة [ب] / مما: بما [ت، ل] / خطيهما: خطهما [ت، ل] – 7 وكنا: فكما [ت، ل] / عملنا: علمنا [ل] – 8 يمكننا: يمكنا [ب] يكفنا [ا، جـ] / إن أمكنا أن: أثبتها في الهامش [ا] / أمكنا: قدرنا [ت، ل] / قد: ناقصة [ت، ل] – 9 البُغية: الباقية [ل] – 10 إن: اذا [ا، جـ، ت، ل] أن [س] / مما: إلى ما [ا، جـ] بما [ل] – 11 إذا: ان [ل] / الزاوية: الزاوية العظمى [ا، جـ] / مساوٍ: مساوٍ كل واحد منها [ا، جـ] أثبتها في الهامش [ب] / واحدة: واحد [ب، س] – 12 كأنا: فإن [س] / إن: أن [س] / زاوية: من كل زاوية، ثم ضرب على «من كل» بالقلم [ب] كل زاوية [س] – 13 واحد: واحدة [ت، ل] / مساويًا: مساو [ا، جـ] / واحدة: واحد [ب، س] – 14 خلقة: حال [س] – 15 واحد: ناقصة [س] / وجب من: ومن [ت، ل] / قواعد: قواعدها [ت، ل] – 16 المثلثات: المثلث [ت، ل] – 16-17 ب د هـ ... زاويتي: ناقصة [ل] – 17 هما: كل واحد منهما [ت، ل] / مثل: مثلي [ب] / زاوية: زاويتي [ل] / لذلك: ناقصة [ت، ل] – 18 ب د هـ ب هـ د: د هـ ب هـ د ب [ا، جـ] / زاوية: زاويتي [ل] / جـ ب هـ: د ب هـ [ا، جـ].

ج - ١٥٩ - و رددنا المسألة إلى مسألة أخرى كنا نحتاج أن نستأنف طلبها،/ وهي أن: كيف نعمل مثلثًا
ل - ٣٨٨ تكون زاوية من زواياه مثلي كل واحدة من الزاويتين الباقيتين؛ لولا/ أنّ ذلك شيء قد
كفانا مؤونته أقليدس وبينه في المقالة الرابعة من كتابه في *الأصول*، وكذلك ما كنا رددنا
أمر هذه المسألة إليه في الطريق المتقدم، ويستخرج من ذلك الموضع بعينه بسهولة.



5 وفيما أتينا به من هذه المثالات على جهة الرسم كفاية فيما قصدنا له، غير أنا أحببنا
ت - ٩٠ - ظ أن نزيد معنى ننبه عليه: وهو أنه لا ينبغي أن يذهب علينا أن بعض الشرائط / التي
تكون في المسائل، ربما كان ظاهرها ظاهر شرط واحد، ومحصولها يقوم مقام شرطين؛
ا - ٤ - و وكذلك العمل الذي يعمل ربما ظنّ به أنه إنما يحصر / لنا شرطًا واحدًا، ولكنه قد انتظم
ودخل فيه ما يحتاج إليه في شرطين. مثال ذلك ما قلنا في المسألة الأولى من أن زاوية من
10 زوايا المثلث مثلا كل واحدة من الزاويتين الباقيتين، فإن محصول ذلك شرطان. وكذلك في
العمل في المسألة الثانية، إن عملنا زاوية قائمة وثلثي زاوية قائمة، على خط مستقيم،
وأخرجنا خطي الزاويتين حتى يلتقيا، فإنا إنما عملنا زاوية من المثلث مثل ثلث زاوية أخرى
منه؛ وهذا أحد شرطي المسألة، ولم نعمل شرطها الآخر، وهو أن تكون مثل نصف

1 مسألة أخرى: الاخرى [ت، ل] / كنا: كأنا [ب، س] / طلبها: الطاء غير واضحة [ب] كليهما [س] / أن: ناقصة [س] / نعمل: يعمل [ل] – 2 مثلي: مثل نصف [ت، ل] – 3 أقليدس: أوقليدس [ب، ت، جـ] / كنا: أثبتها في الهامش [ب] – 4 أمر هذه المسألة إليه: اليه امر هذه المسألة [ت] اليه امر هذه [ل] / ويستخرج: نستخرج [ل] يستخرج [ت] / بعينه: بقيته [ل] – 5 المثالات: المثلثات [ا، جـ] / على جهة الرسم: أثبتها في الهامش [ب] / أنا: ان ما [ل] – 6 أن: ناقصة [ت، ل] / ننبه: ينبه [ب، س] تنبه [ل] / أن (الثالثة): ناقصة [ا، جـ، ت، ل] / الشرائط: الشروط [ا، جـ] / التي: الذي [ت، ل] – 7 ظاهرها: ظاهره [ا، جـ] / ومحصولها: ومحصوله [ا، جـ] – 8 به: ناقصة [ت، ل] / يحصر: يحصل [ا، جـ] يخص [ب، س] / لنا: ناقصة [س] – 9 ودخل: ووصل [ل] / إليه في: إلى [ا، جـ] / قلنا: قلناه [ت، ل] – 9-10 من زوايا: مكررة [ل] – 10 مثلا: مثلي [ب] / فإن: وان [ت، ل] / في: ناقصة [ت، ل] – 11 وثلثي: وثلث [ا، جـ، ت، ب، س] / وثلثي زاوية قائمة: في الهامش [ب] ناقصة [ل] – 12 وأخرجنا: فأخرجنا [س] / خطي: ثلث خطي [ب] وأشار إلى هذا الخطأ في الهامش / يلتقيا: التقيا [ت، ل] / زاوية: أثبتها في الهامش [ا] / ثلث: ناقصة [ب، س] أثبتها في الهامش [ا] – 13 وهذا: هذا [ت، ل] / الآخر: والاخر [ل].

الأخرى. لكن هذا الشرط داخل فيما عملناه، إذ كان يجب عنه ضرورة. فقد يجب أن يتفقّد الإنسان هذا ونظائره.

تم كتاب ثابت بن قرة في التأتي لاستخراج المسائل الهندسية.

1 عملناه: عملنا [ا، جـ، ت، ل] علمنا [ب] / عنه: عنده [س] / يجب: ينبغي [ت، ل] – 2 يتفقّد: ينعقد [ل] يتفقه [س] / هذا: بهذا [س] / ونظائره: او نظائره [ب] – 3 تم ... الهندسية: إن شاء اللّه، تمت رسالة ثابت بن قرة الحراني والحمد لله رب العالمين كثيرًا والصلوة على نبيه محمد المصطفى وآله أجمعين. قابلت هذه المقالة بالنسخة التي كتبتها منها وبنسخة أخرى غيرها وصححتها بحسب ما كان فيهما ولله الحمد ربّ العالمين كثيرًا [ا] «واللّه أعلم، تمت رسالة ثابت بن قرة الحراني في نيل المطلوب من المعاني الهندسية وقد استنسخ من نسخة كانت بخط الشيخ الرئيس حجة الحق أبي علي الحسين بن عبد اللّه بن سينا رحمة الله عليه بقلم أضعف الضعفاء صدقي الحاج مصطفى في ليلة يسفر صباحها عن نهار الأربعاء ثاني ذي القعدة سنة تسع وخمسين ومائة وألف والحمد لله وحده والصلوة على من لا نبي بعده وعلى آله وأصحابه أجمعين. تم» [جـ] كتب بعدها «والحمد للّه ربّ العالمين وصلى اللّه على محمد وآله وسلّم. عورض بالأصل» [ب] «إن شاء الله تعالى مما رضي تم الكتاب بحمد الله ومنه وصلى الله على محمد وآله وعورض بالأصل والحمد للّه ربّ العالمين، وصلى اللّه على محمد وآله وسلّم وبدا تاريخ الرسالة بخير دوامها وكتبه دروس درويش أحمد الكريمي» [ت] «إن شاء الله تعالى مما رضي تم الكتاب بحمد الله ومنه» [ل].

ل – ٢

كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي

في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية

5 نريد أن نحصي في كتابنا هذا القوانين التي بمعرفتها وتحصيلها يسهلُ على المستنبط استخراجَ ما يريدُ استخراجه من أعمال الهندسة؛ ونذكرَ الطرقَ والسبلَ التي إذا احتذى المستنبطُ حذوها يقوى ذهنه على وجوه استخراج الأشكال. وإنَّ ناسًا يظنون أنه لا سبيل إلى الوقوف على القوانين في الاستخراج بكثرة الاستنباط والتدرب فيه والتعلم له والدراسة لأصول الهندسة، دون أن يكون للمرء قوة طبيعية غريزية بها يقوى على استنباط 10 الأشكال، فإنه لا غناءَ في التعلم والتدرب. وليس الأمر كذلك، وذلك أن من الناس من يكون مطبوعًا وله قوة جيدة على استخراج الأشكال، وليس معه كثير علم، وهو غير مجتهد في تعلم هذه الأشياء، ومنهم من يكون مجتهدًا ويتعلم الأصول والطرق، وليس معه قوة جيدة طبيعية. فمتى ما كان مع الإنسان قوة طبيعية غريزية، واجتهد في التعلم وتدرب فيها، فهو الفائق المبرّز. ومتى ما لم يكن معه قوة كاملة، غير أنه يجتهد ويتعلم، 15 فإنه يمكن أن يصير مبرزًا بالتعلم. فأما من كان ذا قوة ولا يتعلم الأصول ولا يمارس أعمال الهندسة، فإنه لا يستفيد منها بجهة من الجهات. فإن كان هذا كما ذكرنا، فإنّ ظنَّ من ظنّ أن استنباط الهندسة لا يكون إلا بالقوة الغريزية فقط دون التعلم، ظنٌّ باطل.

فأول ما ينبغي للمبتدئ في هذه الصناعة أن يعرف القوانين، التي هي مرتبةٌ بعد العلوم المتعارفة، وإن كان ذلك معدودًا في جملة الغرض، ‹أي› الأشكال التي يقصد

6 يريد: نريد [ل، ح] – 7 أنه: أن [س، ح]؛ الضمير هنا هو ضمير الشأن يعرب اسمًا لأن الجملة بعده خبر – 11 كثير: كبير [س، ح] – 13 جيدة: أثبتها في الهامش [ل] – 14 يكن: يمكن [س] / يجتهد: مجتهد [س] – 19 ‹أي›: ‹من› [س] / يقصد: يفضل [س] نقصد [ح].

استنباطها؛ فإن قصدنا في ذلك الطرق التي السبيل إليها من القوانين لا من العلوم
المتعارفة فقط، التي هي مقدّمة على القوانين. فإن القول في العلوم المتعارفة يطول جدًا؛
وقد رفع عنّا ذلك أقليدس في كتابه *في الأصول*، بما أتى به ‹من› القوانين التي ذكرناها.

أما القوانين التي هي مقدمات على الأغراض، / فإن تفصيلها عسر، ‹فهي› من ل-٣
5 الذي يقال إنها مقدمات ولوازم – من جهة أن الهندسة مشتبك بعضها ببعض، لأن
أولاها مقدمات لأخراها، الأول فالأول، كأنها مسلسلة لما يليها، إلى غاية ما؛ وهاهنا أمر
مشتبه، إلا أنّا نلخص القول فيها تلخيصًا شافيًا على ما رسمه أقليدس *في الأصول*. فإن
قال قائل: إن كان الأمر على هذا، فإن تحصيل القوانين كيف يمكن، والأمرُ في استنباط
الأشكال إلى ما لا نهاية؟ أو لِمَ لا نقتصر على العلوم المتعارفة؟ قلتُ له: إن أقليدس قد
10 عني في تحصيله عناية معتدلة، فإنه لو اقتصر على العلوم المتعارفة، لصعب على المستنبط
الاستنباط من العلوم المتعارفة بغير مقدمات من قوانين هندسية، كما رتبها أقليدس، بعد
العلوم المتعارفة. وما أفرط أيضًا في إحصائها. وواجب على من يقصد هذه الصناعة أن
يحصّل القوانين التي أتى بها أقليدس، في كتابه *في الأصول*، تحصيلاً مستقصى – لأن
ما بين تحصيل الشيء والشيء بَوْنًا بعيدًا جدًا – بأن يتصور أجناسها وخواصها تصورًا
15 محكمًا، حتى إذا احتاج إلى طلب خواصها، يكون مستعدًا لوجودها، وإذا احتاج إلى
شيء من الاستنباط، فواجب عليه أن يبحث ويصوّر في وهمه المقدمات والقوانين التي
تكون من ذات الجنس أو مشاركٍ لها.

مثلاً: أنا إذا أردنا أن نستخرج شكلاً من جنس المثلث، فإنا نحتاج أن نتصور جميع
الخواص التي في المثلثات، والقوانين التي ذكرها أقليدس، وما يلزم خواص المثلثات من
20 الزوايا والقِسّي والأضلاع والخطوط المتوازية، كي يسهل عليه ذلك ويصير مستعدًا
لاستخراجها. وذلك أن من الأشكال ما يكون مشاركًا في خاصة أو خواص، بعضها
لبعض؛ ومنها ما يكون غير مشارك، ومنها ما تكون مشاركته أقرب، ومنها ما تكون أبعد،
على قدر التشاكل والتناسب والتجانس.

1 فإن: فأنَّ [س، ح] – 3 ‹من›: نجدها في [س، ح] دون إشارة – 4-5 عسر، ‹فهي› من الذي: أعسر من أن [س، ح] / من الذي يقال: يعني «مما يقال له»، واستعمال اسم الموصول «الذي» جائز هنا على ضعف – 5 ولوازم: ولو أن هذا [س] ولو لزم [ح] – 6 وهاهنا: قدمنا. هذا [س] وهذا هنا [ح] – 14 بَوْنًا بعيدًا: بون بعيد [ل] / بأن: فأن [س، ح] – 16 ويصور: ويتصور [س، ح] – 17 ذات: ذلك [س، ح] / أو مشارك: أو ‹من› مشارك [س] – 18 أنا: ناقصة [س] / فإنا: فأنا [س، ح] – 20-21 يسهل عليه ... لاستخراجها: كان عليه أن يقول «كي يسهل علينا ذلك ونصير مستعدين لاستخراجها» – 20 مستعدًا: مستعد [ل] – 21 مشاركًا: مشارك [ل] / خاصة: خاصية [س، ح]؛ لا يميز الناسخ بين نبرة الصاد وحرف الياء، ومن ثم قد نقرأ في المخطوطة «خاصة» أو «خاصية»، ولكن السجزي يجمعها على «خواص» لا على «خصائص»، ولهذا أخذنا بكلمة «خاصة».

فإذا طلبنا استخراج شيء من الأشكال بمقدمة – ونعني بالمقدمة الشكلَ الذي يكون مقدمًا ومدخلاً لاستخراجه – / وعَسُرَ علينا استخراجه بتلك المقدمة، فواجبٌ علينا حينئذٍ أن نطلبه بالمقدمات المشاركة لتلك المقدمة، إذا طلبنا من تلك المقدمة طلبًا صوابًا. ويلزم من هذه القضية أن كلَّ شكل من الأشكال مستخرجٌ من مقدمة من المقدمات، فإن المقدمات التي تشاركها على نحو ما ذكرنا سيمكن استخراجه منها، أو من بعضها، على قدر المناسبة. ومن خواص الأشكال أن منها ما يسهل استخراجه بمقدمات كثيرة مختلفة وبوجوه كثيرة، ومنها ما يكون استخراجه بمقدمة واحدة، ومنها ما لا يوجد له مقدمة، وإن كان ذلك الشكل موهومًا أو مرسومًا صحتُه في الطبيعة؛ ولزوم ذلك من قرب المناسبة بخواص المقدمات وتباينها عنها.

وأيضًا، فإنه قد يكون للأشكال مقدمات، ولمقدماتها مقدمات أيضًا، ويمكن استخراج تلك الأشكال من مقدمات المقدمات. وهذه الخاصة أيضًا من اشتراك الأشكال، الذي ذكرناه. وأيضًا، يمكن أن يصعب استنباط الأشكال – من جهة أنها محتاجة إلى استنباط مقدمات متوالية – من قانون أو قانونين، على ما سنمثله فيما بعد، إن شاء اللّه. وربما تكون محتاجة إلى قوانين كثيرة ومقدمات كثيرة، ليست متوالية، لكن مؤتلفة، على ما سنذكره أيضًا، إن شاء اللّه. وربما يبدو للمستنبط طريقٌ، سَهُلَ عليه بذلك الطريق استخراج كثير من الأشكال الصعبة، وهو النقل. وسنشرحه ونمثله، إن شاء اللّه.

وطريق آخر، يسهل على المستنبط، إذا سلكه: وهو أن يفرض الغرض المقصود كأنه معمول إن كان ‹الطلب هو› العمل، أو صحيحٌ إن كان طلب خاصة؛ ثم يحلّه بمقدمات متوالية أو مؤتلفة، إلى أن ينتهي إلى مقدمات صحيحة، صادقة أو كاذبة. فإن انتهى إلى مقدمات صادقة، لزم وجود المطلوب له، وإن انتهى إلى مقدمات كاذبة، لزم عدم المطلوب له؛ ويسمى التحليل بالعكس.

وهذا الطريق أعمُ استعمالاً من سائر الطرق، وسنمثله في المستقبل، إن شاء اللّه./

والتركيب عكس التحليل، وذلك أن التركيب هو سلوك الطريق نحو النتيجة بالمقدمات؛ والتحليل سلوكه نحو المقدمات التي تنتج المطلوب.

1 فإذا: وإذا [س، ح] / بمقدمة: بمقدمات [ل، س، ح] – 3 نطلبه: نطلب [ل، س، ح] / بالمقدمات: بالمقدمة [س، ح] – 4 أن: إن [س، ح] – 5 تشاركها: يشاركها [س، ح] – 9 وتباينها: وتباينه [ل، س، ح]؛ الضمير يعود ضرورة إما على «المناسبة» وإما على «خواص» وفي كلتا الحالتين يجب التصحيح، وهو يعني بهذه العبارة الركيكة: ولزوم ذلك من قرب المناسبة بين خواص الأشكال وبين خواص المقدمات أو تباينها عنها – 10 فإنه: فأنه [س، ح] / ولمقدماتها مقدمات أيضًا: مكررة [ل] – 11 الذي: التي [ل] – 15 سَهُلَ: يسهل [س] سَهَلَ [ح].

ومن شأن الهندسة أن يصير المجهول معمولاً أو معلومًا بها؛ حينئذٍ لا تخلو من أن تكون إما أعمالاً وإما خواصَّ. وعلى المستنبط أن يتأمل أولاً في السؤال والمطالب. وذلك أن من السؤال ما هو ممكن ‹في› ذاته في الطبيعة لكن ليس لنا، أو محال لنا طلبه، من جهة عدم مقدماته، كتربيع الدائرة؛ ومنه ما تكون ‹مطالبه› سيالة، لا يحصى عدد أمثاله، ومعنى السيالة هي التي ليست بمحدودة حدودًا تامة تفرزها عما سواها؛ ومنه ما يمكن استنباطه، إلا أنه يمكن بمقدمات كثيرة، مثل أشكال أواخر كتاب *المخروطات*، فإنها ليست بسهلة بغير المقدمات التي أتى بها أبلونيوس، ومثل أشكال أواخر كتاب *الدوائر*؛ ومنه ما يحتاج إلى الذكاء فيه: وذلك أنه يحتاج أن يَتوهمَ في لحظة واحدة أشكالاً كثيرة معمولة، سوى القوانين والمقدمات، وعامتها تكون في طلب الخواص. وهذا الرجل الذي يطلب على هذا النحو يُسمى أرشميدس؛ بلغة اليونانيين، يعني المهندس. وواجب على المستنبط، إذا قصد استنباط شكل من الأشكال، أن يجعل أول الفكر آخر العمل وبالعكس، كما ذكرنا متقدمًا؛ وذلك أن يفرض الشيء المطلوب في أول الأمر، ويلزمه نتيجة من المقدمات التي ينحلّ إليها.

ومن القدماء المهندسين من استعمل حيلاً لطيفة، إذا عسر عليه استنباط المطالب، مثل من كان مطالبه من النسبة، واستعمل فيها الأعداد والضرب؛ أو كان مطلبه مساحة الشكل، أو المساواة، واستعمل فيها تخطيطها على الحرير أو الكاغد، وتوزينها؛ أو استعمل حيلاً سوى ذلك، مما يشبهه. فهذه هي سلوك طرق الاستنباط في هذه الصناعة. ونحن نعددها مفردًا كي يتصورها / المستنبط بذهنه، ويحصلها بمشيئة اللّه تعالى وحسن توفيقه: ل – ٦

أما أولاً: فالحذق والذهن والإخطار بالبال على الشرائط التي توجب نسقها.

والثاني: تحصيل القوانين والمقدمات تحصيلاً مستقصى.

والثالث: سلوك طرائقها مسلكًا مستقصى صوابًا، كيلا يستند بالقوانين والمقدمات والأعمال وترتيبها، التي ذكرناها فقط؛ لكن يجمع بها الحذق والحدس والحيل. وذلك أن

1 معمولاً: معلومًا [ل، س، ح] / معلومًا: مغلوما [ل] مغلوطًا (؟) [س، ح] / تخلو: تخلوا [ل] – 3 ‹في› ذاته: بذاته [س] ذاته [ح] – 4 تكون ‹مطالبه› سيالة: يكون سيالاً [س، ح] – 7 أبلونيوس: ابللونيوس [ل] – 9 يتوهم: الفاعل «المستنبط» / وعامتها: يعني جملتها / تكون: يكون [س، ح] – 19 تعالى: ناقصة [س] – 21 والإخطار: والأخطار [س، ح] – 23 مستقصى: مستقصا [ل] / يستند: تسند [س، ح] – 24 بها: معها [س، ح].

مدار هذه الصناعة يجري على طبع الحيل، لا على الذهن فقط، لكن على خلقة المرتاضين الدربين المحتالين.

والرابع: إعلام مشاركتها وتباينها وخواصها، وذلك أن الخواص والتشاكل والتضاد، في هذا المذهب دون إحصاء القوانين والمقدمات.

5 والخامس: استعمال النقل.

والسادس: استعمال التحليل.

والسابع: استعمال الحيل، كما استعمل إيرُن.

وإذ قد أتينا على هذه الأشياء وذكرناها ذكرًا مرسلاً، فلنأتِ الآن على كل واحد منها بمثالات، كي يقف المستنبط على كنهها؛ لأن القول في هذه الصناعة يكون على 10 وجهين: أحدهما قولاً مطلقًا على سبيل الإيهام والتخيّل، والثاني ذكرًا مستقصى على سبيل الإظهار ووضع المثالات، كي تحسّ وتدرك دركًا تامًا.

ولما كان القول في هذه الصناعة إنما هو على هذين الوجهين، وكنا قد أتينا بأحدهما، وذلك على طريق الإجمال والإيماء، فإنه لا بدّ من أن نأتي بالوجه الآخر، وهو ما هو على سبيل الإظهار والتبليغ في الإعلام ووضع المثالات، والاستقصاء فيها. واللّه تعالى 15 الموفق للصواب والهادي إلى سبيل الرشاد.

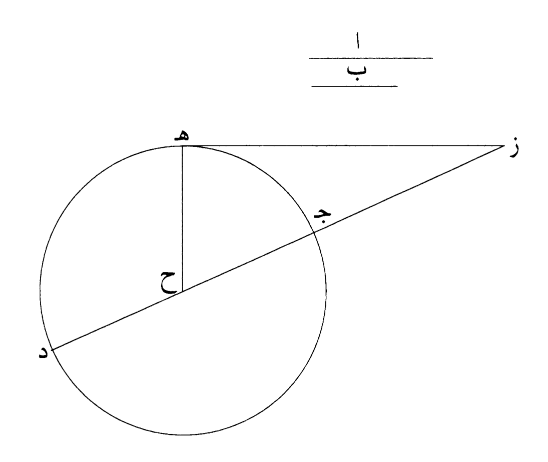
المثالات

السؤال في عمل شكل: كيف نجد خطين مناسبين لخطين مفروضين، أحدهما يماس دائرة مفروضة، والآخر يلقى الدائرة، وإذا أخرج في الدائرة يمرُّ على مركزها؟

فنفرض الشكل معمولاً على سبيل التحليل، / حتى نطلب مقدماته، مثلاً: نفرض ل - ٧ 20 النسبة نسبة ا إلى ب، والدائرة دائرة جـ د، وخطيَّ ز هـ ز جـ على نسبة ا إلى ب – وهما مطلوبان – كأنه معمولٌ موجودٌ، ‹و›عندنا عمله حسب ما ذكرناه، على أن ز جـ إذا أخرج في الدائرة إلى د، يكون جـ د قطرًا لها. ثم نطلب من أيّ عمل وأيّ مقدمة قد وجد عمله.

1 خلقة: ظنِّ [س، ح]؛ وهي تعني الفِطْرة التي فُطر عليها الإنسان، وأخذ المترجمون بهذه الكلمة لنقل ἡ μορφή – 2 الدربين: الدربيين [س، ح] – 4 دون: بمعنى «غير» كما جاء في القرآن «ويغفر ما دون ذلك» – 8 فلنأتِ: فلناتي [ل] – 9 بمثالات: مثالات [ل] – 10 مستقصى: مستقصا [ل] – 11 تحسّ: يحس [س، ح] / وتدرك: ويدرك [س، ح] – 14 والتبليغ في الإعلام: هذه العبارة ركيكة، وأثبتناها كما هي.

ا
ب



فمن أجل أن نقطة ز وخطي ز جـ ز هـ وموضعَ تماس ‹دائرة› د جـ على نقطة هـ كلُّها مجهولة عندنا؛ وأيضًا، حال انحداب زاوية ز أيضًا مجهولة، يكون الشكل فيه صعوبة عند الاستخراج. هذا الحدس هو الذي ذكرته متقدمًا بإعلام مرتبتها من السهولة والصعوبة: وذلك أن الشكل إذا كان ‹ما› فيه من المجهولات كثيرة، فوجوده بالمعلومات صعب، وخاصةً إذا وقع على الهيئة التي لا يكون بين أشكالها مناسبة على ما ذكرنا. وفي هذا الشكل لا يكون فيما بين خطي ز جـ ز هـ وبين محيط الدائرة مناسبة قريبة، ولا فيما بين زاوية ز وقوس جـ هـ. ثم أنا نستعمل الحدس والذهن أيضًا، ونتولى عمله بالنقل على نحو ما ذكرنا: أنه يسهل به استخراج الأشكال الصعبة.

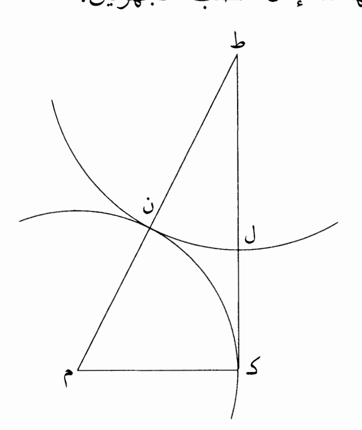
فنقول: كيف نضع خطي ز جـ ز هـ على الهيئة التي إذا أدير دائرة يماسها ز هـ وتلقى ز جـ؟ فإنه لا يتهيأ لنا إلا بوضع زاوية ز وعلمها. فإذًا يلزم لنا طلب علم زاوية ز، ولا يتهيأ لنا علمها إلا بطلب شيء آخر من جنسه، وهي الزوايا. فكيف نطلبه من تركيب خطي ز جـ ز هـ، أو ز هـ ز ح، أو ز هـ ز د؟ لأنه لا يتهيأ لنا في هذا الشكل من تركيب خط آخر. وهاهنا استعمال الحدس والذهن. فإذا وصلنا هـ بـ جـ، فإنه ربما يعسر علينا وجودها، وربما لا يمكن إدراكها من هذا الطريق، لأن الزوايا التي تحدث هناك أيضًا في هذا الشكل مجهولة بهذه المقدمات. فنصل هـ بـ ح، فهاهنا / وجدنا زاوية هـ من الزوايا الثلاث معلومةً. ثم ينبغي أن نطلب هيئة مثلث ز هـ ح بتركيب الخطوط والزوايا؛ ونطلب

ل – ٨

1 د جـ: ر ح [ل] – 2 انحداب: انحدار [س، ح] – 3 بإعلام: إعلام [ل، س، ح] – 4 وذلك: وذاك [س، ح] / ‹ما›: نجدها في [س، ح] – 5 صعب: صعبه [ل] – 6 خطي: خطا [ل] / ولا فيما: ولا سيما [س] – 9 خطي: خطا [ل] / يماسها: تماسها [س، ح] – 10 ز و (الأولى): ا حـ و [ل] – 11 نطلبه: نطلب [ل، س، ح].

بعد ‹أن› وجدناها ‹ها›هنا مطلبًا آخر؛ فإن وجدنا هذا المطلب يصح لنا مطلبنا، وهو أن هيئة مثلث ز هـ ح قد انحصرت بأنه مثلث قائم الزاوية، تكون نسبة ضلع من أضلاعه إلى قطر الزاوية القائمة ناقصًا عنه الضلع الباقي كنسبة مفروضة. فقد انحل سؤالنا الأول إلى هذا السؤال.

5 فهذا الطريق الذي سلكنا الآن يؤدي ما يقتضيه السؤال. فنفرض المثلث معمولاً على نحو ما كنا نعتاد به، مثلث ط كـ م قائم الزاوية، وزاويته القائمة زاوية كـ. لكن ن م مثل كـ م، فنسبة ط ن إلى ط كـ كنسبة ب إلى ا. فإذن هاهنا استعمال الحذق والذهن، لأنه كلما طلبنا مطلبًا أوليًا، ينبغي أن نستعمل الذهن والحدس دون التعلم. نحتاج أن نطلب: كيف نفرض ط كـ، تكون نسبة ط كـ إلى ط ن كنسبة ا إلى ب؟ ونخرج كـ م بلا نهاية، 10 ثم نخرج ط ل في الوهم؛ فإذا أخرجته إلى خط كـ م، يكون فضل ما بين خط ط ل المتحرك وبين ما يصل إلى خط كـ م مساويًا للخط الذي ما بين نقطة كـ وبين نقطة اتصالهما من خط كـ م. فهاهنا إذن مطلب مجهولين.

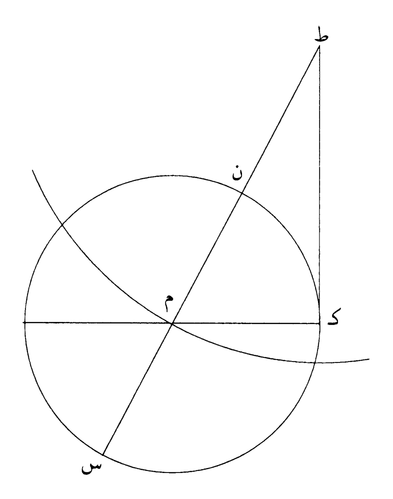


فنعمل دائرة على مركز ط وببعد ط ل، من أجل أنا قد توهمنا خط ط ل متحركًا على نقطة ط، حتى يصح لنا أن نهاية ل من خط ط ل في الحركة الوهمية لا تخلو من

ناقص [ل] – 5 فهذا: بهذا [س، ح] / يؤدي: ليؤدي [ل، س، ح] – 6 نعتاد به: نعتناه به [س] / كـ: ل [ل] – 7 ط كـ: ط ا كـ [ل] – 9 ط كـ: ط ل [ل] ن [س] / تكون: ‹حتى› تكون [س، ح]، الجملة بدون زيادة صواب محض / ط كـ: ط ل [ل] / ونخرج: فنخرج [س] – 10 ط ل: ط ن [س] / فإذا: اذا [ل، س، ح] / أخرجته: اخرجه [ل] / ط ل: ط ن [س] – 11 كـ: ل [ل] – 13 ط ل (الأولى والثانية): ط ن [س] / قد: ناقصة [س، ح] – 14 ل: ن [س] / ط ل: ط ن [س] / تخلو: تخلوا [ل].

أن تقع على محيط الدائرة. ولكنّ موضوعَ صورةِ المثلث بين يدينا لنحسَّ الشكلَ بالبصر وقت العمل على هيئة الصواب. فنطلب مركز دائرة يكون مشتركًا بين خطي ط م كـ م. فهاهنا إذن استعمال الحدس والذهن بالصواب، فلا يتهيأ لنا أيضًا إلا بزيادة عمل. فنتوهم هذا العمل:

5 كيف / نخرج ط ن إلى س على الهيئة التي يقسمه خط كـ م بنصفين، على أن ل-٩ جميع ن س ضعف كـ م؟ فتنحل المسألة إلى شكل آخر، وهو هذا.



ثم نستعمل الفكرة هاهنا، فنصور تمام الغرض كعادتنا، وذلك أن نفرض ط ن س على أن ن س ضعف كـ م ون م مثل كـ م، ونديز على مركز م وببعد م كـ دائرة كـ س – فبين أن ط كـ يماس الدائرة – لكي نستعمل الحدس والذهن. فإن كان هذا على هذه

10 الجهة، فواجب علينا طلب خاصة هذا الشكل من التماس، التي أصّلها أقليدس في *الأصول*. فخاصة هذا الشكل الأقرب أن [مربع] ط كـ يقوى على ط س في ط ن. فإذًا قد وجدنا من هذه الخاصة في هذا العمل عونًا، وهو أنا نجعل ن س خطًّا ‹على استقامة ط ن حتى› يقوى ط كـ على ط س في ط ن. فإذا فعلنا ذلك، فقد قرب سهولة عملنا؛ وذلك أنا وجدنا خط ط ن و ط كـ وط س. فقد بقي إذن علينا أن نجد هيئة ط س على

1 ولكنّ موضوع: وليكن موضوعًا [س]؛ في هذه العبارة «لكنّ» هي للتوكيد والاستدراك، واللام قد تدخل على خبرها – 2 كـ م: كـ ن [ل، س، ح] – 5 على الهيئة: يعنى: على الحال – 6 ن س: كـ س [ل] / فتنحل: فنحيل [س، ح] – 7 الغرض: العرض [ل، س] – 8 م كـ: م ل [ل]، وكذلك فيما يلي – 9 فبين: فنبين [س] / لكي: لكن [ل، ح] – 10 أقليدس: إقليدس [ح] – 11 [مربع]: مربع [س، ح] – 14 ط ن وط كـ وط س: ط ن ط كـ ط س [س].

الحال التي يقسمُ كـ م ن س بنصفين. فنقسم أولاً ن س بنصفين على م، ونحرك وهميًا ط س على نقطة ط، فيقطع كـ م ن س بنصفين، وهو سهل بالعمل من جهة أنا ندير على مركز ط وببعد ط م دائرة، يقطعها كـ م على نقطة م. ونخرج ط م س ونديز س كـ ن؛ فقد عملنا هذا الشكل كما أردنا. فننقله إلى الدائرة المفروضة بالاشتباه والنسبة،

5 ونبرهنه؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

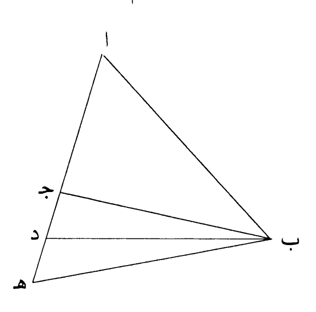
ولما كان الذكاء في استنباط الخواص أكثر غناء من الأعمال، فإنا نمثل على طلب الخواص للأشكال مثالاً. وذلك أنا نفرض مثلث ا ب جـ، ونطلب خاصة زواياه، على أن اجتماعها الثلاثة مثل اجتماع زوايا مثلث مفروض، قَبْل معرفتنا بأنها تعدل زاويتين قائمتين.

فطريق طلبنا لها في القصد الأول: أن نفرض زاوية / منه على حالها، ونخالف ل-١٠

10 أضلاعه، حتى يتبين لنا أن الزاويتين الباقيتين تكونان أعظم أو أصغر من الأوليين أو مساويتين لهما.

ووضعنا زاوية ا على حالها دون سائر الزوايا. من جهة أنا إذا وضعنا زاويتين من زوايا مثلث مفروض مثل زاويتين من مثلث آخر مفروض، كل واحدة مثل نظيرتها، لزم أن تكون الزاوية الباقية مثل الأخرى الباقية، فلا يحصل لنا فيها ما قصدنا من علمه.

15 فنخرج ا جـ إلى د، ونصل ب د. فقد صارت زاوية ا د ب أصغر من زاوية ا جـ ب. ثم نظرنا إلى زاويتي ا ب جـ ا ب د، فصارت زاوية ا ب د أعظم من زاوية ا ب جـ. ثم نفعل هذا الفعل مرة أخرى، ونخرج ا د إلى هـ ونصل ب هـ، فقد صارت زاوية هـ أصغر من زاوية ا د ب، وصارت زاوية ا ب هـ أعظم من زاوية ا ب د.



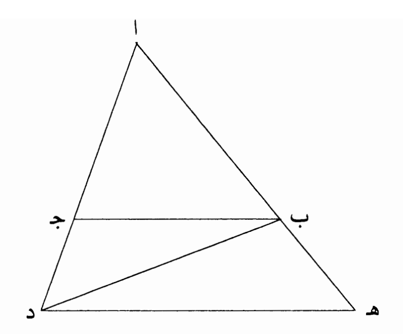
1 يقسم: تقسم [س، ح] / بنصفين (الثانية): بقسمين [س، ح] – 2 فيقطع: ‹حتى› يقطع [س، ح] – 6 فإنا: فأنا [س، ح] – 8 مفروض: معروف [س] / قبل: من قبل [س] – 9 القصد: الفصل [س] / حالها: حاله [ل، س، ح] – 11 مساويتين: مساويان [ل] – 12 على حالها دون: النص متآكل [ل] من دون [س، ح] – 14 فلا: ناقصة [س] / علمه: علم [س] – 15 فقد صارت: فصارت [س] – 17 نفعل: نعمل [س، ح].

ولا نزال نفعل دائمًا هذا الفعل، فيزيد صغرُ الزوايا التي تقع على ضلع ا جـ على التي كانت أولاً، ويزيد عظم الزوايا التي تلي خط ا ب، عند نقطة ب، على ما كانت أولاً. إلا أنا نحتاج الآن إلى الفحص: هل زياداتها ونقصاناتها متّسقة نسقًا طبيعيًا، أي متكافئة، كل ما يزيد في جهة، فينقص مثله من جهة أخرى؟ فإن وجدنا نسقه على هذا 5 المثال، فقد وجدنا خاصة في المثلثات المطلقة، وهي أن زواياها الثلاث مساويات بعضها لبعض. فبأيّ جهة من الجهات نطلب وجود مساواتها؟ فنضع أولاً كعادتنا أن زاويتي ا ب جـ ا جـ ب معادلتان لزاويتي ا ب د ا د ب؛ لأنا قد شرطنا هذا المأخذ في أول الكتاب. فإن كان هذا كما وضعنا، يلزم أن زاويتي جـ ب د جـ د ب تعدلان زاوية ا جـ ب. وذلك لأنه إن كان كذلك، فإن زاويتي ا د ب جـ ب د مضاف إليهما زاوية 10 ا ب جـ ‹مساويتان لزاويتي جـ ب د جـ د ب مضاف إليهما زاوية ا ب جـ.›

فإذًا مطلبنا هاهنا / هذا المطلب. فإذا سلكنا سبلنا صوابًا، ونتج لنا نتيجة صادقة، غير ل-١١ محال، فقد صار وضعنا ما وضعنا حقًا، فإن نتج الخلف والمحال، فإنه يلزم أن زوايا مثلث ا ب جـ ليست مثل زوايا مثلث ا ب د، ولا مثل زوايا مثلث آخر، سوى ما يشبهه، واحتجنا إلى عمل من الأعمال التي تكون أليق به، أعني أشدّ مناسبة إليه، أو ‹ما› كان 15 من جنس يقرن به.

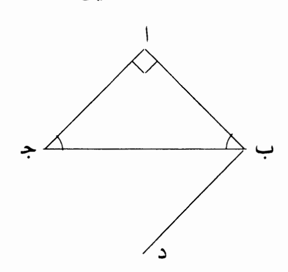
فنخرج د هـ موازيًا لـ ب جـ ونصل ا هـ ‹ا د› ليكون المثلثان متشابهين، ويحدث هناك زوايا متساوية، لتُلقى بعضُها من بعض، ويلزم لنا نتيجة إما صادقة وإما كاذبة، لأنا فرضناها أولاً بأنها صادقة. فزاوية ب د هـ مساوية لزاوية د ب جـ؛ وزاويتا هـ د ب ب د جـ مساويتان لزاوية هـ د جـ. فإذًا زاويتا ب د جـ د ب جـ مجموعتين معادلتان لزاوية 20 ب جـ ا. فقد لزم لنا ما طلبنا. لكن طلبنا مساواة زوايا مثلث ا ب جـ لزوايا مثلث ا ب د. فإذًا قد وجدنا خاصة لزوايا المثلث، بل خاصتين، لأنا وجدنا عند آخر المطلب أنا إذا أخرجنا ضلعًا من أضلاع المثلث، يحدث هناك زاوية خارجة تعدل الزاويتين الداخلتين المقابلتين لها في المثلث.

1 فيزيد: فنزيد [س، ح] – 2 ويزيد: ونزيد [س، ح] – 4 كل ما: فما [س] كما [ح] / في: من [س، ح] / فينقص: ينقص [س] – 5 المثلثات المطلقة: أي المثلثات بالإطلاق العام دون أن تدل على واحد بعينه / مساويات: متساويات [ل، س، ح] – 6 فبأيّ: فنأتي [س] – 9 وذلك: ناقصة [س] – 9-10 فإن زاويتي ا د ب جـ ب د مضاف إليهما زاوية ا ب جـ: فإن زاويتي ا د ب جـ ب د جـ د ب مضاف إليهما زاويتي ا ب جـ [ل] فإن زاويتي جـ ب د جـ د ب مضاف إليهما زاوية ا ب جـ [س] فإن زاويتي ا جـ ب جـ ب د جـ د ب مضاف إليهما زاويتي ا ب جـ [ح] – 12 محال: وهذا صواب محض / فإن: وان [س، ح] – 14 أو ‹ما› كان: أو ‹كان› [س، ح] – 16 المثلثان: المثلثين [ل] – 17 لتُلقى: ليلتقى [س] ليلقى [ح] / من: مع [س] / وإما: وأما [س، ح] – 19 هـ د جـ: د ب جـ [ل] / زاويتا: زاويتي [ل] / مجموعتين: مجموعتان [ل] / معادلتان: معادلتين [ل] – 22 يحدث: فيحدث [ل، س، ح]؛ وهو أيضًا جائز، ولكنه لم يأخذ بهذا في موضع آخر.



ونحن الآن نطلب خاصة أخرى لها، بعد ما قد تبين لنا أن جميع زوايا كل مثلث مثل جميع زوايا الآخر، بعضها لبعض، وهي أنا نطلب كمية تلك الزوايا. ولا بدّ لنا في هذا المطلب من مقياس يقاس به تلك الزوايا، ويجب أن يكون ذلك المقياس من جنسها، وهو الزاوية القائمة. فينبغي أن نفرض المثلث، ونجعل زاوية منه قائمة، لأنا إن جعلنا زاويتين 5 منه قائمتين، لا يحدث من عملنا مثلث بل يصير ضلعاه متوازيين لا يلتقيان؛ والمثلث يكون حدوثه بالتقاء أضلاعه الثلاث. فواجب إذن أن نفرض الضلعين المحيطين بالزاوية / القائمة متساويين. فنفرض مثلث ا ب جـ قائم الزاوية متساوي الساقين، فزاويته القائمة زاوية ا. فإذن نستعمل الخط الموازي، لأنه أشبه المناسب في هذا الموضع من غيره. فنخرج من نقطة ب خط ب د موازيًا لـ ا جـ، فيحدث هناك زاوية، فنطلب الخواص فيها. فوجدنا 10 زاوية د ب جـ مساوية لزاوية ب جـ ا. لكن زاوية ب جـ ا وضعناها مساوية لزاوية ا ب جـ، فزاويتا ا ب جـ د ب جـ متساويتان. لكن مجموعهما ‹زاوية› مساوية لزاوية ب ا جـ، فإذًا لزم أن زوايا مثلث ا ب جـ الثلاث معادلة لقائمتين.

ل – ١٢



لكن هذه الخاصة وجدناها في مثلث محدود، وهو الذي تكون إحدى زواياه قائمة، والضلعان المحيطان بها متساويين. لكن زوايا المثلثات المحدودة والمطلقة قد ذكرنا أنها

6 الثلاث: الثلاثة [س، ح] – 8 لأنه: لإنه [ح] / المناسب: التناسب [ح] – 9 موازيًا: مواز [ل] / لـ ا جـ: ا جـ [س] – 10 وضعناها: وضعناه [ل] – 13 وجدناها: وجدنا [ل] – 14 والضلعان المحيطان: والضلعين المحيطين [ل] / أنها: إنها [س، ح].

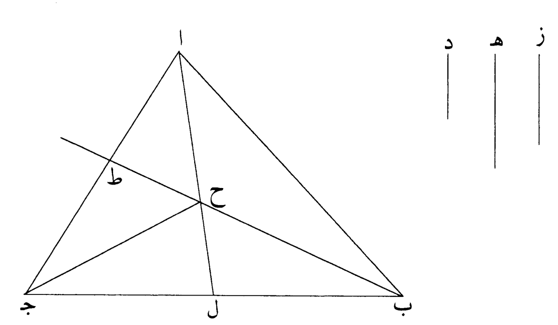
متساويات. فقد تبين لنا إذًا أن الزوايا الثلاث من كل مثلث تعدل زاويتين قائمتين؛ وذلك ما أردنا أن نشرح.

فهذا طريق من طرق طلب الخواص. فعليك بتهذيب فهمك وذهنك في هذه الصناعة. فإن في هذا المذهب، الذي هو استنباط الأشكال، تهذيب الفهم وصفاء 5 الذهن ‹ما هو› أنفع من قراءة كتب الهندسة التي أمر بها القدماء، حيث كان غرضهم في ذلك تقديم قراءة الهندسة على سائر كتب الفلسفة الرياضية، وتهذيب الذهن.

ولنمثل مثالاً آخر، على سؤال آخر، ليتدرب الناظر في هذه الصناعة وينفتح له ما استغلق عليه من السؤال، وهو أنه كيف نقسم مثلثًا مفروضًا بثلاثة أقسام على نسبة مفروضة.

10 فلنفرض المثلث ا ب جـ، والنسبة د هـ ز، وينبغي أن تكون هيئة الانقسام بثلاثة خطوط أخر، تجتمع في وسط المثلث.

فلنفرض المثلث مقسومًا كما أردنا، وهي مثلثات ا ب ح ا جـ ح ب جـ ح؛ ‹ولتكن› نسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ا جـ ح كنسبة د إلى هـ، ونسبة / مثلث ا جـ ح إلى مثلث ب جـ ح كنسبة هـ إلى ز. ل-١٣



15 ثم نتفكر في طلب عمل يجدي في هذا المطلب. فنخرج ب ح إلى ط، حتى يتبين لنا أن نسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ب جـ ح كنسبة ا ط إلى جـ ط. فإنا إذا قسمنا ضلع ا جـ على نسبة د إلى ز، يقع انقسام المثلثين منها على اشتراك خط ب ط، لا بدّ

1 الزوايا: زوايا [ل] – 5 ‹ما هو› أنفع : ‹وهو› أنفع [س] أنفع [ح] / أمر: آمن [س] – 7 وينفتح: ويتفتح [س، ح] – 8 نقسم: تقسم [س، ح] – 10 الانقسام: الانقسام يكون [ل] – 11 تجتمع : نجتمع [ح] – 12 ا ب ح: ا ب حـ [ل] – 12-13 ‹ولتكن› نسبة: فنسبة [س] – 15 نتفكر: نفكر [س، ح] – 16 فإنا: فأنا [س، ح] – 17 منها: ناقصة [س].

من ذلك. فنقسم ا جـ على ط على نسبة د إلى ز، ونصل ب ط، فلا بدّ من أن تقع نقطة الانقسام ‹على خط ب ط›، وحدوث الزاوية الكائنة من المثلث الذي يلي خط ا جـ، على خط ب ط. فإذًا نحتاج إلى عمل مثلث من ضلع ا جـ، ومن خطين يخرجان من نقطتي ا جـ ومن زاوية تقع على خط ب ط؛ إلا أن نسبته إلى أحد المثلثين الباقيين
5 كنسبة هـ إلى د أو إلى ز.

وأقوم الأعمال إليها العمل الأول، لأنه صحيح المأخذ: فإنا نعمل بضلع ب جـ مثل ما عملنا بضلع ا جـ، وهو أنا نقسم ضلع ب جـ على نقطة ل، على نسبة د إلى هـ، ونصل ا ل، فبين أن نسبة مثلث ا ح ب إلى مثلث ا ح جـ كنسبة د إلى هـ.

وقد بينا أن نسبة كل مثلثين يخرج ضلعاهما من نقطتي ا جـ ويجتمعان إلى خط
10 ب ط كنسبة مثلثي ا ب ط ب ط جـ. فإذن المثلثات الثلاثة معمولة في مثلث ا ب جـ على نسبة مفروضة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وطريق آخر: وهو أن نفرض المثلثات الثلاثة معمولة، ونخرج ب ح إلى ط. وينبغي أن نطلب مثلث ا ح ب، إلا أنا قد توهمنا أنه معمول كعادتنا في استخراج الأشكال بطريق التحليل. فنتفكر فيها فكرًا رياضيًا، ونطلب له طريقًا مأخذه قريب من مأخذ الأول، وهو
15 أنا: إن قسمنا ب ط على نقطة ح حتى تكون نسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ا ح ط ‹معلومة ومثلث ا ب ح› يكون معلومًا. ونسبة مثلث ا ح ط إلى مثلث ح ط جـ ‹معلومة›، لأنه معلوم لنا ‹نسبة ا ط إلى ط جـ›.

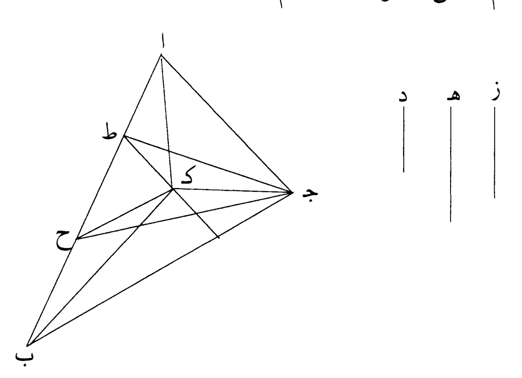
‹و›ليكن جميع مثلثي ا ط ح ا ح ب / منفردين إن أمكن إعلام النسب؛ فإذا ركبنا ل – ١٤ بعضها، تحصل مقسومة على النسبة المفروضة، بعدما علمنا أن نسبة كل مثلثين يقعان مثل
20 مثلثي ا ب ح جـ ب ح لنا معلومة. فنطلب هذا الطريق: هل نجده أم لا؟ إن كان نسبة ب ح إلى ح ط لنا معلومة، ونسبة ا ط إلى ط جـ معلومة، وبعد عمل المثلث، تكون نسبة مثلثي ح جـ ا ا ح ب معلومة، لأنه هو الغرض.

1 نسبة: ناقصة [س] / د إلى ز: ب إلى هـ [ل] – 2-3 يلي خط ا جـ: على خط ب جـ [س] – 6 وأقوم: واقدم [ل] فأقوم [س] فاقدم [ح] / الأعمال: ناقصة [ح] / فإنا: فأنا [س، ح] – 6-7 مثل ... ب جـ: مكررة [ل] – 7 أنا: أن [س، ح] / ل: ک [ح] ى [س] – 8 ا ل: ا ي [س] ا ک [ح] / فبين أن: فتكون [س] – 9 يخرج ضلعاهما: يخرجان ضلعيهما [ل، س، ح] – 13 ا ح ب: ا حـ ب [ل، س] – 14 فنتفكر: فنفكر [س] / مأخذ: يقصد مأخذ العمل الأول – 16 ‹معلومة ومثلث ا ب ح› يكون معلومًا: معلومة [س، ح] – 18 ‹و›ليكن: نسبة [س] لكن [ح] / ا ط ح ا ح ب: ا جـ ب ا ح ب [ل] ا ح ب ا ح جـ [س، ح] / منفردين: غير واضحة [ل] ناقصة [س] مفقودين [ح] / فإذا: اذا [ل، س] – 21 ط جـ: ط ح [س] / معلومة: معلوم [ل] – 22 الغرض: الفرض [ح].

والآن قد انقسم بنسبة دون الطلب، فإنّا نحتاج أن نقسم أحد الخطوط المتناسبة بأقسام ما ينقسم مثلثا ا ح ط ح ط جـ. فنقسم هـ بقسمين، تكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة د إلى ز، ونجعل نسبة ب ح إلى ح ط كنسبة د إلى أحد قسمي هـ؛ ونصل ا ح جـ ح. فنسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ا ح ط كنسبة د إلى أحد قسمي هـ، ونسبة مثلث
5 ا ح ط إلى مثلث ح ط جـ كنسبة أحد قسمي هـ إلى قسمه الباقي. فنسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ا ح جـ كنسبة د إلى هـ. وقد بينا أن نسبة مثلث ا ب ح إلى مثلث ب جـ ح الباقي كنسبة د إلى ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

طريق آخر لعمل هذا الشكل، وهو هذا: نقسم ضلع ا ب على نسبة د هـ ز على ح ط. ونصل خطوط جـ ح جـ ط. فبيّن أن كل مثلث من المثلثات المطلوبة مساوٍ لكل واحد
10 من هذه المثلثات.

هذا طريق في القصد الأول موهوم. ثم نتفكّر ونطلب النقطة التي تجتمع ‹عليها› خطوط أضلاع المثلثات المساوية لهذه المثلثات المعمولة. فنخرج ط كـ موازيًا لـ ا جـ؛ وذلك من أجل أنا علمنا أن كل مثلث مساوٍ لمثلث ا ط جـ، على قاعدة ا جـ، فهو يلقى الخط الموازي لـ ا جـ؛ وكذلك نخرج ح كـ يوازي ب جـ، من السبب الذي ذكرناه آنفًا؛
15 فيلتقيان على كـ. فنصل ا كـ ب كـ جـ كـ / ونحكم أنه صار مقسومًا كما أردنا؛ وهو بيّنٌ ل-١٥ سلوك طرائقها، وإن لم نكن نشرحه بالتمام.

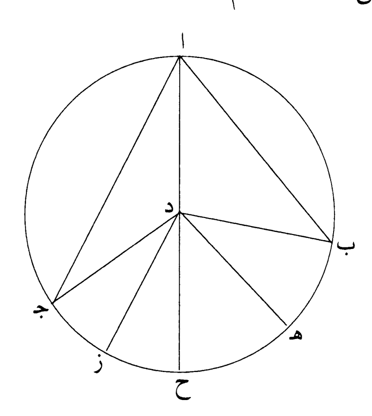


1 بنسبة: النسبة [ل، ح] / دون: وقت [ح] – 3-4 ونصل ... هـ: ناقصة [س] – 5 قسمه: قسمة [ل] – 6 ا ح جـ ... إلى مثلث: ناقصة [س] / ب جـ ح: د ح جـ [س] – 8 نسبة: ناقصة [س] – 9 مساوٍ: مساوية [ل] / لكل: ‹لكل› [س، ح] موجودة في المخطوطة – 11 القصد: الفصل [س] / نتفكر: نفكر [س] / تجتمع: تجمع [س، ح] – 12 ط كـ: ط ي [س] / وذلك: مكررة في السطر التالي [ل] – 14 لـ ا جـ: ا جـ [س] / ح كـ: ح ي [س] – 15 كـ: ل [ل] ي [س] / ا كـ ب كـ جـ كـ: ا ل ب كـ حـ كـ [ل] ا ي ب ي جـ ي [س] – 16 وإن: ولكن [س، ح].

ولهذا الشكل طريق آخر، إلا أنه يؤدي إلى هذين الطريقين اللذين ذكرناهما، فلذلك أهملناه وتركنا ذكره.

وأما من مثال قولنا إنه إذا كان لنا مقدمة أو قانون، من المقدمات والقوانين، ثم لتلك المقدمة أو القانون مقدمة، ثم لتلك المقدمة أيضًا مقدمة، فإنه سيمكن البرهان على المقدمة أو القانون، من مقدمة مقدمته: فنفرض دائرة ا ب، مركزها نقطة د، وقد ركب على قوس ب ا جـ زاوية ب ا جـ ونصل ب د جـ د. أقول: إن زاوية ب د جـ ضعف زاوية ب ا جـ.

أما أقليدس فإنه قد برهنه بالخاصة التي في الزاوية الخارجة من المثلث إذا أخرج أحد أضلاعه، وهو الشكل الثاني والثلاثون من المقالة الأولى من كتابه في *الأصول*. لكنّ الشكلَ التاسع والعشرين والحادي والثلاثين مقدمتان لذلك الشكل. فينبغي أن نمتحن: هل يمكن استخراجه منهما أو من أحدهما أم لا؟



فنجيز على نقطة د خطًا موازيًا لـ ا ب، وهو هـ د، وخطًا آخر موازيًا لـ ا جـ، وهو د ز، ونخرج ا د إلى ح. هذا هو استعمال الشكل الحادي والثلاثين الذي قدمه على مقدمته. لكن زاوية هـ د ح الخارجة تعدل زاوية ب ا د الداخلة، وزاوية هـ د ب تعدل زاوية د ب ا المتبادلة. ولكن زاوية د ب ا تعدل زاوية ب ا د ‹لتساوي الساقين›. وإنّ

3 من مثال: متآكلة [ل] ما أردنا [س، ح] / قولنا: بقولنا [س، ح] / إنه: أنه [س، ح] / قانون: قانونا [ل] – 4 سيمكن: يمكن [س] – 6-7 ونصل ... ب ا جـ: مكررة [ل] – 6 إن: أن [س، ح] – 9 والثلاثون: والثلثين [ل] – 10 والعشرين: والعشرون [س، ح] / والثلاثين: والثلاثون [س، ح] – 12 لـ ا ب: ب ا [س، ح] / هـ د: د هـ [س، ح] / لـ ا جـ: جـ ا [س] ا جـ [ح] – 13 د ز: ز د [س] / ا د: د ا [س] / قدمه: قدمته [س] – 14 هـ د ح: ح د هـ [س] / ب ا د: د ا ب [س] / هـ د ب: ب د هـ [س] – 15 د ب ا (الأولى والثانية): ا ب د [س] د ا ب [ح] / ب ا د: د ا ب [س].

تساوي الساقين الذي ظهر في هذا الشكل، لم يكن من جهة المقدمة، لكن هو خاصة الشكل الذي وجّبها في هذا الشكل، فلنحتفظ بهذا المعنى.

فإذًا زاويتا ب د هـ هـ د ح، كل واحدة منهما، تعدل زاوية ب ا د، فإذًا زاوية / ب د ح ضعف زاوية ب ا د. وهو بيّن أيضًا بمثل هذا على أن زاوية ح د جـ ضعف زاوية ل-١٦

5 د ا جـ. فإذًا جميع زاوية ب د جـ ضعف جميع زاوية ب ا جـ.

هذا استعمال الشكل التاسع والعشرين. فقد استعملنا مقدماتها وأنتج لنا تصحيحها؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ونمثل مثالاً لاشتراكات الأشكال بعضها لبعض، بالأشكال المركبة من انقسام خط على نسبة ذات وسط وطرفين؛ فإن الأشكال التي تؤلف من ذلك، عامتها تشوب فيها

10 الخمسة. وذلك أن عمل المخمس المتساوي الأضلاع يشوبه انقسام خط على نسبة ذات وسط وطرفين، ومن تركيب نصف القطر وضلع المعشر الذي هو مناسب لضلع المخمس، لأنه وتر نصف قوسه، يَنْتِجُ خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين. وإن الوترين الواقعين في دائرة المخمس، أعني اللذين يخرجان من زوايا المخمس الكائن في الدائرة، يقسم أحدهما الآخر على نسبة ذات وسط وطرفين. ‹وإن كل خط يقسم بقسمين على

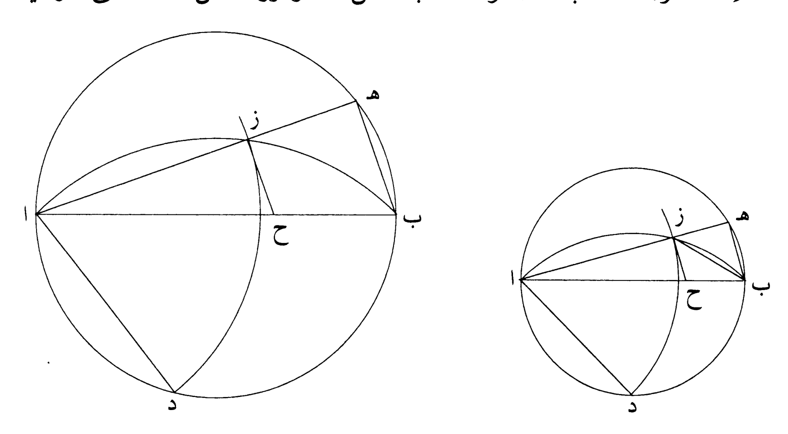
15 نسبة ذات وسط وطرفين›، ويضاف إلى قسمه الأطول مثلُ نصفِ الخطِّ كله، فإن مربع ذلك خمسة أمثال مربع نصف الخط. وإن كل خط يقسم بقسمين على هذه النسبة ‹ويضاف إلى القسم الأطول ضعف القسم الأصغر›، فيكون مربع الخط كله خمسة أمثال مربع القسم الأول. وإن كان كل خط يقسم على نسبة ذات وسط وطرفين، ويضاف إلى القسم الأقصر مثل نصف القسم الأطول، فإن مربع ذلك خمسة أمثال مربع نصف القسم

20 الأطول.

ومن تركيب أضلاع شكل مربع مقسوم بخمسة أقسام متساوية، وتفصيلها، ينتج خط مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين. وأعني بالتركيب: إضافة بعض الخطوط إلى بعض، وإيصالها حتى تصير خطًا واحدًا مستقيمًا؛ وبالتفصيل أن يُقسم الأطولُ بقسمين ليساوي أحد قسميه القسمَ الأقصر.

2 وجّبها: أوجبها [س] / المعنى: الشكل [س] – 4 بمثل: مثل [ل، س، ح] – 12 يَنتج: يُنتج [س، ح] / خط مقسوم: خطًا مقسومًا [ل، س، ح] / وإن: وأن [س، ح] – 16 بقسمين: قسمين [س] – 21-22 خط مقسوم: خطا مقسوما [ل] – 23 بقسمين: لقسمين [س، ح].

مثلاً: نفرض مربع ا ب،/ إلا أن زاوية هـ قائمة، حتى يكون مربعا ا هـ هـ ب مثل   ل-١٧
مربع ا ب. ونجد خطًا آخر، وهو ا د، يكون ضعف مربعه مثل مربع ا ب، وهو يساوي
ا ز. فأما طلب خط ا د، فهو سهل، من جهة أنا ندير نصف دائرة ا د ب، ونقسمها
بنصفين على د، ونصل ا د. فضعف مربع ا د يعدل مربع ا ب. فإذًا نحتاج أن نطلب
5 خط ا هـ، إذا أخرجنا هـ ب، يكون هـ ب مثل هـ ز وزا مثل ا د حتى يؤدي غرضنا.



فأما تحصيلها، فبأنا نصور حال استخراج ذلك الخط. وذلك أن وجود ز هـ مثل هـ ب
‹ينتج من مساواة زاوية هـ ب ز زاويةَ هـ ز ب›، فبين أنا إذا أخرجنا ا هـ، وعملنا على
نقطة ب من خط هـ ب زاوية نصف قائمة، ووصلنا ب ز، يصير خط ز هـ مثل خط هـ ب.

وبعد ذلك، احتجنا إلى طلب مساواة ا ز ا د. يجب أن نتوهم خط ا هـ أنه تحرك
10 على نقطة ا – فندير على مركز ا وببعد ا د دائرة د ز – ‹وخطًا آخر يقع على نقطة ز من
دائرة د ز›، فلا بدّ من أن يقع ذلك الخط على دائرة د ز. فإذًا احتجنا إلى عمل قوس
تقبل زاوية مساوية لقائمة ونصف، مثل قوس ا ز ب، من أجل أن دائرة د ز إذا قطعته،
وخرج ا ز إلى هـ، ووصل ب ز [حتى]، تصير زاوية ا ز ب الخارجة مثل زاويتي هـ ب
الداخلتين. لكن بيّن لنا أن زاوية هـ قائمة حتى تلزم لنا مساواة زاوية ب نصف قائمة.
15 وينتج من ذلك مساواة زاوية ب زاوية ز من مثلث ز هـ ب، حتى صار خط هـ ز مثل
خط هـ ب، وخط ا ز مثل خط ا د. ‹فقد انقسم ا هـ على نقطة ز، وكان مربع ا ز

1 ا ب: ا د [ل، س، ح] / مربعا: مربعي [ل] – 3 ا ز: ز ا [س] / ا د: ا جـ [ل، س، ح] – 10 ا د: ا ب د [س] – 12 تقبل: يقبل [س، ح] / د ز: د ا ز [ل، س، ح] / قطعته: قطعه [ل، س، ح] – 13 ا ز ب: د ز ا [س] – 14 تلزم: يلزم [س، ح] – 16 هـ ب: هـ د [س]، انظر الأشكال الأول من المقالة الثالثة عشرة من أصول أقليدس، وانظر أيضًا شرح السجزي لهذه الأشكال (مخطوطة اسطنبول ، رشيد ١١٩١، ص. ١٠٣و–١٠٥ظ).

ضعف ضرب ا هـ في هـ ز، فيكون مربع ا هـ ا ز مجموعين ثلاثة أمثال مربع ا هـ. فنفرض مربع ا ب ثلاثة أمثال مربع ا د المساوي لـ ا ز، ونبين كما بيّنا آنفًا أن مربع ا ز مساوٍ لضرب ا هـ في هـ ز›. فقد انقسم ا هـ على ما أردنا.

لكن بالنقل، إذا أخرجنا ز ح موازيًا لـ هـ ب، يصير ا ب مقسومًا على ما أردنا، والبرهان عليه سهل؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ولنطلب الآن كيف نبرهن على الشكل الذي أتى به بطلميوس في كتاب *المجسطي*، من أن كل قوسين مختلفتين من دائرة مفروضة، فإن نسبة وتر القوس العظمى إلى ‹وتر› القوس الصغرى تكون أقل من نسبة القوس العظمى إلى القوس الصغرى.

ونحتاج في هذه / المسألة إلى استعمال الذهن، وتصور الأعمال المركبة، وائتلاف الأشكال؛ إلا أنه – وأمثاله – يكون سهلاً من جهة أنه معلوم عندنا حقيقة السؤال، ومعمول أيضًا الأعمال التي بها برهنه. فبهذين الوجهين، تسهل هذه المسألة وأمثالها. ولما عسر علينا البرهان على هذا المطلب، بغير إضافة عمل آخر إليه، نضطر إلى عمل آخر إذا أضفناه إليه يسهل من تركيبهما البرهان عليه. فبالعمل الذي أتى به بطلميوس يسهل لنا عملنا، بأنه كيف أخذ مأخذًا، وأي شيء أضافه إليه حتى برهن عليه. فقد أضاف إليه مثلثات مؤلفة من خطوط مستقيمة ومن قسي، ثم برهنه بتوسط تلك المثلثات وزواياها وأوتارها وقسيها.

ونقول هاهنا قولاً ليس من هذا السؤال؛ إلا أنّا نحتاج إلى ذلك: وهو أنّا طلبنا مأخذنا في هذا الشكل من المأخذ الذي أتى به القدماء، من جهة أن للأشكال مناسبات وخواص، إذا فكر الحاذق فيها، تظهر له أنها مشتبكة بعضها مع بعض ومشوبة بعضها ببعض، كأنها تصير ذاتًا واحدة وحالاً واحدًا، لأن لها رباطات ومدارات، إذا توهمناها مختلفة في النوعية متفقة في الجنسية، تلزم ذوات خواصها، التي هي مشاركة لها في الجنسية معًا.

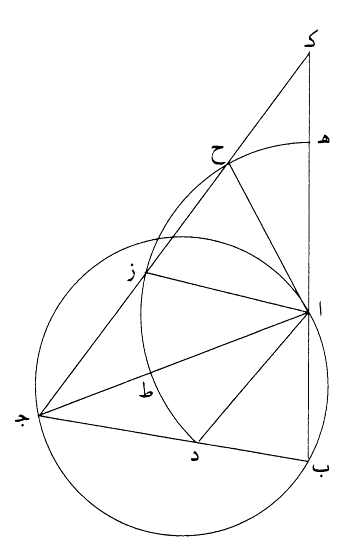
مثلاً كتقاطع وترين، أحدهما الآخر، في الدائرة: فإن بعضها يناسب بعضًا، فهذا قول مطلق في الجنسية لها. فتأتي جهة في النوعية، ويأتي حالٌ يُوقعُ الوترين القاطعين

ل – ١٨

4 لكن ... على ما أردنا: ناقصة [س] – 4 ز ح: ز جـ [ل، ح] – 6 على: على أن [س] / بطلميوس: بطليموس [س، ح] – 7 مختلفتين: مختلفين [س، ح] / ‹وتر›: نجدها في [س، ح] – 8 تكون: يكون [س، ح] – 9 وتصور: ونصور [ل] – 10 أنه: يقصد الشكل – 12 إضافة: أضافة [س، ح] / إليه: الضمير يعود هنا ضرورة على «المطلب» – 13 أضفناه: اضفنا [ل] / تركيبهما: تركيبها [ل]؛ وهذا جائز / بطلميوس: بطليموس [س، ح] – 14 وأي شيء: وأتى بشيء [س] / برهن: برهنه [ل، ح] / أضاف: اضافه [ل] – 15 بتوسط: بتوسيط [س، ح] – 20 واحدة: واحدا [ل، س، ح] – 21 تلزم: يلزم [س، ح] / مشاركة: مشتركة [ل، ح] – 24 يُوقع: وقوع [س] توقّع [ح].

أحدهما الآخر في الدائرة، يلزم معه خاصته، التي هي ذات النسبة. فإذا فحص فاحص عن كيفية تلك الحال، بتوسط أشكال تقف عليه ‹و›على كنه تلك الخاصة – [و]كلزوم مناسبة الخطوط المحيطة بالسطوح للسطوح، وكقبول القوس الزوايا المتساوية، وكمساواة المثلثات التي على قواعد متساوية وفيما بين الخطين المتوازيين – فهذه وأشباهها، إذا فحص 5 فاحص، يوجد / خواصها وذواتها، إن شاء الله. ولهذا السبب، وأشباهه من خواص ل-١٩ الأشكال ونسقها، نعتمد على طبائعها في أول الأمر، قبل وجودنا له، اعتمادًا ما.

ثم نعود الآن إلى ما قلنا: نفرض القوس ب ا جـ، ونقسمه بقسمين مختلفين على ا، والأطول ا جـ، ونخرج وتري ا ب ا جـ؛ أقول: إن نسبة قوس ا جـ إلى قوس ا ب أعظم من نسبة وتر ا جـ إلى وتر ا ب.



10 برهانه: أنا نصل ب جـ، ونخرج ب ا إلى ك، ونجعل ا ك مساويًا لـ ا جـ.

وعملنا على هذا النسق، من جهة أنا نضيف إلى هذا الشكل أعمالاً منسقة لهذه الهيئة؛ لا يمكن لنا عمل آخر.

ثم نصل جـ ك. فقد أضاف إلى صورة الشكل التي كانت مطلوبنا أولاً مثلثين، أحدهما مثلث ا ب جـ، والآخر مثلث ا ك جـ. لكن لا يلتئم الغرض بهذين المثلثين.

2 تقف عليه: يقف بها [س، ح] / الخاصة: الخاصية [ل]، هذا هو الموضع الوحيد الذي يكتب فيه الناسخ هذه الكلمة على هذه الصورة – 5 خواصها: أحوالها [س، ح] – 6 قبل: من قبل [س، ح] / له: الضمير يعود هنا على المطلوب وهو البرهان على شكل بطلميوس – 7 ب ا جـ: ا ب د [ل] – 8 إن: أن [س، ح] – 10 ك: ل [ل] / ا ك: ا ل [ل] / لـ ا جـ: ا جـ [س] – 11 أعمالاً: اعمال [ل] – 13 جـ ك: جـ ل [ل].

فنخرج ا د موازيًا لـ كـ جـ. وإخراجنا ا د موازيًا لـ كـ جـ من أجل أن فيه نسق: إما مساواة زاويتي د ا جـ أو د ا ب ‹لزاوية› ا كـ جـ.

ثم نستعمل هاهنا الحذق، وهو أن نخرج ا ز موازيًا لـ ب جـ. فقد احتجنا إلى عمل قطع من الدوائر حتى نعلم الزوايا نفسها، ونجد كمية تناسب أضلاع المثلثات وزوايا القسي، ثم نطلب حتى نجد التناسب فيما بين قوسي ب ا ا جـ وبين زوايا القطع. فندير على مركز ا وببعد ا ز قوس ط ز ح هـ. وعملنا هذه الدائرة على مركز ا، يكون من جهة أن المطالب التي تكون على قوس ط ز ح هـ مناسبة للزوايا التي تكون عند نقطة ا. ثم نطلب آخر العمل: تناسب الزوايا التي عند نقطة ا والزوايا التي تحيط بها أضلاع ا ب ا جـ ب جـ، ليلزم لنا غرضنا.

فمن جهة أن خط ز ح أصغر من خط ز كـ، يكون قوس ح هـ مثل قوس ز ط. ونصل ا ح، فيكون ا ح مثل ا ز، وقطعة ز ط جـ مثل قطعة ح هـ كـ.

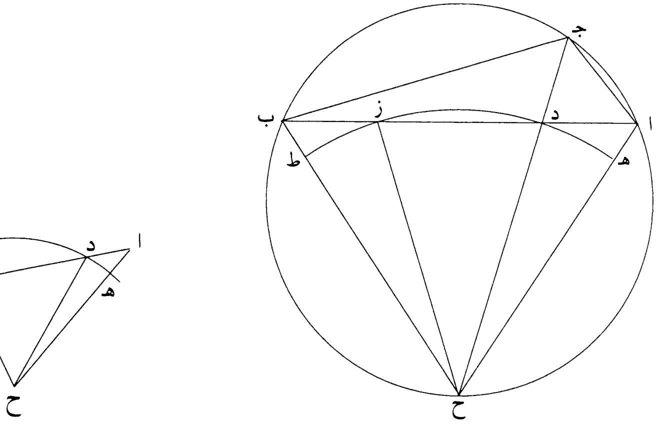
ثم نطلب غرضنا بالتناسب بين القطع وبين القسي وبين المثلثات وبين الأضلاع. ونحتاج أن نتوهم هاهنا النتائج أولاً، ونحل من الغرض إلى المأخذ، ثم نرتقي من المأخذ إلى الغرض. / وهاهنا استعمال الحدس. ل – ٢٠

فمن أجل أن قطعة ا ز ط مساوية لقطعة ا هـ ح، وقطعة هـ ح كـ مساوية لقطعة ز ط جـ، ونأخذ قطعة ح ز ا مشتركة ومثلث ا ح ز، تكون نسبة مثلث ا ز جـ إلى مثلث ا ز كـ أعظم من نسبة قطعة ا ز ط إلى قطعة ا ز هـ. فنسبة خط ز جـ إلى خط ز كـ إذًا أعظم من نسبة زاوية ط ا ز إلى زاوية ز ا كـ. لكن نسبة خط ز جـ إلى خط ز كـ كنسبة خط ب ا إلى خط ا جـ، لأن ا جـ مثل ا كـ. فنسبة زاوية جـ ا ز إلى زاوية ز ا كـ أقل من نسبة ب ا إلى ا جـ. لكن زاوية جـ ا ز مثل زاوية ا جـ د وزاوية كـ ا ز مثل زاوية ا ب جـ. فنسبة زاوية جـ إلى زاوية ب أقل من نسبة خط ب ا إلى خط ا جـ. فإذن نسبة قوس ا جـ إلى قوس ا ب أكبر من نسبة خط ا جـ إلى خط ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ونطلب البرهان عليه بجهة أخرى: نفرض دائرة ا ب ح وقوسي ا جـ جـ ب مختلفتين، الأعظم جـ ب، ونقول ما قلنا. فنصل ا ب ونقسم زاوية جـ بنصفين بخط

1 لـ كـ جـ (الأولى والثانية): كـ جـ [س] / أن فيه نسق: النسق [س] أن فيه النسق [ح] / إما: أما [س، ح] – 2 ‹لزاوية›: ‹مع› [س، ح] – 3 لـ ب جـ: ب جـ [س] – 4 نفسها: بقسيها [ح] – 5 ب ا: را [ل] – 7 قوس ط ز ح هـ: قسي ط ز ح هـ [ل، س، ح] – 9 ليلزم: ليكون مرّ [س] – 10 ز ح: ز جـ [ل، ح] / ز كـ: ز ل [ل] – 11 ز ط جـ: ز ط ح [س] – 13 هاهنا: هنا [س، ح] – 15 هـ ح كـ: هـ ح ل [ل] – 16 ز ط جـ: ز ط ح [س] / ا ز جـ: ا ز ح [س] – 17 ز جـ: ز ح [س] – 18 ز جـ: ز ح [س] – 20 ا جـ د: ا جـ كـ [س] – 21 ا ب جـ: ب ا جـ [ل] – 24 مختلفتين: مختلفتان [ل].

جـ ح. وانقسام الزاوية بنصفين من أجل أن خط ا ب يصير منقسمًا على د، وتكون نسبة ا د إلى د ب كنسبة ا جـ إلى جـ ب. فيصير خط ا ب لنا حدًا وسطًا للأعمال التي نحتاج إليها.



ثم نحتاج إلى عمل في هذه الدائرة أو خارج عنها، يجدي زاويتي ا ب مجموعتين 5 على نقطة واحدة؛ وذلك من أجل أنا إذا جعلنا تلك النقطة مركزًا، وأدرنا قوسًا على بعد يجدي غرضنا. وهذه الأعمال مبهمة عندنا في أول الأمر، إلا أن هذا المأخذ مأخذ صواب.

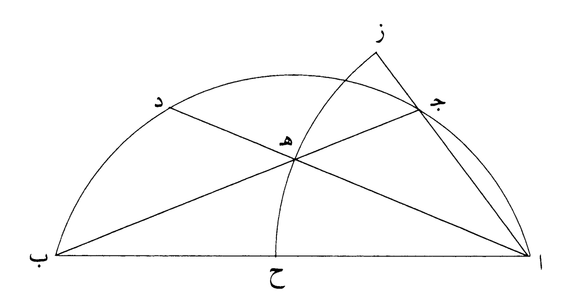
فنصل ا ح ب ح؛ فقد اجتمع زاويتا ا ح جـ ب ح جـ على نقطة ح، وهما مساويتان لزاويتي ا ب. / وبإيصالنا خطي ا ح ب ح على نقطة ح – ولم نخرج من نقط ا جـ ب ل – ٢١ 10 ثلاثة خطوط تجتمع على نقطة أخرى، أي نقطة كانت من قوس ا ح ب – من جهة أنا إن وجدنا غرضنا بهذا العمل، فإنه أقرب مأخذًا إلى وجود الغرض، إذا أخرجناها على انتصاف قوس ا ح ب، من جهة تناسب خطي ا د د ب وخطي ا جـ جـ ب. وما هو أقرب إلى المناسبة وإلى النظم، فهو أقرب إلى الوجود. ثم يجب أن نطلب قوسًا على مركز ح وببُعد ما، ولا أدري الآن أي بعد هو، حتى يلزم بالقطع والقسي والزوايا التي عند 15 نقطة ح وخطي ا د د ب ومثلثي ا د ح د ح ب فصلُ تناسب قوس ب جـ إلى قوس جـ ا على وتر ب جـ إلى وتر جـ ا. فهاهنا موضع المغالطة، وهو إن قال قائل: «إنا ندير

1 وانقسام: وانقسامنا [ل، ح]، مما لا يجوز في هذا السياق، وإن أردنا الاحتفاظ بنون الجماعة، علينا أن نقول «وتقسيمنا» – 4 مجموعتين: مجموعتان [ل] – 6 مبهمة: مهمة [س] – 8 زاويتا: زاويتي [ل] / مساويتان: متساويتان [ل] – 14 والزوايا: والزمن [س] – 15 فصلُ: فصل [س] – 16 إن: أن [س، ح] / إنا: أنا [س، ح].

على مركز ح وببعد ح د قوس هـ د ط، ونخرج ح ب إلى ط على ما في هذه الصورة»،
وقد برهنه عليه، قلنا له: إنه لا يمكن ذلك، لأن خط ا ح مثل خط ب ح، ووقع طرف
القوس على نقطة هـ، فيقع أيضًا الطرف الآخر منها على نقطة ط، بحذاء نقطة هـ.

فمن أجل أن مدار القطع والمثلثات يكون على نقطة د في هذا الشكل، في كل
5 الوجوه، كما كانت أولاً، ندير على مركز ح وببعد د ح قوس هـ د ز ط، حتى نجد مطلبنا
أم لا. ونخرج ح ز، ‹فيكون نسبة› قطعة ز د ح إلى قطعة د هـ ح أعظم من نسبة مثلث
ز د ح إلى مثلث ح د ا. فبالتركيب، نسبة قطعة د ط ح إلى قطعة د ح هـ أعظم من
نسبة مثلث د ح ب إلى مثلث د ح ا. فإذن نسبة قوس د ط إلى قوس د هـ أعظم من
نسبة خط د ب إلى خط د ا. لكن نسبة قوس د ط إلى قوس د هـ كنسبة ‹زاوية
10 ب ا جـ إلى زاوية ا ب جـ، التي هي كنسبة قوس ب جـ إلى قوس جـ ا، ونسبة خط
د ب إلى خط د ا كنسبة› وتر ب جـ إلى وتر جـ ا؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ولما كان غرض بطلميوس في الجزء وفي نصف الجزء، لزمنا أن يكون القوسان اللذان
يبرهن / عليهما أقل من نصف الدائرة. ونحتاج في هذه المسألة هذه الشريطة لأنا نأتي ل – ٢٢
عليها برهانًا سوى البراهين المتقدمة، ونسلك فيها طريقًا آخر وهو هذا:

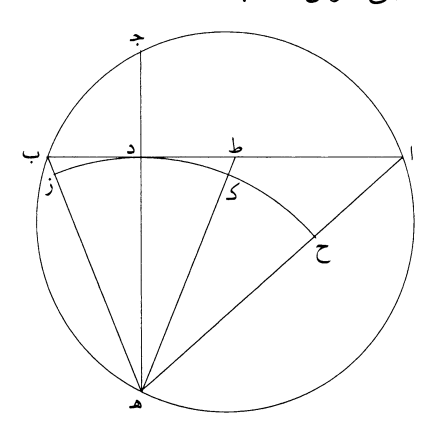


15 نفرض قوس ا ب أصغر من نصف الدائرة، ونقسمه بقسمين مختلفين على جـ،
والأطول جـ ب. ونصل ا جـ جـ ب، ونجعل ب د مثل ا جـ ونصل ا د. وندير على مركز
ا وببعد ا هـ قوس ح هـ ز، ونخرج ا جـ إلى ز. فبيّن أنه يقع خارج القوس، وبيّن أيضًا

2 وقد: قد [ل] و [س، ح] / عليه: الضمير هنا يعود على الحكاية / إنه: أنه [س، ح] – 3 الطرف: طرف [ل، س، ح] / ط: ز [ل، س، ح] – 5 د ح: د [ل، س، ح] – 8 د ط: ذ ط [ل] – 9 إلى: ناقصة [س] / د ا: د هـ [ل، س، ح] – 9-11 ‹زاوية ... كنسبة›: ‹قوس ب جـ إلى قوس جـ ا. فنسبة قوس ب جـ إلى قوس جـ ا أكبر من نسبة› [ح] – 11 ب جـ: د جـ [س] – 12 بطلميوس: بطليموس [س، ح] / القوسان اللذان: القوسين اللذين [ل] – 13 الشريطة: قد تقرأ أيضًا «الشرائط» [ل] المغالطة [س] / لأنا نأتي: لأن يأتي [س، ح] – 14 برهانًا: برهان [س، ح].

أن ا هـ مثل هـ ب. فنسبة قطعة ا ز هـ إلى قطعة ا هـ ح أعظم من نسبة مثلث ا جـ هـ إلى مثلث ا هـ ب. فبالتركيب، نسبة قطعة ا ز ح إلى قطعة ا هـ ح أعظم من نسبة مثلث ا جـ ب إلى مثلث ا هـ ب. ونسبة قوس ز ح إلى قوس هـ ح كنسبة قوس جـ ب إلى قوس د ب. فإذًا نسبة قوس جـ ب إلى قوس د ب أعظم من نسبة خط جـ ب إلى خط هـ ب. لكن خط هـ ب مثل خط ا هـ، وخط ا هـ أعظم من خط ا جـ، لأنا فرضنا قوس ا جـ ب أصغر من نصف الدائرة. فإذن نسبة قوس جـ ب إلى قوس جـ ا أعظم كثيرًا من نسبة وتر جـ ب إلى وتر ا جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

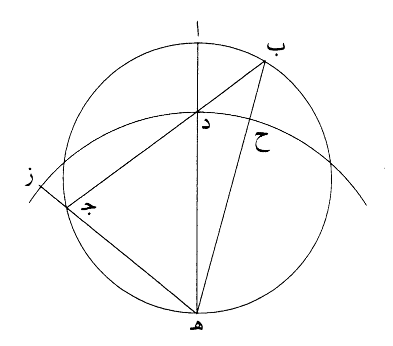
دائرة ا ب جـ مفروضة، وقوسا ا جـ جـ ب مختلفتان، ا جـ أعظم من جـ ب. ونخرج ا ب ونخرج من نقطة جـ عمودًا على ا ب. فأقول: إن نسبة خط ا د إلى خط د ب أعظم من نسبة قوس ا جـ إلى قوس جـ ب.



برهانه: أنا نخرج عمود جـ د إلى هـ، ونصل هـ ب هـ ا، ونخرج هـ ط مثل هـ ب، وندير على مركز هـ وببعد هـ د دائرة ز د كـ ح. فنسبة مثلث ا د هـ إلى مثلث د ب هـ أعظم من نسبة قوس ح كـ د إلى قوس د ز، لأن مثلث ا د هـ زائد على القطعة بمنحرف ا ط كـ ح ‹وقطعة ط كـ د›، وقوس ح د وتر زاوية ا هـ د، وقوس د ز وتر زاوية د هـ ز، وكذلك قسي ا جـ جـ ب وتراهما، فهما متناسبان. فنسبة ا د إلى د ب أعظم من نسبة ‹قوس› ا جـ إلى ‹قوس› جـ ب؛ / وذلك ما أردنا أن نبين. ل – ٢٣

1 أن ا هـ: هذه العبارة في المخطوطة، واعتقد [س] أنه أضافها إلى النص، وتبعه في هذا [ح] / مثل: في المخطوطة أيضًا وظن [س] عكس ذلك – 8 وقوسا: وقوسي [ل] – 9 إن: أن [س، ح] / خط (الأولى): ناقصة [س] – 10 قوس (الثانية): ناقصة [س، ح] – 12 وببعد: وببعض [س] – 13 د ز: د ز كـ [س] – 14 ا ط كـ ح: أثبت الحاء تحت السطر [ل].

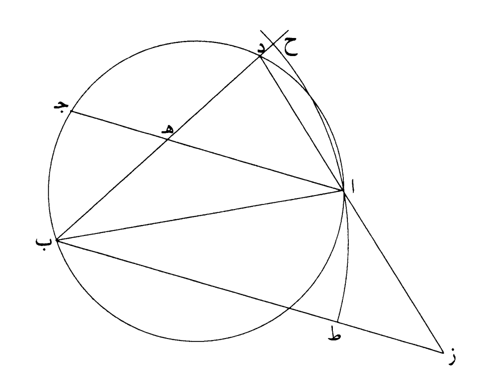
قوس ا جـ أعظم من قوس ا ب؛ فأقول: إن نسبة وتر ضعف قوس الأطول إلى وتر ضعف قوس الأصغر أصغر من نسبة قوس الأطول إلى قوس الأصغر.



برهانه: أنا نخرج القطر ا هـ، ونخرج هـ ب هـ جـ، ‹ونخرج ب جـ وليقطع ا هـ على نقطة د›، ونديز على مركز هـ وببعد هـ د قوس ح د ز، فنقطة ز إما أن تقع على نقطة جـ ‹من خط جـ د› وإما خارجًا منه، لأنها إن وقعت داخل خط جـ د، فتكون زاوية ا د جـ إما قائمة وإما حادة، وليس الأمر كذلك. فنسبة مثلث ب د هـ إلى مثلث د جـ هـ أعظم من نسبة قطعة ح د هـ إلى قطعة د ز هـ، فنسبة خط ب د إلى خط د جـ أعظم من نسبة زاوية ح هـ د إلى زاوية د هـ ز، ومن نسبة قوس ب ا إلى قوس ا جـ. لكن نسبة ب د إلى د جـ كنسبة وتر ضعف قوس ب ا إلى وتر ضعف قوس ا جـ. فنسبة وتر ضعف قوس ا ب إلى وتر ضعف قوس ا جـ أعظم من نسبة قوس ب ا إلى قوس ا جـ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

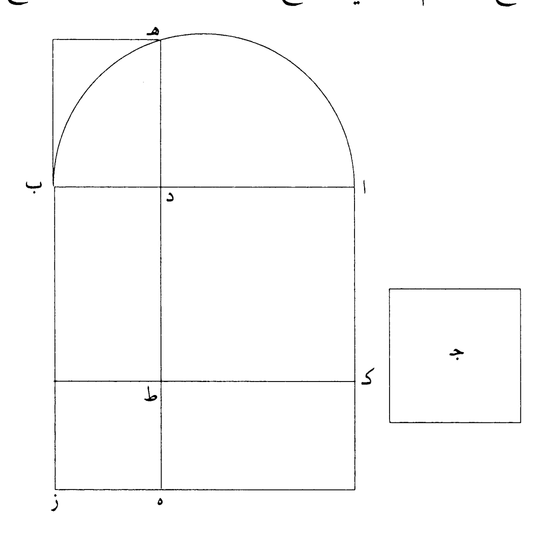
نفرض دائرة ا جـ ب، وقد وقع فيها وترا ا جـ ب د، ويقاطع أحدهما الآخر على نقطة هـ؛ أقول: إن نسبة خط د هـ إلى خط هـ ب أصغر من نسبة قوس ا د إلى قوس جـ ب.

1 إن: أن [س، ح] – 2 أصغر: أعظم [ل، س، ح] – 4 ح د ز: د ح ز [ل، س، ح] – 5 وإما: وانه [ل، ح] أو [س] / لأنها: لأنه [ل، س، ح] / إن: أن [س، ح] / وقعت: وقع [ل، س، ح] / جـ د: حر [ل] ح ز [س، ح] – 6 ا د جـ: ا ز د [س] / إما (الأولى والثانية): أما [س، ح] – 7 ح د هـ: حـ د هـ [س] / د جـ: ز جـ [س] – 8 ح هـ د: حـ هـ د [س] / ا جـ: ا ز [س، ح] – 9 د جـ: ز حـ [س] – 12 وترا: وتري [ل] / ويقاطع أحدهما: وتقاطع أحدهما ‹مع› [س] وتقاطع أحدهما [ح] – 13 إن: أن [س، ح].



برهان ذلك: أنا نخرج د ا إلى ز، وندير على مركز ب وببعد ب ا دائرة ح ا ط، ونخرج ب د إلى ح، ونخرج ب ز يوازي ا جـ. فنسبة مثلث ا د ب إلى مثلث ا ز ب أصغر من نسبة قطعة ا ح ب إلى قطعة ا ط ب. وكذلك نسبة خط ا د إلى خط ا ز أصغر من نسبة زاوية د ب ا إلى زاوية ا ب ز. لكن زاوية ا ب ز مثل زاوية جـ ا ب 5 ويوترهما قوسا ا د جـ ب. فنسبة ا د إلى ا ز أصغر من نسبة قوس / ا د إلى قوس جـ ب. ل – ٢٤ لكن نسبة خط ا د إلى خط ا ز كنسبة خط د هـ إلى ‹خط› هـ ب. فنسبة خط د هـ إلى خط هـ ب أصغر من نسبة قوس ا د إلى قوس جـ ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

كيف نقسم خط ا ب بقسمين، يكون السطح الكائن من جميع خط ا ب وأحد قسميه، مضافًا إليه مربع القسم الباقي ومربع جـ المفروض، يعدل مربع ا ب؟



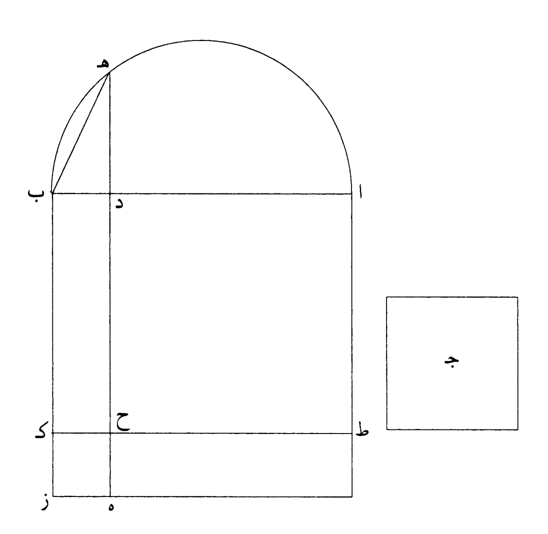
3 ا ح ب: ا حـ ب [س] / ا ط ب: ا ز ب [ل، س، ح] – 5 ويوترهما: ووتراهما [ل، س، ح] – 9 الباقي: الثاني [س، ح] / ومربع: والمربع [س].

فنحتاج أن نضيف إلى ا ب مربعًا، لأنه يقع تحت الحس، وعليه مدار آخر العمل. ثم نفرض ا ب مقسومًا، كما أردنا، على نقطة د. فإذا كان كذلك، فإنا نحتاج أن نخرج د ه موازيًا لـ ب ز، ليعلم أن سطح د ز هو الذي يحيط به ا ب د ب. فنحتاج إلى عمل مربع على خط ا د، فنعمل مربع ا ط. فإن كان مربع 5 ا ط وسطح د ز ومربع جـ تعدل مربع ا ب، فلا محالة يكون سطح كـ ه مساويًا لمربع جـ. لكن المتممين متساويان، فسطح كـ ه يعدل سطح ب ط، لأنهما المتممان. لكن سطح ب ط هو الذي يحيط به خطا ا د د ب. فإذا أدرنا على قطر ا ب نصف دائرة ا هـ ب، وأخرجنا د هـ عمودًا على ا ب، يكون خطا ا د د ب يقويان على مربع د هـ. فيصير خط د هـ ضلع مربع جـ. فإذًا ينبغي ألا يكون ضلع مربع جـ 10 أطول من نصف خط ا ب، لأنه لا يمكن عمل ذلك. فقد زاد في الشريطة شرطًا آخر.

فبالتركيب، ندير على ا ب نصف دائرة ا هـ ب، ونوقع فيه عمودًا على ا ب مساويًا لضلع مربع جـ، وهو د هـ. ونخرجه إلى ه ونضيف إلى ا د مربع ا ط، وسطح ا ب في ب د هو د ز ومربع جـ مساوٍ لـ ا د في د ب، وهو 15 سطح كـ ه، ومربع ا د هو ا ط. فإذًا قد قسمنا ا ب بقسمين على د، يكون سطح ا ب في ب د، مضافًا إليه مربعا د ا جـ، يعدل مربع خط ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وإن أردنا أن نقسم ا ب بقسمين، مثلاً على د، / ليكون سطح ا د في د ب ل – ٢٥ مضافًا إليه مربعا ا د جـ، يعدل مربع ا ب، فنضيف إلى ا ب مربع ا ز، ونجعل 20 ا د ‹في ب د› سطحًا، وهو د كـ، ونخرج كـ ط موازيًا لـ ا د. فبيّن أن ا ح مربع ا د. فقد بقي سطح ط ز يعدل مربع جـ. لكن سطح ط ز هو ا ب في ب د.

1 مدار: المدار [ل، س، ح] – 3 موازيًا: موازٍ [ل، ح] ناقصة [س] / لـ ب ز: ا ب ز ح [س] / ليعلم: لنعلم [ح] – 4 ا د: ا هـ [ل] – 5 مساويًا: مساو [ل] – 6 متساويان: متساويين [ل] – 10 نصف خط: نصف مربع خط [س] / ا ب: كتبها أولاً د ط، ثم ضرب عليها بالقلم [ل] – 13 ا د: ا هـ [ل، س] – 14 وسطح: فسطح [ل، س، ح] / لـ ا د: ا د [س] – 15 يكون: ‹بحيث› يكون [س، ح] – 16 جـ: د جـ [ل] – 19 جـ: د جـ [ل] – 20 لـ ا د: ا د [س] / فبيّن أن: فنقول أن [س] – 21 ا د: ا ب [ل].



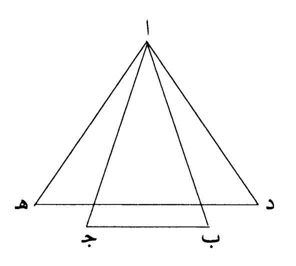
فإذًا بالتركيب، نحتاج أن نضيف إلى قطر ا ب نصف دائرة ا هـ ب، ونوقع ضلع مربع جـ وترًا فيه على طرف ب، وهو ب هـ، ونخرج هـ د عمودًا على ا ب. فبيّن أنه قد صار مقسومًا كما أردنا: لأن سطح ط ز يقوى عليه خط هـ ب، وسطح د ك هو سطح ا د في د ب، ومربع ا د هو مربع ا ح. فقد قسمنا ا ب على د، يكون ا د في د ب

5 مضافًا إليه مربعا ا د جـ، يعدل مربع ا ب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

فإذ قد أتينا هذه الأشياء، فلنختم الآن هذا الكتاب، لئلا يطول القول فيه، ولا يكلّ فهم قارئه ولا يَعْياه.

ولما كان الفحص عن طبائع الأشكال وخواصها، بذواتها، لا يخلو من أحد وجهين: إما أن نتوهم لزوم خواصها، بتغير أنواعها، توهمًا يلتَقِط من الحس، أو باشتراك الحس،

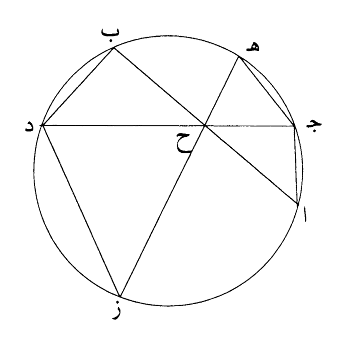
10 وإما أن توضع تلك الخواص، و‹ما› تلزمه أيضًا بالمقدمات، أو بالتوالي لزومًا هندسيًا؛ فأنا الآن آتٍ على ذلك مثالاً ليكون تنبيهًا لمن يتناول هذه الصناعة.



4 ا د هو مربع ا ح: ا ح هو مربع ا د [س] / يكون: ليكون [س، ح] – 6 أتينا: بيّنا [س، ح] – 7 يَعْياه: يعييه [س، ح] – 8 يخلو: يخلوا [ل] – 9 إما: أما [س، ح] – 10 وإما: وأما [س، ح] / و‹ما› تلزمه: ويلزمها [س] وتلزمها [ح].

أما توهم لزوم خواصها بتغير أنواعها، باشتراك الحس، فكما مثلنا متقدمًا، من أن كل مثلث فإن مجموع زواياه مساوٍ بعضها لبعض. ومثل أن مثلثي ا ب جـ ا د هـ متساويا الساقين، لكن ضلع ا د مثل ضلع ا ب، وزاوية د ا هـ أعظم من زاوية ب ا جـ، فإن / قاعدة د هـ أطول من قاعدة ب جـ. فهذه الخاصة أيضًا موهومة لنا باشتراك الحس. وأول ل-٢٦
5 مطالب الخواص للمستنبط يكون على هذا النحو.

فأما الوجه الآخر، الذي يجب على المستنبط أن يفحص عنها فحصًا مستقصى هندسيًا، ليكون له رياضة ويصير له تصور خواصها عيانًا وملكة، فأنا الآن آتٍ على ذلك بمثال، وهو هذا:



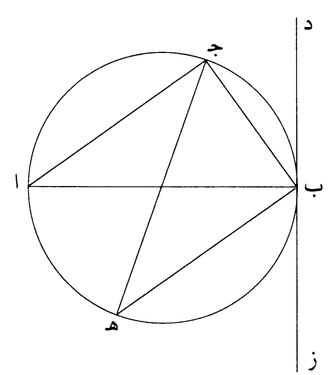
نفرض دائرة ا جـ ب، ونوقع فيها وتري ا ب جـ د يتقاطعان على نقطة ح، ونفحص
10 من أي جهة لزم مساواة سطح ا ح ح ب سطح جـ ح ح د. فنصل جـ ا ب د، فيقع هاهنا مثلثان متشابهان ا جـ ح ب ح د، من أجل أن الزوايا المتساوية الكائنة على محيط الدائرة، هي على قوس واحدة. فتصير نسبة جـ ح إلى ا ح كنسبة ب ح إلى ح د. وكذلك إن أخرجنا خط هـ ح ز، ووصلنا جـ هـ د ز، يصير مثلثا جـ هـ ح د ح ز متشابهين أيضًا، فأضلاعهما متناسبة.

15 وأما الفحص عن قبول قطعة دائرة زاوية مساوية للزاوية الكائنة من وتر القطعة ومن الخط المماس لها، فإنا ندير دائرة ا ب جـ، وقطرها ا ب، ونخرج ب د مماسًا لها، فبيّن لنا أن نصف دائرة ا جـ ب يقبل زاوية مساوية لزاوية ا ب د؛ فنخرج ب د. وينبغي أن نفحص تغير أنواع هذا الشكل ولزوم خواصها فحصًا طبيعيًا. فنصل ب جـ ا جـ جـ هـ.

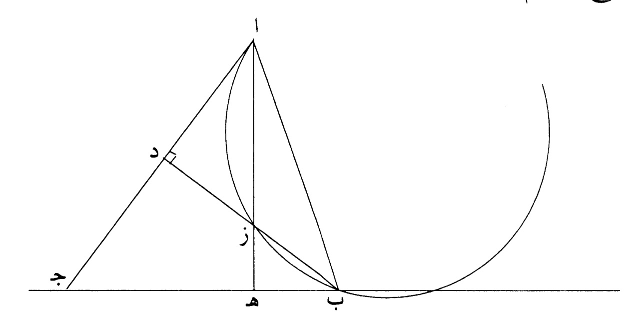
2 مساوٍ: متساويات [ل، س، ح] / متساويا: متساوي [ل] – 6 عنها: الضمير يعود على «الخواص» / مستقصى: مستقصا [ل] – 11 مثلثان متشابهان: مثلثين متشابهين [ل] – 12 ا ح: بحـ [ل] – 13 مثلثا: مثلثي [ل] – 14 فأضلاعهما: فاضلاعها [ل] – 16 لها: ناقصة [س].

فمن أجل أن تغير زاوية ب مشترك بين محيط الدائرة وبين خطي ا ب د ز، اشتراكًا معًا ذاتيًا، فإن تلك الخاصة وجبت هناك. ولأن مثلث ا جـ ب قائم الزاوية، وقوس جـ ب تقبل زوايا متساوية، فإن زاوية هـ من مثلث جـ هـ ب مثل زاوية ا من مثلث ا جـ ب. /
وقد زيد في زاوية ب من مثلث ا جـ ب زاوية، وهي زاوية ‹ا ب هـ›، فيجب أن ينقص من زاوية ا جـ ب مثل ما زيد في زاوية ب بهذا القياس. ‹فالزاوية الكائنة من وتر قطعة الدائرة ومن الخط المماس مساوية للزاوية التي تقبلها هذه القطعة›، وهي زاوية ب ا جـ. فإذن قد ظهر لنا كيفية تغير أنواع هذا الشكل، ولزوم خواصها ومساواة زاوية هـ ب د، الزوايا التي تقبل قوس هـ ا جـ ب، عيانًا وهندسيًا؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ل – ٢٧



فلنبتدئ الآن بشكل على طريق التحليل ليرتاض المبتدئ بها: وهو أن ‹نفرض› نقطة ا وخط ب جـ، ونريد أن نخرج من نقطة ا إلى خط ب جـ ‹خطين› كخطي ا ب ا جـ يحيطان بزاوية ا المعلومة، أعني بزاوية مساوية لزاوية معطاة، ويكون ا ب في ا جـ معلومًا، أعني مساويًا لسطح معلوم.



2 وجبت: وجب [ل] – 4 ‹ا ب هـ›: نجدها في [س، ح] / فيجب: يجب [ل] – 6 ب ا جـ: ا جـ هـ [ل، س، ح] – 7 ومساواة: بمساواة [ل، س، ح] – 8 هـ ا جـ ب: ه ا، جـ ب [س، ح] / أن: ناقصة [ح] – 10 ب جـ (الأولى): ب جـ ‹معطيان› [س، ح] – 11 معلومًا: معلوم [ل] – 12 مساويًا: مساو [ل].

فعلى التحليل، نجعل ا ب في ا جـ يحيطان بسطح معلوم، وبزاوية معلومة، أعني زاوية ا. ولنخرج عمودي ا هـ ب د. فلأن ا ب في ا جـ معلوم ومثلث ا ب د معلوم الصورة، لأن زاويتي ا د معلومتان، فإن نسبة ا ب إلى ا د معلومة. فنسبة ا ب في ا جـ إلى ا د في ا جـ إذًا معلومة، لأن ا جـ هو الحد المشترك. فـ ا د في ا جـ إذًا معلوم. لكن
5 ا هـ في ا ز مثل ا د في ا جـ، لاشتباه مثلثي ا ز د ا جـ هـ، وا هـ معلوم، فـ ا ز معلوم. فإذا أضفنا إلى ا ز قوسًا تقبل زاوية مثل زاوية ا ب د، فعلى قطعها الخط المعطى يخرج ا ب، وا جـ يحيط معه بزاوية معلومة. ونركب، ونبرهنه على طريق التركيب.

وإلى هاهنا نختم الكتاب، فإن للمرتاضين كفاية بهذه الأمثلة. فهذا، فيما قصدنا له من تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية كافٍ لمن تأمله، ويديم النظر فيه، وراضِ
10 نفسه بالدربة في سلوك ما أرشدنا له ودللنا عليه.

وبالله تعالى توفيقنا وعليه توكلنا، وهو حسبنا كافيًا ومعينًا.

تم الكتاب، بحمد الله وحسن توفيقه.

2 زاوية: بزاوية [س، ح] – 3 د: ب [ل، س، ح] – 5 وا هـ: ا هـ [س] – 6 يخرج: نخرج [ح] – 7 وا جـ: ا جـ [س].

ل – ٢٨
ب – ١٣٦ – ظ

رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نظيف بن يمن المتطبب

في عمل مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين

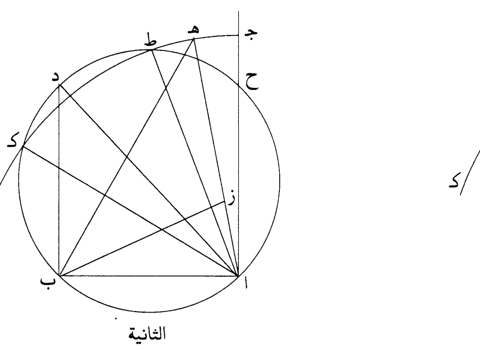
سألتَ، أدام اللّه سعادتك، عن عمل المثلث الحاد الزوايا من خطين مستقيمين
5 مختلفين، وذكرتَ أن أبا سعد العلاء بن سهل عمل ذلك من القطع الناقص من الشكل ‹الثاني والخمسين› من المقالة الثالثة من كتاب أبلونيوس في *المخروط* على طريق القسمة والتحديد. وذكرتُ أني استخرجته، وهو في كتابنا في *المثلثات*، لكن ما أتينا في كتابنا لم يكن على طريق التحديد، فاستخرجته على طريق التحديد والقسمة من المقالة الأولى والثالثة من كتاب أقليدس في *الأصول* ليبين لك، أيدك اللّه، أن الأشكال المستخرجة من
10 الطرق السهلة والمبادئ القريبة من مقالات كتاب أقليدس في *الأصول* تكون أفضل من سلوك الطرق الصعبة، وخاصة من كتاب *المخروطات*. فأما المسائل الغير الممكن إخراجها من كتاب *الأصول*، فيجوز أن يُتعلّق بالطرق الغريبة الغامضة ولسنا نحتاج إلى إظهار الحجة على هذا من جهة ظهوره، وباللّه التوفيق.

1 بعد البسملة، كتب ناسخ [ل] «رب أعن» – 6 ‹الثاني والخمسين›: ترك ناسخ [ب] فراغًا لها / الثالثة: الثانية [ل] / أبلونيوس: أبللونيوس [ب، ل، ح] – 6-7 على طريق القسمة والتحديد: كتبها ناسخ [ب] في الهامش وأشار إلى موضعها بعد كلمة «المخروط» بالعلامة المعروفة؛ ناقصة في [ح] – 7 وذكرتُ: أثبت الناسخان الضمّة على التاء – 8 على طريق التحديد والقسمة: كتبها ناسخ [ب] في الهامش وأشار إلى موضعها بعد كلمة «فاستخرجته» بالعلامة المعروفة؛ على طريق القسمة والتحديد [ح] – 9 ليبين لك: كتبها أولاً « ليبين لسيدي»، ثم ضرب على «لسيدي» بالقلم وكتب فوقها «لك»؛ والأفصح عندئذٍ «ليتبين لك» [ب] سيدي [ح] / أيدك: أيده [ب، ح] – 11 الطرق: الطريق [ل] / الممكن: الممكنة [ب، ل، ح].

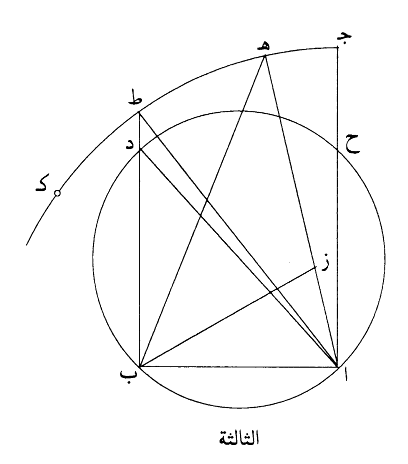
السؤال: نريد أن نعمل من خطين مستقيمين مفترضين مختلفين مثلثًا حاد الزوايا.

الجواب: وقوع هذا المثلث يكون على ثلاثة أوجه. فليكن الخطان المستقيمان المفترضان خطي ا ب ا جـ، ونريد ما قلنا. فندير دائرة على وتر ا ب، يكون قوس ا ب يقبل زاوية نصف قائمة، وهي دائرة ا د ب؛ ونخرج ب د عمودًا على ا ب إلى محيط الدائرة،
5 ونصل ا د، فبيّن أن ا د هو قطر الدائرة؛ وندير على مركز ا وببعد ا جـ قوس دائرة جـ كـ. فإما أن يماس دائرة ا د ب – على ما في الأولى – على نقطة د، وإما أن يقطعها في موضعين – على ما في الثانية – على ط كـ، وإما أن يقع خارج الدائرة على ما في الثالثة. فإن وقع خارج الدائرة، فلنخرج ب د إ‹لى› ط ولنصل ا ط. وإن قطعها على ما في الثانية، فليقطعها على نقطتين بجنبتي قطر ا د على / نقطتي ط كـ، فلنصل ا ط؛ ل – ٢٩
10 وإن ماسها على ما في الأولى، فلا بدّ من أن يماسها على نقطة د.

أقول: إن الزاوية التي وترها خط ا ب تقع أبدًا فيما بين قطاع جـ ا د في الأولى، وفيما بين قطاع جـ ا ط في الثانية والثالثة. وبالخطين المخرجين من نقطتي ا ب إلى قوس جـ هـ د، وبإخراج خط من نقطة ب إلى الخط المخرج من ا إلى قوس جـ هـ د يحيط مع الخط المخرج من ب إلى قوس جـ هـ د بزاوية مساوية للزاوية التي تحدث على قوس
15 جـ هـ د من الخطين المخرجين من نقطتي ا ب، يُلتَأم مثلث حاد الزوايا، وبما سوى ذلك فلا يمكن من هذين الخطين / المفترضين عمل المثلث الحاد الزوايا. ب – ١٣٧ – و



1 مختلفين: ناقصة [ب، ح] – 2 الجواب: الجواب ان، ثم ضرب على «ان» بالقلم [ب] الجواب إن [ح] / الخطان المستقيمان المفترضان: الخطين المستقيمين المفترضين [ب، ح] – 3 قوس: يعتبر القوس مذكرًا، وهو جائز / ا ب: ا د ب [ب، ل، ح] / يقبل: تقبل [ح] – 4 عمودًا: عمود [ب، ح] – 6 يماس: تماس [ح] / يقطعها: تقطعها [ح] – 7 يقع: تقع [ح] – 8 إ‹لى› ط: ا ط [ب، ل]؛ استخدم السجزي نفس الحرف ط بمعنيين مختلفين في الوقوع الثاني والوقوع الثالث، وسنتركها كما هي لوضوح المعنى – 9 فليقطعها: فلتقطعها [ح] / بجنبتي: جنبتي [ح] – 10 ماسها: كتب أولاً «قطعها»، ثم ضرب عليها بالقلم [ل] / يماسها: تماسها [ح] – 12-15 وبالخطين ... ب: أحاط ناسخ [ب] هذه الفقرة بين المعكوفتين ا– ... –ا – 13 يحيط: المحيط [ب، ل، ح] – 15 يُلتَأم: يلتئم [ح] / مثلث: مثلثا [ب، ل].



الثالثة

فلنخرج ا هـ إلى قوس جـ هـ د، ونصل ب هـ، ونعمل على نقطة ب من خط ا ب زاوية مساوية لزاوية ا هـ ب، وهي هـ ب ز.

أقول: إن مثلث ا ز ب حاد الزوايا.

برهانه: لأن زاوية ا هـ ب أصغر من نصف قائمة وزاويةَ ا ز ب ضعف زاوية ا هـ ب 5 لأنها مساوية لزاويتي ا هـ ب هـ ب ز المتساويتين، تكون زاوية ا ز ب أصغر من قائمة. فهي حادة؛ ولأن الخطين المخرجين من نقطتي ا ب إلى قوس جـ هـ د يحيطان مع خط ا ب بزاويتين أصغرين من قائمتين، أعني حادتين، فإن كل واحدة منها حادة، فمثلث ا ز ب حاد الزوايا. وبيّن أن الخط المخرج من نقطة ا نحو جهة ح يحيط مع ا ب بزاوية منفرجة، وكذلك الخط المخرج من ب نحو جهة د يحيط مع ا ب بزاوية منفرجة، فخذه 10 داخل خطي ا جـ / ب د المتوازيين؛ وذلك ما أردنا أن نبين. ل – ٣٠

فهذا ما أتينا به على جهة التقسيم والتحديد بطريق كليّ قريب المأخذ سهل المسلك وإيجاز من القول بحسب ما يليق بذهنك وفهمك، فكن به مستفيدًا جعلك الله به سعيدًا والسلام.

تمت الرسالة – بحمد الله ومنّه. كتبته يوم الخميس دي روز من آبان ماه سنة شلط 15 يزدجردية.

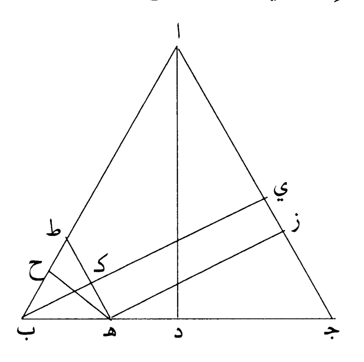
1 ا ب: ا د [ب، ل]؛ والأدق: ب هـ – 2 هـ ب ز: د ب ز [ب، ل] – 6 ولأن: فلأن [ح] – 7 منها: منهما [ب، ل، ح]، يعني الثلاثة – 9 فخذه: فحده خروجها، ثم ضرب على «خروجها» بالقلم وأثبت الهاء فوق «فحد» [ب] فحد خروجها [ح] – 12 وإيجاز: وإيحاز [ح] / الله: الله تعالى [ل] – 13 والسلام: ناقصة [ب، ح] – 14-15 بحمد الله ... يزدجردية: بحمد الله وحسن توفيقه وصلواته على نبينا محمد وآله أجمعين وقع الفراغ عن تعليقها بمدينة السلام في المدرسة النظامية رعاها الله وعمرها وغفر لبانيها (بانيها) بتاريخ سلخ شهر ربيع الآخر سنة سبع وخمسين وخمسمائة هجرية [ل] – 14-15 شلط يزدجردية: سلط يزدخردية [ح].

شكلان للمتقدمين في خاصة أعمدة المثلث المتساوي الأضلاع

كتاب أرشميدس في الأصول الهندسية، نقله من اللغة اليونانية إلى اللغة العربية لأبي الحسن علي بن يحيى مولى أمير المؤمنين ثابت بن قرة

– ١ – لنفرض مثلثًا متساوي الأضلاع عليه ا ب جـ، ولنخرج فيه عمود ا د، ولنتعلم على خط ب د نقطة كيفما وقعت، وهي نقطة هـ، ولنخرج من نقطة هـ إلى خطي جـ ا 5
ا ب عمودين، وهما خطا ز هـ هـ ح.

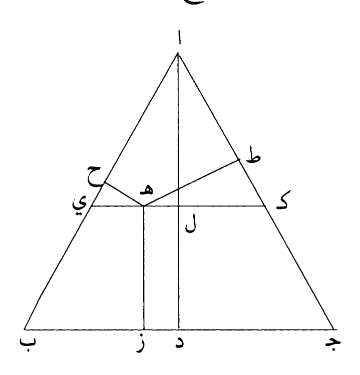
فأقول: إن خط ا د مساوٍ لخطي ز هـ هـ ح.



برهان ذلك: لنخرج من نقطة هـ خطًا موازيًا لـ ا جـ، وهو خط هـ ط؛ ولنخرج من نقطة ب خطًا يكون عمودًا على خط ا جـ، وهو خط ب ي؛ فمن أجل أن 10 مثلث ا ب جـ متساوي الأضلاع وخطّ ا جـ موازٍ لخط ط هـ، يكون مثلث ب ط هـ متساوي الأضلاع؛ ومن أجل أن خط ب ي عمود على خط ا جـ وخط ا جـ موازٍ لخط ط هـ، يكون خط ب ك عمودًا على خط ط هـ، وخط ك ي مساوٍ لخط هـ ز لأن سطح ك هـ ز ي متوازي الأضلاع. فجميع خط ب ي مساوٍ لخطي هـ ح ز هـ؛ / ولكن خط ب ي مساوٍ لخط ا د، فخط ا د مساوٍ لخطي هـ ز هـ ح؛ وذلك ما أردنا أن ١٤٣–و
15 نبين.

– ٢ – لنفرض مثلثًا متساوي الأضلاع عليه ا ب جـ، ولنخرج فيه عمود ا د، ولنعلم في داخله نقطة كيف وقعت، وهي نقطة هـ، ولنخرج منها إلى أضلاع المثلث أعمدة، وهي خطوط ز هـ هـ ح هـ ط.

فأقول: إن ا د مساوٍ لخطوط هـ ز هـ ح هـ ط.



5 برهان ذلك: لنخرج على نقطة هـ خطًا موازيًا لخط ب جـ، وهو خط ي هـ ل كـ. فمن أجل أن خط ي كـ موازٍ لخط ب جـ وخط هـ ز موازٍ لخط د ل، يكون سطح هـ د متوازي الأضلاع. ومن أجل أن مثلث ا ب جـ متساوي الأضلاع وقد أخرج فيه عمود ا د وخطّ ي كـ موازٍ لقاعدته، وهي خط ب جـ، يكون مثلث ا ي كـ متساوي الأضلاع. ومن أجل أن مثلث ا ي كـ متساوي الأضلاع، وقد أخرج فيه عمود ا ل، ونعلم على خط

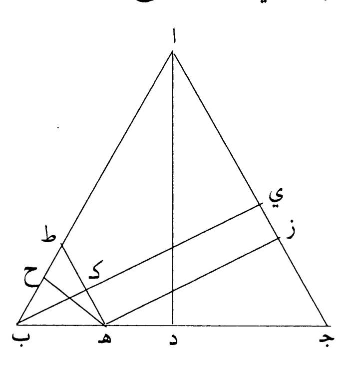
10 ب كـ نقطة ما كيف وقعت – وهي نقطة هـ – وأخرج منها عمودان على خطي ي ا ا كـ، وهما خطا هـ ح هـ ط، يكون خط ا ل مساويًا لخطي هـ ح هـ ط؛ وقد كان تبين أن خط ل د مساوٍ لخط هـ ز، فخط ا د إذًا هو مساوٍ لخطوط هـ ز هـ ح هـ ط؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

كتاب المفروضات لأقاطُن

15 – ١ – لنفرض مثلثًا متساوي الأضلاع عليه ا ب جـ، ونخرج فيه عمود ا د، ونتعلم على خط جـ ب نقطة كيفما وقعت، وهي نقطة هـ، ولنخرج منها على خطي جـ ا ا ب عمودين، وهما خطا ز هـ هـ ح.

16 كيفما: كيف ما.

فأقول: إن خط ا د مساوٍ لخطي ز هـ هـ ح.



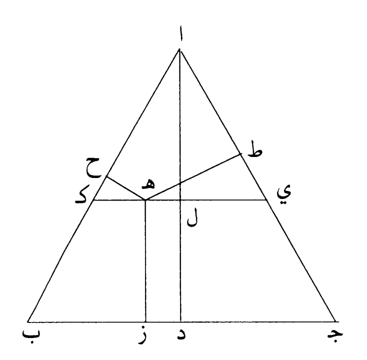
برهانه: أن نخرج من نقطة هـ خطًا موازيًا لخط ا جـ، وهو خط ط هـ؛ ولنخرج من نقطة ب خطًا يكون عمودًا على خط جـ ا، وهو خط ب ي؛ فلأن مثلث ا ب جـ متساوي الأضلاع وخطّ ا جـ موازٍ لخط ط هـ، يكون مثلث ط ب هـ متساوي الأضلاع؛

5 ولأن خط ب ي عمود على خط ا جـ الموازي لخط ط هـ، يكون ب ك عمودًا على خط ط هـ، وخط / هـ ح عمود على خط ط هـ، فخط ب ك مساوٍ لخط هـ ح، وخط ك ي ٩٢-و موازٍ لخط هـ ز، فهو مساوٍ له. فجميع خط ب ي مساوٍ لخطي ز هـ هـ ح؛ ولكن خط ب ي مساوٍ لخط ا د، فخط ا د مساوٍ لخطي هـ ح هـ ز؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

– ٢ – لنفرض مثلثًا متساوي الأضلاع عليه ا ب جـ، ولنخرج فيه عمود ا د،

10 ولنفرض داخله نقطة كيفما وقعت، وهي نقطة هـ، ولنخرج منها إلى أضلاع المثلث ثلاثة أعمدة، وهي خطوط هـ ز هـ ح هـ ط.

فأقول: إن ا د مساوٍ لجميعها.

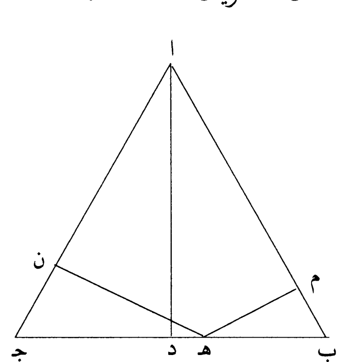


10 كيفما: كيف ما / منها: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها.

برهانه: أن نجيز على نقطة هـ خطًا موازيًا لخط ب جـ، وهو خط ي هـ كـ. فلأن خط ي كـ موازٍ لخط ب جـ وهـ ز موازٍ لخط د ل، يكون سطح د هـ متوازي الأضلاع. ولأن مثلث ا ب جـ متساوي الأضلاع وخطّ ي كـ موازٍ لقاعدته، يكون مثلث ا ي كـ متساوي الأضلاع، وقد أخرج فيه عمود ا ل، وتعلم على خط كـ ل ي نقطة هـ، وأخرج منها
5 عمودان على خطي ا ي ا كـ، وهما خطا هـ ح هـ ط، يكون خط ا ل مساويًا لهما؛ وخط ل د مساوٍ لخط هـ ز، فخط ا د مساوٍ لخطوط هـ ز هـ ح هـ ط؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

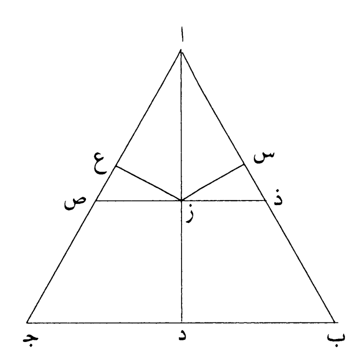
قول أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي في خواص الأعمدة الواقعة من النقطة المعطاة إلى المثلث المتساوي الأضلاع المعطى بطريق التحديد

– ١ – وإن وقعت النقطة على ضلع من أضلاع المثلث، كنقطة هـ، فلنخرج عمودي
10 هـ م هـ ن على ضلعي ا ب ا جـ، وليس يخرج عمود ثالث سواهما. فلأن هـ م عمود مثلث متساوي الأضلاع، يكون ضلع المثلث ب هـ، وهـ ن عمودُ مثلث متساوي الأضلاع، يكون ضلع المثلث هـ جـ؛ فنسبة هـ م إلى ب هـ كنسبة هـ ن إلى هـ جـ وكنسبة ا د إلى ب جـ. ففي التركيب يكون نسبة هـ م هـ ن إلى ب هـ هـ جـ كنسبة / ا د إلى ب جـ، فخطا هـ م هـ ن مساويان لخط ا د. ر-١٢٥-و

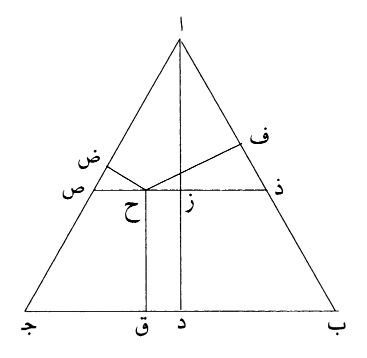


15 – ٢ – وإن وقعت النقطة على خط ا د، كنقطة ز، فلنخرج عمودي ز س ز ع على ضلعي ا ب ا جـ، ولنخرج خط ذ ز ص موازيًا لخط ب جـ، فخطا ز س ز ع يعدلان خط ا ز، فخطوط ز س ز ع ز د تعدل ا ز ز د، أعني خط ا د.

10 يخرج: نخرج [ر] – 12 فنسبة هـ م: أثبتها في الهامش [ب] ناقصة [ر] – 15 ز ع: ربح [ر] – 16 ولنخرج: فلنخرج [ب، ر] / ذ ز ص: د ر [ر] – 17 خط (الأولى): ناقصة [ر].



وإن وقعت النقطة في سطح ا ب جـ، كنقطة ح، فلنخرج خط ذ ح ص موازيًا لخط ب جـ، ولنخرج أعمدة ح ف ح ض ح ق على أضلاع ا ب ا جـ ب جـ؛ فعلى ما بينا: خطا ح ف ح ض يعدلان عمود ا ز، وخط ح ق موازٍ لخط ز د ومساوٍ له، فخطوط ح ف ح ض ح ق تعدل خطي ا ز ز د، أعني خط ا د.



1 ذ ح ص: د ح ض [ب] ر حض [ر].

المُلْحَقُ الثاني

اسْتِعاراتُ ابنِ هود
من كِتابَيْ: *في المَعْلوماتِ* و *في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*

١ – مُقَدِّمَةٌ

كانَ المؤتَمَنُ بنُ هود الَّذي عاشَ في سُرْقُسْطَة الأنْدَلُسيَّةِ (والمُتَوَفَّى في العامِ ٤٧٨هـ/١٠٨٥م) مُطَّلِعاً عَلَى العَديدِ من أعْمالِ ابنِ الهَيْثَمِ لأنَّهُ دَرَسَها. وعَلَى هَذا الأساسِ، فإنّ كِتابَهُ، ***الاسْتِكْمال***، يُقَدِّمُ شَهادَةً قَيِّمَةً عَلَى مَدَى انتِشارِ أعْمالِ ابنِ الهَيْثَمِ بَعْدَ وفاتِه وخِلالَ فَتْرَةٍ زَمَنيَّةٍ لا تَتَعَدَّى جيلَيْنِ اثنَيْنِ. وإذا لَزِم الأمْرُ، فَهَذا الكِتابُ يَشْهَدُ أيضاً عَلَى انتِشارِ نِتاجِ ابنِ الهَيْثَمِ من القاهِرَةِ نَحْوَ الجُزْءِ الغَرْبيِّ من العالَمِ الإسْلاميِّ آنَذاك. وقد ثَمَّنا عالياً شَهادَةَ ابنِ هود واطِّلاعَهُ عَلَى نِتاجِ سَلَفِهِ في مَعْرِضِ تَفَحُّصِنا لِمُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ المُكَرَّسِ لِدِراسَةِ مَسائلِ الإحاطاتِ المُتَساويةِ للأشكالِ المُسْتَويَةِ والمُجَسَّمات[1]. وسَوْفَ نَعودُ إلَى هَذا المُؤَلَّفِ مرّةً أُخْرَى نَظَراً إلى استِخْدامِ ابنِ هود لِمُؤَلَّفَي ابنِ الهَيْثَمِ الآخَرَيْنِ: ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** من جِهَةٍ و***في المَعْلوماتِ*** من جِهَةٍ أُخْرَى. ولَكِنَّ الإحاطَةَ الدَقيقَةَ بِمَعْنَى هَذا الاسْتِخْدامِ

---

[1] انْظُرْ الفصل السابع من الجُزْءِ الأوّلِ من هذا الكتاب.

يَفرِضُ عَلَيْنا أن نُذَكِّرَ باختصار بمَشْروعِ ابنِ هود. وذَلِكَ أنّ هَذا المَنْظورَ كَفيلٌ بإيضاحِ قراءَتِنا هَذِهِ لأعْمالِ ابنِ الهَيْثَمِ.

لم تَتَوَفَّرْ رُؤْيَةٌ كافِيَةٌ عن هَدَفِ ابنِ هود في مُؤَلَّفِهِ الضَخْمِ، الَّذي كانَ هَدَفاً مَوْسوعِيّاً بِكُلِّ مَعْنَى الكَلِمَةِ. لقد كانَ مُخَطَّطاً لكِتابِ ***الاسْتِكْمال*** أن يَكونَ مَوْسوعَةً رِياضِيَّةً بمَفْهومِ *العُلومِ الأربَعَةِ*، وكانَ مُعَدّاً لِيَتَضَمَّنَ أيضاً عِلْمَ البَصَرِيّاتِ. وهَذِهِ الكِتابةُ المَوْسوعِيَّةُ فَريدَةٌ من نَوْعِها لِعِدَّةِ أسْبابٍ، سَواءٌ من حَيْثُ تَصَوُّرِها أو لناحِيَةِ الغايَةِ مِنْها. وهِيَ لم تَهْدِفْ قَطْعاً إلَى تَوْحيدِ الرياضِيّاتِ – فمَفْهومُ التَوْحيدِ لم يَكُنْ وارِداً آنذاك – بل تَمَحْوَرَ هَدَفُها حَوْلَ تَنْظيمِ المَعْرِفَةِ الرِياضِيَّةِ. والمَقْصودُ هُنا هُوَ تَنْظيمُ المَعْرَفَةِ الرياضِيَّةِ إلَى حُدودِ عَرْضِ المَعْلوماتِ إلْمامِيّاً بَعيداً عن الإدْراكِ العَميقِ لجَوْهَرِها الرِياضِيِّ. فهَذا الإدْراكُ جُزْءٌ مُكَوِّنٌ لِلمَوْضوعِ الرِياضِيِّ الَّذي لم يَكُنْ هَدَفاً لابنِ هود في ***الاسْتِكْمال***. فالقَصْدُ الَّذي حَثَّ الكاتِبَ هُنا هُوَ تَرْتيبُ بُنْيَةِ المَعارِفِ الرِياضِيَّةِ ولَيْسَ إدارةَ هَذِهِ البُنْيَةِ ، وهَذا القَصْدُ هُوَ الَّذي يَسودُ في مَعْرِضِ هَذا العَمَلِ الضَخْمِ في الاقْتِباسِ: إذ يَقومُ ابنُ هود باسْتِعاراتٍ مُتَتالِيَةٍ – وأحْياناً حَرْفِيَّةٍ – من مَصادِرَ عَديدَةٍ قَديمَةٍ ومُعاصِرَةٍ أيضاً. فَيَعودُ إلَى كِتاباتِ إقليدسَ وأرشميدسَ وأبلونيوسَ ومنلاوسَ وبَطْلَمْيُوسَ من القُدامَى، وإلَى كِتابات بَني موسَى وثابتٍ بنِ قُرَّةٍ وإبراهيمَ بنِ سنانٍ وابنِ الهَيْثَمِ وآخرين مُعاصِرين. مع ذَلِكَ يَنْبَغي أن لا نُخْطِئَ بالنِسْبَةِ إلَى طَبيعَةِ هَذا الاقْتِباسِ: فهُوَ لا يَجْري خَبْطَ عَشْواءَ، كما أنَّهُ لَيْسَ باسْتِعاراتٍ بَحْتَةٍ. فقد يَحْدُثُ أن يُدْرِجَ ابنُ هود مَجْموعَةً كامِلةً من القَضايا كما هِيَ – من كُتُبِ عِلْمِ الحِسابِ من ***الأصول*** عَلَى سَبيلِ المِثالِ؛ لَكِن قد يَحْدُثُ أيضاً أن يَقومَ بصِياغَةٍ جَديدَةٍ للقَضايا المُسْتَعارَةِ، مع تَعْديلِ بَراهينِها أحْياناً. وذَلِكَ أنّ هَذا الصِنْفَ من الكِتابَةِ يَبْدو مُلزِماً في مَعْرِضِ إدْراجِ هَذِهِ القَضايا في النِظامِ المَوْسوعِيِّ الجَديدِ. وما زالَت أساليبُ الكِتابةِ المُخْتَلِفَةِ في هَذا الاقْتِباسِ وأسْبابُها الكامِنَةُ تَنْتَظِرُ الدِراسَةَ المُتَأنِّيَةَ.

وبالنِسْبَةِ إلَى الاقْتِباسِ من كِتاباتِ ابنِ الهَيْثَمِ، يَبْقَى أن نُشيرَ إلَى أنّ ابنَ هود عِنْدَما يَسْتَعيرُ القَضايا وأحْياناً فِكْرَةَ بَراهينها، فإنَّهُ يَعْزِلُ هَذِهِ البَراهينَ عن البُنْيَةِ النَظَرِيَّةِ الَّتي تَصَوَّرَها فيها ابنُ الهَيْثَمِ، وذَلِكَ حَتَّى يَسْتَطيعَ أن يَضَعَها في إطارِ عَرْضِهِ *المَوْسوعِيِّ* الجَديدِ.

تَخْتَلِفُ أهْدافُ كِتاباتِ ابنِ هود عن أهْدافِ الكِتاباتِ الَّتي اقْتَبَسَ عنها. فإذا كانَ ابنُ الهَيْثَمِ يَكْتُبُ أعْمالاً في البَحْثِ المُتَقَدِّمِ المُعَنْوَنِ للرِياضِيِّينَ حَصْراً، فإنّ ابنَ هود من جِهَتِهِ يَتَوَجَّهُ إلَى جُمْهورٍ أوْسَعَ، إنَّهُ جُمْهورُ الرِياضِيِّينَ والفَلاسِفَةِ المُطَّلِعينَ عَلَى الرِياضِيّاتِ. ذَلِكَ أنّنا نَعْرِفُ من صاعِدٍ الأنْدَلُسِيِّ أنّ ابنَ هود: "مع مُشارَكَتِهِ لِهَؤلاءِ الرِياضِيِّين في العِلْمِ الرِياضِيِّ، مُنْفَرِدٌ دونَهم بعِلْمِ المَنْطِقِ والعِنايَةِ بالعِلْمِ الطَبيعِيِّ والعِلْمِ الإلهيِّ"[٢]. وتَتَمَثَّلُ المَسْألَةُ كلُّها في مَعْرَفَةِ السَبَبِ الَّذي دَفَعَ ابنَ هود إلَى تَصْميمِ هَذِهِ الكِتابةِ المَوْسوعِيَّةِ الرِياضِيَّةِ، وذَلِكَ في الجُزْءِ الغَرْبِيِّ من العالَمِ الإسْلامِيِّ في سُرْقُسْطَةَ الأندلُسيَّةِ.

وعَلَى أيِّ حالٍ، فإنّ ابنَ هود قد جَعَلَ لِنَفْسِهِ العَديدَ من القَضايا الَّتي أخَذَها من مُؤَلَّفَي ابنِ الهَيْثَمِ المُحَقَّقَيْنِ في هَذا الكِتابِ: ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** و***في المَعْلومات***. وهَذِهِ الاسْتِعاراتُ، الَّتي لا يَكادُ يأتي ذِكْرُها في مَكانٍ والَّتي لم تُدرَسْ قَطُّ سابِقاً[٣]، ستَكونُ مَوْضوعَ تَفَحُّصٍ مُفَصَّلٍ، قَبْلَ أن نَقومَ بِتَحْقيقِها لِلمَرَّةِ الأُولَى.

---

[٢] صاعِد الأنْدَلُسيّ، ***طبقات الأمم***، تَحْقيق بو علوان (بيروت، ١٩٨٥)، صَفْحَة ٢٥٧.

[٣] ذُكِرَت هَذِهِ الاستِعاراتُ في مَقالةٍ لِهوجنديك

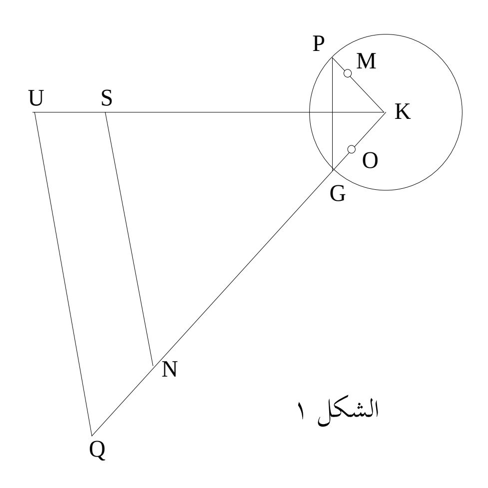
(J-P. Hogendijk), «The Geometrical Parts of the *Istikmāl* of Yūsuf al-Mu'taman ibn Hūd (11th century). An Analytical Table of Contents», *Archives internationales d'histoire des sciences,* 41.127(1991), p. 207-281,

و تُشَكِّلُ هَذِهِ المقالةُ دَليلاً لِلمَسائلِ الهَنْدَسيَّةِ الوارِدَةِ في ***الاستكمال***.

٢ – *في التَحْليلِ والتَرْكيب*

في مَعْرِضِ تناوُلِهِ لِمَسْأَلَةِ بِناءِ دائِرَةٍ تُماسُّ ثَلاثَ دَوائِرَ مُخْتَلِفَةٍ لا تَتَسامَتُ مَراكِزُها، يُقيمُ ابنُ الهَيْثَمِ الدَليلَ عَلَى مُقَدِّمَةٍ في كِتابِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***. يَقْتَبِسُ ابنُ هود هَذِهِ المُقَدِّمَةَ، بدونِ التَوَقُّفِ عِنْدَ المَسْأَلَةِ المَطْروحَةِ نَفْسِها، فيُدْرِجُها في فَصْلٍ من فُصولِ مَوْسوعَتِهِ الَّتي تَتَناوَلُ "خَواصَّ الخُطوطِ والزَوايا والسُطوحِ المُسْتَقيمَةِ بِحَسَبِ إضافَةِ بَعْضِها إلَى بعض". ويَتَفَحَّصُ ابنُ هود خَواصَّ الدَوائِرِ في الفَصْلِ اللاَّحِقِ لِلفَصْلِ المَذْكورِ. يَعْزِلُ ابنُ هود إذاً المُقَدِّمَةَ المَذْكورَةَ عن سِياقِها ويُدْرِجُها في فَصْلٍ هَنْدَسِيٍّ عن الأشْكالِ المُسْتَقيمَةِ. ويَصوغُ ابنُ الهَيْثَمِ المُقَدِّمَةَ المَذْكورَةَ عَلَى الشَكْلِ التالي: "كيف نُخْرِجُ في مُثَلَّثِ **ص؟ك؟ق** – المَعْلومِ الصورَةِ – خَطّاً مِثْلَ خطِّ **ن؟س** حَتَّى يَكونَ نِسْبَةُ **ن؟س** إلَى **س؟ص** كَنِسْبَةِ **ز؟ف** إلَى **ف؟م**، ويَكونَ نِسْبَةُ **ن؟س** إلَى **ن؟ق** كَنِسْبَةِ **ز؟ف** إلَى **ز؟ع**"[٤].

يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ في بُرْهانِهِ العَلاقَةَ $\frac{PG}{GC_a}=\frac{QU}{UK}$ ؛ حَيْثُ تُسْتَحْضَرُ القِطْعَةُ GC_a من الشَكْلِ الأوّلِ لِلمَسْأَلَةِ ٢٢، وكَذَلِكَ الأمْرُ بِالنِسْبَةِ إلى النِقاطِ O، G، P، M[٥].



الشكل ١

---

[٤] انْظُرْ أعلاه، ص ٣٧٧.

[٥] انظُرِ الشَرْحَ، ص ٢٧٠ وما يَليها.

فِي البَدْءِ، يَفْتَرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ الزاوِيَةَ $U\widehat{K}Q$ حادّةً (عَلَى غِرارِ ما هِيَ عَلَيْهِ في القَضِيَّةِ ٢٢) ومن ثَمّ يَنْتَقِلُ إِلَى دِراسَةِ الحالَتَيْنِ حَيْثُ تكونَ تِلْكَ الزاوِيَةُ قائِمَةً أو مُنْفَرِجَةً.

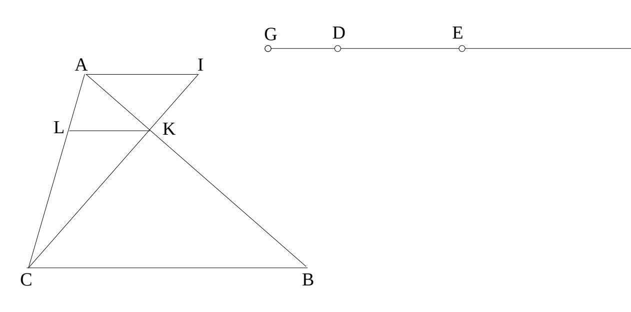
لنَعُدِ الآن إِلَى ابنِ هود، الَّذي يَسْعَى إِلَى إثْباتِ القَضِيَّةِ التالِيَةِ:

لِيَكُنْ ABC مُثَلَّثاً مَعْلوماً؛ المَطْلوبُ أن نَجِدَ خَطّاً مُسْتَقيماً يَقْطَعُ AB عَلَى النُقْطَةِ K وَ AC عَلَى النُقْطَةِ L بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَتانِ

$$\frac{LK}{CL}=\frac{ED}{HE} \text{ وَ } \frac{LK}{BK}=\frac{ED}{DG}$$

وحَيْثُ تَكونُ النِسْبَتانِ $\frac{ED}{HE}$ وَ $\frac{ED}{DG}$ مَعْلومَتَيْنِ

(ولذَلِكَ فإنّ $\frac{LC}{KB}=\frac{EH}{DG}$)



الشكل ٢

يَتَناوَلُ ابنُ هود إذاً الحالَتَيْنِ التالِيَتَيْنِ:

١- إذا تَحَقَّقَتِ العَلاقَةُ $\frac{GD}{EH}=\frac{AB}{AC}$، نُخْرِجُ AI مُوازِياً لِ BC، بحَيْثُ تُحَقِّقُ النُقْطَةُ I عَلاقَةَ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k=\frac{AI}{AC}=\frac{DE}{EH}$؛ يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ CI المُسْتَقيمَ AB عَلَى النُقْطَةِ K. ونَرْسُمْ KL مُوازِياً لِ BC.

فيكون لَدَيْنا

$$\frac{LK}{CL}=\frac{DE}{EH} \text{ وَ } \frac{KB}{LC}=\frac{GD}{EH}\text{،}$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{LK}{BK} = \frac{DE}{DG},$$

ويكون المُسْتَقيمُ KL حلاًّ لِلمَسْأَلَةِ.

يَسْتَعْرِضُ ابنُ هود ثَلاثَ حالاتٍ مُمْكِنَةٍ في هَذا الجُزْءِ الأوَّلِ.

أ) $\frac{BC}{CA} = \frac{DE}{EH} = k$؛ في هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا $AI = BC$. وإذا أخْرَجْنا AI من جهَةِ النُقْطَةِ B، تَكونَ النُقْطَةُ K مُنْتَصَفَ AB وتَكونَ القِطْعَةُ KL داخِلَ المُثَلَّثِ؛ بَيْنَما إذا أخْرَجْنا AI من جهَةِ C سَيَكونُ لَدَيْنا $IC \,//\, AB$ ولا يُمْكِنُ بالتالي للنُقْطَةِ K أن تَكونَ مَوْجودَةً في هَذِهِ الحالَةِ.

ب) $\frac{BC}{CA} > \frac{DE}{EH} = k$؛ في هَذِهِ الحالَةِ $AI > BC$. وإذا أخْرَجْنا AI من جهَةِ B، فعَلَى غِرارِ الحالَةِ السابِقَةِ، ستَقَعُ النُقْطَةُ K بَيْنَ النقطَتَيْنِ A وَ B وتَكونُ القِطْعَةُ KL داخِلَ المُثَلَّثِ؛ بَيْنَما، إذا أخْرَجْنا AI من جِهَةِ C، تَكونُ النُقْطَةُ K ما بَعْدَ B وتَكونُ القِطْعَةُ LK خارِجَ المُثَلَّثِ، وما بَعْدَ القاعِدَةِ BC.

ج) $\frac{BC}{CA} < \frac{DE}{EH} = k$؛ في هَذِهِ الحالَةِ $AI < BC$. وإذا أخْرَجْنا AI من جِهَةِ B فَسَيُفْضي الأمْرُ إلَى الحالَةِ الأُولَى للشَكْلِ، بَيْنَما إذا أخْرَجْنا AI من جِهَةِ C، فإنّ IC يُلاقي AB ما بَعْدَ النُقْطَةِ A وتَقَعُ القِطْعَةُ LK خارِجَ المُثَلَّثِ ما بَعْدَ النُقْطَةِ A.

٢- .الحالَةُ $\frac{AB}{AC} < \frac{GD}{EH}$

هُنا، يُبَدِّلُ ابنُ هود التَرْميزَ بحَيْثُ تُكْتَبُ المَسْأَلَةُ كما يَلي: المَطْلوبُ إيجادُ نُقْطَةٍ L عَلَى AB ونُقْطَةٍ M عَلَى AC بحَيْثُ يَكونُ

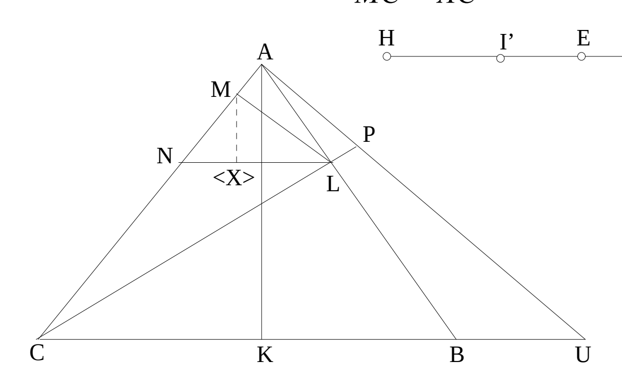
$$\frac{LM}{LB} = \frac{ED}{DG} \quad \text{وَ} \quad \frac{ML}{MC} = \frac{ED}{HE}$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$(1) \qquad \frac{GD}{HE} = \frac{LB}{MC}.$$

لنُحَدِّدِ النُقْطَةَ I' عَلَى EH بحَيْثُ يَكونُ $\frac{AB}{AC} = \frac{GD}{I'H}$.

تَحْليل: تَسْتَتْبِعُ الفرضيّةُ العَلاقَةَ $\frac{AB}{AC} < \frac{LB}{MC}$؛ وإذا تَحَقَّقَت عَلاقَةُ التَوازي



الشكل ٣

$LN // BC$، يَكونُ لَدَيْنا

$$\frac{LB}{NC} = \frac{AB}{AC}, \qquad (2)$$

ولذَلِكَ فإنّ $MC > NC$.

يَسْتَنْبِطُ ابنُ هود العَلاقَةَ $\frac{LM}{MN} = \frac{DE}{EI'}$ بدونِ تَعْليلٍ. غَيْرَ أنّ التَعليلَ هُنا مُباشِرٌ، فلَدَيْنا

$MC = LB.\frac{HE}{GD}$ و $NC = LB.\frac{AC}{AB} = LB\ .\ \frac{I'H}{GD}$.

ونَسْتَنْبِطُ من ذَلِكَ

$$MN = MC - NC = LB\ .\ \frac{EI'}{GD};$$

ولَكِنّ

$$LM = LB\ .\ \frac{ED}{DG'},$$

فإذاً

$$\frac{LM}{MN} = \frac{DE}{EI'}.$$

إذا أخْرَجْنا من M عَموداً MX عَلَى LN، يَكونُ لَدَيْنا $\frac{AK}{AC} = \frac{MX}{MN}$،
حَيْثُ يَكونُ AK الارْتِفاعَ المُخْرَجَ من النُقْطَةِ A، وبِما أنّ $ML \geq MX$ فإنّ
$\frac{AK}{AC} \geq \frac{LM}{MN}$، وبالتالي فإنّ $\frac{AK}{AC} \geq \frac{ED}{EI'}$.

تَرْكيب: يُحَدِّدُ ابنُ هود النُقْطَةَ U عَلَى BC بالعَلاقَةِ $\frac{DE}{EI'} = \frac{UA}{AC}$ (لَدَيْنا إذاً $AU \geq AK$، ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ U مَوْجودَةٌ). ومن ثَمّ يُحَدِّدُ النُقْطَةَ P عَلَى AU بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $\frac{DE}{EH} = \frac{PA}{AC}$. يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ CP المُسْتَقيمَ AB عَلَى L؛ ونُخْرِجُ LM مُوازِياً لِ AP وَ LN مُوازِياً لِ BC. وتَسْتَتْبِعُ مُشابَهَةُ المُثَلَّثَيْنِ PAC وَ LMC من جِهَةٍ والمُثَلَّثَيْنِ UAC وَ LMN من جِهَةٍ أُخْرَى، العَلاقَتَيْنِ

$$\frac{LM}{MC} = \frac{PA}{AC} \text{ وَ } \frac{LM}{MN} = \frac{UA}{AC}.$$

ونَسْتَنْبِطُ منهُما أنّ

$$\frac{MC}{MN} = \frac{UA}{AC} \cdot \frac{AC}{PA} = \frac{DE}{EI'} \cdot \frac{EH}{DE} = \frac{EH}{EI'}; \qquad (1)$$

ومن جِهَةٍ أُخْرَى

$$\frac{CN}{LB} = \frac{AC}{AB} = \frac{I'H}{GD}.$$

ويَكْتُبُ ابنُ هود هُنا، "فبالمساواة يَكونُ" لَدَيْنا

$$\frac{MC}{LB} = \frac{EH}{DG}.$$

وهَذِهِ النَتيجَةُ دَقيقَةٌ، غَيْرَ أنّ تَعْليلها غائِبٌ عن النَصِّ المَخْطوطِيِّ. وبِالفِعْلِ، فمن العَلاقَةِ *(1)* نَسْتَنْتِجُ التَضَمُّنَ

$$\frac{MC}{MN} = \frac{EH}{EI'} \Rightarrow \frac{CN}{MN} = \frac{HI'}{EI'};$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{CN}{MC} = \frac{HI'}{EH};$$

ولَكِنَّ

$$(2) \qquad \frac{CN}{LB} = \frac{AC}{AB} = \frac{I'H}{GD},$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$(3) \qquad \frac{MC}{LB} = \frac{EH}{DG}.$$

ومن جِهَةٍ أُخْرَى

$$(4) \qquad \frac{MC}{ML} = \frac{AC}{PA} = \frac{EH}{DE};$$

ونَسْتَنْبِطُ من العَلاقَتَيْنِ *(3)* وَ *(4)* أنّ

$$\frac{ML}{LB} = \frac{DE}{DG}؛$$

ويَكونُ المُسْتَقيمُ LM إذاً المُسْتَقيمَ المَطْلوبَ.

مُلاحظَة: لقد لَحَظْنا أنّ وُجودَ النُقْطَةِ U يَسْتَوْجِبُ تَحَقُّقَ الشَرْط $UA \geq AK$. ويُمْكِنُ إذاً أن يَكونَ لَدَيْنا في هَذِهِ الحالَةِ أوْضاعٌ مُخْتَلِفَةٌ للمُسْتَقيمِ AU وأوْضاعٌ مُخْتَلِفَةٌ للنُقْطَةِ P عَلَى المُسْتَقيمِ AU، وهَذا ما يُفَسِّرُ وجودَ الأشْكالِ المُخْتَلِفَةِ لَدَى ابنِ هود.

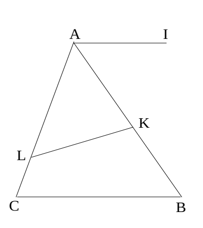
لنُقابِلِ النصَّ المُقْتَبَسَ عِنْدَ ابن هود مع مَصْدَرِهِ الأصْلِيِّ العائِدِ إلى ابنِ الهَيْثَمِ. لقد رَأَيْنا أنّ ابنَ هود يَأْخُذُ مُثَلَّثاً ABC وخَطّاً مُسْتَقيماً LK بحَيْثُ تَتَحَقَّقُ العَلاقَتانِ

$$\frac{KL}{KB} = \frac{ED}{DG} \quad \text{وَ} \quad \frac{KL}{LC} = \frac{ED}{EH}$$

ولِكَيْ نَفْهَمَ ما يَقومُ بِهِ ابنُ هود لا بُدَّ من المُقارَنَةِ بِما قامَ بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ، حَتَّى ولو كانَ في ذَلِكَ بَعْضُ التَكرارِ.

ابن هود

لَدَيْنا المُثَلَّثُ ABC والمُسْتَقِيمُ LK.



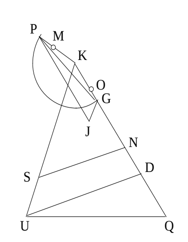
الشكل ٥

نَسْعَى إلى أن نُبَرْهِنَ

$$\frac{ED}{EH} = \frac{KL}{LC} \quad \text{و} \quad \frac{ED}{DG} = \frac{KL}{KB}$$

ابن الهَيْثَمِ

لَدَيْنا المُثَلَّث KUQ والمُسْتَقيم NS.



الشكل ٤

نَسْعَى إلى أن نُبَرْهِنَ العَلاقَتين

$$\frac{GP}{PM} = \frac{SN}{US} \quad \text{و} \quad \frac{GP}{GO} = \frac{SN}{QN}$$

ويَرْتَكِزُ الاسْتِدْلالُ عَلَى العَلاقَة $\frac{QU}{UK} = \frac{PG}{GC_a}$ وتتأتّى القِطْعَةُ GC_a من الشَكْل الأوَلِ في القَضِيَّةِ ٢٢ وكذَلِكَ الأمْرُ بالِنسْبَةِ إلى النِقاطِ O، G، P، M.

يَفْتَرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ في بُرْهانِهِ أنّ الزاوِيَةَ UKQ حادّةٌ (مِثْلَما تَكونُ عَلَيْهِ الحالَةُ في مُسْتَهَلِّ القَضِيَّةِ ٢٢) ومن ثَمّ يَنْتَقِلُ إلَى دِراسَةِ حالَتَيِ الزاوِيَةِ القائِمَةِ و المُنْفَرِجَةِ. بَيْنَما يَتَجَنَّبُ ابنُ هود التَطَرُّقَ إلَى هَذِهِ التَمْييزاتِ ولا يَفْرِضُ اسْتِدْلالُهُ أيَّ شُروطٍ عَلَى الزاوِيَةِ BAC.

ويَتَكَوَّنُ البُرْهانُ لَدَى كِلا الرِياضِيَّيْنِ من قِسْمَيْنِ، وتَتَبايَنُ الطُرُقُ الّتي يَسْتَعْمِلانَها في كُلِّ واحِدٍ من هذين القِسْمَيْن.

القِسْمُ الأوَّلُ: يَفْرِضُ ابنُ هود العَلاقَةَ $\frac{AB}{AC} = \frac{GD}{EH}$، ويَفْرِضُ ابن الهَيْثَمِ العَلاقَةَ $\frac{UK}{KQ} = \frac{PM}{OG}$؛ وكِلتا الفرضيّتَيْنِ مُتَوافِقَتان.

يُحَدِّدُ ابنُ هود نُقْطَةً I عَلَى المُسْتَقيمِ المُخْرَج من النُقْطَةِ A مُوازِياً لِ BC بحَيْثُ يَكونُ $\frac{DE}{EH} = \frac{AI}{AC}$، ويَسْتَنْبِطُ من ذَلِكَ النُقْطَةَ K (وهِيَ حادِثَةٌ عن تَقاطُعِ AB وَ CI) ويُبَرْهِنُ أنّ المُسْتَقيمَ KL المُوازيَ للمُسْتَقيمِ BC، هُوَ المُسْتَقيمُ المَطْلوبُ. ويَسْتَعْمِلُ في بُرْهانِهِ عَلاقَاتِ تَساوٍ مُتَأَتِّيَةً من مُشابَهَةِ المُثَلَّثاتِ. ويُمَيِّزُ في ذَلِكَ ثَلاثَ حالاتٍ تَقودُهُ إِلَى أَوْضاعٍ مُخْتَلِفَةٍ للمُسْتَقيمِ KL (راجِع الأشْكالَ الوارِدَةَ عَلَى الصَفْحَتَيْنِ ٨١٧ و ٨١٨).

بَيْنَما يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ مباشَرَةً النُقْطَةَ S عَلَى المُسْتَقيمِ KU بحَيْثُ يَكونُ $\frac{PM}{GC_a} = \frac{SU}{SK}$، الأمْرُ الَّذي يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ $\frac{GU}{QK} \cdot \frac{PM}{PG} = \frac{SU}{SK}$، ومن ثَمّ يُبَرْهِنُ أنّ المُسْتَقيمَ SN المُوازيَ للمُسْتَقيمِ UQ هُوَ المَطْلوبُ.

القسم الثاني: يَفْرِضُ ابنُ هود الشَرْطَ $\frac{GD}{EH} > \frac{AB}{AC}$ بَيْنَما يَفْرِضُ ابنُ الهَيْثَمِ العَلاقَةَ $\frac{PM}{OG} > \frac{UK}{KQ}$؛ وتَتَوافَقُ هُنا الفَرَضِيَّتانِ أيضاً.

في هَذا القِسْمِ يَعْتَمِدُ ابنُ هود بَعْضَ النتائجَ بدونِ إقامَةِ الدَليلِ، فَقَوْلُهُ بِ "المُساواةِ يَكونُ" غَيْرُ كافٍ، بَيْدَ أنّنا انطِلاقاً من النِقاطِ I'، U، P الَّتي يُحَدِّدُها، نَسْتَطيعُ الوُصولَ إِلَى النَتيجَةِ المَطْلوبَةِ (وهَذا بدونِ فَرْضِ شُروطٍ عَلَى الزاوِيَةِ BAC). أمّا بُرْهانُ ابنِ الهَيْثَمِ فمُخْتَلِفٌ جَوْهَرِيّاً، إذ إنَّهُ يُرجِعُ المَسْأَلَةَ إِلَى القِسْمِ الأوّلِ. تُؤْخَذُ النُقْطَةُ J المُحَدَّدَةُ ارتِكازاً عَلَى عَناصِرِ الشَكْلِ الأوّلِ من القَضِيَّةِ ٢٢ حَيْثُ يَسْتَخدِمُ البناءُ قَوْساً قابِلَةً. يُخْرِجُ ابنُ الهَيْثَمِ إِثْرَ ذَلِكَ من النُقْطَةِ U مُسْتَقيماً UD بحَيْثُ يَكونُ $D\widehat{U}Q = G\widehat{P}J$ ولِذَلِكَ فإنّ $\frac{PG}{GJ} = \frac{UD}{DQ}$؛ ويُخْرِجُ في المُثَلَّثِ UKD المُسْتَقيمَ SN مُوازِياً للمُسْتَقيمِ UD ويُبَيِّنُ أنّ SN هُوَ المُسْتَقيمُ المَطْلوبُ.

ارتِكازاً عَلَى هَذِهِ المُقارَنَةِ يُمْكِنُنا اسْتِخْلاصُ ما يَلي:

١– يَأْخُذُ ابنُ هود مُقَدِّمَةَ ابنِ الهَيْثَمِ هَذِهِ من جَديدٍ بِهَدَفِ تَجاوُزِ الرُجوعِ إِلَى العَناصِرِ (النقاطِ والقِطَعِ) الوارِدَةِ في شَكْلِ المَسْأَلَةِ ٢٢ الَّتي تُسْتَخْدَمُ هَذِهِ القَضِيَّةُ كمُقَدِّمَةٍ لها؛ وأيضاً بِهَدَفِ تَجاوُزِ مَوْضوعِ التَوَقُّفِ عِنْدَ تَمْييزِ حالاتِ الزاوِيَةِ BAC أكانَت حادَّةً أم قائِمَةً أم مُنْفَرِجَةً. وهَكَذا يُخْرِجُ ابنُ هود هَذِهِ المُقَدِّمَةَ من سِياقِها النَصِّيِّ.

٢– لَيْسَ نَصُّ ابنِ هود بَتاتاً صيغَةً "مُكَثَّفَةً" عن نَصِّ ابنِ الهَيْثَمِ، كما اعْتَبَرَ البَعْضُ[٦]. إذ إنّ ابنَ هود يَسْتَخْدِمُ طُرُقاً مُخْتَلِفَةً: فالنِقاطُ المُدْخَلَةُ مُخْتَلِفَةٌ وتَقودُنا إِلَى أَبْنِيَةٍ مُخْتَلِفَةٍ.

٣– وأخيراً، بِما أنّ النَتيجَةَ الَّتي يَسوقُها المُؤَلِّفُ صَحيحَةٌ ولَكِنَّها تَفْتَقِرُ إِلَى التَعْليلِ، يُمْكِنُنا التَساؤلُ عن إِمْكانِيَّةِ وجودِ خَطَأٍ أو سَهْوٍ عن كِتابَةِ اسْتِدْلالٍ وَسيطٍ في نَصِّ ابنِ هود.

وإذا ما كانَتِ المَسْأَلَةُ السابِقَةُ الذِكْرِ مُقْتَبَسَةً عن مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيب***، فَثَمَّةَ مَسْأَلَةٌ أُخْرَى تُطالِعُنا أيضاً في ***الاسْتِكْمال*** قد تَكونُ مُسْتَوْحاةً من المُؤَلَّفِ نَفْسِهِ وبدونِ أن تَكونَ هَذِهِ المَسْأَلَةُ ظاهِرَةً فيهِ بشَكْلٍ مُباشِرٍ. يَتَعَلَّقُ الأمْرُ هُنا بِبِناءِ دائِرَةٍ تَمُرُّ بنُقْطَةٍ مُعْطاةٍ، تُماسُّ دائِرَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ. نُشيرُ إِلَى أنّ هَذِهِ المَسْأَلَةَ غَيْرُ مَوْجودَةٍ في مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ بشَكْلٍ مُباشِرٍ، ولَكِنَّها تَتَجَسَّدُ بالأشْكالِ ٤١ وَ ٤٢ وَ ٤٣ في القَضِيَّةِ ٢٢ الآنِفَةِ الذِكْرِ؛ إذا أعتَبَرْنا أنّ نُقْطَةَ التَماسِّ E بَيْنَ الدائِرَةِ المَعْلومة (K) والدائِرَةِ المَطْلوبَةِ (L) نُقْطَةٌ مُعْطاةٌ، فإنّ الدائِرَةَ (L) ستَكونُ دائِرَةً تَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومةٍ E وتُماسُّ دائِرَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ (H) وَ (I). ويَبْقَى أن نُشيرَ إِلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ لا يَلَمِّحُ في مَعْرِضِ بُرْهانِهِ إِلَى هَذِهِ المَسْأَلَةِ، فهل هَذا الأمْرُ هُوَ الَّذي دَفَعَ ابنَ هود إلى

---

[٦] انْظُرْ:

J. P. Hogendijk,«The Geometrical Parts of the *Istikmāl* of Yūsuf al – Mu'taman ibn Hūd», p. 234.

تَناوُلِ هَذِهِ المَسْأَلَةِ؟ أم أنَّهُ أرادَ إتْمامَ دِراسَةٍ كانَ قد بَدَأَها ابنُ الهَيْثَمِ: نَعْني مَسْأَلَةَ بِناءِ دائِرَةٍ تَجوزُ عَلَى نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ وتُماسُّ مُسْتَقيماً ودائِرَةً مَعْلومَيْنِ؛ ومَسْأَلَةَ بناءِ دائِرَةٍ تُماسُّ ثَلاثَ دَوائرَ مَعْلومَةٍ؟ وتَحْتَلُّ المَسْأَلَةُ الَّتي يَطْرَحُها ابنُ هود حَيِّزاً يَقَعُ ما بَيْنَ هاتَيْنِ الحالَتَيْنِ. لِنَتَناولْ دِراسَتَهُ.

لِتَكُنْ (D, DA) وَ (E, EB) دائِرَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ، وَلْتَكُنْ C نُقْطَةً خارِجَ الدائِرَتَيْنِ؛ المَطْلوبُ بِناءُ دائِرَةٍ تَجوزُ عَلَى C وتُماسُّ الدائِرَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ.

نُحَدِّدُ النُقْطَةَ G عَلَى المُسْتَقيمِ CD بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $CD \,.\, DG = DA^2$، ونُحَدِّدُ النُقْطَةَ H عَلَى المُسْتَقيمِ CE بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $CE \,.\, EH = EB^2$. ونَرْسُمُ الدائِرَةَ المُحيطَةَ بالمُثَلَّثِ CGH؛ وَلْيَكُنْ GI قُطْرَها. ونَأخُذُ نُقْطَةً K عَلَى AD ونُقْطَةً L عَلَى BE بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{GI}{GK} = \frac{CD}{DA} \text{ وَ } \frac{GI}{HL} = \frac{CE}{EB}$$

ونُخْرِجُ المُسْتَقيمَ MN في المُثَلَّثِ CGH بحَيْثُ يَكونُ

$$\frac{MN}{HN} = \frac{GH}{HL} \text{ وَ } \frac{MN}{MG} = \frac{GH}{GK}$$

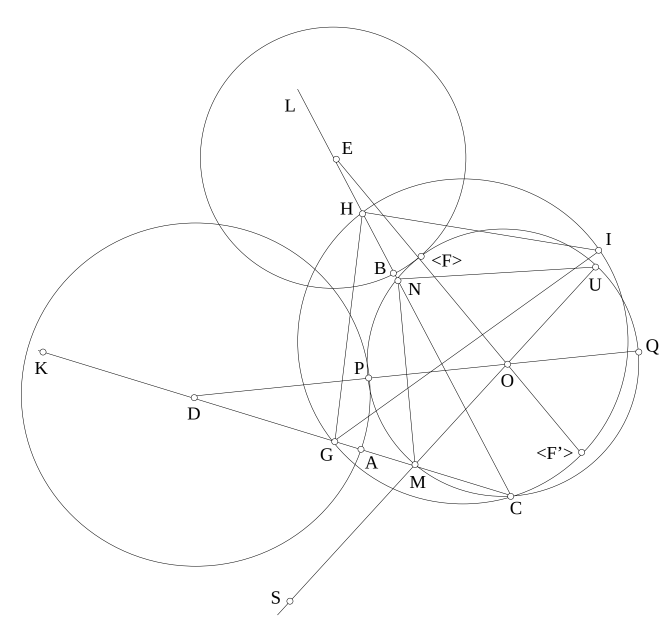
(ولذَلِكَ فإنّ $\frac{HN}{MG} = \frac{HL}{GK}$).

يَتَعَلَّقُ بناءُ MN بالمَسْأَلَةِ السابِقَةِ. وتَكونُ الدائِرَةُ المُحيطَةُ بالمُثَلَّثِ MNC هِيَ الدائِرَةُ المَطْلوبَةُ.

البُرْهان: لِتَكُنِ النُقْطَةُ O مَرْكَزَ هَذِهِ الدائِرَةِ، وَلْتَكُنْ U نُقْطَةَ تَقاطُعِها الثاني مع MO. لنَأخُذْ نُقْطَةً S عَلَى UM بحَيْثُ يَكونُ $MS = AD$. المُثَلَّثانِ GIH وَ MUN قائِمَا الزاوِيَةِ. يُؤَكِّدُ ابنُ هود وبدونِ بُرْهانٍ أن هَذَيْنِ المُثَلَّثَيْنِ مُتَشابِهانِ (انْظُرْ أدناه). ويَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{UM}{MN} = \frac{IG}{GH},$$

ولَكِن، وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ لَدَيْنا $\frac{MN}{MG} = \frac{GH}{GK}$، فإذاً



الشكل ٦

$$\frac{UM}{MG} = \frac{IG}{GK}$$

وبالتالي فإنّ

$$\frac{UM}{MG} = \frac{CD}{DA} = \frac{CD}{MS}$$

(لأنّ $MS = AD$)،

ولذَلِكَ فإنّ

$$CD \,.\, MG = MU \,.\, MS. \qquad (1)$$

وبِما أنَّهُ وَفْقَ الفَرَضِيَّةِ، لَدَيْنا $CD \,.\, DG = DA^2$، فإنّ

$$CD \,.\, DG = MS^2 \qquad (2)$$

وبِجَمْعِ العَلاقَتَيْنِ *(1)* وَ *(2)* طَرَفاً طَرَفاً يَصيرُ لَدَيْنا

$$CD \,.\, DM = MS \,.\, SU$$

ولَكِنَّ قُوَّةَ النُقْطَةِ D بِالنِسْبَةِ إِلَى الدائِرَةِ المُمَرْكَزَةِ بالنُقْطَةِ O تُعْطينا.

$$MD \,.\, DC = DQ \,.\, DP,$$

فإذاً

$$DQ \,.\, DP = MS \,.\, SU;$$

وللنُقْطَتَيْنِ D وَ S نَفْسُ القُوَّةِ بِالنِسْبَةِ إِلَى الدائِرَةِ (O)، فإذاً مَسافَتاهُما إِلَى المَرْكَزِ مُتَساوِيَتان، ولذَلِكَ فإنّ

$$DP = SM = DA.$$

والنُقْطَةُ P مَأْخوذَةٌ عَلَى الدائِرَتَيْنِ (O) وَ (D, DA)؛ وهِيَ مَوْجودَةٌ عَلَى القُطْرِ الواصِلِ بَيْنَ المَرْكَزَيْنِ O وَ D، ولذَلِكَ فإنَ الدائِرَتَيْنِ مُتَماسَّتانِ عَلَى النُقْطَةِ P. وتَجوزُ إذاً الدائِرَةُ MNU عَلَى النُقْطَةِ C وتُماسُّ الدائِرَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ.

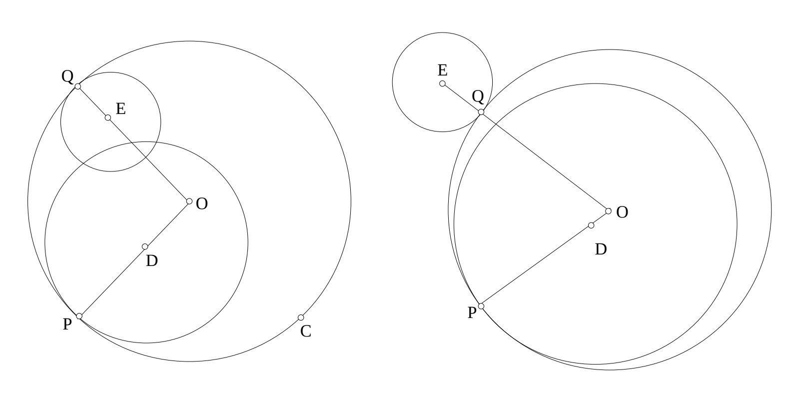
مُلاحَظات

١) كانَ بِاسْتِطاعَتِنا القِيامُ بِبُرْهانٍ مُماثِلٍ انطِلاقاً من المُسْتَقيمِ EO، حَيْثُ كانَ هَذا المُسْتَقيمُ سيَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى النقطتَيْنِ F وَ F'، وتَكونُ F نُقْطَةَ التَماسِّ بَيْنَ الدائِرَةِ (O) والدائِرَةِ (E, EB).

٢) ويُمْكِنُنا هَكَذا أن نُثْبِتَ المُشابَهَة بَيْنَ المُثَلَّثَيْنِ GIH وَ MUN. لَدَيْنا النِقاطُ C، M، G مُتَسامِتَةٌ والنِقاطُ C، N، H مُتَسامِتَةٌ أيضاً، فإذاً $G\widehat{C}H = M\widehat{C}N$. في الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ GCH لَدَيْنا $G\widehat{C}H = G\widehat{I}H$ (زاوِيَتان مُحاطَتان). وفي الدائِرَةِ المُحيطَةِ بالمُثَلَّثِ MUN لَدَيْنا $M\widehat{C}N = M\widehat{U}N$ (زاوِيَتان مُحاطَتان). ويَكونُ للمُثَلَّثَيْنِ القائِمَيْنِ إذاً زاوِيَةٌ حادَّةٌ مُتَساوِيَةٌ $G\widehat{I}H = M\widehat{U}N$؛ فَهُما مُتَشابِهانِ إذاً.

٣) في هَذِهِ الحالَةِ للشَكْلِ، تَكونُ القِطْعَةُ MN داخِلَ المُسْتَطيلِ CGH؛ وتَكونُ الدائِرَةُ MUN مُماسَّةً خارِجيّاً للدائِرَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ.

ولَكِنَّ أبْنِيَةَ المَسْأَلَةِ السابِقَةِ قد بَيَّنَت أنَّهُ من المُمْكِنِ أن تَقَعَ القِطْعَةُ MN ما بَعْدَ GH. في هَذِهِ الحالَةِ تَقَعُ الدائِرَتانِ D وَ E في تَقَعُّرِ الدائِرَةِ (O) ويُمْكِنُ أيضاً أن نَحْصُلَ عَلَى مُسْتَقيمٍ MN يَقْطَعُ GH. في هَذِهِ الحالَةِ تَكونُ إحْدَى الدائِرَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ داخِلَ الدائِرَة (O) بَيْنَما تَقَعُ الثانِيَةُ خارِجَها.



الشكل ٧

٤- لقد لاحَظَ أحَدُ قُرّاءِ مَخْطوطَةِ ***الاسْتِكْمال*** هَذِهِ الثَغْرَةَ وكَتَبَ عَلَى الهامِشِ: "تَبَيَّنَ هَذا الإخْراجُ <للمُسْتَقيم MN> الَّذي ذُكر في الفصل الَّذي قبل هَذا في الشَكْل الخامس عشر" وكَتَبَ أيضاً:"تَشابُهُ المُثَلَّثَيْنِ من أجْلِ أنّ زاوِيَتَي U وَ I مُساوِيَتان لزاوِيَةِ C، لأنّ كُلَّ واحِدَةٍ مِنْهُما عَلَى قوسٍ واحدةٍ مع زاوِيَةِ C ويَنْتَسِبانِ إلَى مُحيطٍ واحِدٍ، وزاوِيَتا H وَ N قائِمَتان لأنّ كُلَّ واحِدَةٍ مِنْهُما في نِصْفِ دائِرَةٍ، فتَبْقَى الباقِيَتان مُتَساوِيَتَيْنِ فالمُثَلَّثانِ مُتَشابِهانِ".

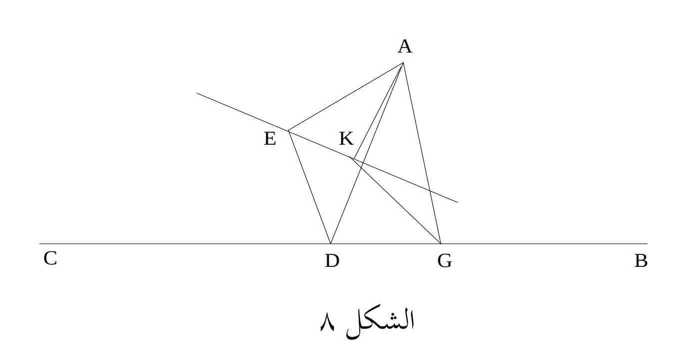
٣- *في المَعْلومات*

يَقْتَبِسُ ابنُ هود عن مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ ***في المَعْلومات*** أكْثَرَ بِكَثيرٍ مِمّا يَقْتَبِسُهُ عن مُؤَلَّفِهِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** . وتَعودُ أغْلَبُ تِلْكَ الاسْتِعاراتُ إلَى الكِتابِ الثاني من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلوماتِ***. نُذَكِّرُ بأنّ ابنَ الهَيْثَمِ – ووَفْقَ ما يَذْكُرُهُ هُوَ شَخْصِيّاً – يَتَناوَلُ في هَذا الكِتابِ مَسائِلَ من الصِنْفِ الَّذي سَبَقَ لإقليدس أن تناوَلَهُ في كِتابِ ***المُعْطَياتِ***. وسَوْفَ نَنْبَري إلَى تَفَحُّصِ تِلْكَ المَسائلِ وَفْقَ التَرْتيبِ الَّذي يَعْتَمِدُهُ ابنُ الهَيْثَمِ، ولَكِن مُعْتَمِدين في نَفْسِ الوَقْتِ صِياغَةَ ابنِ هود.

قَضِيَّة ١–٥.– في هَذِهِ القَضِيَّةِ، يُخرِجُ ابنُ الهَيْثَمِ من نُقْطَةٍ مَعْلومَةٍ A مُسْتَقيماً AD يَقْطَعُ مُسْتَقيماً مَعْلومَ الوَضْعِ BC عَلَى نُقْطَةٍ D، لِيَنْعَطِفَ المُسْتَقيمُ المُخْرَجُ في النُقْطَةِ D فَيَمُرُّ بِنُقْطَةٍ E مُحْدِثاً زاوِيَةً مَعْلومةً $\alpha = ADE$، بِحَيْثُ تَتَحَقَّقُ عَلاقَةُ النِسْبَةِ المَعْلومَةِ $k = \frac{AD}{DE}$؛ وتَقَعُ النُقْطَةُ E إذاً عَلَى مُسْتَقيمٍ مَعْلومِ الوَضْعِ.

ويُفْضي الأَمْرُ إذاً إِلَى البَحْثِ عن مَكانِ الرأسِ الثالِثِ E لمُثَلَّثٍ "مَعْلومِ الخِلْقَة"، حَيْثُ أَحَدُ رَأسَيْهِ A مَعْلومٌ ورَأسُهُ الثاني D يَخُطُّ مُسْتَقيماً مَعْلوماً.

تُفيدُ الفِكْرَةُ المُضْمَرَة لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ بأنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ للنُقْطَةِ E هُوَ المُحَوَّلُ من المُسْتَقيمِ BC الَّذي تَقَعُ عَلَيْهِ النُقْطَةُ D، بِواسِطَةِ مُشابَهَةٍ مَرْكَزُها في النُقْطَةِ A.



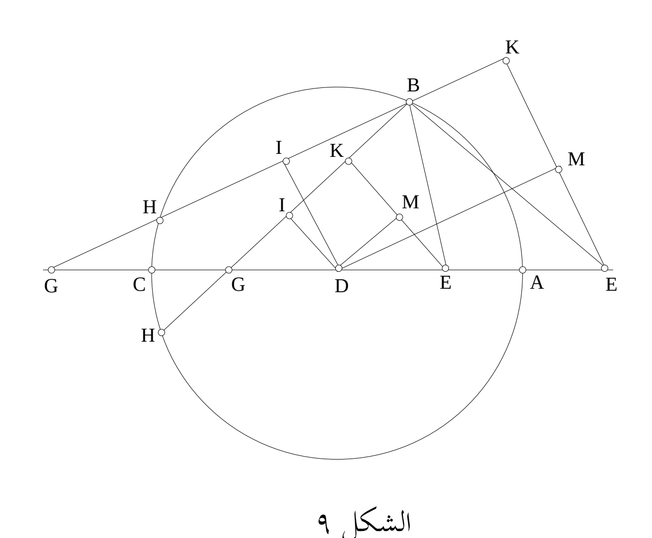
الشكل ٨

ويَبْدَأ ابنُ الهَيْثَمِ بُرْهانَهُ بإخْراجِ المُسْتَقيمِ AG بِحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $A\hat{G}C = \beta$ مَعْلومةَ القَدْرِ، ويَأْخُذُ الزاوِيَةَ β مُساوِيَةً تَحْديداً لِزاوِيَةٍ قائِمَةٍ. والفارِقُ الوَحيدُ بَيْنَ ما كَتَبَهُ ابنُ هود وما يَكْتُبُهُ ابنُ الهَيْثَمِ هُوَ أنّ الأَوَّلَ مِنْهُما يَأْخُذُ β مَعْلومَةً فَحَسْب (انْظُرِ الشَكْلَ في النَصِّ). وبُرْهانا الرَجُلَيْنِ مُتَطابِقانِ.

لرُبَّما أرادَ ابنُ هود أن يُبَيِّنَ أنّ تَعامُدَ المُسْتَقيمَيْنِ AG وَ BC لا يُمَثِّلُ شَرْطاً ضَروريّاً. ولَكِنَّ هَذا الأمْرَ لا يُحَسِّنُ ولا يُعَمِّمُ نَتيجَةَ ابنِ الهَيْثَمِ، إنّما يَدُلُّ عَلَى أنّ ابنَ هود قد فَوَّتَ مُلاحَظَةَ تَحْويلِ المُشابَهَةِ.

قَضِيَّة ١–٢٢.– لنَأخُذْ دائِرَةً ABC مَعْلومَةَ القَدْرِ والوَضْعِ، ولْيَكُنْ قُطْرُها AC مَعْلومَ الوَضْعِ. ولْنَأخُذْ عَلَى AC أو عَلَى امْتِدادِهِ المُستقيمِ نقطتَيْنِ E وَ G تَقَعَان عَلَى مَسافَةٍ مُتَساوِيَةٍ من مَرْكَزِ الدائِرَة D. ولْتَكُنْ B نُقْطَةً عَلَى مُحيطِ الدائِرَةِ. يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$BE^2 + BG^2 = EG^2 \pm 2GC \,.\, EC.$$



الشكل ٩

بُغْيَةَ إقامَةِ الدَليلِ عَلَى هَذِهِ القَضِيَّة، يُخْرِجُ ابنُ هود المُسْتَقيمَ DI عَمودِيّاً عَلَى BG والمُسْتَقيمَ EK عَمودِيّاً عَلَى BG والمُسْتَقيمَ DM عَمودِيّاً عَلَى EK. وفي حالَتَي الشَكْلِ (أكانَت النُقْطَتانِ E وَ G خارِجِيَّتَيْنِ أم داخِلِيَّتَيْنِ)، يَكونُ لَدَيْنا $IB = IH$ وَ $DM \,//\, KG$. المُثَلَّثانِ القائِمَان DIG وَ DME مُتَساوِيانِ، لأنَّ

$DE = DG$ وَ $E\widehat{D}M = D\widehat{G}I$. يَكونُ لَدَيْنا إذاً $DM = GI = IK$. وبِما أنَّ I مُنْتَصَفُ BH فإنَّ $KB = GH$. ونَحْصُلُ في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ عَلَى:

$$BE^2 + BG^2 = EG^2 \pm 2BG \,.\, BK.$$

يَسْتَخْدِمُ ابنُ هود هَذِهِ النَتيجَةَ الَّتي تُسْتَخْلَصُ من الكِتابِ السادِسِ من ***الأصول*** ولَكِن بدونِ إقامَةِ الدَليلِ عَلَيْها.

وتَكونُ لَدَيْنا إشارة (+) إذا كانَت النُقْطَتانِ E وَ G داخِلَ الدائِرَة، لأنّ الزاوِيَةَ B تَكونُ حادّةً.

وتَكونُ لَدَيْنا إشارة (−)، إذا كانَت النُقْطَتانِ E وَ G خارِجَ الدائِرَة، لأنّ الزاوِيَة B مُنْفَرِجَةٌ.

ولَدَيْنا

$$BG \,.\, BK = BG \,.\, GH = GC \,.\, GA = GC \,.\, EC$$

ولِذَلِكَ فإنّ

$$BE^2 + BG^2 = EG^2 \pm 2\; GC \,.\, EC$$

وتَبْقَى هَذِهِ النَتيجَةُ بدونِ تَغَيُّرٍ، بِغَضِّ النَظَرِ عن حالاتِ الشَكْلِ وعن مَوْقِعِ النُقْطَةِ B عَلَى الدائِرَةِ.

مُلاحَظات:

١) يُمْكِنُنا تَحْويلُ هَذِهِ النَتيجَةِ عَلَى الشَكْلِ التالي: إذا كانَتِ النُقْطَتانِ E وَ G داخِلَ الدائِرَةِ، يَكونُ لَدَيْنا

$$EG^2 + 2GC \,.\, EC = (EC - CG)^2 + 2\; GC \,.\, EC = EC^2 + CG^2 = AG^2 + CG^2;$$

ولَدَيْنا إذاً

$$BE^2 + BG^2 = AG^2 + CG^2;$$

يَعودُ هَذا الحِسابُ وهَذِهِ النَتيجَةُ إلَى ابنِ الهَيْثَم. وبِالْمُقابِلِ فقد رَأَيْنا أنّ القَضِيَّةَ العَكْسِيَّةَ تُعْطي ما يلي: إنَّ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنِقاطِ B الَّتي يَكونُ مَجْموعُ مربَّعَيِ المَسافتَيْنِ منها إلَى نقطتَيْنِ ثابِتَتَيْنِ E وَ G مَعْلوماً، هُوَ دائِرَةٌ مُمَرْكَزَةٌ في النُقْطَةِ

المُنَصِّفَةِ للقِطْعَةِ EG. وهَذا ما يُؤَكِّدُ لنا مَرَّةً إضافِيَّةً أنّ ابنَ هود لم يَكُنْ مُهْتَمّاً بالعُثورِ عَلَى الأمْكِنَةِ الهَنْدَسِيَّةِ لِلنقاطِ، وذَلِكَ خِلافاً لابنِ الهَيْثَمِ الَّذي دَفَعَتْهُ هَذِهِ الغايَةُ تَحْديداً لصِياغَةِ هَذِهِ القَضايا.

في الحالَةِ الأُخْرَى، عِنْدَما تَكونُ النُقْطَتانِ E وَ G خارِجَ الدائِرَة، يَكونُ لَدَيْنا

$$EG = EC + CG;$$

وَ

$$EG^2 - 2GC \cdot EC = (EC + CG)^2 - 2GC \cdot EC = EC^2 + CG^2 = AG^2 + CG^2;$$

ويَكونُ لَدَيْنا إذاً، في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ

$$BE^2 + BG^2 = AG^2 + CG^2;$$

ولَكِنَّ ابنَ هود لا يُثْبِتُ هَذِهِ العَلاقَةَ.

٢) إنّ مُقارَنَة نَصِّ ابنِ الهَيْثَمِ مع ما يُعاوِدُ ابنُ هود تَناوُلَهُ يَجْعَلُنا نَعْتَقِدُ أنّ بُرْهانَ الأوّلِ مِنْهُما يَفْتَرِضُ النُقْطَتَيْنِ المَعْلومَتَيْنِ واقعتَيْنِ عَلَى القُطْرِ داخِلَ الدائِرَة. ويُمْكِنُ الاعْتِقادُ أنّ ابنَ هود قد أرادَ تَعْميمَ المَسْألَةِ الَّتي يَطْرَحُها ابنُ الهَيْثَمِ عَلَى الحالَةِ حَيْثُ تَكونُ النُقْطَتانِ خارِجَ الدائِرَةِ.

يَفْتَرِضُ ابنُ هود أنّ الصيغَةَ الَّتي تُعْطي مَجْموعَ مُرَبَّعَي ضِلْعَيِ المُثَلَّثِ مَعْلومةٌ، أكانَت الزاوِيَةُ المَحْصورَةُ بَيْنَ الضِلْعَيْنِ حادّةً أم مُنْفَرِجَةً، في حينِ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُثْبِتُ هَذِهِ الصيغَةَ في حالَةِ الزاوِيَةِ الحادَّةِ. وكما رَأَيْنا، فإنَّهُ يَسْتَخْدِمُ في مَعْرِضِ بُرْهانِهِ وفي ثَلاثِ مُناسَباتٍ، وُقوعَ النِقاطِ عَلَى نَفْسِ الدائِرَةِ، وقُوَّةَ نُقْطَةٍ بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ المَأْخوذَةِ.

ويَسْتَخْدِمُ ابنُ هود تَساوي مُثَلَّثَيْنِ مُسْتَنْتِجاً من ذَلِكَ تَساوي قِطَعٍ مُسْتَقيمةٍ، كما يَسْتَخْدِمُ قُوَّةَ النُقْطَةِ G بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ المُعْطاةِ. وتُمَكِّنُهُ هَذِهِ النَتائِجُ من تَحْويلِ الصيغَةِ الَّتي تُعْتَبَرُ مَعْلومةً.

وأخيراً، يَخْتِمُ ابنُ الهَيْثَمِ القَضِيَّةَ مُبَيِّناً أنّ المَجْموعَ المَطْلوبَ يُساوي مَجْموعَ مُرَبَّعَيْنِ مَعْلومَيْنِ

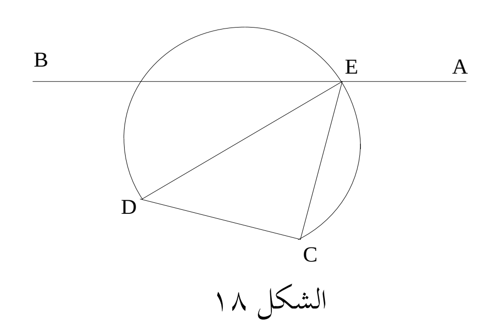
$$BE^2 + BG^2 = AG^2 + CG^2.$$

أمّا ابنُ هود فلا يُثْبِتُ هَذِهِ النَتيجَةَ الَّتي تَكونُ صَحيحَةً في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ. وبِاخْتِصارٍ، ففي هَذا البُرْهانِ، يَكْتَفي ابنُ هود بالافْتِراضِ أنّ الصيغَةَ الأساسِيَّةَ مَعْلومةٌ بدونِ أن يَمْنَحَها التَحْويلَ الَّذي يُبَيِّنُ أنّ المَجْموعَ المَطْلوبَ يُساوي مَجْموعَ مُرَبَّعَيْنِ مَعْلومَيْنِ.

وبِناءً عَلَى ذَلِكَ، يَتَبَيَّنُ من القَضِيَّتَيْنِ المُقْتَبَسَتَيْنِ عن الكِتابِ الأوَّلِ من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***، أنّ ابنَ هود لا يَبْدو مُهْتَمّاً باهتِماماتِ ابنِ الهَيْثَمِ الجَديدَةِ، أي بالتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ وبِالبَحْثِ عن الأمْكِنَةِ الهَنْدَسِيَّةِ.

ويَقْتَبِسُ ابنُ هود عن ابنِ الهَيْثَمِ إثْرَ ذَلِكَ القَضِيَّتَيْنِ ٢–٦ وَ ٢–٧. ولَكِنَّهُ يَدْمُجُهُما معاً مُضيفاً إلَيْهِما حالَةً ثالِثَةً لم يَسْبُقْ لابنِ الهَيْثَمِ أن تَفَحَّصَها.

قَضِيَّة ٢–٦.– لِيَكُنْ AB مُسْتَقيماً مَعْلومَ الوَضْعِ، ولْتَكُنْ C وَ D نُقْطَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ، ولْنُخْرِجْ CE وَ DE بحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ CED مَعْلومةً؛ فيَكونُ المُسْتَقيمان EC وَ DE إذاً مَعْلومَيِ الوَضْعِ والقَدْرِ.



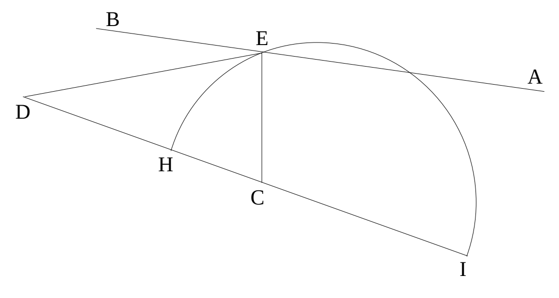
الشكل ١٨

تَقَعُ النُقْطَةُ E عَلَى AB وعَلَى القَوْسِ القابِلَةِ لِلزاوِيَةِ المَعْلومَةِ، المَبْنِيَّةِ عَلَى CD؛ النُقْطَةُ E مَعْلومَةٌ إذاً، وبِالتالي يَكونُ المُسْتَقيمان EC وَ ED مَعْلومَيِ الوَضْعِ والقَدْرِ.

يَتناوَلُ ابنُ هود من جَديدٍ بُرْهانَ ابنِ الهَيْثَمِ، ولَكِن خِلافاً لِهَذا الأخيرِ، بدونِ اسْتِخْدامِ القَضِيَّةِ ١-٦، فإذاً بدونِ تَعْليلِ وُقوعِ النُقْطَةِ E عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ. وعَلَى غِرارِ ابنِ الهَيْثَمِ، لا يُناقِشُ ابنُ هود مَسْأَلَةَ وُجودِ النُقْطَةِ E ولا عَدَدَ الحُلولِ المُمْكِنَةِ، حَيْثُ يُمْكِنُ أن يَكونَ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ واحِدٌ أو اثنانِ، كما يُمْكِنُ أن تَكونَ بلا حَلٍّ.

قَضِيَّة ٢-٧.- يَجْري من جَديدٍ تَناوُلُ صيغَةِ القَضِيَّةِ السابِقَةِ، ولَكِن في ظِلِّ فَرَضِيَّةِ عَلاقَةِ النِسْبَةِ المَعْلومةِ $k = \frac{CE}{DE}$، ويُبَيَّنُ أنّ النُقْطَةَ E تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ.

يُؤَكِّدُ ابنُ هود النَتيجَةَ بدونِ إثْباتٍ أو إشارَةٍ إلَى مَرْجِعٍ ما. أمّا ابنُ الهَيْثَمِ فَيُذَكِّرُ بأنّ هَذا الأمْرَ قد أُثْبِتَ في القَضِيَّةِ ١-٩ في مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***؛ ويَكونُ قُطْرُ الدائِرَةِ مَحْمولاً عَلَى المُسْتَقيمِ CD وطَرَفاهُ هُما النُقْطَتينِ I وَ H اللّتينِ تَقْسِمانِ CD عَلَى النِسْبَةِ المَعْلومَةِ k (قِسْمَةٌ تَوافُقِيَّة).



الشكل ١١

يَتناوَلُ ابنُ هود نَفْسَ المَسْألَةِ في ظِلِّ فَرَضِيَّةٍ أُخْرَى، وهِيَ أنّ المَجْموعَ $EC^2 + ED^2 = l^2$ مَعْلومٌ، ويَسْعَى إذّاك إلَى إثْباتِ وُقوعِ النُقْطَةِ E عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ.

وبُرْهانُ ابنِ هود غَيْرُ مُرْضٍ. إذ إنَّهُ يُوردُ مَرْكَزَ ونِصْفَ قُطْرِ الدائِرَةِ (وهِيَ نَتيجَةٌ غَيْرُ دَقيقَةٍ) بدونِ أن يُشيرَ إلَى طَريقَةِ بُلوغِ ذَلِكَ. لِنَتَناوَلْ هَذا البُرْهانَ مع الإضافاتِ والتَصْويباتِ الضَرورِيَّةِ.

إذا كانَتِ النُقْطَةُ O مُنْتَصَفَ CD، يَكونُ لَدَيْنا لِكُلِّ نُقْطَةٍ E

$$EC^2+ED^2 = 2\ OE^2 + 2\ OC^2$$

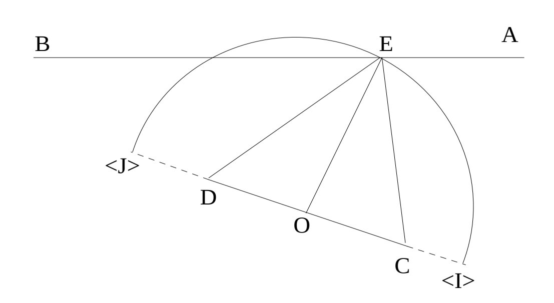
ويَكونُ طولُ القِطْعَةِ OE مُحَدَّداً إذاً بالعَلاقَةِ

$$OE^2 = \frac{1}{2}[EC^2 + ED^2] - OC^2 = \frac{1}{2}l^2 - OC^2;$$

يَنْبَغي إذاً أن يَكونَ لَدَيْنا

$$l > OC\sqrt{2}.$$

ويَكونُ طولُ OE مَعْلوماً إذاً، وتَقَعُ النُقْطَةُ E عَلَى دائِرَةٍ مَعْلومَةِ المَرْكَزِ ونِصْفِ القُطْرِ. وتَكونُ النُقْطَةُ E عَلَى تَقاطُعِ هَذِهِ الدائِرَةِ مع المُسْتَقيمِ AB؛ فيُمْكِنُ أن يكونَ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ أو اثنان، كما يُمْكِنُ أن تَكونَ بلا حَلٍّ. ولا يُناقِشُ ابنُ هود مَسْأَلَةَ وُجودِ النُقْطَةِ E ولا عَدَدَ الحُلولِ المُمْكِنَةِ.



الشكل ١٢

يُمْكِنُ التَساؤُلُ هُنا إذا ما كانَ ابنُ هود قد اسْتَخْدَمَ – بشَكْلٍ غَيْرِ دَقيقٍ – النَتيجَةَ الَّتي أثْبَتَها ابنُ الهَيْثَمِ في القَضِيَّةِ ١–٢٢ الَّتي لم يَتطَرَّقْ هُوَ نَفْسُهُ إلَى إثْباتِها، كما سَبَقَ لنا وأشَرْنا؛ أو إذا ما كانَ قد اسْتَخْدَمَ الصيغَةَ الَّتي تُعْطي مَجْموعَ مُرَبَّعَي الضِلْعَيْنِ لمُثَلَّثٍ بِصورَتِهِ العامَّةِ عَبْرَ اللُجوءِ إلَى مُنْتَصَفِ الضِلْعِ الثالِثِ.

لِنُشِرْ أيضاً إلَى أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُعْطي في القَضِيَّةِ ١–٢٣ المَكانَ الهَنْدَسِيَّ لِلنقاطِ C الَّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $CA^2 + CB^2 = l^2$، ولَكِن بشَرْطِ أن تَكونَ الزاوِيَةُ CAB حادّةً، وهَذا ما يَتطَلَّبُ تَوَفُّرَ الشَرْطِ $AB < l$. في ظِلِّ هَذا الاقْتِصارِ، تَكونُ القَضِيَّةُ ١–٢٣ قَضِيَّةً عَكْسِيَّةً للقَضِيَّةِ ١–٢٢ الَّتي تَكونُ فيها الزاوِيَةُ EBD حادّةً (وذَلِكَ لأنّ النُقْطَتَيْنِ B وَ D تَقَعانِ داخِلَ الدائِرَةِ). وبِما أنّ النَتيجَةَ المُثْبَتَةَ في القَضِيَّةِ ١–٢٢، والَّتي تَكونُ صَحيحَةً في كُلِّ حالاتِ الشَكْلِ، تُعْطينا هُنا، عِنْدَما يَكونُ IJ قُطْراً:

$$EC^2 + ED^2 = CI^2 + CJ^2 = (OI - OC)^2 + (OI + OC)^2 = 2OI^2 + 2OC^2,$$

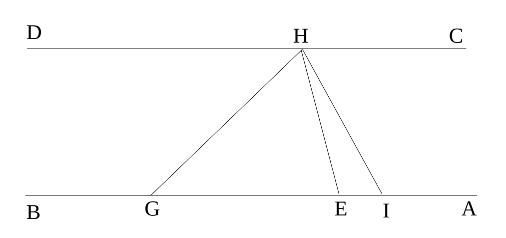
فإنّ

$$OE^2 = OI^2 = \frac{1}{2}l^2 - OC^2,$$

وهَذا يَفْرِضُ أن يَكونَ لَدَيْنا $\sqrt{2}\ OC < l$، أو ما يَعْني $\frac{CD}{\sqrt{2}} < l$. وإذا كانَ $l = CD$، فإنّ $OE = OC$ وتَكونُ الزاوِيَةُ BEC قائِمَةً.

ويَتَناوَلُ ابنُ هود القَضِيَّةَ التالِيَةَ من الكِتابِ الثاني من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***.

قَضِيَّة ٢–٨.– لِيَكُنْ AB وَ CD مُسْتَقيمَيْنِ مَعْلومَي الوَضْعِ، وَ E وَ G نقطتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ عَلَى AB؛ لنُخْرِجْ EH وَ GH (النُقْطَةُ H عَلَى CD) بحَيْثُ يَكونُ الضَرْبُ $GH \cdot EH$ مَعْلوماً. يَكونُ المُسْتَقيمانِ HE وَ HG إذاً مَعْلومَي الوَضْعِ والقَدْرِ.



الشكل ١٣

بُغْيَةَ بُرْهانِ هَذِهِ القَضِيَّةِ يَتَخَيَّلُ ابنُ هود في النُقْطَةِ H زاوِيَةً GHI مُساوِيَةً للزاوِيَةِ HEG؛ ويَكونُ المُثَلَّثانِ HIG وَ EHG مُتَشابِهَيْنِ إذاً، ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{IH}{HE} = \frac{HG}{GE},$$

ونَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ $HG \cdot HE = GE \cdot IH$. ولَكِنَّ القِطْعَةَ GE مَعْلومَةٌ، فإذاً القِطْعَةُ IH مَعْلومَةُ القَدْرِ وهِيَ مَحْصورَةٌ بَيْنَ المُسْتَقيمَيْنِ المُتَوازِيَيْنِ المَعْلومَيْنِ، فإذاً الزاوِيَةُ HIG مَعْلومَةٌ، فإذاً الزاوِيَةُ EHG مَعْلومَةٌ أيضاً. والنقطتَانِ E وَ G مَعْلومَتان وتَقَعُ النُقْطَةَ H عَلَى مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ. يَسْتَنْبِطُ ابنُ هود من ذَلِكَ أنّ المُسْتَقيمَيْنِ EH وَ GH مَعْلوما القَدْرِ والوَضْعِ مُرْجِعاً المَسْأَلَةَ بذَلِكَ إلَى القَضِيَّةِ ٢–٦.

لقد حَرِصْنا عَلَى تَناوُلِ مَسارِ ابنِ هود لِكَيْ نَتَمَكَّنَ من تَفَحُّصِهِ عن قُرْبٍ. فابنُ هود لا يَعَلِّلُ مَسْأَلَةَ وُجودِ النُقْطَةِ I عَلَى AB الَّتِي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ

$$G\hat{H}I = H\hat{E}G.$$

وبِالمُقابِلِ فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُعَلِّلُ هَذا الوُجودَ بالمُتَبايِنَةِ

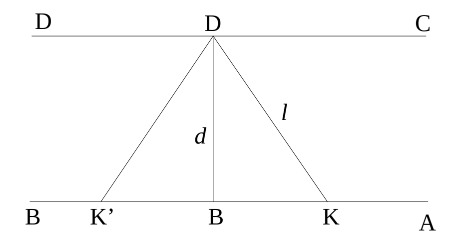
$$I\hat{G}H + G\hat{H}I < 180^\circ.$$

ومن جِهَةٍ أُخْرَى، ما أن يُثْبِتَ ابنُ هود أنّ القِطْعَةَ IH مَعْلومَةُ القَدْرِ حَتَّى يَبْدَأَ بالاسْتِدْلالِ وكأنَّ النُقْطَةَ H مَعْلومَةٌ، رَغْمَ عَدَمِ إثْباتِهِ للوُجودِ الفِعْلِيِّ لِهَذِهِ النُقْطَةِ.

من الواضِحِ، أَنَّهُ إذا كانَت d المَسافَةَ بَيْنَ المُسْتَقيمَيْنِ المُتَوازِيَيْنِ AB وَ CD، فإنَّهُ من الضَروريِّ أن يَكونَ لَدَيْنا $d \leq IH$، لِكَيْ تَكونَ النُقْطَةُ H مَوْجودَةً. يَشْرَحُ ابنُ الهَيْثَمِ مَسْأَلَةَ وُجودِ النُقْطَةِ H في الحالَتَيْنِ:

- إذا كانَ $HI = d$، تَكونُ النُقْطَةُ H عَلَى العَمودِ القائِمِ عَلَى AB عَلَى النُقْطَةِ I، وفي هَذِهِ الحالَةِ تَكونُ الزاوِيَة HIG قائِمَةً.
- إذا كانَت $HI > d$، يَكونُ لَدَيْنا اتّجاهانِ مُمْكِنانِ للمُسْتَقيمِ IH.

وبِالفِعْلِ، إذا أخَذْنا النُقْطَةَ D عَلَى CD وَ DB عَمودِيّاً عَلَى AB، فإنّ الطولَ IH المُساوِيَ لِ l، وإنَّ المَسافَةَ d بَيْنَ المُتوازِيَيْنِ المُساوِيَة لِ DB، سَيَكونانِ مَعْلومَيْنِ؛ وتَقْطَع الدائِرَةُ (D, l) المُسْتَقيمَ AB عَلَى نقطتَيْنِ K وَ K'، ونَحْصُلُ لذَلِكَ عَلَى اتّجاهَيْنِ DK وَ DK' مُتَناظِرَيْنِ بِالنِسْبَةِ إلَى DB، وهُما الاتّجاهانِ المُمْكِنانِ.



الشكل ١٤

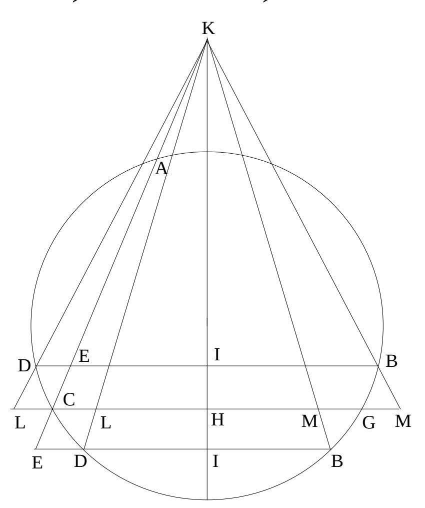
وفي كِلْتا الحالَتَيْنِ يَكونُ لَدَيْنا $\sin H\hat{I}G = \frac{d}{IH}$، وبالتالي فإنّ الزاوِيَةَ HIG، والزاوِيَةَ EHG المُساوِيَةَ لها، مَعْلومَتانِ.

- تَقَعُ النُقْطَةُ H إذاً عَلَى القَوْسِ القابِلَةِ للزاوِيَةِ EHG، المَبْنِيَّةِ عَلَى القِطْعَةِ المُسْتَقيمَةِ EG، كما أنّها تَقَعُ أيضاً عَلَى المُسْتَقيمِ CD، ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ H مَعْلومةٌ، ويَكونُ أيضاً كُلُّ واحدٍ من المُسْتَقيمَيْنِ EG وَ GH مَعْلومَ الوَضْعِ.

ومُجْمَلُ القولِ إنّ نَصَّ ابنِ هود لا يَرْقَى بِمَضْمونِهِ إلَى مُسْتَوَى نَصِّ ابنِ الهَيْثَمِ الَّذي اقْتُبِسُ عَنْهُ.

ويُتابِعُ ابنُ هود تَحْريرَهُ لقَضايا مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***، فَيَعْمَدُ كما أشَرْنا سابقاً، إلَى دَمْجِ قَضِيَّتَيْنِ من المُؤَلَّف المَذْكورِ في قَضِيَّةٍ واحِدَةٍ. وفي هَذِهِ المرَّةِ يَدْمُجُ القَضِيَّتَيْنِ ٢–١٣ وَ ٢–٢٣.

القَضِيَّتان ٢–١٣ وَ ٢–٢٣.– المَطْلوبُ إيجادُ مُسْتَقيمٍ يَقْطَعُ دائِرَةً مَعْلومَةَ القَدْرِ والوَضْعِ عَلَى نقطتَيْنِ D وَ B، كما يَقْطَعُ مُسْتَقيماً مَعْلومَ الوَضْعِ عَلَى نُقْطَةٍ E، وبحَيْثُ تَكونُ الزاوِيَةُ $A\hat{E}B = \alpha$ والنِسْبَةُ $k = \frac{EB}{ED}$ مَعْلومَتَيْن.



الشكل ١٥

تَحْليل: لِنُسَلِّمْ بوُجودِ المُسْتَقيمِ BDE. في هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا ثَلاثَةُ احتِمالاتٍ خاصَّةٍ بالنُقْطَةِ E الَّتي تُحَقِّقُ العَلاقَةَ $k = \frac{a}{b} = \frac{EB}{ED}$: فإمّا أن تَكونَ النُقْطَةُ E بَيْنَ D وَ B وفي هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا $E \in [AC]$؛ وإمّا أن تَكونَ النُقْطَةُ E ما بَعْدَ النُقْطَةِ D وفي هَذِهِ الحالَةِ يَكونُ لَدَيْنا $E \in (AC)$؛ وإمّا أن تَكونَ

E ما بَعْدَ النُقْطَةِ C أو ما بَعْدَ النُقْطَةِ A. ويَتَوافَقُ الشَكْلُ المُعْتَمَدُ في النَصِّ المَخْطوطِيِّ مع الفَرَضِيَّةِ: $k > 1$.

نُخْرِجُ CG مُوازِياً لِ DB، وتَكونُ النُقْطَةُ G مَعْلومَةً إذاً. ونَرْسُمُ المُنَصِّفَ العَمودِيَّ للقِطْعَةِ المُسْتَقيمَةِ CG، الَّذي يَقْطَعُ CG عَلَى النُقْطَةِ H وَ DB عَلَى النُقْطَةِ I. وإذا كانَت الزاوِيَةُ $A\hat{C}G = \alpha$ حادَّةً فإنّ المُنَصِّفَ العَمودِيَّ يَقْطَعُ AC عَلَى نُقْطَةٍ K؛ وإذا كانَت الزاوِيَةُ $A\hat{C}G = \alpha$ قائِمَةً يَكونُ لَدَيْنا $HI \parallel AC$ (ولا يُوجَدُ في نَصِّ ابنِ هود شَكْلٌ مُوافِقٌ لِهَذِهِ الحالَةِ).

نُحَدِّدُ النُقْطَةَ L عَلَى CG بِواسِطَةِ العَلاقَةِ $\frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ED}$. وفي الحالَةِ الَّتي تَكونُ فيها الزاوِيَةُ α حادَّةً، تَكونُ القِسْمَتانِ (I, E, D) وَ (H, C, L) مُتَحاكِيَتَيْنِ بِواسِطَةِ تَحاكٍ مُمَرْكَزٍ في النُقْطَةِ K. وفي الحالَةِ الَّتي تَكونُ فيهِ الزاوِيَةُ α قائِمَةً تَتَساوَى القِسْمَتانِ (I, E, D) وَ (H, C, L) وتُسْتَنْبَطُ إحْداهُما من الأُخْرَى بِواسِطَةِ انْسِحابٍ خَطِّيٍّ يُحْدِثُهُ المُتَّجِهُ $\overrightarrow{HI}$.

ويُورِدُ ابنُ هود، وبدونِ تَعْليلٍ، عِبارَتَيْنِ لِلنِسْبَةِ $\frac{IE}{ED}$ تِبْعاً لِ a وَ b مُمَيِّزاً في ذَلِكَ حالَتَيْنِ اثْنَتَيْنِ:

- النُقْطَةُ E بَيْنَ النقطتَيْنِ D وَ B، ولَدَيْنا

$$IE = ID - DE = \frac{1}{2}DB - DE = \frac{1}{2}(DE + EB) - DE,$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ED} = \frac{\frac{1}{2}(a + b) - b}{b} = \frac{1}{2}\frac{a - b}{b} = \lambda = \frac{1}{2}(k-1)$$

فإذاً

$$\frac{EB}{ED} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ED} = \lambda.$$

- النُقْطَةُ E ما بَعْدَ النُقْطَةِ D، ولَدَيْنا

$$IE = ID + DE = \frac{1}{2}(EB - ED) + ED$$

ولذَلِكَ فإنّ

$$\frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ID} = \frac{\frac{1}{2}(a+b)}{b} = \lambda' = \frac{1}{2}(k+1);$$

والقضايا العَكْسِيَّةُ صَحيحَةٌ وسَوْفَ تُسْتَخْدَمُ في التَرْكيبِ.

التَرْكيب: المَعْلومُ هُنا هُوَ: الدائِرَةُ، والمُسْتَقيمُ AC، والزاوِيَةُ α، والنِسْبَةُ $\frac{a}{b} = k$؛ نُخْرِجُ المُسْتَقيمَ CG من النُقْطَةِ C بحَيْثُ يَكونُ لَدَيْنا $A\widehat{C}G = \alpha$. ونَرْسُمُ المُنَصِّفَ العَمودِيَّ HI للقِطْعَةِ CG، الّذي يُلاقي AC عَلَى K إذا كانَت الزاوِيَةُ α حادّةً، والّذي يَكونُ مُوازِياً لِ AC إذا كانَت الزّاوِيَةُ α قائِمَةً. إذا ما أرَدْنا أن تَقَعَ النُقْطَةُ E داخِلَ الدائِرَةِ، نَفْرِضُ

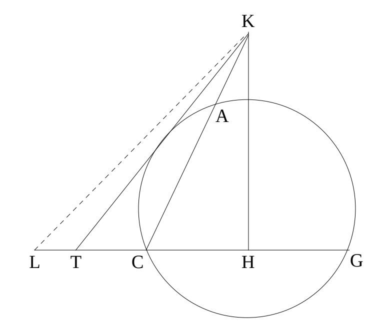
$$\frac{HC}{CL} = \lambda،$$

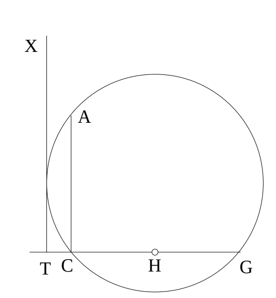
وإذا ما أرَدْناها أن تَقَعَ ما بَعْدَ النُقْطَةِ D، نَجْعَلُ

$$\frac{HC}{CL} = \lambda'.$$

وتُحَدَّدُ النُقْطَةُ L إذاً في كِلْتا حالَتَيِ الشَكْلِ. وتَكونُ النِقاطُ G، K، L المُحَدَّدَةُ بهذه الطريقة مَعْلومَةً، وذَلِكَ لأنّ النُقْطَتَيْنِ H وَ C مَعْلومَتانِ. ونَرْسُمُ إذاً المُسْتَقيمَ LK الّذي يَقْطَعُ الدائِرَة إذا كانَت الزاوِيَةُ α حادّةً، والّذي يَكونُ مُوازِياً لِ AC إذا كانَت تِلْكَ الزاوِيَةُ قائِمَةً. غَيْرَ أنَّهُ يَبْقَى أن نُثْبِتَ أنّ LK يَقْطَعُ الدائِرَةَ عَلَى النُقْطَةِ D. وتُواجِهُنا هُنا حالَتانِ:

- النُقْطَةُ L داخِلَ الدائِرَةِ، في هَذِهِ الحالَةِ، يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ KL الدائِرَةَ عَلَى نُقْطَتَيْنِ، وتَكونُ إحداهُما مُلائمَةً وتَرْتَبِطُ بالنُقْطَةِ L نُقْطَةٌ D.
- النُقْطَةُ L خارِجَ الدائِرَة. إذا كانَت الزاوِيَةُ α حادّةً، نُخْرِجُ KT مُماسّاً للدائِرَةِ؛ وإذا كانَت الزاوِيَةُ α قائِمَةً، نُخْرِجُ المُماسَّ TX مُوازِياً للمُسْتَقيمِ AC.





الشكل ١٦

وفي كِلْتا الحالَتَيْنِ، إذا كانَت L مُحَقِّقَةً للعَلاقَةِ $CL < CT$، فإنّ المُسْتَقيمَ KL (أو المُسْتَقيمَ LX المُوازي لِ AC) لا يَقْطَعُ الدائِرَةَ، وبالتالي فإنّ النُقْطَةَ المَطْلوبَةَ D غَيْرُ مَوْجودَةٍ.

إذا كانَ لَدَيْنا $CL = CT$، تَكونُ النُقْطَةُ D مَوْجودَةً؛ وهِيَ تَحْديداً نُقْطَةُ التَماسِّ.

إذا كانَ لَدَيْنا $CL > CT$، يَكونُ لَدَيْنا نُقْطَتانِ D.

وبِما يَتَعَلَّقُ بِوُجودِ النُقْطَةِ D، يُمْكِنُ أن يَكونَ لِلمَسْأَلَةِ حَلٌّ واحِدٌ أو اثنانِ كما أَنَّهُ قد تَكونُ صِفْرِيَّةَ الحُلول. وإذا كانَتِ النُقْطَةُ D مَوْجودَةً فإنّ المُسْتَقيمَ DEB المُوازيَ لِ CG يَكونُ المُسْتَقيمَ المَطْلوبَ، فهُوَ يُحَقِّقُ الشَرْطَ الأوّلَ $A\widehat{D}B = \alpha$، لأنّ $A\widehat{D}B = A\hat{C}D$.

ونَسْتَطيعُ إذاً أن نُنْهِيَ الاسْتِدْلالَ بدونِ اسْتِخْدامِ المُسْتَقيمِ KB والنُقْطَةِ M، خِلافاً لِما يَقومُ بِهِ ابنُ هود. وبِالفِعْلِ، يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ DB المُسْتَقيمَ HK عَلَى النُقْطَةِ I، والمُسْتَقيمَ AK عَلَى النُقْطَةِ E. والقِسْمَتانِ (H, C, L) وَ (I, E, D) مُتَحاكِيَتانِ أو مُتَساوِيَتانِ. وبِالتَحْويلِ سيَكونُ لَدَيْنا إذاً في كُلِّ الحالاتِ

$$\frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ED}.$$

إذا وَقَعَتِ النُقْطَةُ E بَيْنَ النقطتَيْنِ D وَ B، يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{IE}{ED} = \lambda = \frac{1}{2}(k - 1),$$

وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$\frac{EB}{ED} = k = \frac{a}{b}.$$

أمّا إذا وَقَعَتِ النُقْطَةُ E ما بَعْدَ B، فلَدَيْنا

$$\frac{IE}{ED} = \lambda' = \frac{1}{2}(k + 1),$$

وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ

$$\frac{EB}{ED} = k = \frac{a}{b}.$$

ويُحَقِّقُ المُسْتَقيمُ DEB إذاً الشَرْطَ الثاني المَفْروضَ.

مُلاحَظات:

١) يَبْدو أنَّهُ يُوجَدُ في نَصِّ ابنِ هود تَجاوُزٌ لاسْتِدْلالٍ سَنَعْمَدُ إلَى إكْمالِهِ. يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ KB القِطْعَةَ CG عَلَى النُقْطَةِ M، والمُسْتَقيمُ HI هُوَ مِحْوَرُ تَناظُرِ الشَكْلِ، فلَدَيْنا إذاً $MH = HL$ وَ $HC = HG$ وَ $CL = GM$ ونَحْصُلُ عَلَى العَلاقَةِ

$$\frac{HC}{CL} = \frac{HG}{GM}$$

وبالتالي فإنّ

$$\frac{HG}{GM} = \frac{IE}{ED}\ .$$

ونَحْصُلُ عَلَى الحالَتَيْنِ التالِيَتَيْنِ:

• إذا كانَت النُقْطَةُ E بَيْنَ النقطتَيْنِ D وَ B يَكونُ لَدَيْنا $\frac{HG}{GM} = \frac{1}{2}(k - 1)$، وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العَلاقَةَ $\frac{MC}{CL} = k = \frac{a}{b}$.

• إذا كانَت النُقْطَةُ E ما بَعْدَ النُقْطَةِ D، يَكونُ لَدَيْنا $\frac{HG}{GM} = \frac{1}{2}(k + 1)$، وهذا ما يَسْتَتْبِعُ النَتيجَةَ السابِقَةَ.

والقِسْمَتانِ (M, C, L) وَ (B, E, D) مُتَحاكِيَتانِ أو مُتَساوِيَتانِ. يَكونُ لَدَيْنا إذاً

$$\frac{MC}{CL} = \frac{EB}{ED};$$

ولَكِنَّ

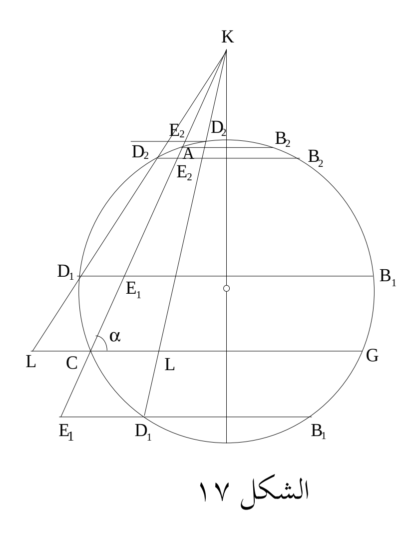
$$\frac{MC}{CL} = k = \frac{a}{b},$$

فإذاً

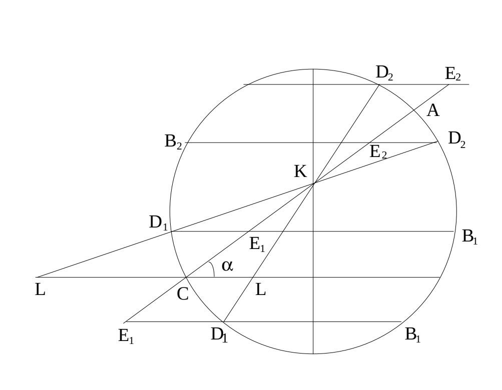
$$\frac{EB}{ED} = k = \frac{a}{b}.$$

ويُمَثِّلُ المُسْتَقيمُ DEB إذاً حَلاًّ لِلمَسْأَلَةِ. تِلْكَ هِيَ طَريقَةُ ابنِ هود الَّذي يُورِدُ عَلاقَاتِ التَساوي بَيْنَ النسْبِ، ولَكِن بدونِ تَعْليلٍ.

٢) الشَكْلُ الهَنْدَسِيُّ الَّذي يَتَضَمَّنُهُ نَصُّ ابنِ هود مَبْنِيٌّ عَلَى أساسِ أنَّ النُقْطَةَ K تَقَعُ خارِجَ الدائِرَةِ. وفي هَذِهِ الحالَةِ، يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ KL الدائِرَةَ، ويَقْطَعُها عَلَى نُقْطَتَيْنِ اثنتَيْنِ D_1 وَ D_2، وبِالنِسْبَةِ إلَى واحِدَةٍ مِنْهُما – لِتَكُنْ مَثَلاً



الشكل ١٧



الشكل ١٨

D_2 – ستَقَعُ النُقْطَةُ E_2 ما بَعْدَ النُقْطَةِ A. والحالَتانِ (D_1, E_1, B_1) وَ (E_1, D_1, B_1) هُما اللَّتانِ دَرَسَهُما ابنُ هود. أمّا الحالَتانِ (D_2, E_2, B_2) وَ (E_2, D_2, B_2) فلم يَأْتِ عَلَى ذِكْرِهِما. من الواضِحِ أنَّهُ يُوجَدُ أرْبَعَةُ حُلول، لأنّ كلَّ قَدْرٍ لِ k يَرْتَبِطُ بوَضْعَينِ للنُقْطَةِ L حَيْثُ يَرْتَبِطُ كُلُّ واحِدٍ من الوَضْعَيْنِ بحَلَّيْنِ للنُقْطَةِ D.

ومن جهَةٍ أُخْرَى، قد يَحْدُثُ أن تَكونَ النُقْطَةُ K داخِلَ الدائِرَةِ. في هَذِهِ الحالَةِ يَقْطَعُ المُسْتَقيمُ KL دائماً الدائِرَة عَلَى نقطتَيْنِ D_1 وَ D_2. يُمْكِنُ أن تَقعَ النُقْطَةُ E_1 عَلَى $[AC]$ أو ما بَعْدَ C؛ والنُقْطَةُ E_2 عَلَى $[AC]$ أو ما بَعْدَ A. ولم يَتطَرَّقِ ابنُ هود إلَى دِراسَةِ هَذِهِ الحالَةِ.

ويَنْبَغي إذاً تَناوُلُ المُسْتَقيمِ AC كُلِّهُ، ولَيْسَ فَقَط الوَتَرِ AC الَّذي يُمَثِّلُ قِطْعَةً مُسْتَقيمةً.

٣) من الواضِحِ أنّ ابنَ هود قد انْطَلَقَ من القَضِيَّةِ ٢–٢٣ من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات*** مُسْتَنداً في ذَلِكَ إلَى فِكْرَةِ البُرْهانِ الَّذي يُطَبِّقُهُ ابنُ الهَيْثَم: نَعْني البُرْهانَ المُرْتَبِطَ بالقِسَمِ المُتَشابِهَةِ (أو المُتَساوِيَةِ). ويَتَعَلَّقُ الأمْرُ إذاً بنَفْسِ المَسْأَلَةِ بغَضِّ النَظَرِ إذا ما كانَ ابنُ هود قد عَمَدَ إلَى تَعْديلٍ عَلَى الصِياغَةِ. يَأْخُذُ ابن الهَيْثَم مُسْتَقيماً وزاوِيَةً α غَيْرَ مُنْفَرِجَةٍ ونِسْبَةً $k = \frac{AB}{AE}$ (حَيْثُ تَقَعُ النُقْطَتانِ A وَ B عَلَى الدائِرَةِ وتَكونَ النُقْطَةُ E عَلَى المُسْتَقيم). ولا تَدْخُلُ النُقْطَةُ E إلاّ في صيغَةِ النِسْبَةِ.

وفي الأشْكالِ الوارِدَةِ في نَصِّ ابنِ الهَيْثَم (انْظُرِ الشَكْلَ ٢–٢٣ج من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات*** ص ٤٦٠) يَكونُ المُسْتَقيمُ المُعْطَى خارِجيّاً بالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ، ولَكِنَّ الاسْتِدْلالَ يَبْقَى صالِحاً أكانَ المُسْتَقيمُ قاطِعاً أم مُماسّاً. أمّا ابنُ هود فقد عَمَدَ إلَى أخْذِ مُسْتَقيمٍ قاطِعٍ، ولَكِنَّ الحالاتِ المَدْروسَةَ تَسْتَخْدِمُ نصْفَ مُسْتَقيمٍ تَقَعُ نُقْطَةُ أصْلِهِ عَلَى الدائِرَةِ، وزاوِيَةً α غَيْرَ مُنْفَرِجَةٍ ونِسْبَةً $k = \frac{ED}{EB}$ (تَقَعُ النُقْطَتانِ D وَ B عَلَى الدائِرَةِ وتَكونُ النُقْطَةُ E عَلَى المُسْتَقيمِ المُعْطَى). وتَدْخُلُ

النُقْطَةُ E في حَدَّي النِسْبَةِ المَعلومة. ويَتَناوَلُ ابنُ هود حالَتَيْنِ للشَكْلِ وهُما: عِنْدَما تَكونَ النُقطَةُ E بَيْنَ النُقْطَتَيْنِ D وَ B، أو عِنْدَما تَكونَ ما بَعْدَ D.

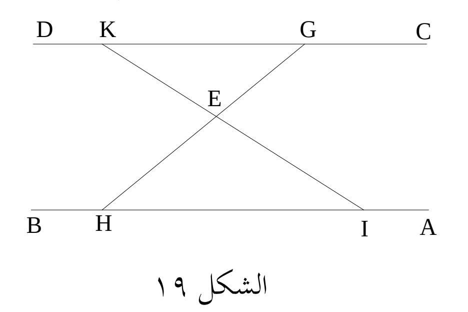
في مَعْرِضِ البُرْهانِ، يَسْتَخْدِمُ ابنُ الهَيْثَمِ النُقْطَةَ I الَّتي تُنَصِّفُ AB، والنسْبَةَ $\frac{IB}{IE} = \frac{1}{2}k$، ويُوردُ بِناءَ النقطتَيْنِ G وَ K بحَيْثُ يَكونُ $\frac{HK}{KG} = \frac{1}{2}k$ (النُقْطَةُ H هِيَ مَرْكَزُ الدائِرَةِ). والقِسْمَتانِ (I, B, E) وَ (H, K, G) مُتَشابِهَتانِ (أو مُتَساوِيَتانِ عِنْدَما تَكونَ الزاوِيَةُ α قائِمَةً).

بَيْنَما يَسْتَخْدِمُ ابنُ هود النُقْطَةَ I الَّتي تُنَصِّفُ DB، والنِسْبَةَ $\frac{IE}{ED}$ الَّتي يَرْتَبِطُ قَدْرُها بالنِسْبَةِ إلَى k بحالَةِ الشَكْلِ:

- يَكونُ لَدَيْنا $\frac{IE}{ED} = \frac{1}{2}(k - 1)$ إذا وَقَعَتِ النُقْطَةُ E داخِلَ الدائِرَةِ، أي إذا كانَت بَيْنَ D وَ B.
- يَكونُ لَدَيْنا $\frac{IE}{ED} = \frac{1}{2}(k + 1)$ إذا وَقَعَتِ النُقْطَةُ E خارِجَ الدائِرَة، أي إذا كانَت ما بَعْدَ D.

ويَأْخُذُ النُقْطَتَيْنِ H وَ L (اللّتَيْنِ يَكونُ بِناؤهُما مُباشِراً) بحَيْثُ يَكونُ $\frac{HC}{CL} = \frac{IE}{ED}$؛ وتَكونُ القِسْمَتانِ (I, E, D) وَ (H, C, L) إذاً مُتَشابِهَتَيْنِ (أو مُتَساوِيَتَيْنِ إذا كانَت الزاوِيَةُ α قائِمَةً). ويُشَكِّلُ اسْتِخْدامُ القِسَمِ المُتَشابِهَةِ (أو المُتَساوِيَةِ) الجُزْءَ الجَوْهَريَّ في البُرْهانِ. وهَذا ما اقْتَبَسَهُ ابنُ هود عن ابنِ الهَيْثَمِ. ويَبْقَى بُرْهانُهُ، رَغْمَ ذَلِكَ، غَيْرَ مُكْتَمِلٍ كما ذَكَرْنا: فهُوَ لم يَتَطَرَّقْ إلَى إمْكانيَّةِ وُقوعِ النُقْطَةِ E ما بَعْدَ النُقطَةِ A عَلَى المُسْتَقيمِ AC؛ و لم يَتَطَرَّقْ أيضاً إلَى إمْكانيَّةِ وُقوعِ النُقطَةِ K داخِلَ الدائِرَةِ. وبالمُقابِلِ، فإنّ اسْتِدْلالَ ابنِ الهَيْثَمِ في المَسْألَةِ ٢–٢٣ صالِحٌ لِكُلِّ أوْضاعِ المُسْتَقيمِ المُعْطَى. ولَكِن لماذا عالَجَ ابنُ هود المَسْألَةَ مُخْتاراً مُسْتَقيماً قاطِعاً ونِسْبَةً مُخْتَلِفَةً عَن تِلْكَ الَّتي يَعْتَمِدُها ابنُ الهَيْثَمِ؟ هل اعْتَبَرَ أنّ اسْتِدْلالَ هَذا الأخيرِ لا يَطالُ سِوَى حالَةِ المُسْتَقيمِ الخارِجيِّ بِالنِسْبَةِ إلَى الدائِرَةِ؟ وهل كانَ ذَلِكَ مَرَدُّهُ إلَى الأشْكالِ المُعْتَمَدَةِ في النَصِّ؟

قَضِيَّة ٢–١٤.– يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ، في هَذِهِ المَسْأَلَةِ، مُسْتَقيمَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ AB وَ CD مَعْلومَيِ الوَضْعِ، ونُقْطَةً E. ويُخْرِجُ إثْرَ ذَلِكَ المُسْتَقيمَ GEH (حَيْثُ تَكونَ النُقْطَةُ H عَلَى AB والنُقْطَةُ G عَلَى CD) بحَيْثُ يَكونُ الضَرْبُ $EH . EG$ مَعْلوماً. ويُثْبِتُ إذّاك أنّ المُسْتَقيمَ GH مَعْلومُ الوَضْعِ.



الشكل ١٩

يَقْتَبِسُ ابنُ هود هَذِهِ المَسْأَلَةَ. وعَلَى غِرارِ ابنِ الهَيْثَمِ، يُخرِجُ المُسْتَقيمَ IEK الَّذي يَقْطَعُ المُسْتَقيمَيْنِ AB وَ CD تِبْعاً لزاوِيَةٍ مَعْلومَةٍ؛ ويَكونُ المُسْتَقيمُ IEK مَعْلومَ القَدْرِ والوَضْعِ، ولذَلِكَ فإنّ القِطْعَتَيْنِ EI وَ EK مَعْلومَتانِ إذاً. ولَكِنَّ ابنَ هود لا يُورِدُ أيَّ تَعْليلٍ لذَلِكَ. لنُذَكِّرْ بالمَسارِ المُخْتَلِفِ الَّذي يَعودُ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ، وذَلِكَ بُغْيَةَ رَصْدِ التَفاوُتِ بَيْنَ نَصِّ هَذا الأخيرِ وما يَكْتُبُهُ ابنُ هود.

يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ نُقْطَةً I عَلَى AB ويَصِلُ IE؛ وهَذِهِ القِطْعَةُ المُسْتَقيمَةُ مَعْلومَةُ القَدْرِ والوَضْعِ. ويُخرِجُ ابنُ الهَيْثَمِ القِطْعَةَ المَذْكورَةَ إلَى النُقْطَةِ K الواقِعَةِ عَلَى المُسْتَقيمِ CD المَعْلومِ الوَضْعِ، ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ K تَكونُ مَعْلومَةً ويَكونُ المُسْتَقيمُ EK مَعْلومَ القَدْرِ والوَضْعِ إذاً. ويَكونُ الاسْتِدْلالُ كما يلي: لَدَيْنا

$$IE = \frac{HE}{EG},$$

فإذاً النِسْبَةُ $\frac{HE}{EG}$ مَعْلومَةٌ، وكذَلِكَ النِسْبَةُ $\frac{HE . EG}{EG^2}$ مَعْلومةٌ أيضاً؛ ولَكِنَّ الضَرْبَ $HE . EG$ مَعْلومٌ، فإذاً المُرَبَّعُ EG^2 مَعْلومٌ، وبالتالي فالقِطْعَةُ EG مَعْلومَةٌ.

يُشيرُ ابنُ الهَيْثَمِ بدِقَّةٍ إلَى أنّ القِطْعَةَ EG مَعْلومَةُ القَدْرِ، ويَسْتَنْبِطُ من ذَلِكَ أنّ النُقْطَةَ G تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ، مَرْكَزُها في النُقْطَةِ E، ومَعْلومَةِ نِصْفِ القُطْرِ، كما تَقَعُ تِلْكَ النُقْطَةُ G عَلَى المُسْتَقيمِ المَعْلومِ CD، ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ G مَعْلومَةٌ، وإنَّ المُسْتَقيمَ GEH يَكونُ مَعْلومَ الوَضْعِ.

وبالمُقابِلِ، فإنّ ابنَ هود لا يُوضِحُ أنّ مَوْضِعَ النُقْطَةِ G مَعْلومٌ ولا يُبَيِّنُ أنّ مَوْضِعَ EG مَعْلومٌ. وبالتالي فلا يُمْكِنُهُ أن يَسْتَنْبِطَ أنّ GH مَعْلومُ الوَضْعِ.

قَضِيَّة ٢–١٦ وَ ٢–١٧.– في هاتَيْنِ القَضِيَّتَيْنِ، يَأْخُذُ ابنُ الهَيْثَمِ مُسْتَقيمَيْنِ AB وَ AC ونُقْطَةً D بَيْنَهُما. ويُخْرِجُ من النُقْطَةِ D المُسْتَقيمَ BDC بحَيْثُ تَكونَ النِسْبَةُ:

$$(1) \qquad \frac{BD}{DC} = k$$

مَعْلومةً في حالَةِ القَضِيَّةِ ٢–١٦؛

وبحَيْثُ يَكونُ الضَرْبُ:

$$(2) \qquad DB \,.\, DC = p$$

مَعْلوماً في حالَةِ القَضِيَّة ٢–١٧؛

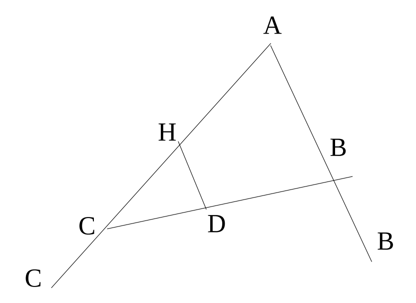
ويُبَيِّنُ أنَّ المُسْتَقيمَ BC مَعْلومُ الوَضْعِ والقَدْرِ.

ويَدْمُجُ ابنُ هود هاتَيْنِ القَضِيَّتَيْنِ بِصورَةٍ طَبيعِيَّةٍ في قَضِيَّةٍ واحِدَةٍ. ومَسارُهُ في ذَلِكَ مُطابِقٌ تَقْريباً لِمَسارِ سَلَفِهِ.

لقد رَأَيْنا أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُخْرِجُ من النُقْطَةِ D مُسْتَقيماً مُوازِياً لِ AB يَقْطَعُ AC عَلَى النُقْطَةِ H. النُقْطَةُ H مَعْلومةٌ إذاً، ولَدَيْنا

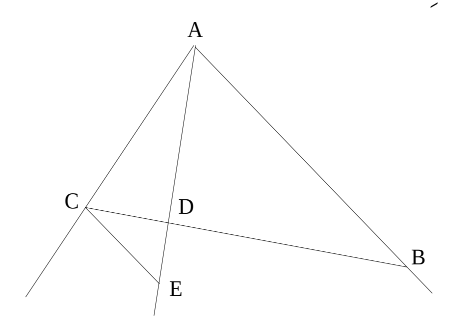
$$\frac{AH}{HC} = \frac{BD}{DC} = k,$$

فإذاً النُقْطَةُ C مَعْلومَةٌ والقِطْعَةُ BC مَعْلومَةُ القَدْرِ والوَضْعِ.



الشكل ٢٠

يَتَّبِعُ ابنُ هود المَسارَ نَفْسَهُ، غَيْرَ أَنَّهُ يَكْتَفي بأن يَأْخُذَ، عِوَضاً عن النُقْطَةِ H عَلَى AC، نُقْطَةً E عَلَى ED، وذَلِكَ بدونِ التَطَرُّقِ إِلَى التَوازي الَّذي يُفَسِّرُ عَلاقَةَ التَساوي بَيْنَ الزاوِيَتَيْنِ DEC وَ EAB.



الشكل ٢١

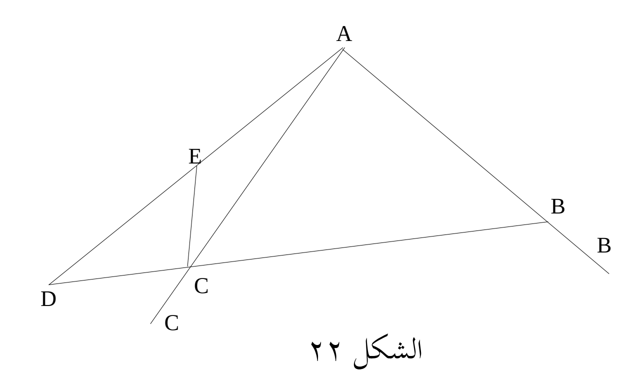
يُثْبِتُ ابنُ هود العَلاقَةَ *(2)* عَلَى الوَجْهِ التالي:

نَأخُذُ عَلَى AD النُقْطَةَ E بحَيْثُ يَكونُ $AD \, . \, DE = DB \, . \, DC$؛ وتَكونُ DE مَعْلومةً إذاً وكذَلِكَ النُقْطَةُ E. ومن جِهَةٍ أُخْرَى، لَدَيْنا

$$\frac{AD}{DB} = \frac{DC}{DE}.$$

المُثَلَّثانِ ADB وَ CDE مُتَشابِهانِ، ولذَلِكَ فإنّ الزاوِيَتَيْنِ BAD وَ DCE مُتَساوِيَتانِ، وتَكونَ الزاوِيَةُ DCE مَعْلومَةً إذاً. ويَسْتَنْبِطُ ابنُ هود من ذَلِكَ وبدونِ تَعْليلٍ أنّ النُقْطَةَ C مَعْلومَةٌ ويَصِلُ إِلَى النَتيجَةِ. وبِالمُقابِلِ، فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُثْبِتُ أنّ

الزاوِيَةَ DCE مَعْلومَةٌ وأنّ القِطْعَةَ DE مَعْلومَةُ الوَضْعِ والقَدْرِ، ولذَلِكَ فإنّ النُقْطَةَ C تَقَعُ عَلَى دائِرَةٍ (عَلَى قوسٍ قابِلَةٍ)؛ وتَقَعُ النُقْطَةُ C إذاً عَلَى تَقاطُعِ مُسْتَقيمٍ مَعْلومٍ مع دائِرَةٍ مَعْلومَةٍ، فهِيَ مَعْلومَةٌ إذاً (ويُمْكِنُ أن يَكونَ لَدَيْنا حَلٌّ واحِدٌ أو اثنانِ، كما يُمْكِنُ ألاّ يُوجَدَ أيُّ حَلٍّ)

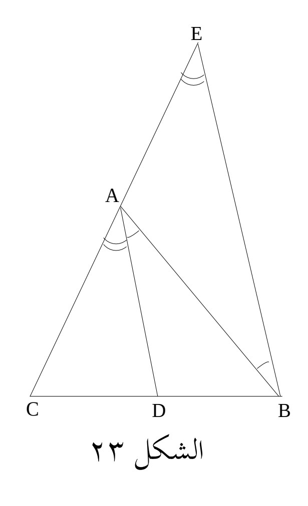


الشكل ٢٢

القَضِيَّتان ٢–١٩ و ٢–٢٠.– يَدْمُجُ ابنُ هود، هَذِهِ المَرَّةَ أيضاً، قَضِيَّتَيْنِ مُقْتَبَسَتَيْنِ من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***:

(أ) لِيَكُنْ ABC مُثَلَّثاً مَعْلومَ الزاوِيَةِ BAC، الَّتي تَنْقَسِمُ بالمُسْتَقيمِ AD إلَى زاوِيَتَيْنِ مَعْلومَتَيْنِ. يَتَبَيَّنُ أنّ

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{k\,.\,AB},$$



الشكل ٢٣

حَيْثُ تَكونَ k نِسْبَةً مَعْلومَةً.

(ب) لِنَفْرِضْ أنّ زَوايا المُثَلَّثِ ABC مَعْلومَةٌ، وَلْنُخْرِجْ AD بِحَيْثُ تَكونَ النِسْبَةُ $\frac{DC}{DB}$ مَعْلومَةً. فإذاً، تَكونَ الزاوِيَتانِ CAD وَ DAB مَعْلومَتَيْنِ.

يَرْتَبِطُ هَذا الجُزْء (ب) بِقَضِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ ٢-٢٠. ولَكِنَّ الجُمْلَةَ الأخيرةَ من صيغَةِ القَضِيَّةِ مُخْتَلِفَةٌ. حَيْثُ يَكْتُبُ ابنُ الهَيْثَمِ «أقول: إنّ خَطَّ أ‌د مَعْلومُ الوَضْعِ»[٧] ويُورِدُ نَتيجَتَهُ بِهَذا الشَكْلِ تَحْديداً، وهُوَ شَكْلٌ مُكافِئٌ لا رَيْبَ في ذَلِكَ.

إذا تَغاضَيْنا عن هَذا التَفاوُتِ البَسيطِ، سَنَجِدُ أنّ ابنَ هود يَأْخُذُ صِيَغاً وبَراهينَ مُطابِقَةً لِما نَجِدَهُ لَدَى ابنِ الهَيْثَمِ.

٤- خُلاصَة

إنّ مُقارَنَةَ قَضايا ابنِ الهَيْثَمِ بتَحْريرِها الّذي يُورِدُهُ ابنُ هود يُفيدُنا عن مَدَى انتِشارِ كِتاباتِ رياضِيِّ القاهرةِ، وبِنَفْسِ الوَقْتِ يُفيدُنا أيضاً عن مَشْروعِ وغايَةِ رياضِيِّ سَرَقُسْطَةَ الأنْدَلُسيَّة. فَتُفيدُنا كِتاباتُ ابنِ هود، فَضْلاً عَمَّا يُورِدُهُ كثيرون آخرون من أمثالِ ابنِ باجّه، أنّ أعْمالَ ابنِ الهَيْثَمِ في الرياضِيّاتِ والبَصَرِيّاتِ وعِلْمِ الفَلَكِ كانَت مُتَداوَلَةً في الأنْدَلُسِ عَلَى غِرارِ ما كانَت عَلَيْهِ في المَشْرِقِ الإسْلامِيِّ. ولَكِنَّنا نَعْلَمُ، من جِهَةٍ أُخْرَى، أنّ خَيارَ ابنِ هود في تناوُلِهِ للقَضايا، وفي تَقْسيمِهُ إيّاها وتحريرِها لا يَخْضَعُ لإرادَةِ ابنِ الهَيْثَمِ.

فمَثَلاً من مُؤَلَّفِ ***في التَحْليلِ والتَرْكيبِ*** ، أي من المُؤَلَّفِ الّذي يَطْرَحُ فيهِ ابنُ الهَيْثَمِ فَنّاً مُبْتَكَراً، لم يَقْتَبِسِ ابنُ هود سِوَى مُقَدِّمَةٍ تِقَنِيَّةٍ، تَرْتَبِطُ بمَسْأَلَةِ بناءِ دائِرَةٍ تُماسُّ ثَلاثَ دَوائِرَ مَعْلومَةٍ. وبُغْيَةَ دَمْجِ هَذِهِ المُقَدِّمَةِ في عَرْضِهِ، كانَ عَلَى

[٧] انْظُر أعلاه، ص ٥٣١.

ابنِ هود أن يَعزِلَها عن المَسْأَلةِ الَّتي ابتُكِرَتِ المُقَدِّمَةُ لأجْلِها. وكما رَأَيْنا فإنَّهُ لا يَقْتَبِسُ في واقِعِ الأمْرِ أكْثَرَ من قَضِيَّةٍ هَنْدَسِيَّةٍ تَرْتَبِطُ بالأشْكالِ المُسْتَقيمَةِ الإحاطَةِ.

ويَعْتَمِدُ ابنُ هود نَفْسَ الأسلوبِ في خَياراتِهِ المُتَعَدِّدَةِ المُرْتَبِطَةِ بمُؤَلَّفِ ***في المَعْلومات***. وبَديهِيٌّ أنّ المقالةَ الأولى من هَذا المُؤَلَّفِ، الَّتي تَتَناوَلُ الحَرَكَةَ والتَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةَ، لا تَبْدو قد حَظِيَت باهْتِمامِ ابنِ هود، فالظاهِرُ أنَّهُ رَكَّزَ اهتِمامَهُ الفِعْلِيَّ عَلَى المقالةِ الثانيةِ من المُؤَلَّفِ. ونَحْنُ نَعْلَمُ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَدْرُسُ في هَذه المقالةِ الثانيةِ مَسائِلَ من النَوْعِ الَّذي نَجِدُهُ في كِتابِ ***المُعْطَيات*** لإقليدس، وإن لم تَكُنْ هَذِهِ المَسائِلُ مُجَسَّدَةً في هَذه المقالةِ الثانيةِ بصورةٍ مُطابِقَةٍ. وابنُ هود الَّذي اقْتَبَسَ من ***مُعْطَياتِ*** إقليدس أكْثَرَ من عِشْرينَ قَضِيَّةً، نَجِدُهُ خاضِعاً لِنَفْسِ الدافِعِ والهدفِ فيما يَتَعَلَّقُ بالمقالةِ الثانيةِ من مُؤَلَّفِ ***في المَعْلوماتِ***. وتَدُلُّ المُعْطَياتُ المُتَوَفِّرَةُ لدينا أنّ ابنَ هود قد قَرَأَ نَصَّ هَذا الكِتابِ الأصيلِ والغَنِيِّ وَوَجَدَ فيهِ خَزَّاناً لِمَسائلِ الهَنْدَسَةِ المُسْتَوِيَةِ.

وبالتالي، فإنّ ما قامَ بِهِ ابنُ هود، عَلَى المُسْتَوَى الشَخْصِيِّ في هَذا المِضْمارِ، لا يُمَثِّلُ ابْتِكاراً لِمَنْحًى جَديدٍ في البَحْثِ الهَنْدَسِيِّ، وبِالمُقابِلِ نَجِدُ هذا الأمْرُ مُعْلَناً بِوُضوحٍ في كِتاباتِ ابنِ الهَيْثَمِ؛ كما أنَّ ما قامَ بِهِ ابنُ هود لَيْسَ بتَمْييزٍ لِلأهَمِيَّةِ الجَوْهَرِيَّةِ الَّتي تُمَثِّلُها المَسائِلُ – عَلَى سَبيلِ المِثالِ مَسْأَلَةُ الدائِرَةِ المُماسَّةِ لثَلاثِ دَوائرَ –، إنّما ما قامَ بِهِ هُوَ شَكْلٌ جَديدٌ لِجِهَةِ العَرْضِ والتَرْتيبِ، أي لِجِهَةِ التَنْظيمِ البُنْيَوِيِّ. لقد رَأَيْنا أنّ ابنَ هود يَدْمُجُ هَذِهِ القَضايا في فُصولٍ لم يُفَكِّرِ ابنُ الهَيْثَمِ بِها، وذَلِكَ بُغْيَةَ تَنْظيمِ الطَرْحِ الرياضِيِّ: نَجِدُ مَثَلَ ذَلِكَ في الأشْكالِ المُسْتَقيمَةِ، المَأْخوذَةِ «من غَيْرِ إضافَةِ بَعْضِها إِلَى بَعْض»، وفي الأشْكالِ المَأخوذَةِ «بِحَسَبِ إضافَةِ بَعْضِها إِلَى بَعْض». ولاحَظْنا من جِهَةٍ أُخْرَى أنّ ابنَ هود لا يَلْتَزِمُ بِنَفْسِ التَرْتيبِ الَّذي يَحْكُمُ العَرْضَ لدى ابنِ الهَيْثَمِ، فَضْلاً عن أنَّهُ يَعْمَدُ

أحْياناً إلَى دَمْجِ قَضِيَّتَيْنِ في قَضِيَّةٍ واحِدَةٍ خِلافاً لابنِ الهَيْثَمِ الَّذي صاغَهُما مُنْفَصِلَتَيْنِ.

إذا ما دَقَّقْنا النَظَرَ في تَحْريرِ ابنِ هود لِتِلْكَ القَضايا يُمْكِنُنا الآن أن نَسْتَخْلِصَ سِمَةً عامَّةً لِهَذا التَحْريرِ: يَبْقَى النَصُّ المُقْتَبَسُ إجْمالاً قَريباً من الأصْلِ، غَيْرَ أنّ التفاوُتَ بَيْنَ النَصَّيْنِ يَتَغَيَّرُ. وعِنْدَما يُبْتَعَدُ عن النَصِّ الأصْلِيِّ لابنِ الهَيْثَمِ، يَنْسَى الكاتِبُ التَعْليلَ بالصورةِ اللاّزمة في الاسْتِدْلالِ المُوصِلِ إلَى النَتيجَةِ. في هَذِهِ الحالَةِ يَتَأَتَّى لابنِ هود أن يُورِدَ نَتائجَ تَعودُ إلى ابنِ الهَيْثَمِ بدونِ ذِكْرِ بُرْهانِها أو الإتْيانِ بِبَديلٍ عَنْهُ. ومن المُمْكِنِ أنّ وُجودَ مُؤَلَّفاتِ ابنِ الهَيْثَمِ بِمُتَناوَلِ ابنِ هود قد جَعَلَ التَعْليلَ البُرْهانِيَّ بَديهِيّاً في نَظَرِ هَذا الأخيرِ إلَى دَرَجَةٍ اعْتَبَرَ فيها أَنَّهُ لَيْسَ من الضَروريِّ دَمْجُهُ في نَصِّهِ. وباخْتِصارٍ، كُلُّ شَيءٍ يَدُلُّ عَلَى أنّ الجِدَّةَ التَنْظيمِيَّةَ الّتي سَعى إلَيْها ابنُ هود قد طَغَت في تَحْريرِه عَلَى الجِدَّةِ الرِياضِيَّةِ الَّتي كانَت بالمُقابلِ الهَدفَ الأهَمَّ من وَراءِ قَضايا ابنِ الهَيْثَمِ. كما أنَّ تلك أنّ الجِدَّةَ التَنْظيمِيَّةَ قد طَغَت أيضاً لدى مؤلِّفِ ***الاستكمال*** عَلَى الدِقَّةِ في الاستِدْلالِ البُرْهانِيِّ.

النَصُّ المَخْطوطِيُّ:

ابنُ هود:

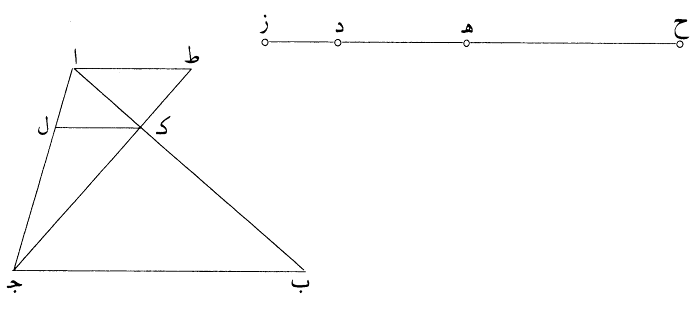
كِتابُ الاستِكْمال

ابن هود: *الاستكمال*، شكل يه، [جـ]، ص. ٤١و-٤٢ظ؛ وشكل ط، [جـ]، ص. ٤٧، [ل]، ص. ١و-٢و (ابن الهيثم: *التحليل والتركيب*، شكل ٢٢، ص. ٣٧٩-٣٨٩)

- **يه** - نريد أن نبيّن كيف نوقع في ضلعي مثلث معلوم أو ما يتصل بهما على استقامة خطًا يفصل منهما مما يلي القاعدة خطين تكون نسبته إلى كل واحد منهما نسبة معلومة. جـ-٤١-و

فليكن مثلث ا ب جـ المثلث المعلوم، والنسبتان / المعلومتان نسبة هـ د إلى د ز ود هـ إلى ح هـ. فإن كانت نسبة ز د إلى هـ ح كنسبة ا ب إلى ا جـ، فإنا نخرج من نقطة ا خطًا موازيًا لخط ب جـ عليه ا ط. ونجعل نسبة ا ط إلى ا جـ كنسبة د هـ إلى هـ ح ونصل ط جـ، وليلق ا ب على نقطة كـ. ونخرج من نقطة كـ خط كـ ل موازيًا لخط ط ا، وليلق خط ا جـ على نقطة ل. جـ-٤١-ظ

5



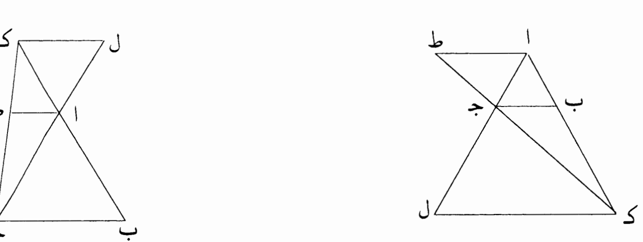
فأقول: إن خط كـ ل كما أردنا.

10 برهان ذلك: لأن خط كـ ل موازٍ لخط ب جـ، تكون نسبة كـ ب إلى ل جـ كنسبة ا ب إلى ا جـ التي هي كنسبة ز د إلى هـ ح. ونسبة د هـ إلى هـ ح كنسبة كـ ل إلى ل جـ؛ ونسبة ل جـ إلى كـ ب كنسبة هـ ح إلى ز د، فبالمساواة تكون نسبة د هـ إلى د ز

كنسبة كـ ل إلى كـ ب. ويتبين أنه إن كانت نسبة د هـ إلى هـ ح كنسبة ب جـ إلى جـ ا، فإن خط كـ ل لا يقع خارجًا عن مثلث ا ب جـ، لأنه أبدًا كيفما خرج موازيًا لخط ب جـ فصل مثلثًا شبيهًا بالمثلث الكائن من خطوط ز د د هـ هـ ح.

فإن كانت نسبة د هـ إلى هـ ح أعظم من نسبة ب جـ إلى جـ ا، أمكن أن يقع

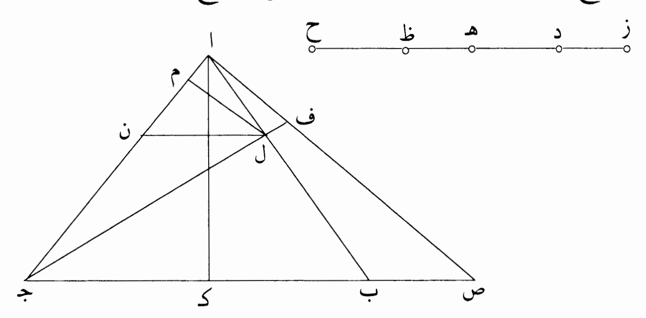
5 داخل مثلث ا ب جـ، وخارجًا عنه في جهة ب جـ إذا أخرجنا خط ا ط في جهة جـ ووصلنا خط ط جـ، لأن ا ط يكون أعظم من ب جـ، فيلقى خط جـ ط خط ا ب في جهة ب.



وإن كانت نسبة د هـ إلى هـ ح أصغر من نسبة ب جـ إلى جـ ا، وأخرج خط ا ط أيضًا في جهة جـ، كان خط ا ط أصغر من خط ب جـ، فيلقى خط جـ ط خط ب ا

10 في جهة ا ويقع خط كـ ل خارج المثلث وفي جهة ا.

وإن كانت نسبة ز د إلى هـ ح ليست كنسبة ا ب إلى ا جـ، فإنا نقول: إنه لا يمكن أن نفرض خطًا تكون نسبته إلى ما يفصل من خطي ا ب ا جـ مما يلي القاعدة كنسبة د هـ إلى خطي د ز هـ ح، إلا إذا كانت نسبة ز د إلى هـ ح أصغر من نسبة ا ب إلى ا جـ.

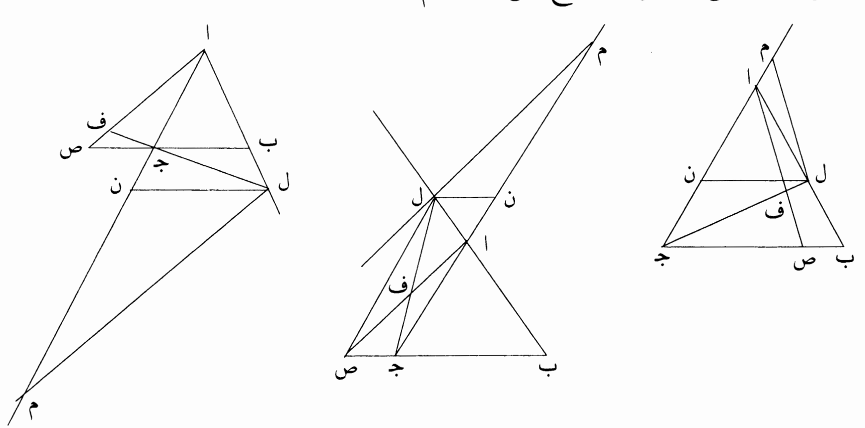


وجعلنا نسبة ز د إلى ظ ح كنسبة ا ب إلى ا جـ، فكانت نسبة د هـ إلى هـ ظ

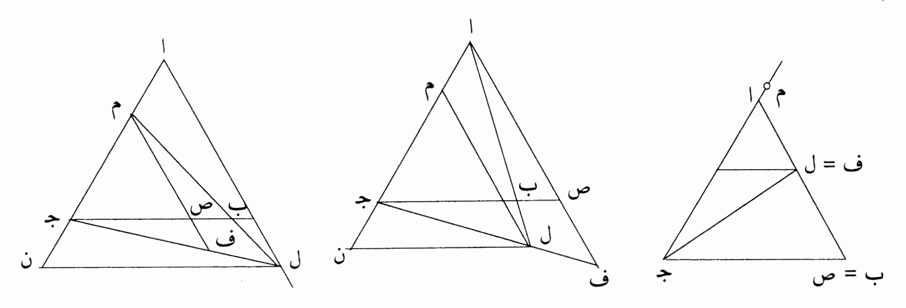
15 ليست بأصغر من نسبة عمود ا كـ إلى خط ا جـ. لأن إذا فرضنا خط ل م واقعًا حسب ما

6 خط (الثالثة): كررها، ثم ضرب عليها بالقلم [جـ] – 14 ظ ح: أثبت الحاء في الهامش [جـ] / فكانت: كانت [جـ].

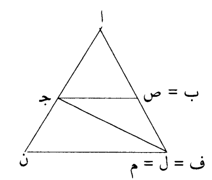
أردنا، وأخرجنا من إحدى نقطتي ل م خطًا موازيًا لخط ب جـ، وهو خط ل ن، كانت نسبة خط ل م إلى خط م ن كنسبة خط د هـ إلى خط هـ ظ. ونسبة ل م إلى م ن لا تكون أبدًا أصغر من نسبة خط ا كـ إلى خط ا جـ، لأن نسبة العمود الخارج من نقطة م على خط ل ن إلى م ن كنسبة ا كـ إلى ا جـ، ولا يخرج أبدًا من نقطة م على خط ل ن
5 خط هو أصغر من العمود الخارج من نقطة م.

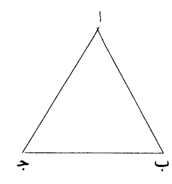


فلنجعل نسبة ص ا إلى ا جـ كنسبة د هـ إلى هـ ظ، وليلق خط ب جـ على نقطة ص ‹خط ا ص›. ونجعل نسبة ف ا إلى ا جـ كنسبة د هـ إلى هـ ح ونصل ف جـ، وليلق خط ا ب على نقطة ل. ونخرج من نقطة ل خط ل م موازيًا لخط ا ف وخط ل ن موازيًا لخط ب جـ؛ فنسبة ف ا إلى ا جـ كنسبة ل م إلى م جـ. ونسبة ص ا إلى ا جـ كنسبة
10 ل م إلى م ن، فتكون نسبة هـ ح إلى هـ ظ كنسبة م جـ إلى م ن، ونسبة جـ ن إلى ل ب كنسبة ظ ح إلى د ز؛ فبالمساواة، تكون نسبة هـ ح إلى د ز كنسبة م جـ إلى ل ب. ونسبة م جـ إلى م ل كنسبة ح هـ إلى هـ د، فتكون نسبة د هـ إلى د ز كنسبة ل م إلى ل ب.



1 نقطتي: أثبتها في الهامش [جـ] – 10 هـ ظ: حا ظا [جـ] / إلى م ن: أثبتها في الهامش [جـ].



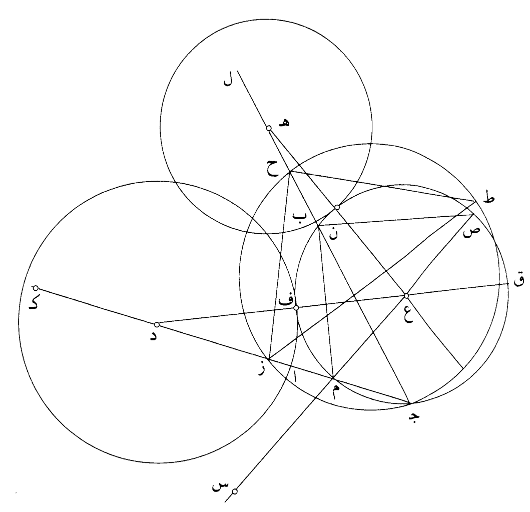


وهذا الشكل يتنوع أنواعًا / كثيرة ترجع إلى تسعة أشكال ويشبه البرهان فيها على نحو هذا التدبير؛ وذلك ما أردنا أن نبين. جـ-٤٢-و

– ط – نريد أن نبين إذا كان دائرتان معلومتان ونقطة معلومة خارجة عنهما وعلى غير / استقامة مركزيهما، كيف نرسم دائرة تماسهما وتمر بالنقطة المعلومة. جـ-٤٧-و ل-١-و

5 فلتكن الدائرتان المعلومتان دائرتي ا ب والنقطة المعلومة نقطة جـ، وليكن مركزا الدائرتين نقطتي د هـ. ونخرج خطي د ا جـ هـ ب جـ ونجعل مسطح جـ د في د ز مساويًا لمربع ا د ومسطح جـ هـ في هـ ح مساويًا لمربع ب هـ، ونصل ز ح ونعمل على مثلث جـ ز ح دائرة، وليكن قطرها ز ط. ونجعل نسبته إلى خط ز ك كنسبة جـ د إلى د ا، ولتكن أيضًا نسبته إلى خط ح ل كنسبة خط جـ هـ إلى هـ ب. ولنخرج في مثلث 10 ز جـ ح خط م ن إخراجًا، تكون نسبته إلى كل واحد من خطي م ز ن ح كنسبة خط ز ح إلى كل واحد من خطي ز ك ح ل، ونعمل على مثلث م ن جـ دائرة.

فأقول: إنها تماس دائرتي ا ب.



3 معلومتان: مكررة، ثم ضرب عليها بالقلم [جـ] – 5 دائرتي: دائرتا [ل] / مركزا: مركز [جـ، ل] – 6 نقطتي: نقطتا [ل] – 10 إخراجًا: وضع أحد قراء المخطوطة خطًا فوقها وكتب في الهامش: «تبين هذا الإخراج الذي ذكر (؟) في الفصل الذي قبل هذا في الشكل الخامس عشر» [جـ].

برهان ذلك: لتكن نقطة ع مركزها، ونصل م ع ولنخرجه / في جهة ع حتى يلقى المحيط على ص. ونجعل م س مساويًا لـ ا د ونصل ص ن ط ح د ع، وليلق د ع محيط دائرة م جـ ن على نقطتي ف ق. فلأن مثلثي م ص ن ز ط ح متشابهان، تكون نسبة ص م إلى م ن كنسبة ط ز إلى زح. ونسبة ن م إلى م ز كنسبة خط ح ز إلى خط زك، فنسبة خط ص م إلى م ز كنسبة خط ط ز إلى خط زك. ونسبة خط ط ز إلى خط زك فرضت كنسبة خط جـ د إلى خط د ا، فنسبة ص م إلى م ز كنسبة خط جـ د إلى خط م س، لأنه فرض مساويًا لـ ا د. فمسطح جـ د في م ز مساوٍ لمسطح ص م في م س. ولأن مسطح جـ د في د ز فرض مساويًا لمربع ا د المساوي لمربع م س، فسطح خط جـ د في م د مساوٍ لسطح ص س في س م. ولأن مسطح خط ق د في د ف مساوٍ لمسطح جـ د في د م الذي هو مساوٍ لمسطح ص س في س م، فمسطح ص س في س م مثل مسطح ق د في د ف. لكن كل واحد من خطي ق ف ص م هو قطر الدائرة. فخط د ف مساوٍ لخط س م وس م مثل نصف قطر دائرة ا د. فنقطة ف موضع التماس.

وهذا الشكل يتنوع أنواعًا كثيرة. فإن كان خط م ن واقعًا في مثلث جـ زح، فإن الدائرة تماس بحدبتها دائرتي ا ب؛ وإن وقع خط م ن خارجًا عن خط زح، فإن الدائرة / تماس بأخمصها؛ وإن قطع خط زح، فإن الدائرة تماس إحداهما بحدبتها والأخرى بأخمصها. وقد تتفق جميع هذه الأنواع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

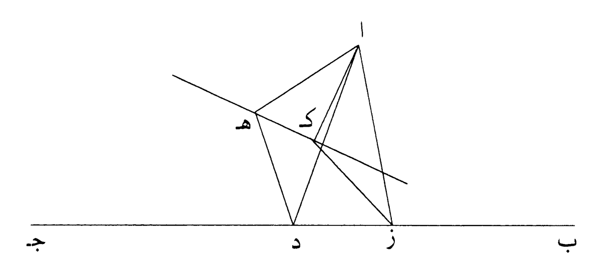
ابن هود: *الاستكمال*، شكل يو، [جـ]، ص. ٦٦، [ل]، ص. ٦٢ (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكل ه من القسم الأول، ص. ٤٨٩–٥٠١)

– **يو** – إذا أخرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم الوضع خطٌّ مستقيم وانعطف على زاوية معلومة، وكانت نسبة الخط الأول إلى الخط الثاني المحيط بالزاوية المعلومة معلومةً، فإن نهاية الخط الثاني على خط مستقيم معلوم الوضع.

3 متشابهان: وضع أحد قراء المخطوطة في الهامش: «تشابه المثلثين من أجل أن زاويتي ص وط مساويتان لزاوية جـ، لأن كل واحدة منهما على قوس واحدة مع زاوية جـ وينتسبان إلى محيط واحد، وزاويتا (وزاويتي [جـ]) ح ن قائمتان لأن كل واحدة منهما في نصف دائرة، فتبقى الباقيتان متساويتين فالمثلثان (متساويتان فالمثلثي [جـ]) متشابهان» [جـ] – 19 يو: يه [ل].

مثال ذلك: نقطة ا معلومة، وخط ب جـ معلوم الوضع، وقد أخرج من نقطة ا إلى خط ب جـ خطٌّ ا د وانعطف على زاوية ا د هـ المعلومة، فكانت نسبة ا د إلى د هـ معلومة.

فأقول: إن نقطة هـ على خط مستقيم معلوم الوضع.



5 برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة ا إلى خط ب جـ خطًّا ا ز / يحيط معه بزاوية معلومة، وهي زاوية ا ز جـ، فيكون ا ز معلوم الوضع والقدر. ونعمل على نقطة ز منه زاوية ا ز ك مساويةً لزاوية ا د هـ، ونجعل نسبة ا ز إلى ز ك كنسبة ا د إلى د هـ، فيكون ز ك معلوم القدر والوضع. ونصل ا ك، فيكون أيضًا معلوم القدر والوضع. ونصل ا هـ هـ ك، فيكون مثلث ا د هـ شبيهًا بمثلث ا ز ك؛ ومثلث ا ز ك معلوم الخلقة، فمثلث ا د هـ معلوم 10 الخلقة، فزاوية ز ا ك مساوية لزاوية د ا هـ. فإذا أسقطنا / زاوية د ا ك المشتركة، بقيت زاوية ز ا د مساوية لزاوية ك ا هـ، ونسبة ز ا إلى ا د كنسبة ك ا إلى ا هـ، فزاوية ا ز د مساوية لزاوية ا ك هـ؛ وخط ا ك معلوم القدر والوضع، فخط ك هـ معلوم الوضع، فنقطة هـ على خط معلوم الوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

جـ-٦٦-ظ

ل-٦٢-ظ

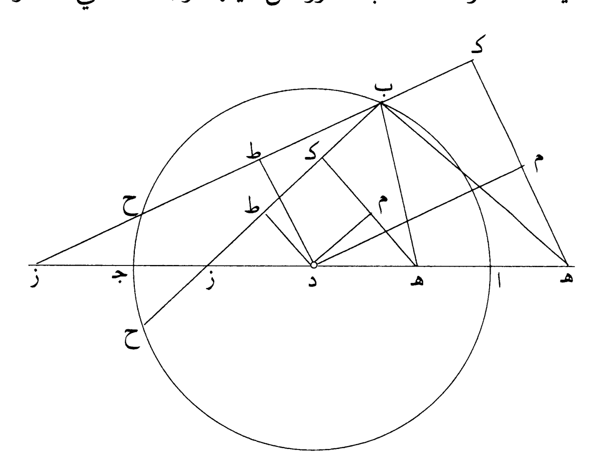
ابن هود: *الاستكمال*، شكل يح، [جـ]، ص. ٢٨ (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكل كب 15 من القسم الأول، ص. **٥٣١–٥٣٣**)

– **يح** – كل دائرة تُفرض على قطرها، أو الخط المتصل بقطرها على استقامة، نقطتان بعدهما عن المركز واحدٌ، وتتعلم نقطةٌ على محيط الدائرة، يُوصِل بينها وبين النقطتين ‹خطان›، فإن مربعي ذينك الخطين مساويان لمربعي كل خطين يخرجان منهما ويلتقيان على محيط الدائرة.

جـ-٢٨-و

8 ا ك: الف وكاف [جـ] – 11 ز ا د: ز ا ك [ل] – 17 يوصل: توصل [جـ].

مثال ذلك: دائرة ا ب جـ قطرُها ا جـ، وقد أخرج في الجهتين جميعًا، وتعلم عليه داخل الدائرة أو خارجًا ‹عنها› نقطتا هـ ز بُعدهما عن المركز الذي هو د بُعد واحد، وتعلمت على / محيط الدائرة نقطة ب، ووصل بينها وبين نقطتي هـ ز. جـ-٢٨-ظ



فأقول: إن مربعي خطي ب هـ ب ز مساويان لمربعي كل خطين يخرجان من نقطتي
5 هـ ز ويلتقيان على محيط الدائرة.

برهان ذلك: أنا نخرج من مركز د عمود د ط على خط ب ز؛ وليلق خط ب ز الدائرة على نقطة ح، ونخرج من نقطة هـ عمودًا على ب ز وهو هـ ك، ونخرج من نقطة د عمود د م على خط هـ ك؛ فعمود د ط يقسم ب ح بنصفين. ولأن خط د م موازٍ لخط ك ز، تكون زاوية م د هـ مساوية لزاوية ط ز د. والزاويتان اللتان عند نقطتي م ط
10 قائمتان، وخط هـ د مساوٍ لخط د ز، فمثلث هـ م د مساوٍ لمثلث د ط ز، وخط د م مساوٍ لخط ز ط، وخط د م مساوٍ لخط ط ك، فـ ط ك مساوٍ لـ ط ز، فخط ب ك مساوٍ لخط ز ح. فإن كان نقطتا هـ ز داخل الدائرة، كانت الزاوية التي عند نقطة ب حادة، ولذلك تكون إحدى الزاويتين الباقيتين أيضًا حادة، ولتكن الزاوية الحادة التي عند نقطة ز. فيكون في كلتا الجهتين فضل ما بين مربع هـ ز وبين مربعي هـ ب ب ز هو مسطح ز ب في
15 ب ك مرتين، الذي هو مثل مسطح ب ز في ز ح مرتين، الذي هو مثل مسطح ا ز في ز جـ مرتين، الذي هو مثل هـ جـ في ز جـ مرتين. وكذلك يتبين أن فضل ما بين مربع خط هـ ز وبين مربعي كل خطين يخرجان من نقطتي هـ ز ويلتقيان على محيط دائرة

16-15 مسطح ب ز ... الذي هو مثل: أثبتها في الهامش [جـ].

ا ب جـ هو سطح هـ جـ في جـ ز مرتين. فإن كانت النقطتان داخل الدائرة، كان مربع هـ ز ناقصًا عن مربعيهما به؛ وإن كانتا خارجتين عن الدائرة، كان مربع هـ ز زائدًا على مربعيهما ‹به›؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

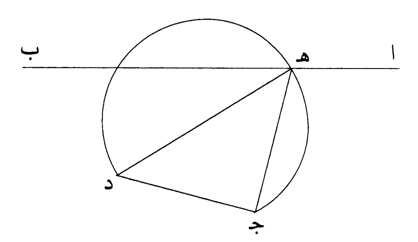
ابن هود: *الاستكمال*، شكل يز، [جـ]، ص. ٦٦ظ، [ل]، ص. ٦٢ظ–٦٣و (ابن
5 الهيثم: *المعلومات*، شكلا و وز من القسم الثاني، ص. ٥٤٧–٥٤٩)

جـ-٦٦-ظ
ل-٦٢-ظ

– **يز** – إذا كان خطٌ مفروضَ الوضع ونقطتان معلومتين، وأخرج منهما خطان فالتقيا على الخط وأحاطا [معه] بزاوية مفروضة – أو كانت نسبة أحد الخطين إلى الآخر مفروضة، أو كان مجموع مربعي الخطين مفروضًا –، فإن الخطين مفروضا العظم والوضع.

مثال ذلك: خط ا ب مفروض الوضع، ونقطتا جـ د معلومتان وليستا معًا عليه، وقد
10 خرج منهما إلى خط ا ب خطا جـ هـ د هـ، فأحاطا بزاوية جـ هـ د المفروضة – أو كانت نسبة جـ هـ إلى هـ د مفروضة، أو كان مجموع مربعي جـ هـ هـ د مفروضًا.

فأقول: إن كل واحد من خطي جـ هـ هـ د مفروض العظم والوضع.



برهان ذلك: أنا نصل خط جـ د، فيكون مفروض الوضع والعظم، فإذا عملنا عليه قطعةً من دائرة تقبل مثل زاوية هـ، كان محيط / الدائرة معلوم الوضع. وخط ا ب معلوم

ل-٦٣-و

15 الوضع، فنقطة هـ معلومة. فخطا هـ د هـ جـ معلوما الوضع والعظم.

وكذلك، لأن خط جـ د معلوم الوضع والعظم، ونسبة جـ هـ إلى هـ د مفروضة، فإذا عملنا الدائرة التي عليها يلتقي الخطان الخارجان من نقطتي جـ د، كانت معلومة الوضع

6 يز: يو [ل] / معلومتين: معلومتان، وهو أيضًا جائز [جـ، ل] – 8 العظم والوضع: الوضع والعظم [ل] – 9 معلومتان و: ناقصة [ل] – 10 خرج: اخرج [ل] – 16 ونسبة ... مفروضة: في الهامش [جـ] ناقصة [ل] / جـ هـ: جيم [جـ].

ومرت بنقطة هـ، وخط ا ب معلوم الوضع، فنقطة هـ معلومة الوضع، فخطا هـ جـ هـ د معلوما الوضع والعظم.

وأيضًا، لأن مجموع مربعي خطي جـ هـ هـ د معلوم، وخطّ جـ د معلومٌ، فنقطة نصفه معلومة وهي مركز الدائرة التي على محيطها يكون ‹التقاء› خطي جـ هـ هـ د،
5 ومربع نصف قطرها مساوٍ لنصف مجموع مربعي جـ هـ هـ د مع مربع نصف خط جـ د، فهو معلوم القدر، ومركزها معلوم الوضع، فهي معلومة الوضع؛ وخط ا ب معلوم الوضع، فنقطة هـ معلومة، فخطا جـ هـ هـ د معلوما الوضع ‹والعظم›.

ونخرج الخطين النظيرين لخطي جـ هـ هـ د بالأعمدة الخارجة من نقطتي جـ د، ‹إذا كان مجموع المربعين مساويًا لمربع جـ د› إذ هما محدودان؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

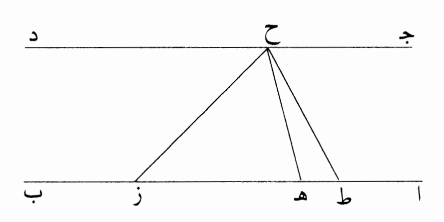
10 ابن هود: *الاستكمال*، شكل يح، [جـ]، ص. ٦٦ظ–٦٧و، [ل]، ص. **٦٣** (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكل ح من القسم الثاني، ص. **٥٤٩–٥٥١**)

جـ–٦٦–ظ
ل–٦٣–و
جـ–٦٧–و
ل–٦٣–ظ

– **يح** – إذا كان خطان متوازيان مفروضي الوضع، وفرض على أحدهما نقطتان، وأخرج منهما / خطان والتقيا على الخط الآخر، فكان مسطح – أحدهما في / الآخر – معلومًا، فإن الخطين معلوما القدر والوضع.

15 مثال ذلك: خطا ا ب وجـ د متوازيان معلوما الوضع، وفرض على خط ا ب منهما نقطتا هـ ز، وأخرج منهما خطا هـ ح ز ح، والتقيا على خط جـ د على نقطة ح، وكان سطح هـ ح في ح ز معلومًا.

فأقول: إن كل واحد من خطي هـ ح ز ح معلوم الوضع والقدر.

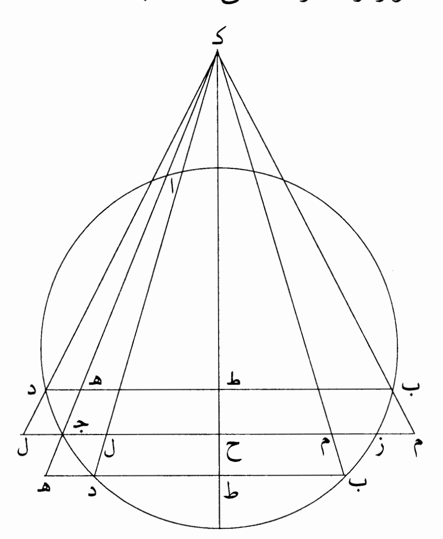


1 فخطا: فخط [جـ] – 4 خطي: خطا [جـ، ل] – 5 مع: الصواب «إلا» – 8 ونخرج: ونحرحهه [جـ] ونتحذ جهه [ل] – 12 يح: يز [ل].

برهان ذلك: أن نتوهم على خط ز ح على نقطة ح منه زاوية ز ح ط مساويةً لزاوية ح هـ ز، فيكون مثلثا ح ط ز ح هـ ز متشابهين، وتكون نسبة ط ح إلى ح هـ كنسبة ح ز إلى ز هـ، فسطح ح ط في ز هـ مساوٍ لمسطح هـ ح في ح ز، ومسطح هـ ح في ح ز معلوم، وخط هـ ز معلوم، فخط ح ط معلوم القدر، وهو بين خطي ا ب وجـ د المتوازيين 5 المعلومي الوضع، فهو يحيط معهما بزاويتين معلومتين؛ فزاوية ح ط ز معلومة، فزاوية هـ ح ز معلومة، والخطان المحيطان بها خرجا عن نقطتي هـ ز المعلومتين والتقيا على خط جـ د المعلوم الوضع وأحاطا عنده بزاوية معلومة، فهما معلوما القدر والوضع؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ابن هود: *الاستكمال*، شكل جـ، [جـ]، ص. ٤٤و (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكلا يجـ 10 وكجـ من القسم الثاني، ص. **٥٥٩–٥٦١**، **٥٧٧–٥٧٩**)

– **جـ** – نريد أن نبين، إذا كانت دائرة معلومة فيها وتر معلوم، كيف نخرج فيها خطًا جـ-٤٤-و يلقى الوتر على زاوية معلومة وينقسم عليه على نسبة معلومة ليست بأعظم ولا بأصغر من النسبة اللازمة عن حدود الوتر والدائرة، على ما سنبين.



6 هـ ح ز: ها حا، وأثبت «زاي» في الهامش [جـ] / بها: بهما [جـ].

فلتكن الدائرة دائرة ا ب جـ د، وليكن الوتر وتر ا جـ، ولنفرض على التحليل أن خط ب هـ د قد انقسم على وتر ا جـ بنقطة هـ على النسبة المفروضة، والزاوية المفروضة وهي زاوية ا هـ ب. ولنخرج من نقطة جـ خط جـ ز موازيًا لخط ب د، ونقسم خط ب د بنصفين على نقطة ط، ونخرج منه عمود ط كـ، فهو يقسم خط جـ ز بنصفين على نقطة

5 ح، وليلق وتر ا جـ على نقطة كـ إن كانت زاوية ز جـ ا حادة؛ وإن كانت قائمة، كان عمود ح ط موازيًا لوتر ا جـ. ونجعل نسبة ط هـ إلى هـ د كنسبة ح جـ إلى جـ ل ونصل ل د، فبيّن أنه يمرّ بنقطة كـ إن كانت الزاوية المفروضة حادة، وإن كانت قائمة كان موازيًا له.

فعلى التركيب، نخرج من نقطة جـ خطًا يحيط مع ا جـ بمثل الزاوية المفروضة، وهو

10 خط جـ ز. ونقسم خط جـ ز بنصفين على نقطة ح، ونخرج منها عمود ح ط يلقى وتر ا جـ على نقطة كـ إن كانت الزاوية التي عند نقطة جـ غير قائمة، وإن كانت قائمة كان موازيًا له. فإن أردنا أن يلقى الخط الوتر داخل الدائرة، جعلنا نسبة ح جـ إلى جـ ل متصلاً به كنسبة فضل نصف المقدم والتالي معًا على التالي إلى التالي.

وإن أردنا أن يلقاه خارج الدائرة، جعلنا نسبة ح جـ إلى جـ ل منفصلاً من جـ ح

15 كنسبة نصف المقدم مع التالي معًا إلى التالي.

ووصلنا خط ل كـ إن كانت الزاوية حادة؛ وإن كانت قائمة أخرجنا ل كـ موازيًا لوتر ا جـ يلقى الدائرة على نقطة د، ونخرج من نقطة د خط ب د هـ موازيًا لخط جـ ز.

فأقول: إن خط ب د هـ كما أردنا.

برهان ذلك: أنا نصل كـ ب إن كانت الزاوية حادة، أو نخرج من نقطة ب خط

20 ب كـ موازيًا لوتر ا جـ ‹إن كانت الزاوية قائمة›، وليلق جـ ز على نقطة م. وخط ب د انقسم بنصفين على نقطة ط وخط ط كـ عمود، يكون خط م ح مساويًا لخط ح ل. وكنا جعلنا نسبة ح جـ إلى جـ ل: أما إذا لقي الوتر داخل الدائرة فكنسبة فضل نصف المقدم والتالي معًا على التالي إلى التالي، وإن لقيه خارجًا فكنسبة نصف المقدم والتالي معًا إلى التالي، وفي كلا الحالين على ما يوجبه قدر نسبتيهما، فهي كنسبة ‹ح ز إلى

25 ز م التي هي كنسبة ط هـ إلى هـ د، فنسبة› م جـ إلى جـ ل التي هي فيهما كنسبة ب هـ إلى هـ د. وبيّن أنه يجب ألا تكون نسبة م جـ إلى جـ ل بأعظم منه إلى خط متى

---

5 ز جـ ا: زاي جيم، وأثبت «الف» في الهامش [جـ] – 19-20 إن كانت ... لوتر ا جـ: أثبتها في الهامش [جـ] – 21 كنا: أثبتها في الهامش [جـ].

وصل طرفه، الذي هو ل، بنقطة ك، وقع خارج الدائرة، لأنه إذا كان كذلك، لم يلق وتر ا جـ على مثل الزاوية المفروضة، فينقسم بمثل النسبة المفروضة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

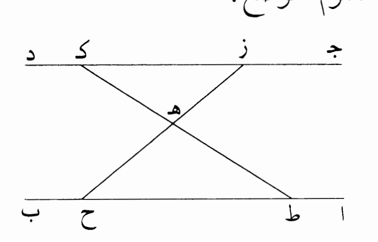
ابن هود: *الاستكمال*، شكل يد، [جـ]، ٦٥ظ–٦٦و، [ل]، ٦٠ظ–٦١و (ابن الهيثم: 5 *المعلومات*، شكل يد من القسم الثاني، ص. ١٦٣)

جـ–٦٥–ظ
ل–٦٠–ظ

– **يد** – إذا فرض فيما بين خطين متوازيين معلومي الوضع نقطةٌ وخرج منها خطٌّ ينتهي إلى الخطين، فكان مسطح قسمي الخط على النقطة معلومًا، فإن الخط معلوم الوضع.

مثال ذلك: خطا ا ب جـ د معلوما الوضع متوازيان، وفرض فيما بينهما نقطة هـ 10 وخرج منها خط ز هـ ح وانتهى إلى الخطين فكان مسطح ز هـ في هـ ح معلومًا.

فأقول: إن خط ز ح معلوم الوضع.



برهان ذلك: أنا نخرج من نقطة هـ خطًا يحيط مع خطي ا ب د جـ بزاوية معلومة

ل–٦١–و
جـ–٦٦–و

وهو خط ط هـ ك، فيكون معلوم القدر والوضع، / فقسما ط هـ هـ ك / معلومان، فنسبة ط هـ إلى هـ ك معلومة، وهي كنسبة ح هـ إلى هـ ز، فنسبة ح هـ إلى هـ ز معلومة، 15 ونسبة ح هـ إلى هـ ز كنسبة مسطح ح هـ في هـ ز إلى مربع هـ ز، فمربع هـ ز معلوم، فخط هـ ز معلوم، ونسبته إلى خط هـ ح معلومة، فخط هـ ح معلوم، فخط ز ح معلوم الوضع والقدر؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

2 ا جـ: كتب فوقها كلمة مبهمة، ثم ضرب عليها بالقلم [جـ] – 6 يد: يجـ [ل] / فيما: في ما [جـ]، ولن نشير إليها فيما بعد – 9 معلوما: معلومًا [جـ] – 15 فمربع: ومربع [جـ، ل].

ابن هود: *الاستكمال*، شكل يط، [جـ]، ص. ٦٧و، [ل]، ص. ٦٤ (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكلا يو ويز من القسم الثاني، ٥٦٥–٥٦٩)

– **يط** – إذا تقاطع خطان معلوما الوضع، وفرضت نقطة على غير الخطين، وجاز عليها خط ينتهي إلى الخطين المعلومي الوضع، فكانت نسبة أحد قسميه عليها إلى الآخر معلومة – أو سطح أحدهما في الآخر معلومًا –، فإن الخط معلوم القدر والوضع. جـ-٦٧-و ل-٦٤-و

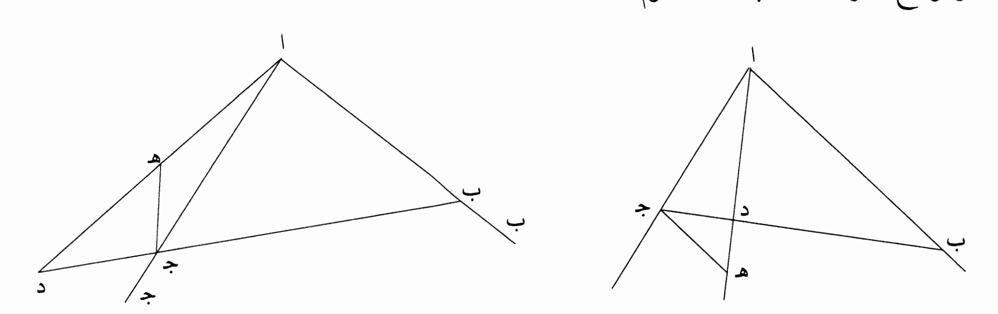
5

مثال ذلك: أن خطي ا ب ا جـ معلوما الوضع، وفرضت نقطة د، وأخرج عليها خط ب د جـ، فكانت نسبة ب د إلى د جـ معلومة – أو سطح ب د في د جـ معلومًا.

فأقول: إن خط ب جـ معلوم الوضع والقدر.

برهان ذلك: أنا نصل ا د، ونجعل نسبة ا د إلى د هـ كنسبة ب د إلى د جـ، ونصل هـ جـ. فلأن ا د معلوم القدر والوضع، ونسبته إلى د هـ معلومة، فـ د هـ معلوم القدر والوضع، وزاوية ب ا د المعلومة مساوية لزاوية د هـ جـ، فيكون خط هـ جـ معلوم الوضع، وخط ا جـ معلوم الوضع، فنقطة جـ معلومة، ونقطة د معلومة، فخط ب جـ معلوم الوضع، وخط ا ب معلوم الوضع، فنقطة ب معلومة، فخط ب جـ / معلوم القدر والوضع، ومثلث ا ب جـ معلوم الخلقة. ل-٦٤-ظ

10



15

وكذلك أيضًا، إن كان سطح ب د في د جـ معلومًا، جعلنا سطح ا د في د هـ مساويًا لسطح ب د في د جـ، ونصل هـ جـ، فتكون نسبة ا د إلى د ب كنسبة جـ د إلى د هـ، فمثلثا ا ب د جـ د هـ متشابهان، فزاوية ب ا د مساوية لزاوية د جـ هـ، فنقطتا د هـ معلومتان، وقد خرج منهما خطا د جـ جـ هـ والتقيا على خط ا جـ المعلوم الوضع وأحاطا بزاوية معلومة، فنقطة جـ معلومة، فخط جـ د معلوم الوضع والقدر، فنقطة ب معلومة

3 يط: يح [ل] – 4 عليها: عليهما [جـ] – 5 معلومًا: معلوم [جـ، ل] – 7 فكانت: ناقصة [ل] / معلومًا: معلوم [جـ، ل].

الوضع، فخط ب جـ معلوم الوضع والقدر، فمثلث ا ب جـ معلوم الخلقة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

ابن هود: *الاستكمال*، شكل يه، [جـ]، ص. ٦٦و، [ل]، ص. ٦١ (ابن الهيثم: *المعلومات*، شكلا يط وك من القسم الثاني، ص. ٥٧١–٥٧٣)

جـ-٦٦-و ل-٦١-و

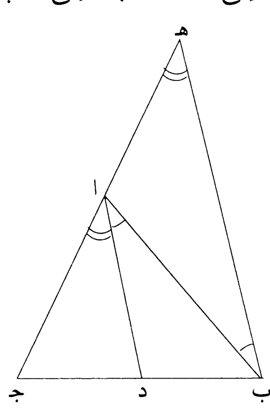
5 – **يه** – إذا كانت زاوية من مثلث معلومة وخرج منها خط يقسمها بقسمين معلومين، فإن نسبة قسمي القاعدة، أحدهما إلى الآخر، كنسبة أحد الضلعين المحيطين بالزاوية المعلومة إلى خط نسبته إلى الضلع الثاني معلومة. وإن كانت زوايا المثلث معلومة، وخرج من إحدى زواياه خط يقسم قاعدته على نسبة معلومة، فإن الزاوية انقسمت بقسمين معلومين.

10 مثال ذلك: مثلث ا ب جـ، زاوية ا منه معلومة وقد قسمها خط ا د بقسمين معلومين.

فأقول: إن نسبة جـ د إلى د ب كنسبة جـ ا إلى خطٍّ له إلى خط ا ب نسبة معلومة.

ل-٦١-ظ

برهان ذلك: أنا نعمل زاوية ا ب هـ مساوية لزاوية ب ا د، ونخرج / خط جـ ا حتى يلقاه ‹ب هـ› على نقطة هـ، فيكون خط ب هـ موازيًا لخط ا د وزاويةُ ا هـ ب مثل زاوية جـ ا د المعلومة. ولأن زاوية ب ا جـ معلومة، فزاوية ب ا هـ معلومة، فمثلث ا ب هـ معلوم الخلقة، فنسبة هـ ا إلى ا ب معلومة؛ ونسبة جـ د إلى د ب كنسبة جـ ا إلى ا هـ. ‹فنسبة 15 جـ د إلى د ب هي كنسبة جـ ا إلى خط نسبته إلى ا ب معلومة›.



5 يه: يز [ل] – 11 له إلى: كررها، ثم ضرب عليها بالقلم [جـ] / خط: ناقصة [ل] – 15 جـ ا: حـ د [ل].

وأيضًا، إن كانت زوايا ا ب جـ معلومة، وخرج خط ا د، فكانت نسبة جـ د إلى د ب معلومة، فإن زاويتي جـ ا د د ا ب كلٌّ واحدة منهما تكون معلومة.

برهان ذلك: أنا إذا أخرجنا خط جـ ا، وجعلنا نسبة جـ ا إلى ا هـ كنسبة جـ د إلى د ب، ووصلنا خط ب هـ، كان خط ب هـ موازيًا لخط ا د. ولأن زاوية ب ا جـ معلومة، تكون زاوية ب ا هـ معلومة؛ ولأن زوايا مثلث ا ب جـ معلومة، تكون نسبة ب ا إلى ا جـ معلومة، ونسبة جـ ا إلى ا هـ معلومة، فنسبة ب ا إلى ا هـ معلومة، فمثلث ب ا هـ معلوم الخلقة، فزاويتا ا ب هـ ا هـ ب معلومتان، وزاوية ا ب هـ مثل زاوية ب ا د، وزاوية ب هـ ا مثل زاوية د ا جـ، فخط ا د قد قسم زاوية ب ا جـ بقسمين معلومين؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

1 ا د: الف دال جيم [جـ].



المُلْحَقُ الثالِثُ

نَقْدُ البَغْدَادِيِّ لابنِ الهَيْثَمِ

عِنْدَما طَرَحَ ابنُ الهَيْثَمِ نَظَرِيَّتَهُ في المَكان، لم يَكُنْ بإمْكانِهِ التَغاضي عمّا قد تُثيرُهُ من رُدودِ فِعْلٍ كَثيرَةٍ، بِسَبَبِ مُحْتَواها وأُسْلوبِها. ذَلِكَ أنّ أُسْلوبَهُ الرياضِيَّ المُتَعَمَّدَ يَقْطَعُ بِحِدَّةٍ مع أُسْلوبِ جَميعِ الكِتاباتِ عن المَكانِ، السابِقَةِ مِنْها والمُعاصِرةِ. فقد رَأَيْنا في هَذِهِ النَظَرِيّةِ الجَديدَةِ، أنّه لا يَبْقَى من الجِسْمِ سِوَى مَجْموعَةٍ لانِهائِيَّةٍ من النِقاطِ المُرتَبِطَةِ بواسِطَةِ عَلاقَةِ المَسافَةِ، ولا يَبْقَى من الامتِدادِ سِوَى مَجْموعَةٍ من الصِنْفِ المَذْكورِ نَفْسِه، ويَتَحَدّدُ *المَكانُ* بواسِطَةِ انطِباقِ المَسافَاتِ. حَيْثُ إنّ مَكانَ جِسْمٍ ما هُوَ مِنْطَقَةُ الامتِدادِ المُحَدَّدَةِ بالمَسافَاتِ بَيْنَ جَميعِ نِقاطِها، والَّتي يُمْكِنُ أن نُطَبِّقَ عَلَيْها تَقابُلِيّاً مَجْموعَةَ المَسافَاتِ بَيْنَ جَميعِ نِقاطِ الجِسْمِ. مع هَذا التَصوُّرِ المُرْتِكزِ عَلَى مَفْهومَي *المَجْموعَةِ* و*العَلاقَة* والمُرْتَبِطِ بهِما، يَنْتَهي إلَى غَيْرِ رَجْعَةٍ الحَديثُ عن *السَطْحِ المُحيطِ الكُلِّيِّ* ، وعن *جَوْهَرِ الجِسْمِ*، وعن *المَكانِ الطَبيعِيِّ*. وهَذِهِ النَظَرِيَّةُ اللاّأَرِسْطِيّةُ مُطْلَقاً تَنْأَى كَذَلِكَ، وجَوْهَرِيّاً، عن نَظَرِيَّةِ فيلوبون. بَيْدَ أنّ فَلاسِفَةَ عَصْرِ ابنِ الهَيْثَمِ كانوا يُعِدُّون مَذاهِبَهُم الفَلْسَفِيَّةَ وَفْقَ مَذْهَبِ أَرِسْطو. وللاقْتِناعِ بذَلِكَ يَكْفينا أن نَطَّلِعَ عَلَى ما كَتَبَهُ ابنُ سينا عن المَكانِ في ***الشِفاء***[1]؛ أو أن نُذَكِّرَ بِعُنْوانِ مُؤَلَّفٍ مُخَصَّصٍ لِهَذا المَفْهومِ، عائِدٍ لِمُحَمَّدِ بنِ الهَيْثَمِ – وهُوَ سَمِيُّ الرِياضِيِّ – والَّذي يُسْتَمَرُّ الخَلْطُ بَيْنَهُ وبَيْنَ الحَسنِ بنِ الهَيْثَمِ الرِياضِيِّ؛ وعُنْوانُ المُؤَلَّفِ هُوَ: ***كِتابٌ في المَكانِ***

---

[1] ابنُ سينا، ***الشِفاء***: *الطبيعيّات*، ١. *السماع الطبيعيّ*، تَحْقيق س. زايد، مُراجَعَة أ. مدكور (القاهرة، ١٩٩٣)، الكتاب الثاني، الفصول ٦–٩.

والزَمانِ عَلَى ما وجده يلزم رأي أَرِسْطوطاليس فيهما[2]. وكانَ المُتَكَلِّمونُ أيضاً يُدافِعون عن مَذاهِبَ مُتَعَلِّقَةٍ بالمَكانِ لا يَتَشارَكُ أيٌّ مِنْها في الأُسْلوبِ ومَذْهَبَ ابنِ الهَيْثَمِ. لَكِنَّ فَرادَةَ هَذا المَذْهَبِ لا تَعودُ إلَى الأُسْلوبِ ولا إلَى رَفْضِ المَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ في *المَكانِ المُحيطِ* فحَسْب، إنّما تُرْجِعُنا أيضاً إلَى الرَفْضِ الواضِحِ للمَقولاتِ الوارِدَةِ لَدَى أَرِسْطو، الَّتي تُشَكِّلُ أساساً لِهَذا المَذْهَبِ: *المادّة والصورة*، *القُوَّة والفِعْل*. وهَذا القَطْعُ الحادُّ مع *الفيزياء* ***(السماع الطبيعيّ)*** الَّتي لم يَكُنْ من بَديلٍ عَنْها آنذاك، الَّتي كانَتْ ما تَزالُ تُقَدِّمُ في ذَلِكَ العَصْرِ رؤيَةً شامِلَةً ومُتَماسِكَةً عن الطَبيعَةِ، لم يَكُنْ مُنْتَظَراً مِنْهُ إلاّ أن يُثيرَ إمّا الدَهْشَةَ الَّتي دَفَعَتِ البَعْضَ إلى تَأكيدِ فَرَادَةِ هَذا المَذْهَبِ، وإمّا رَدَّةَ فِعْلٍ مُعارِضَةً بِشَكْلٍ واضِحٍ عِنْدَ آخَرين. ولَئِن قامَ المُتَكَلِّمُ فَخْرُ الدين الرازِيُّ[3] بِتَلْخيصِ نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ، فإنّ الفَيْلَسوفَ الأرِسْطيَّ عَبْدَ اللّطيفِ البَغْدَادِيَّ قد استَهْدَفَها من جِهَتِهِ بِنَقْدٍ قاسٍ.

وعَبْدُ اللّطيفِ البَغْدَادِيُّ فَيْلَسوفٌ طَبيبٌ، وفَضْلاً عن ذَلِكَ هُوَ طَويلُ الباعِ في العلومِ الإسْلامِيَّةِ. وقد وُلِد في مَدينَةِ بَغْداد في العامِ ١١٦٢م وتُوُفِّيَ فيها في العامِ ١٢٣١م، وقد أقامَ في عِدَّةِ بُلْدانٍ، ومن بَيْنِها مِصْرُ حَيْثُ التَقَى الفَيْلَسوفَ أبا القاسِمِ الشارِعِيَّ وابنَ مَيْمون. ويُذَكِّرُنا مَسارُ البَغْدَادِيِّ بِطَريقَةٍ ما بِمَسارِ ابنِ رُشْدٍ. لا سِيَّما وأنّه لم يَكُنْ أيضاً مُوافِقاً عَلَى فَلْسَفَةِ ابنِ سينا وأتْباعِهِ، فأعْلَنَ بِمُواجَهَتِهِم العَوْدَةَ إلَى القُدامَى وتَحْديداً إلَى المُعَلِّمِ الأوَّلِ. وعَناوينُهُ وأعْمالُهُ، الَّتي ذَكَرَها بِنَفْسِهِ[4]، الَّتي دَوَّنَها ابنُ أبي أُصَيْبِعَة[5]، الَّذي كانَ بِصورَةٍ ما تِلْميذَهُ،

---

[2] ابن أبي أُصَيْبِعَة، ***عُيون الأنْباء في طَبَقات الأطِبَّاء***، تَحْقيق ن. رضا (بيروت ١٩٦٥)، ص ٥٥٨.

[3] انظُرِ المُلاحَظَةَ الإضافِيَّةَ الأولَى، صَفْحَة ٨٦٩.

[4] راجِعْ عَبْدَ اللّطيفِ البَغْدَادِيَّ، ***كتابَ النَصيحَتَيْن***، مَخْطوطة برسه، مَجْموعَة حُسَيْن شَلَبي، رقم ٨٢٣، الصَفَحات ٨٨ظهر – ٩٣وجه.

[5] ابن أبي أُصَيْبِعَة، ***عُيون الأنْباء في طَبَقات الأطِبَّاء***، تَحْقيق ن. رضا (بيروت ١٩٦٥)، الصَفَحات ٦٨٣-٦٩٦.

تُثْبِتُ أنّه كان أرِسْطِيّا مُقْتَنعاً مُسَلِّماً بالأرسْطِيَّةِ تَسْليماً تامّاً. ومن الواضِحِ إذاً أنّ البَغْدَادِيَّ ما كانَ يَقْبَلُ بنَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ، الَّتي كانَ لا بُدَّ أن يَرَى فيها انتِقاصاً من مَبادِئ ***السماعِ الطبيعِيِّ*** لأَرِسْطو وتَطاوُلاً عَلَيْها. ونَجِدُ بَيْنَ أعمالِهِ العَديدَةِ، العُنْوانَ التالِيَ: ***في الرَدِّ عَلَى ابن الهَيْثمِ في المَكان***. وهَذا الكِتابُ، الَّذي وصَلَ إلينا، يُمَثِّلُ نَقْداً وَفْقَ الأصولِ الأرِسْطِيَّةِ لِمُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ، باسمِ الشَرْعِيَّةِ المَشَّائيَّةِ الصارِمَةِ. وهُوَ مُهِمٌّ من عِدَّةِ نَواحٍ. فَمِن ناحِيَةٍ أولَى، قد أتَى هَذا الكِتابُ بَعْدَ مُؤَلَّفِ ***في المَكان***، مَكْتوباً بقَلَمِ فَيْلَسوفٍ من القَرْنِ الثاني عَشَرَ وشاهِداً عَلَى تَمَيُّزِ نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ. والمَعْرِفَةُ المَوْسوعِيَّةُ بل والدَقيقَةُ أيضاً، الَّتي يَمْتَلِكُها البَغْدَادِيُّ، تُمَيِّزُ أصالَةَ عَمَلِ ابنِ الهَيْثَمِ، حَيْثُ إنّه يَلفِتُ النَظَرَ إلَيْها ويَرَى فيها ما يُشيرُ إلَى هَفْوَةِ الرياضِيِّ. ويرسُمُ لنا كِتابُ البَغْدَادِيُّ من ناحِيَةٍ ثانِيَةٍ صورَةً حَيَّةً لَمشَّاءٍ يُوَاجِهُ هَذِهِ النَظَرِيَّةَ الجَديدَةَ. وأخيراً، وبِما أنّه يورِدُ بِشَكْلٍ دقيقٍ وبالتَرْتيبِ مقاطِعَ من مُؤَلَّفِ ابنِ الهَيْثَمِ، فإنّه يُقَدِّمُ لنا نَموذَجاً إضافِيّاً عن النَصِّ، استِناداً إلَى نُسْخَةٍ من القَرْنِ الثاني عَشَرَ، وهَذا ما يُؤَمِّنُ لنا إضاءَةً إضافِيَّةً عَلَى تَقْليدِ النَصِّ.

يَبْدَأُ نَقْدُ البَغْدَادِيِّ بمُلاحَظَةٍ ودَرْسٍ أرادَ بِهِما اخْتِتامَ النقاشِ قَبْلَ أن يُباشِرَهُ. فهُوَ يَكْتُبُ أنّه قد حَسَمَ المَسْأَلَةَ في كِتاباتِهِ المُخْتَلِفَةِ، ولئن أَثارَها مُجَدَّداً، فإنّما يَفْعَلُ ذَلِكَ فقط من أجْلِ تَعْرِيَةِ أخْطاءِ ابنِ الهَيْثَمِ، وبالتالي تَبْديدِ مفعولِها: هَذِهِ هِيَ باختِصارٍ، روحُ مُلاحَظاتِهِ. فالهَدَفُ هُوَ تَرْميمُ السُلْطَةِ الأرِسْطِيَّةِ. ولذَلِكَ يُذَكِّرُ بأنّه قد عالَجَ مَفْهومَ المَكانِ "جَرْياً عَلَى مَذْهَبِ أَرِسْطوطاليس"، في الكِتاباتِ الَّتي كرّسَها ***لقاطاغورياس وللسماعِ الطبيعيّ***؛ حَيْثُ دَحَضَ فيها كافَّةَ النَظَرِيَّاتِ الأُخْرَى. ولم يَبْقَ بالتالي سِوَى نَظَرِيّةِ ابنِ الهَيْثَمِ، وهِيَ، وَفْقَ ما يُوحيهِ البَغْدَادِيُّ، رَديئةٌ جدّاً ودونَ المُسْتَوَى الَّذي يَنْبَغي أن يَتَمَتَّعَ بِهِ ابنُ الهَيْثَمِ، لَكِنَّها لا تَتَطابَقُ مع أيِّ نَظَرِيّةٍ أُخْرَى.

وبَعْدَ هَذِهِ المُلاحَظَةِ يَأتي دَرْسُ المَنْهَجِيّةِ، هادِفاً إلَى فَضْحِ ضَعْفِ المَنْطِقِ لَدَى الرِياضِيِّ وإلَى تَهافُتِ مَسارِهِ. ووَفْقاً لِما يَذْكُرُه الطَبيبُ الفَيْلَسوفُ، إذا ما أُثْبِتَت نَظَرِيَّةٌ "بالبُرْهانِ"، فإنّ أيَّ مِثالٍ مُضادٍّ لن يَسْتَطيعَ بَعْدَ ذَلِكَ دَحْضَها. وإذا بَقِيَ شَكٌّ ما أو "شُبهةٌ"، فإنّ الطَريقَةَ الجَيِّدَةَ تَتَمَثَّلُ هُنا بإيجادِ الوَسائلِ الَّتي تُزيلُ هَذِهِ الشُبْهَةَ وتَرْفَعُ هَذا الشَكَّ. ودَعْماً لِحُجَّتِهِ ضِدَّ ابنِ الهَيْثَمِ، يَبْحَثُ البَغْدَادِيُّ عن مِثالٍ عَمِلَ عَلَيْهِ الرِياضِيُّ وَفْقَ الطَريقَةِ الَّتي وَرَدَ ذِكْرُها. فيَقولُ البَغْدَادِيُّ إنّه قد ثَبُتَ أنّ الأجْرامَ السَماوِيَّةَ كُرَوِيَّةٌ، لَها جَميعُها حَرَكَةٌ دائرِيَّةٌ مُنْتَظِمَةٌ. لَكِنَّ "أرْبابَ الرَصْدِ وَجَدوا" أنّ لِلكواكِبِ الخَمْسةِ المُتَحَيِّرَةِ حَرَكَةً مُرَكَّبَةً من حَرَكَةٍ دائِرِيَّةٍ مُنْتَظِمَةٍ ومن حَرَكَةٍ خاصَّةٍ، تَتْبعُ خَطّاً مُسْتَقيماً. فماذا فَعَلَ ابنُ الهَيْثَمِ؟ لم يَرْفُضْ دائِرِيَّةَ حَرَكَةِ الأجْرامِ السَماوِيَّةِ، إنّما وَجَدَ الوَسيلَةَ للمُلاءَمَةِ بَيْنَ الحَرَكَتَيْنِ، فوَضَعَ كِتابَه ***في حَرَكَةِ الالتِفافِ***. والاستِنْتاجُ عِنْدَ البَغْدَادِيِّ بَديهِيٌّ: فَهَكَذا يَنْبَغي العَمَلُ، وبالتالي فإنّ ابنَ الهَيْثَمِ يُخْطِئُ عِنْدَما يَرْفُضُ نَظَرِيَّةَ *المَكانِ المُحيطِ*. وكان يَنْبَغي عِوَضاً عن ذَلِكَ أن يَجِدَ الوَسائِلَ لتَبْديدِ "الشُبْهَةِ" الَّتي ظَهَرَت. ووَفْقَ البَغْدَادِيِّ، لا تَمْلِكُ الأَمْثِلَةُ المضادَّةُ الَّتي يَسوقُها ابنُ الهَيْثَمِ ضدَّ المَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ أيَّ قيمَةٍ بُرْهانِيَّةٍ. وبالتالي لا يَبْقَى أمامَ الفَيْلَسوفِ سِوَى أن يُبَيِّنَ أخْطاءَ الرِياضِيِّ الَّذي سَبَقَ أن حُكِمَ عَلَيْهِ "بقِلَّةِ رِياضَتِهِ في صَناعَةِ المَنْطِقِ".

وَفْقاً لِلبَغْدادِيِّ، يَتَمَثَّلُ الخَطَأُ الأساسِيُّ، الَّذي ارْتَكَبَهُ ابنُ الهَيْثَمِ، في أنّه حَصَلَ عَلَى استِنْتاجٍ مُخْتَلِفٍ عَمّا يَرِدُ في صِياغَةِ المَسْأَلَةِ. أَلَمْ يُؤَكِّدِ ابنُ الهَيْثَمِ، كَما يَقولُ البَغْدَادِيُّ، "أنّ مِساحَةَ السَطْحِ المُحيطِ تكونُ أزْيَدَ من مِساحَةِ الجِسْمِ، وأخَذَ في النَتيجَةِ أنّ مَكانَ الجِسْمِ في الحالَةِ الثانِيَةِ أضْعافٌ لمَكانِهِ الأوَّلِ والجِسْمُ لم يَزِدْ فيهِ شَيءٌ"[٦]. ويتابِعُ البَغْدَادِيُّ:

---

[٦] انظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٨٤٧.

"ومِنَ المَعْلومِ أنّ حُكْمَ الجِسْمِ في ذاتِه غَيْرُ حُكْمِ سُطُوحِهِ المُحيطَةِ بِهِ. فإنّ سُطُوحَ الجِسْمِ تَخْتَلِفُ مِسَاحاتُها باخْتِلافِ أَشْكَالِ الجِسْمِ والجِسْمُ في نَفْسِه لا يَتَغَيَّرُ"[٧].

من أجْلِ فَهْمِ هَذا النَقْدِ من جانِبِ البَغْدَادِيِّ، لِنُذَكِّرْ بأنّ غالِبِيَّةَ الأَمْثِلَةِ المُضَادَّةِ الَّتي وَضَعَها ابنُ الهَيْثَمِ لدَحْضِ مَذْهَبِ أَرِسْطو، هِيَ من المَسائلِ الخاصَّةِ بتَساوِي الإحاطات بالمُجَسَّماتِ. فابنُ الهَيْثَمِ يَعْرِفُ، عَلَى قاعِدَةِ ما أَثْبَتَهُ سَلَفُهُ الخازِنُ، "أنّ الكُرَةَ أعْظَمُ الأَشْكَالِ المُجَسَّمَةِ الَّتي إحاطَتُها مُتَساوِيَةٌ"[٨]. وقد أثْبَتَ هُوَ نَفْسُهُ، أنّهُ من بَيْنِ مُتَعَدِّدَاتِ السُطُوحِ المُنْتَظِمَةِ، الَّتي قَواعِدُ كُلٍّ واحِدٍ مِنْها مُتَشَابِهَةٌ فيما بَيْنَها، والمُحاطَةِ بالكُرَةِ نَفْسِها، فإنّ ذاك الَّذي قَواعِدُهُ أَكْثَرُ هُوَ الأَكْبَرُ مِسَاحةً والأَعْظَمُ حَجْماً[٩]. تَسْمَحُ هَذِهِ المُبَرْهَناتُ حَوْلَ المُجَسَّماتِ المُتَسَاوِيةِ الإحاطَةِ لابنِ الهَيْثَمِ أن يُثبتَ أنّه من بَيْنِ مُتَعَدِّدَاتِ السُطُوحِ المُنْتَظِمَةِ المُتَسَاوِيَةِ الحَجْمِ، تَكونُ الكرةُ المُجَسَّمَ الأصْغَرَ مِسَاحَةً. يَسْتَطيعُ، إذاً أن يُؤَكِّدَ أنَّ كَمِّيَّةً واحِدَةً من الشَمْعِ إذا أعْطَيْناها شَكْلَ مُكَعَّبٍ ومن ثمّ شَكْلَ كُرَةٍ، فَسَتَكونُ مِسَاحةُ المُكَعَّبِ أكْبَرَ من مِسَاحةِ الكُرَةِ، وذَلِكَ بالنِسْبَةِ إلَى حَجْمٍ واحِدٍ من الشَمْعِ. من الواضِحِ إذاً أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَقْصِدُ بكَلِمَةِ "مِسَاحة" مِسَاحةَ *السَطْحِ المُحيطِ*، وبالتالي فإنّ الاستِنْتاجَ مُوافِقٌ لِصياغَةِ المَسْأَلَةِ خِلافاً لِمَا يؤَكِّدُهُ البَغْدَادِيُّ. إلاّ أنّ لِهَذا الأخيرِ مِلءَ الحَقِّ في رَفْضِ حُجَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ مُرْتَكزاً في ذَلِكَ عَلَى المَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ في *المادّة والصورةِ* وعَلَى *تَشَخُّصِ* (*individuation*) الأجْسَامِ. ففي هَذِهِ الحالَةِ تَكونُ مِسَاحَةُ السَطْحِ المُحيطِ لِجِسْمٍ ما خاصِيَّةً مُمَيِّزَةً لِهَذا

[٧] انظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٨٤٧.

[٨] راجِعِ في الجُزْءِ الأوَّلِ من هذا الكِتابِ: ١) القضيّة ٢٠ من الفصل الرابع؛ ٢) القضيّة **ك** من مخطوطة الخازن ***من شرح المقالة الأولى من المجسطي***.

[٩] راجِعِ الصَفَحاتِ ٣٨٦–٣٨٩ وَ ٤٢٦–٤٣٢ من الجُزْءِ الثاني من هَذا الكِتابِ (النُسْخَة العَرَبِيَّة).

الجِسْمِ فلا تَزيدُ ولا تَنقُصُ، وتَبْقَى غَيْرَ مُنْقَسِمَةٍ وغَيْرَ مُتَغَيِّرةٍ بِالفِعْلِ، حَتَّى وإن كانَت مُنْقَسِمَةً ومُتَغَيِّرةً بالقُوَّةِ.

وبما أنّ البَغْدَادِيَّ كانَ فَيْلَسوفاً عَلَى قدرٍ كَبيرٍ من المَعْرِفَةِ العِلْمِيَّةِ، فإنّه لم يَتَجاوَزْ أو يَرْفُضْ بَبَساطَةٍ الحُجَّةَ المُتَعَلِّقَةَ بمَسْأَلَةِ تَساوِي المِسَاحاتِ المُحيطَةِ بمُجَسَّماتٍ. لَكِنَّهُ حاوَلَ تَفْسيرَها بحَيْثُ تَتَلاءَمُ مع مَذْهَبِ *المادّة والصورة*. فيَنْسُبُ إلَى ابنِ الهَيْثَمِ قوْلَه إنّ جِسْماً يَسْتَطيعُ أنْ يَبْقَى هُوَ نَفْسَهُ في حينِ أنّ السُطُوحَ المُحيطَةَ بِهِ تَتَغَيَّرُ. ولَكِن، وفي حينِ أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَسْتَنِدُ إلَى هَذا الاستِنْتاجِ، المَبْنِيِّ عَلَى الحُجَّةِ المُستَنْبَطَةِ من مَسْأَلَةِ تَساوِي المِسَاحاتِ المُحيطَةِ بمُجَسَّماتٍ، لكي يدْحَضَ نَظَرِيَّةَ *المَكانِ المُحيط* (لأنّ "مَكان الجِسْمِ هُوَ أمْكِنَةٌ مُخْتَلِفَةُ المقاديرِ لا نهايَةَ لِعِدَّتِها")، فإنّ البَغْدَادِيَّ يَعْكِسُ الحُجَّةَ ويَجِدُ أنّ هَذا النَقْدَ لَن يُجْدِيَ نَفْعاً إذا سَلَّمْنا بأنّ الجِسْمَ قد غَيَّرَ شَكْلَهُ. ففي هَذِهِ الحالَةِ، تَتَغَيَّرُ الأسْطُحُ المُحيطَةُ، وبالتالي تَتَغَيَّرُ الأمْكِنَةُ. وهَكَذا، فإنّ كُرَةَ الشَمْعِ ومُكَعَّبَ الشمعِ، اللَّذَين لَهُما نَفْسُ الحَجْمِ، يَمْلِكانِ شَكْلَيْنِ مُخْتلفَيْنِ، ولِكُلِّ واحِدٍ مِنْهُما مَحَلُّهُ الخاصُّ ومِسَاحَتُهُ الخاصَّةُ، تِبْعاً لشَكْلِهِ. وإذا أرَدْنا الإطَالَة في كَلامِ البَغْدَادِيِّ، فإنّنا نَستَطيعُ القَوْلَ إنّ الكُرَةَ كَفَرْدٍ والمُكَعّبَ كَفَرْدٍ، كِلاهُما مُكَوَّنانِ من *مادّةٍ وصورة*، ولَهُما مَكانان مُخْتَلِفان، حَتَّى ولو كانَ حَجْمُ الشَمْعِ هُوَ نَفْسَهُ في الحالَتَيْنِ. لَكِن يَبْقَى أن يُفَسِّرَ البَغْدَادِيُّ كَيْفَ يَسْتَطيعُ كُلُّ واحِدٍ من الشَكْلَيْنِ أن يَكونَ هُوَ نَفْسُهُ المِسَاحَةَ الحاوِيَةَ للحَجْمِ نَفْسِهِ من الشَمْعِ. وهُوَ لا يَتَأخَّرُ في الإجابَةِ، إذ يَكْتُبُ:

"وسَطْحُ باطِنِ الكُرَةِ أصْغَرُ من سِطْحِ باطِنِ المُكَعّبِ المُساوِي لَها، وتَسَعُ الكُرَةُ جَوْهَراً أكْثَرَ مِمّا يَسَعُ ذَلِكَ المُكَعّبُ؛ وأمّا ما تُلاقيه باطِنُ الكُرَةِ وباطِنُ المُكَعّبِ من سُطُوحِ الأجْسامِ المَحْوِيَّةِ فَسواءٌ، لا يُمكِنُ أن تَتَفاوَتَ أصْلاً"[١٠].

---

[١٠] انظُرْ أدْناه الصَفْحَةَ ٨٥٣.

تَضْمَنُ الحُجَّةُ المُسْتَنْبَطَةُ من مَسْأَلَةِ تَسَاوِي المِسَاحاتِ المُحيطةِ بمُجَسَّماتٍ، أنّه بالنِسْبَةِ إلَى الحَجْمِ نَفْسِهِ، تَكونُ مِسَاحةُ سَطْحِ الكُرَةِ أصْغَرَ من مِسَاحةِ سَطْحِ المُكَعَّبِ، وهَذا هُوَ السَبَبُ الَّذي دَفَعَ البَغْدَادِيَّ إلَى التَأكيدِ: "وتَسَعُ الكُرَةُ جَوْهَراً أكْثَرَ ممّا يَسَعُ ذَلِكَ المُكَعّبُ". إلاّ أنّه لا يُفَسِّرُ كَيْفَ يَكونُ لسَطْحٍ كُرَوِيٍّ مُقَعَّرٍ أصْغَرَ مِسَاحَةً، ولسَطْحٍ مُكَعّبٍ ذي استِقامَةٍ وأكْبَرَ مِسَاحَةً، أن يُحيطا بطَريقَةٍ مُطابِقَةٍ الجِسْمَ الَّذي يَحْتَوِيانَهُ.

لَكِنَّ النَقْدَ الَّذي يُوَجِّهُهُ البَغْدَادِيُّ لنَظَرِيَّة ابنِ الهَيْثَمِ يَطْرَحُ صُعوباتٍ أُخْرَى. وأكْثَرُها أهَمِيَّةً هِيَ تِلْكَ المُرْتَبطَةُ بنِيَّةِ الرياضِيِّ، وبجِدَّةِ نَظَرِيَّتِهِ، وكذَلِكَ بجَذْرِيَّةِ نَقْدِهِ للمَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ. كُلُّ شَيءٍ يَدْفَعُنا إلَى الاعتِقادِ أنّ البَغْدَادِيَّ لم يُدرِكْ تَطَوُّرَ المُحَاجَّةِ عِنْدَ ابنِ الهَيْثَمِ؛ ويَبْدو أنّه يَعْتَقِدُ أنّ الأَمْثِلَةَ المُضَادَّةَ الَّتي وَضَعَها ابنُ الهَيْثَمِ لَيْسَت سِوَى تَنْويعٍ للحُجَّةِ نَفْسِها. لَكِنَّ الأمْرَ لَيْسَ عَلَى هَذا النَحْوِ قَطْعاً. وهَكَذا، عِنْدَما يُعَلِّقُ البَغْدَادِيُّ عَلَى المِثالِ المُضادِّ المُتَعَلِّقِ بالقِرْبَةِ، يَكْتُبُ: "وهَذِهِ الشُبْهَةُ هِيَ الأولَى بعَيْنِها"[11]. وهُوَ يُريدُ بذَلِكَ أن يَقولَ إنّ ابنَ الهَيْثَمِ سيَعودُ إلَى عَرْضِ تِلْكَ الشُبْهَةِ الَّتي ذَكَرَها في المِثالِ المُضَادِّ المُتَعَلِّقِ بمُتَوازي السُطُوحِ الَّذي أُعيدَ تَرْكيبُهُ، وفي المِثالِ الآخَرِ المُتَعَلِّقِ بكُرَةِ الشَمْعِ. ولاحِقاً، عِنْدَما يُعالِجُ البَغْدَادِيُّ المِثالَ المُضَادَّ المُتَعَلِّقَ بالمُجَسَّمِ ذي الأسْطُحِ المُسْتَوِيَةِ الَّذي يُحْفَرُ فيه، فإنّه لا يَرَى فيه أكْثَرَ ممّا هُوَ في الأَمْثِلَةِ المُضادَّةِ الأُخْرَى: فَجَميعُها برَأْيِهِ تُكَرِّرُ الشَيْءَ نَفْسَهُ. لَكِنّنا بيَّنّا أنّ قَصْدَ ابنِ الهَيْثَمِ مُخْتَلِفٌ تَماماً. وهَكَذا، يُكَرِّسُ المِثالُ المُضَادُّ المُتَعَلِّقُ بمُتَوازي السُطُوحِ، وزِدْ عَلَيْهِ المِثالَ الآخَرَ المُتَعَلِّقَ بالكُرَةِ، لإظْهارِ إمكانيَّةِ وُجودِ جِسْمَيْنِ لَهُما نَفْسُ الحَجْمِ في مَكانَيْن مُخْتَلِفَيْن: فَفي حينِ تَبْقَى المادَّةُ بدونِ تَغْييرٍ، تتَغَيَّرُ صورَتُها؛ في الحالَةِ الأولَى تَزْدادُ المِسَاحَةُ، وفي الثانيَةِ تَنْقُصُ. ومِثالُ القِرْبَةِ يَعْني أنّهُ، رَغْمَ تَغَيُّرِ المادَّةِ – نِقصانُ الجِسْمِ – فإنّ الصورَةَ

[11] انظُرْ أدناه الصَفْحَةَ ٨٤٩.

تَبْقَى بدونِ تَغْيير، وهَذا صَحيحٌ أيضاً بِالنسْبَةِ إِلَى المَكانِ. أمّا مِثالُ المُجَسَّمِ ذي السُطُوحِ المُسْتَوِيَةِ الَّذي يُحفَرُ فيهِ، فإنّه يُبَيِّنُ إمكانيةَ تَغَيُّرِ المادَّةِ والصورةِ باتّجاهَيْنِ مُتَعاكِسَيْنِ — وهَذا صَحيحٌ أيضاً بِالنسْبَةِ إِلَى المَكانِ. وهَكَذا يَكونُ لَدَيْنا جَميعُ حالاتِ العَلاقَةِ بَيْنَ المادّةِ والصورةِ، ولا يَنْطَبِقُ تَعْريفُ *المَكانِ المُحيطِ* عَلَى أيٍّ مِنْها. بالإضافَةِ إِلَى ذَلِكَ، وفي مِثالِ القِرْبَةِ، فإنّ النَقْصَ التَدْريجيَّ للماءِ بدونِ تَغَيُّرٍ في الشَكْلِ، لا بُدَّ أن يُرْبِكَ أرِسْطِيّاً يَرْفُضُ الإنْكارَ أنّ الأمْرَ يَتَعَلَّقُ بالجِسْمِ نَفْسِهِ. إنّ القَوْلَ، وعَلَى غِرارِ ما فَعَلَ البَغْدَادِيُّ، إنّ الرياضِيَّ لا يَقومُ سِوَى بِتَكْرارِ الحُجَّةِ نَفْسِها، يَعْني عَدَمَ إدْراكِ المَسارِ المُنْتَظِمِ الَّذي يَهْدِفُ إِلَى التَصْويبِ عَلَى لُبِّ النَظَرِيّة الأرِسْطِيَّة.

الجُزْءُ الثاني من مُحاوَلَةِ البَغْدَادِيِّ مُخَصَّصٌ لِنَقْدِ نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ في الخَلاءِ المُتَخَيَّلِ. ويَبْدَأ الفَيْلَسوفُ بالتَذْكيرِ، بِشَكْلٍ مُخْتَصَرٍ وتَلْميحِيٍّ، بالمَذاهِبِ المُخْتَلِفَةِ المُتَعَلِّقَةِ بالخَلاءِ. ويَرْجِعُ بِشَكْلٍ مُضْمَرٍ إِلَى مَذْهَبِ *الخَلاءِ والأجْزاءِ* (الذَرَّات)، المُعْتَمَدِ لَدَى المُتَكَلِّمين من مَدْرَسَةِ البَصْرَة. بعد ذَلِكَ يَتَوَقَّفُ عن التَوَسُّعِ في الشَرْحِ، لأنّه يَعْتَبِرُ أنّه قد استَوْفَى أولئِكَ المُتَكَلِّمين حَقَّهُم في كِتابَيْهِ ***السماء والعالم*** و ***ما بعد الطبيعة***. ثمّ يَصِلُ إِلَى نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ، المُتَعَلِّقَةِ "بانْطِباقِ" المَسافَاتِ. والنَقدُ الأساسِيُّ الَّذي يَوَجِّهُهُ إِلَيْهِ يَرْتَبِطُ بِرَأْيِهِ باستِحالَةِ "انْطِباقِ" مَسافَاتٍ تَنْتَمي إِلَى صِنْفَيْنِ مُخْتَلِفَيْنِ — فالأُولَى مِنْهُما بَيْنَ نِقاطِ الجِسْمِ، والثانيَةُ مُتَخَيَّلَةٌ بَيْنَ نِقاطِ الامْتِدادِ — ولا سِيَّما أنّ ابنَ الهَيْثَمِ يَفْتَرِضُ أنّ هذَيْنِ الصِنْفَيْنِ مَوْجودانِ فِعْلِيّاً. بالإضافَةِ إِلَى ذَلِكَ، يُؤَكِّدُ أنّه إذا قَبِلْنا هَذِهِ النَظَرِيَّةَ، فإنّنا نَسْتَطيعُ الكَلامَ على المَكانِ الكُلِيِّ، الَّذي اسْتَبْعَدَهُ أَرِسْطو كَتَناقُضٍ غَيْرِ قابِلٍ لِلحَلِّ. وباخْتِصارٍ، بِالنسْبَةِ إِلَى أرِسْطِيٍّ مُقْتَنِعٍ وثابتٍ عَلَى رَأيِهِ، فإنّ التَصَوُّرَ الوَحيدَ المُلائمَ للمَكانِ هُوَ تَصَوُّرُ *المَكانِ الحاوي*. ويَبْدو أنّ البَغْدَادِيَّ لم يُدْرِكِ الأهَمِيَّةَ الكُبْرَى الَّتي يُمَثِّلُها مَفْهومُ المَسافَةِ بِالنِسْبَةِ إِلَى أُسُسِ هَنْدَسَةِ المَكانِ.

وخُلاصَةُ القَوْلِ، لا نَسْتَطيعُ عِنْدَ قراءَتِنا لِكِتابِ البَغْدَادِيِّ ومُحَاجَّتِهِ المُوَجَّهَةِ ضِدَّ نَظَرِيَّةِ ابنِ الهَيْثَمِ إلاّ أن نُفَكِّرَ بِنَقْدِ سيمبليسيوس (Simplicius) لسالفياتي (Salviati) في مُؤَلَّفِ غاليلي ***حوار حول نِظامَي الكونِ الكبيرَيْن.***

تَارِيخُ النَصِّ

لقد أنْجَزْنا تَحْقيقَنا – وهُوَ الأوَّلُ – لِنَصِّ البَغْدَادِيِّ استِناداً إلى مَخْطوطَةٍ واحِدَةٍ. فَنَحْنُ لا نَعْرِفُ لِهَذا المُؤَلَّفِ سِوَى المَخْطوطَةِ التي تُشَكِّلُ جُزْءاً من مَجْموعَةٍ تَضُمُّ أحَدَ عَشَرَ مُؤَلَّفاً للبَغْدَادِيِّ، وُجِدَت في مَكْتَبَةِ بُرسا في تُرْكيا. وهي مَجْموعَةُ حُسَيْن شَلَبي، رَقْمُها ٨٢٣. وأوَّلُ من أشارَ إلَيْها هُوَ ألبرت ديتريخ (Albert Dietrich)، وقد وَصَفَها قائِلاً: "مُجَلَّدَةٌ بِجِلْدٍ كَسْتَنائِيٍّ، مع غِلافٍ فاتِحِ اللَّونِ قَليلاً، مقاسُها ١٦,٨×٢٣,٥ سنتم؛ وهي مُكَوَّنَةٌ من ١٤٩ صَفْحَة تَحْتَوي كُلٌّ واحِدَةٍ مِنْها على ١٧ سَطْراً؛ وخَطُّ كِتابَتِها نَسْخِيٌّ مَشْرِقِيٌّ مُتْقَنٌ ومُشَكَّلٌ قَليلاً؛ وحِبْرُ الكِتابَةِ داكِنٌ والوَرَقُ أصْفَرُ اللَّوْنِ؛ وتوجَدُ مُلاحَظاتُ مُقابَلَةٍ (مع النَموذَجِ) كُتِبَت عَلَى الهَوامِشِ، وهذا ما تُشيرُ إلَيْهِ مُلاحَظَةٌ، لا رَيْبَ في كَوْنِها شَخْصِيّةً، كُتِبَت عَلَى صفْحَةِ العُنْوانِ، وتُشيرُ مَعْلوماتُ المَجْموعَةِ، إلى أنّها كانت في مرحَلَةٍ ما مِلْكاً لِعبدِ الرحيم بنِ عَلِيٍّ بنِ المُؤَيَّدِ"[١٢]

لا نَمْلكُ أيَّ مَعْلومَةٍ دَقيقَةٍ عن تاريخِ نَسْخِ هَذِهِ المَجْموعَةِ. ولَرُبَّما أوْحَى اسمُ أحَدِ مالِكي المَجْموعَةِ، وهو المؤيَّدُ، بِتاريخٍ ما سابِقٍ لِلقَرْنِ السادِسِ عَشَرَ، غَيْرَ أنّنا لا نَسْتَطيعُ تأكيدَ هذا الأمْرِ[١٣]. والأكيدُ أنّ النَصَّ حَوْلَ المَكانِ قد قُسِمَ

---

[١٢] انْظُرْ:

A. Dietriche, "Die arabische version einer unbekannten Schrift des Alexander von Aphrodisias über die Differentia specifica", *Nachrichten der Akademie der Nissenschaften in Göttingen,* I. Philologisch – historische klasse, 2 (1964), p.88-148, à la p.101.

[١٣] المَرْجِع السابِق، صَفْحَة ١٠١، رقم ١.

إلى جُزْءينِ اثْنَيْنِ (الأوْراق: ٢٣ ظ – ٢٧ ظ وَ ٣٩ و – ٥٢ و)، وذَلِكَ عِنْدَ تَجْليدِ الكِتابِ، وبدونِ أن يُفْقَدَ شَيْءٌ مِنْهُ. ويُشيرُ عَدَدٌ من الإضافاتِ الَّتي نَجدُها على هامِشِ النَصِّ إلى أنّ الناسِخَ قد راجَعَهُ استِناداً إلى نَموذَجِهِ في مَرْحَلَةٍ ما من مَراحِلِ النَسْخِ. وفي حينِ أنّ غالِبيَّةَ الإضافاتِ، الَّتي كَتَبَها الناسِخُ، تَبْدو مَقْروءَةً تَقْريباً على الميكروفيلم الَّذي استَخْدَمْناهُ لِتَحْقيقِ النَصِّ، فَإنَّنا نَجدُ بَعْضَ الكَلِماتِ مَمْحُوّةً في أقْصَى يَسارِ ثلاثِ صَفَحاتِ – ظهر؛ تُرَى هَل هُوَ حادِثٌ عَرَضَ خِلالَ التَجْليدِ أو عِنْدَ التَصْويرِ؟ والإضافاتُ المَمْحُوَّةُ تَعودُ إلى الصَفَحات ٣٩ ظ و ٤٧ ظ وَ ٤٨ ظ.

يَرِدُ نَصُّ المَكانِ في المَخْطوطَةِ بدونِ عُنْوانٍ؛ إلاّ أنّ ابنَ أبي أُصَيْبِعَة، الَّذي أوْرَدَ لائِحَةَ كتاباتِ البَغْدَادِيِّ، يُشيرُ إلَيْهِ بِعُنْوانِ: ***في الرَدِّ على ابن الهَيْثَمِ في المكانِ***. وإذا ما أخَذْنا بِعَيْنِ الاعتِبارِ مَعْرِفَةَ ابنِ أبي أُصَيْبِعَة الشَخْصِيَّةَ والدَقيقَةَ والمُفَصَّلَةَ بأعْمالِ وحَياةِ البَغْدَادِيِّ، فإنّه من المَنْطِقِيِّ أن نَسْمَحَ لأنْفُسِنا، استِناداً إلَى ذَلِكَ، بِتَرْميمِ العُنْوانِ.

النَصُّ المَخْطوطِيُّ

عَبْدُ اللَّطيفِ البَغداديّ:

في الرَدِّ على ابنِ الهَيْثَمِ *في المكانِ*

٢٣ – ظ

5 قال عبد اللطيف بن يوسف بن محمد بن علي البغدادي: غرضي في هذه المقالة أن أبحث عن ماهية المكان بحسب رأي ابن الهيثم. وهذا الرجل فاضل في العلوم الرياضية، واسعُ الدَسيعَةِ في أنواعها، طويل الباع في علم الهيئة وعلم المناظر، وهو من أهل مِصر معاصر ابن رضوان الطبيب.

وقد تقدم منا الكلام على المكان في كتب لنا كثيرة منطقية وطبيعية، مطوّلة 10 ومختصرة. ونبحث عنه في *المنطق* – في *قاطاغورياس* – وفي *السماع الطبيعي*. ونبحث عنه في *قاطاغورياس* من جهة أنه نوع من الكم المتصل ذي الوضع، / وذلك في مقولة ٢٤–و «كم»؛ ونبحث عنه في مقولة «أين» من جهة أن للأجسام المتمكنة نسبة إليه، وهي نسبة الاشتمال والاحتواء؛ ونبحث عنه في *السماع الطبيعي* من جهة أنه لاحق للجسم المركب من مادة وصورة. وننظر أيضًا في هذا الكتاب في الخلاء وفي اللانهاية، لأنهما مما يظن 15 أنهما من لواحق المكان.

وللناس في المكان آراء مختلفة، منهم من يرى أنه الصورة لأنها محيطة بالمادة، ومنهم من يرى أنه المادة لأنها محل للصورة، ومنهم من يرى أنه البعد الفارغ وهو الخلاء، ومنهم من يرى أنه السطح المقعر من الجسم الحاوي المماس للسطح المحدب من الجسم المحوي. وكنا قد أبطلنا الآراء الفاسدة ببياناتٍ كثيرةٍ، وصححنا الرأي الأخير بحجج 20 واضحة جريًا على مذهب أرسطوطاليس في كتبه.

6 الرجل ... الرياضية: في الهامش – 9 على المكان: أثبتها في الهامش مع بيان موضعها – 11 أنه نوع ... الوضع: في الهامش– 14 وننظر: وينظر، سنصححها ولن نشير إلى مثلها فيما بعد / اللانهاية: لا نهاية، وهو أيضًا جائز.

والذي حركني على وضع هذه المقالة بعد تلك الكتب الكثيرة المشحونة بالبيانات المستوفاة مقالةٌ وقَفتُ عليها للحسن بن الهيثم في المكان، يرى فيها أن المكان هو البعد الفارغ ويُبطل أنه السطحُ الحاوي؛ وكلامُه فيها دونَ مرتبته، ولا تصلح أن تُنسب إلى كماله في فضيلته، لولا أنها من نمط كلامه. ولِنسْبَتها إلى رجل نبيه ساغَ أن أصرف
5 العناية إلى نقضها، لأنه إنما يُخافُ على الحق إذا تعرض رجل نبيه لطَمسه. ونحن نثبت نص قوله، ثم نأخذ في الفحص عنه.

قال ابن الهيثم: «وطريق البحث عن ذلك هو أن يخصّ كل واحد منهما، وينظر فيما يلزمه من الشُبَه / الشنعة والشكوك المعترضة. فإن سلم أحدهما من الشُبَه والشكوك، كان ٢٤-ظ أوْلى من قرينه، وإن لزم كل واحد منهما شُبَه وشكوك، كان أقلهما شبهًا وشكوكًا أولى
10 باسم المكان من الآخر.

فمما يعترض في السطح من الشبه هو أن الجسم إذا تغير شكله تغير شكل السطح المحيط به.

فمن الأجسام ما إذا تغير شكله تغير شكل السطح المحيط به، وزادت مع ذلك مساحة السطح المحيط به ومساحةُ الجسم باقية على حالها لم تتغير.

15 فمن ذلك الجسم المتوازي السطوح: إذا فُصل بسطوح: متوازية ‹وموازية› لسطحين من سطوحه، ثم نُضدت أقسامُه وأُلِفت، وجعل كل قسم إلى جانب القسم الآخر حتى تصير السطوح المتوازية سطحين متوازيين وتتصل أجزاء الجسم بعضها ببعض، فإنه يصير السطح المحيط بالجسم أعظم من السطح الأول الذي كان محيطًا بالجسم قبل تفصيله. وذلك أنه يحدث بالتفصيل سطوح كثيرة كلٌّ واحد منها مساوٍ لكل واحد من السطحين
20 المتوازيين ‹والموازيين› [كان] للسطوح الحادثة، ويبطل من سطوح الجسم بعض السطحين القائمين على السطحين المتوازيين. فيصير مكان الجسم هو سطح الهواء المحيط بالجسم المنطبق على سطح الجسم الذي هو أضعاف للسطح الأول. فيكون مكان الجسم في الحالة الثانية أضعافًا لمكانه الأول والجسم في نفسه لم يزد فيه شيء. وهذا معنى شنع، وهو أن مكان الجسم يعظم والجسم لم يعظم ولم يزد فيه شيء». /

25 قال عبد اللطيف: ابتدأ الشيخ وأوجب على نفسه الإنصاف وطلب الحق، ولكن أخذ ٢٥-و يسلك طرقًا جدليةً، والطرق الجدلية لا تعثرنا على الحق بالضرورة. فإن ما يوجبه البرهان لا

7 يخصّ: يخصم – 20 ويبطل: وتبطل – 21 السطحين: السطح – 24 يعظم ... شيء: في الهامش.

تدفعه الشُبَه والشكوك؛ وإنما يكون الحق ثابتًا، ثم نطلب للشك مخرجًا. مثالُه من صناعة الشيخ: قد ثبتَ في كتاب *السماء والعالم* أن الأجرام السمائية لا تكون إلاّ كرات، كلّ كرة تتحرك على قطبين ومركز، حركة دورية بسيطة تامّة ليس فيها ولا في مجراها تفاوت أصلاً. ثم إن أرباب الرصد وجدوا للكواكب المتحيرة الخمسة حركة في العرض يسمونها حركة الالتفاف، وهي مركبة من حركات مستقيمة وقوسية. وهذه الشُبهة لا تبطل تلك الأصول، بل يجتهد في مخلصٍ منها كما صنع هذا الشيخ في مقالة وسمها *بالقول في حركة الالتفاف*.

ثم قال: «فمما يعترض في السطح من الشُبَه أن بعض الأجسام إذا تغيّر شكله وتغيّر شكل السطح المحيط به، زادت مساحة السطح المحيط به ومساحة الجسم باقية على حالها».
فجعل هذه دعوى، ثم مثّل عليها بأجسام مكعبات أو مربعات تُفصّل، وألزم منه هذه النتيجة، على أنها شنعة. فقال: «فيكون مكان الجسم في الحالة الثانية أضعافًا لمكانه الأوّل، والجسم في نفسه لم يزد فيه شيء وهذا شنع».

فأخذ في الدعوى غير ما أخذ في النتيجة، لأنّ الدعوى أن مساحة السطح المحيط / تكون أزيد من مساحة الجسم، وأخذ في النتيجة أن مكان الجسم في الحالة الثانية أضعاف لمكانه الأوّل والجسم لم يزد فيه شيء. ومن المعلوم أن حكم الجسم في ذاته غير حكم سطوحه المحيطة به. فإن سطوح الجسم تختلف مساحاتها باختلاف أشكال الجسم، والجسم في نفسه لا يتغيّر. فإذا أخذتَ رطلاً شمعًا مثلاً أو رصاصًا وعملت منه كرة، كان لها مساحة ما، فإن قَطَعتها بنصفين، تغيّرت مساحَتُها؛ فإن عملت منها شكلاً مكعبًا، حدثت له مساحة أخرى؛ وإن جعلتَه مربّعًا مستطيلاً حدثت له مساحة أخرى؛ وكذلك سائر الأشكال. فقد اختلفت مساحاتُ جسم واحد بحسب اختلاف أشكاله ولم يزد عليه شيء سوى اختلاف الشكل. فهذه الشُبهة المعترضة ليست في المكان فحسب، بل في ذات

17 رطلاً شمعًا: رطل شمع، وهذا أيضًا جائز.

الجسم أيضاً. فإن كانت هذه الشُبهة توجب رفعَ المكان الذي هو السطح الحاوي، فينبغي أن ترفع ذات الجسم، لأنها كما لحقت السطح الحاوي، فقد لحقت الجسم المحويّ. فيقال: كيف اختلفت مساحات الجسم، وهو في نفسه واحد؟ وموضع الغلط في قوله «زادت مساحةُ السطح المحيط به ومساحة الجسم باقية»، وهذا محال غير ممكن، بل السطح المحيط
5 مساوٍ لا يفضل ولا ينقص.

ونحن نفرض مكعبًا كل ضلع من أضلاعه عشرة. فإن تكسيره ألف، وسطوحه المحيطة / به ستمائة، وهو في المكان بسطوحه لا بتكسيره في نفسه. فإن المكعّب من الكم المتصل، ٢٦-و والألف التي خرجت من تكسيره عبارة عن ألف جسم مكعب كل منها أضلاعه ذراع، وضربُ واحدٍ في واحدٍ في واحد يخرج منه واحد. ولكن واحد هو جسم، فإن الواحد
10 الأوّل طول والثاني عرض والثالث عمق. والواحد الخارج من التكعّب هو مجسم، فالمكعّب الذي ضلعه عشرة يشتمل على ألف مكعّب، ضلع كل مكعّب منها ذراع واحد. وهذه المكعّبات بَعْدُ بالقوّة لم تظهر إلى الفعل. فلو صارت بالفعل، لكانت مساحات سطوحها ستّة آلاف ذراع مسطحة، لأن كل واحد منها يحيط به ستّة سطوح، كلٌّ سطح ذراع مسطحة. وإن عادت واتّصلت جسمًا واحدًا مكعّبًا، كانت مساحة سطوحه الستّة
15 ستمائة ذراع. فإن قسمت هذا المكعّب بنصفين، كان تكسير كل نصف منه خمسمائة ومجموعهما ألف، وكانت سطوح كل واحد منهما أربعمائة وكلاهما ثمانمائة. فقد زادت سطوح النصفين على سطوح الأصل بالثلث، وكذلك كلّما جزأته أكثر زادت مساحة سطوحه، وهو في نفسه لا يتغيّر ولا يختلف تكسيره في ذاته أصلاً. والجسم إنما هو في مكان بهذه السطوح، / وهذه السطوح مطابقة لسطوح المكان على السواء من غير زيادة ٢٦-ظ
20 ولا نقصان. فقوله «إن مساحة السطح المحيط تزيد ومساحة الجسم بحالها» باطل ومحال كما ظهر بهذا الاعتبار؛ والذي غلطه في هذا أنه أخذ المساحة بالاشتراك، فإن المساحة تطلق تارةً على السطوح المحيطة بالجسم، وتطلق تارةً على تكسير الجسم في ذاته، وليس الجسم في المكان بهذا المعنى، بل بالمعنى الأوّل وهو مساحة سطوحه؛ وهذه، فلا يمكن أن تكون غير مساوية للسطح الحاوي، وهذه هي سطوح الجسم بالفعل، وأما تلك الأخرى
25 فبالقوّة؛ وليس الجسم في المكان بها، لأن وجودها في الوهم فقط لا في الخارج. وهو

5 يفضل: نفضل – 8 منها: من – 14 مسطحة: مكسر – 25 وجودها: وجود لها.

يعتقد أن المكان هو الأبعاد المجردة عن المادة؛ فإن كانت موجودة بالفعل، فكيف تطابق أبعادًا هي بَعْدُ بالقوّة؟ فإن كانت بالقوة، فكيف تطابق ما بالقوة، وكلاهما معدوم؟ وإن كانا جميعًا بالفعل فإنهما يتمانعان. ونقول: هذه الأبعاد هي من باب الكم المتّصل وهي أعراض، فما موضوعها؟ فإن كان موضوعها جسمًا غير الجسم المتمكن، فقد تداخل
5 جسمان، وذلك محال؛ وإن كان موضوعها الجسم المتمكّن، فله أبعاد في ذاته فلا حاجة به إلى أبعاد أخرى. وهذه الشناعة التي ألزمها أصحابَ السطح تلزم المتمكّن أيضًا وتلزم أصحاب الأبعاد، فإن / الجسم المكعّب إذا جُزيء، صارت أبعادُه أزيد مما كانت قبل أن ٢٧-و
يجزأ، وهو في ذاته واحد لم يختلف. وهذا أبو بكر بن الصائغ الأندلسي المعروف بابن باجّة قد ذكر في تعاليقه على ثمانية الفارابي في *قاطاغورياس*: أن أوعية تكون مساحتها
10 أكثر من أوعية وتسع أقلّ مما تسع تلك.

قال ابن الهيثم: «ومن ذلك أن الماء إذا كان في قربة، كان سطح داخل القربة مكان الماء. ثم إذا عصرت القربة، فاض الماء من رأس القربة ‹ويكون سطح القربة محيطًا بما بقي من الماء، ثم كلما عصرت القربة›، خرج الماء، وكان سطح القربة محيطًا بما بقي من الماء، فيكون الجسم يتناقص دائمًا ومكان كل ما بقي منه هو مكانه الأول. ويلزم من ذلك
15 أن يكون المكان الواحد الذي هو سطح داخل القربة مكانًا لأجسام مختلفة المقادير متباينة الاختلاف؛ وسطح القربة تارة محيط بأعظمها وتارة محيط بأصغرها وتارة محيط بأوسطها؛ وهذه شناعة بشعة».

قال عبد اللطيف: كيف دخل هذا العارض على هذا الفاضل؟ وما ذلك إلاّ لقلّة رياضته بصناعة المنطق. وهذه الشبهة هي الأولى بعينها، وهي أن سطوح الحاوي تخالف
20 سطوح المحوي. والجواب أيضًا واحد، ونحن نعود عليه بالمسألة ونلزمه كما ألزمنا، فنقول: نفرض أن سطح القربة ليس بمكان للماء، ولكنه مطابق له ومساوٍ ومماسُ؛ وكيف صار سطح واحد بعينه يطابق جسمًا ويساويه، ثم يطابق / نصف ذلك الجسم ويساويه، وكذلك ٢٧-ظ
لربعه وثمنه وما دون ذلك؟ فهذه الشناعة تلزمك يا مهندس كما تلزم صاحب العلم

4 الجسم: جسم – 6 وتلزم: ويلزم، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد – 11 كان (الثانية): وكان / القربة: القربة، وكذلك فيما يلي – 12-13 ‹ويكون ... القربة›: في نص ابن الهيثم – 22 سطح: أثبتها في الهامش.

الطبيعي. وأما حلها وكشفها، فأمر سهل غير عسير: نفرض أن القربة مكعّبة وسطوحها الباطنة ستّة، كل واحد مساحته تسعة ومجموع ذلك أربعة وخمسون، وتَسَعُ ماءً مساحة سطوحه كذلك، وهو في نفسه تكسيره سبعة وعشرون. فإذا أخرج منه النصف لَطِئت القربة بمقدار ما خرج، ونقص العمق وزاد [في] الطول والعرض وقلت مساحة باطنها وصارت
5 بمقدار الباقي من الماء. وكلّما خرج من الماء جزء، لَطِئت بمقداره حتى إذا خرج جميعه التقت سطوحها ولم يبق لها عمق أصلاً. فقوله: «الماء يتناقص ومكان ما بقي هو مكانه الأول» كذب، بل المكان ينقص بمقدار نقصان الماء، وإنما يصّح قوله لو خرج نصف الماء والقربة بحالها قائمة الزوايا لم تلطأ.

قال ابن الهيثم: «وأيضًا، فإن كل جسم تحيط به سطوح مستوية، فإنه إذا حُفر في
10 كل سطح من سطوحه حُفرٌ مقعّر، كان كريًا أو أسطوانيًا أو غيره، فإن السطوح المقعرة التي تحدث، كل واحد منها أعظم من قاعدته المستوية التي بطلت، فيكون ما بقي من الجسم بعد ما حفر منه أصغر بكثير من الجسم / الأول نفسه، ويكون مكان هذا الباقي أعظم من مكان الجسم الأول، فيكون الجسم قد تصاغر ومكانه قد تعاظم وهذا من أشنع الشناعات». ٣٩-و

15 قال عبد اللطيف: هذه الشُبهة الثالثة هي الأولى والثانية، والجواب واحد لا يختلف. فإن معناها أن جسمًا صغيرًا مساحة سطوحه التي تحيط به أعظم من مساحة سطوح جسم أعظم منه، وهذا كما بينا ليس بشنع، بل واجب: والجسم إنما هو في مكان بهذه السطوح المحيطة به لا بجملة جوهره. فلا فرق بين أن يُحفر في الجسم المكعّب حفائر كثيرة وبين أن يفصل إلى أجسام صغار كثيرة. وقوله «فإن السطوح المقعرة التي تحدث، كل واحد
20 منها أعظم من قاعدته المستوية التي بطلت» مقدمة صادقة؛ قوله «فيكون ما بقي من الجسم بعد ما حُفِر منه أصغر من الجسم الأوّل»، هذه النتيجة لا تلزم عن تلك المقدمة، لأن المقدمة هي حكم على السطوح المحيطة، والنتيجة حكم على الجسم نفسه. ونحن، فقد بيّنا أن الجسم الصغير قد يمكن أن يكون أعظم مساحة من ‹مساحة› سطوح جسم أعظم منه. قوله «ويكون مكان الباقي أعظم من مكان الجسم الأول» وضعه على أنه شنع

6 التقت: التفت – 24 وضعه: وصغه.

ومحال، وليس بمحال ولا شنع عند التحقيق، كما بيّنا في وعائين أحدهما مساحة باطنة
أكثر وتسع أقلّ، والآخر مساحة باطنة أقلّ وتسع أكثر. وجعل / النتيجة من الجميع قوله ٣٩-ظ
«فيكون الجسم قد تصاغر ومكانه قد تعاظم»، وهذا الذي استعمله قياس خلف ألزم منه
هذه النتيجة على أنّها محال، ‹هي› ليست محالاً كما بيّنا. فإن الجسم في مكان
5 بسطوحه لا بأبعاده في نفسه، فإن سطوحه أمر بالفعل وأما أبعاده فأمر بالقوّة، فهو في
مكان بالفعل بما له سطوح بالفعل، وهو في مكان آخر بالقوة من جهة ما له أبعاد بالقوة.
فإذا فُصِل وخرجت له أبعاد أخرى بالفعل، احتاج إلى مكان آخر بالفعل. فإن المتّصل
واحد بالفعل كثير بالقوة، وليست سطوح الجسم أكثر من نهاياته، وانقطاع اتّصاله وتناهيه
وأشبه ذلك من العبارات. فإن الخط ينتهي إلى نقط، والنقطة نهاية الخط؛ والسطح
10 ينتهي إلى خطوط، وهي نهاياته؛ والجسم ينتهي إلى سطوح هي نهاياته؛ ونهايات المكان
تنطبق على نهايات المتمكّن، فيصير كالمتّصل، كما يتّصل مكعّب بمكعب ببعض سطوحه،
وكما يتّصل خط بخط، وسطح بسطح؛ فتبطل نهايتا المتلاقيين من جهة تلاقيهما. فإذا
عادت وانفصلت، حدثت النهايات. مثاله: خط طوله ذراع، فإنه ينتهي إلى نقطتين
وخط آخر مثله ينتهي إلى نقطتين، فهذه أربع نقط. فإذا اتّصل الخطان، صارا خطًا
15 واحدًا ينتهي إلى نقطتين، فبطلت نقطتان. فإذا فصّل، عاد كلّ قسم ينتهي إلى نقطتين.
ولو قسم ألف قسم، حدث لكل قسم نقطتان، فيكون ألفا نقطة. / فإذا وصل، عاد له ٤٠-و
نقطتان فحسب. وكذلك الحكم في نهايات السطوح والأجسام عندما تنقسم وتتوصل.
فإن السطح المربع مثلاً تحيط به أربعة خطوط؛ فإذا قسم أربعة مربعات، كان كل مربع
منها تحيط به أربعة خطوط، وكذلك حال سطوح الأجسام المتمكنة وسطوح الأمكنة. فإن
20 الصانع يأخذ مثقالاً من الذهب ويقسمه مائة قسم ويضربها حتى تنبسط على قدر شبر في
مثله. فإذا اعتبرت مساحات سطوح هذه الأقسام المائة، لم يكد يؤخذ لمساحة المثقال إليها
نسبة.

قال ابن الهيثم: «ويلزم من جميع ذلك أن يكون الجسم الواحد له أمكنة كثيرة
مختلفة المقادير ومقدار الجسم لم يتغير، وذلك أن الجسم المنفعل كالشمع والرصاص والماء

15-16 نقطتين ولو ... نقطة: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط.

‹وكل جسم سيال› يتشكل بأشكال مختلفة من غير أن يزيد فيه شيء ولا ينقص منه شيء. ‹وذلك أن الشمع وما جرى مجراه› إذا كان على شكل مكعب، كان سطحه المحيط به هو مكانه. فإذا جعل كريًا، كان مكانه هو السطح الكري المحيط به؛ والسطح الكري أصغر من مجموع سطوح المكعب، إذا كان جسم الكرة مساويًا لجسم المكعب.
5 وهذا المعنى قد بيناه في كتابنا في *أن الكرة أعظم الأشكال المجسمة التي إحاطاتها متساوية*».

قال على جهة النتيجة: «فإن مقدار الجسم يكون واحدًا، وتكون السطوح المحيطة به مختلفة. وإذ ذلك كذلك، فإن الجسم الواحد المعلوم المقدار، الذي مقداره لا تتغير كميته، قد يحيط به في / الأوقات المختلفة سطوح مختلفة المقادير. فإن كان مكان الجسم ٤٠-ظ
10 هو السطح المحيط بالجسم، فإن مكان الجسم هو أمكنة مختلفة المقادير لا نهاية لعدّتها، ليس واحد منها أولى بأن يكون مكانًا للجسم من كل واحد من الباقية؛ ومع ذلك لا تتحصل عدّة أمكنة للجسم الواحد. وكل واحدة من الشبه التي ذكرناها ليست تنحل بوجه من الوجوه، فليس واجبًا أن يكون السطح المحيط بالجسم مكانًا للجسم، وإن يُسمى مكانًا فعلى طريق المجاز».

15 قال عبد اللطيف: قوله «ويلزم من ذلك أن يكون الجسم الواحد له أمكنة كثيرة مختلفة المقادير ومقدار الجسم لم يتغيّر»؛ فنقول: هذا لزوم صحيح والأمر على ذلك. فإن الجسم الواحد له أمكنة كثيرة مختلفة المقادير، ولكن لا معًا، بل بشرط أن تختلف أشكاله؛ فكلّما حصل له شكل، احتاج إلى مكان بحسب ذلك الشكل. قوله: «ومقدار الجسم لم يتغيّر»، هذا محال. وإنما يتغير مقداره، فيتغيّر مكانه، وإنما المحال أن يكون جسم
20 له مقدار واحد لا يتغيّر وله أمكنة مختلفة المقادير. وقد غلطه الاسم المشترك، فإن الجسم قد يطلق على الجسم التعليمي الذي هو عبارة عن الأبعاد، وهو عرض من باب الكم المتّصل، وقد يُطلق على الجوهر ذي الأبعاد. فقوله «ومقدار الجسم لم يتغير» إن أراد السطوح المحيطة، فذلك كذب، فإن الأمكنة لا تختلف حتى تختلف سطوح / الجسم؛ ٤١-و وإن أراد الجوهر، فذلك ممكن غير محال. والدليل على أنه يريد هذا المعنى أنه مثل عليه
25 بالشمع والماء، فإن الشمعة قد تقبل أشكالاً مختلفة، وهي في نفسها واحدة لم تتغيّر،

2 إذا: فاذا – 25 الشمعة: يعني هنا واحدة الشمع.

ولها بحسب كل شكل موضع خاص ومساحة خاصة. وقد مثّلنا ذلك ولخصناه مرارًا. وهذا الاشتراك هو الذي لِمَا لم يتميّز له، أثار في نفسه الشبه وأوقع عليه الغلط. والعجب منه أنه قد صرح بجميع ما قلناه، وزعم أنه قد برهن عليه في كتاب له خاص بذلك. فإن مساحة سطح الكرة أصغر من مساحة سطح المكعب والمكعب أصغر من غيره، وكذلك
5 تتفاوت أشكال الجسم في المساحات، والجسم الجوهري واحد لم يزد ولم ينقص؛ والجسم إنما هو في مكان بهذه النهايات المختلفة. وسطح باطن الكرة أصغر من سطح باطن المكعب المساوي لها، وتسع الكرة جوهرًا أكثر مما يسع ذلك المكعب؛ وأما ما تلاقيه باطن الكرة وباطن المكعب من سطوح الأجسام المحوية فسواء، لا يمكن أن تتفاوت أصلاً.

وقوله: «فإن مقدار الجسم يكون واحدًا وتكون السطوح المحيطة به مختلفة»، وهذا
10 حق ليس بمحال كما ظنّ. فإن الجسم يكون واحدًا في جوهره كالشمعة مثلاً، وتكون السطوح المحيطة به مختلفة بحسب أشكاله من تدوير وتربيع وتثليث وغير ذلك، وباختلاف أشكاله تختلف أشكال أمكنته، ومحال أن / يكون له شكل واحد ومكانان، وليس ٤١-ظ من المحال أن يكون له أشكال مختلفة على سبيل التعاقب وأمكنة مختلفة بحسبها. وقوله «فإن الجسم الواحد قد تحيط به في الأوقات المختلفة سطوح مختلفة»، كلام حق كما
15 قلنا: إن الجوهر الواحد قد يقبل أشكالاً مختلفة لا تتناهي، وله أمكنة بالقوة لا تتناهي، وليس واحد منها أولى به من الآخر، ولا تتحصل عدة أمكنة للجسم الواحد. وهذه المقدمات كلّها التي يظن أنها محال وشنعة هي كلها صادقة وواجب قبولها. فإن الجوهر الواحد – وإن شئت قلت الجسم الواحد – تتعاقب عليه أعراض كثيرة مختلفة من الكم والكيف والإضافة والمتى والأين والوضع والقنية، فإنه ينفعل وهو ثابت في نفسه لا
20 يختلف.

قوله «وكل واحدة من هذه الشبه لا تنحل بوجه من الوجوه»، أقول: إنما هي شبهة واحدة لها أمثلة كثيرة، وقد حللناها بوجوه كثيرة بحيث لم يبق على وجهها غبار ولا لعاقل بها اعترار؛ ولو فرضنا أنها كانت ألف شبهة ولم تنحل واحدة منها، لم يوجب ذلك

19 فإنه: فان – 21 واحدة: واحد – 23 اعترار: بمعنى ألاّ يخجل ولا يستاء منها عاقل؛ لم نجد هذا المعنى في المعاجم.

بطلان ما قام عليه البرهان. وكيف يجوز في صناعة البرهان أن تثبت مذهبًا ورأيًا بشبه معترضة، وأن تزيف رأيًا آخر بتلك الشُبَه؟

وانظر يا أخي كيف صنع الإهمال لصناعة المنطق حتى ورط هذا الرجل الفاضل في هذا الغلط الفاحش. /

5 قال ابن الهيثم: «فأما الخلاء المتخيّل الذي قد ملأه الجسم، فإن الذي يعترض فيه ٤٢-و من الشبه هو أن يقال إن الخلاء ليس بموجود في العالم. فإذا قيل إن مكان الجسم هو الخلاء، لزم أن يكون مكان الجسم شيئًا ليس بموجود، والجسم موجود، وكل جسم موجود فهو في مكان؛ وإذا كان المتمكن موجودًا، فمكانه موجود، فيلزم أن يكون الخلاء موجودًا، وهو قول شنع عند من يقول إن الخلاء ليس بموجود؛ وهذه الشبهة تنحل بما 10 نصف. وهو أن الخلاء إنما هو أبعاد مجردة من المواد؛ فالخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم هو الأبعاد المتخيلة المساوية لأبعاد الجسم إذا تخيلت مجردة من المواد، فالخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم هو أبعاد متخيلة مساوية لأبعاد الجسم، قد انطبقت عليها أبعاد الجسم، المتخيلة في الجسم. وكل بعد متخيل إذا انطبق عليه بعد متخيل، صارا جميعًا بُعدًا واحدًا، لأن البعُد المتخيّل إنما هو الخط الذي هو طول لا عرض له؛ والخط 15 الذي هو طول لا عرض له إذا انطبق على خط هو طول لا عرض له، صارا جميعًا خطًا واحدًا، لأنه ليس يحدث بانطباقهما عرض ولا طول زائد على طول أحدهما. فالخطان المتخيلان إذا انطبق أحدهما على الآخر صارا خطًا واحدًا هو طول لا عرض له. فالخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم هو أبعاد متخيلة قد انطبق عليها أبعاد الجسم، وصارت أبعادًا واحدة بعينها». /

20 قال عبد اللطيف: قد أخذ يصرّح برأيه لأنه زعم قد أبطل الرأي الآخر، ومحصوله ٤٢-ظ أنه يجعل المكان البعد الفارغ، ويقول إنه لا يخلو في وقت من الأوقات، كما يراه أصحاب الخلاء، ويزعم أن هذا البعد إنما هو خط يصل بين نقطتين، هما طرفا المكان. قوله «فأما الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم، فإن الذي يعترض فيه من الشبه هو أن يقال إن الخلاء ليس بموجود»، هذا ليس بشبهة، هذا مخالفة رأي وموافقة آخر. فإن 25 الفرقة التي ترى أن مكان الجسم هو أبعاد الخلاء، أكثرهم يرى أن الأجسام تتوارد عليه،

3 يا أخي: ياخي – 10 أبعاد: الأبعاد – 21 يخلو: يخلوا – 24 إن: فوق السطر.

وقد يخلو منها وهو بحاله. وأصحاب الأجزاء يرون أن تأليف الأجسام من تلك الأجزاء مع مقادير من الخلاء؛ ولذلك تختلف الأجسام في الأنواع وفي التخلخل والتكاثف؛ ومعنى التخلخل أن تكون أجزاء الخلاء في المركب أكثر، ومعنى التكاثف أن تكون أقل؛ وينكرون المادة والصورة والأكوان كلّها والأفعال والانفعالات. وقد شرحنا هذه المذاهب وزيفناها
5 [و]في *كتاب السماء والعالم* وفي *كتاب ما بعد الطبيعة*.

وأخذ يحل الشبهة على زعمه بأن الخلاء الذي هو أبعاد مجردة لا تخلو عن جسم ذي أبعاد البتة. والعجب منه أنه يجعل هذه الأبعاد متخيلة، وهذا شأن الرجل التعليمي أن يحكم على الأبعاد والمقادير بما هي متخيلة في الذهن. فأما الرجل الطبيعي / فإنما ٤٣-و
يتكلم على الأمور بما هي موجودة في الخارج. فإن التعليمي يأخذ المقادير والأبعاد [في]
10 مجردة عن المواد، وهذا هو الفرق بين نظر التعليمي ونظر الطبيعي. وإذا كانت هذه الأبعاد متخيلة، فليس يلزم أن يكون لها في الخارج وجود مجرد. فكان الواجب عليه أن يبيّن أن هذه الأبعاد موجودة في الخارج وجودًا مجردًا من المادة، كما هي موجودة في الذهن والتخيّل، وهو قد أقر أنها لا توجد في الخارج مجردة عن المادة، ولكن ‹في› مادة غريبة وهي مادة الجسم المتمكن. فإذن كل جسم له صنفان من الأبعاد: أبعاد خاصة هي في
15 خلقته لا تفارقه، وأبعاد غريبة تفارقه. وليس شيء من صنفي الأبعاد متخيلاً فقط، بل كلّها موجودة في الخارج وجودًا طبيعيًا، أحدهما ثابت تنتقل عليه الأجسام، وهو غريب منها، وهو أزلي لا يقبل الكون والفساد ولا العدم والزوال ولا التبدل في المقدار؛ والآخر الخاص حادث يقبل الزيادة والنقصان والتبدل من حال إلى حال، ويعدم بعدم الجسم ويوجد بوجوده. فإذن قد تباين صنفا الأبعاد، والمتباينان في الذات كيف ينطبق أحدهما
20 على الآخر؟ وكيف يشملهما جنس واحدٌ ونوع واحد، إذ ليس لهما حقيقة واحدة؟

ثم نحن نبحث عن هذه الأبعاد المكانية. فنقول: إن الأسطقسات كلها في مكان، وكرات الأفلاك، والعالم بجملته. / وهل العالم وأجزاؤه في هذه الأبعاد، حتى يكون ٤٣-ظ

حكم المَدَرة وحكم الفلك الأعلى سواء في أنه في هذه الأبعاد، وهذه الأبعاد هي المكان؟ فيكون العالم بجملته في مكان، والمكان حاوٍ، والعالم بجملته محوي. وإن كان قد فرّ من القول بالخلاء، وزعم أنه شنع حيث كان مخالفًا لمذهب أرسطوطاليس، فيجب عليه أن يفرّ من القول بأن العالم في مكان، إذ هو مخالف لمذهب هذا الحكيم، ورأيه
5 أيضًا في المكان يجب أن يكون شنعًا، لأنه مخالف لرأي الحكيم. وإن كان هذا البعد المتخيّل ممتدًا إلى محيط السماء، فالسماء في مكان، وأبعادها منطبقة على أبعاده؛ وأيضًا، فما المانع أن يكون هذا البعد المتخيّل المجرد ممتدًا عن السماء بغير نهاية؟ وإذا كان كذلك، ففيه إمكان أن تحله الأجسام، وليست فيه، فهو خلاء منفرد، وهو قد أنكر ذلك. وأيضًا، فما فيه إمكان، ففيه تركيب، وما فيه تركيب فليس بمجرَّد. وهذه الأبعاد الممتدّة
10 بغير نهاية، هل هي أمكنة لعوالم بغير نهاية؟ فما أظنه يقول بذلك، وإن قال به فقد أبطلناه في كتبنا. وإن لم يكن فيه شيء، ولا يمكن أن يوجد فيه شيء، فقد صارت طباع البعد الخارج عن السماء تخالف طباع البعد الداخل في السماء؛ والبعد الواحد المفرد البسيط كيف تختلف طباع أجزائه بأن يكون بعضها لا يمكن أن ينفرد خاليًا عن جسم متمكن، وبعضها لا يمكن أن يقبل جسمًا أصلاً أبد الآباد؟ / وهذا على الحقيقة هو ٤٤-و
15 الشنع. وإن كانت الأبعاد المكانية تنتهي إلى محيط العالم وتنقطع، أو إلى مقعر الفلك وتنقطع، فهذا أعجب من جميع ما سبق، فيكون هذا البعد محويًا لا حاويًا ومحاجًا إلى مكان وليس هو المكان متناهيًا بتناهي الأجسام أو بتناهي بعضها وهو غريب منها. وما المانع لانقطاعه ووقوفه وهو طبيعة واحدة منفردة بسيطة؟ والخطوط المستقيمة كيف تمر بغير نهاية؟ وكيف تنقطع إلى نهاية؟ كل ذلك محال قد قام على بطلانه البرهان، وإنما هو من
20 عمل الخيال الفطير والوهم الريض؛ ويكون لكل جسم بعدان: بعد لازم ينتقل بانتقاله،

2 والمكان: وللمكان – 5 مخالف لرأي الحكيم: في الهامش – 6 ممتدًا إلى: ممتدا لى – 13 خاليًا: حالنا – 14 أن يقبل ... الآباد: في الهامش – 20 الفطير: كل ما أعجل به قبل نضجه / الريض: ما لم يحكم تدبيره.

وبعد مفارق يفارقه الجسم وهو ثابت. والبعد عرض، ومن شأن الأعراض أن تتعاقب على الجسم والجسم ثابت، وهذا العرض تتعاقب عليه الأجسام وهو ثابت، فهو أحق بأن يكون جوهرًا وجسمًا، والجسم أحق بأن يكون عرضًا بحسب الحد المتقدم. فإن البعد – وبالجملة العرض – هو الذي يقوّم بالجوهر، والجوهر هو الثابت والأعراض تتعاقب عليه.

5 قوله «لأن البعد المتخيل إنما هو الخط الذي هو طول لا عرض له»، يفهم من قوله هذا ومما بعده أن المكان هو خط لا عرض له؛ ويقول قبل هذا وبعده أن الجسم قد ملأه، فالجسم الذي له طول وعرض وعمق – ثلاثة أبعاد – كيف يملأ بعدًا واحدًا هو خط بلا عمق ولا عرض؟ هذا كلام لا يدخل في / التخيّل فضلاً عن الوجود. والخط إذا انطبق ٤٤–ظ على الخط، لم يحدث منهما أمر زائد على كل واحد منهما، وكذلك السطح إذا انطبق

10 على السطح؛ فتخصيص ذلك بالخط يُفهم منه أن السطح ليس كذلك. وإنما كان هكذا لأن الخط والسطح والنقطة نهايات المتّصل. فالنقطة نهاية الخط، والخط نهاية السطح، والسطح نهاية الجسم، والنهايات إذا تلاقت بطلت، فالخط إذا اتّصل بالخطّ في طوله، بطلت نهايتا موضع الالتقاء، وهما نقطتان. والسطح إذا اتّصل بالسطح من جهة نهاياتهما، وهي خطوط، بطلت تلك الخطوط، وعاد متّصلاً، كما بطلت هناك النقط لما

15 اتّصل الخطان. والجسم إذا اتّصل بالجسم إنما يتّصل بالسطوح، فتبطل السطوح التي في موضع الالتقاء لأنهما اتّصلا. والسطوح إنما هي نهايات تبطل عند الاتّصال، وكذلك حال الخطوط عند اتّصال السطوح، وحال النقط عند اتّصال الخطوط. والخطوط إنما تتّصل من جهة واحدة وهي جهة الطول؛ وأما السطوح فتتّصل من جهات نهايات السطوح وهي الخطوط المحيطة بها، مثلثًا كان أو مربّعًا أو مخمسًا أو غير ذلك من

20 الأشكال، وكذلك الأجسام. وأما الدوائر والكرات فتتلاقى بنقط فقط، وهذا أمر خاصّ بهذا الشكل. وقد ذكرت علّة ذلك في مواضع كثيرة؛ فالخطوط والسطوح والأجسام إذا تلاقت بنهاياتها، / زادت كمياتها، والخطوط والسطوح إذا التقت في غير موضع ٤٥–و نهاياتها، لم تزد كمياتُها، لأن الخط طول لا عرض له والسطح طول وعرض لا عمق له. وإذا التقى ما لا عرض له بما لا عرض له، لم يحدث من التقائهما عرض؛ وكذلك إذا

25 التقى ما لا عمق له بما لا عمق له، لم يحدث منهما عمق. وأما الشكل ذو الأبعاد

1-2 على الجسم ... تتعاقب: في الهامش – 8 عمق: طول – 12 إذا تلاقت: اذ لتلاقت – 14-15 النقط ... الخطان: في الهامش – 21 الشكل: وهو جائز – 25 منهما: بينهما.

الثلاثة – الطول والعرض والعمق – فلا يمكن أن ينطبق على شكل مثله ذي ثلاثة أبعاد، لا في التخيّل يمكن ذلك ولا في الوجود. ولذلك لا يرى المهندسون ذلك ولا يفرضونه ولا يسوغونه ولا استعملوه في شيء من أوضاعهم ولا في مطالبهم. ولو كان ممّا يمكن تخيله، لكانوا أحق بأن يذكروه؛ وحيث لا يمكن في التخيل، فبالحري ألا يمكن في الوجود.

5 وهذا الشيخ جعل المكان خطوطًا تنطبق على خطوط المتمكن. فيا ليت شعري أين يكون باقي أبعاد الجسم، ونحن نفرض فضاء الكوز أو الكأس وهو ما بين أطرافه. فنقول: لِمَ فرض له خطوطًا دون السطوح والأعماق، فإن الجسم المتمكن ذو ثلاثة أبعاد؟ فيجب أن يكون المكان على هذا القياس ذا ثلاثة أبعاد. فإذن المكان على رأي الشيخ يجب أن يكون له طول وعرض وعمق، وهكذا قال أصحاب الخلاء. وأما جَعْله المكان خطًا أو

10 خطوطًا، فإنه رأيٌ في غاية الشناعة، لم يذهب إليه أحد ولا يقدر الذهن أن يتخيّله. فهب [أن] الخط إذا انطبق على الخط، صارا جميعًا / خطًا واحدًا، وكذلك السطح على السطح، فماذا تصنع بذوات الثلاثة الأبعاد؟ كيف تتطابق بجميع أبعادها؟ ومن أصول الهندسة أن الخط إنما يطابق خطًا والنقطة نقطة والسطح سطحًا، وأما الجسم فلا يمكن أن يطابقه شيء أصلاً لا من جنسه ولا من غير جنسه. والحكيم يقول: إن الجسم في مكان

15 بسطوحه المحيطة به؛ وهذا الشيخ يقول إن الجسم في مكان بخطوطه النافذة فيه؛ فما أحوج هذه الخطوط إلى شيء يحويها، وما يحتاج إلى أن يُحوى كيف يكون في سوسه أن يحوي؟ ٤٥-ظ

قال ابن الهيثم: «وإنما يصير الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم غير أبعاد الجسم إذا شكل المتخيل في تخيله أبعادًا مساوية لأبعاد الجسم شبيهة بشكل الجسم، وليس يكون

20 الشكل الذي في التخيل الذي هو منفرد عن الجسم مكانًا للجسم. وإنما مكان الجسم هو الأبعاد التي قد انطبقت عليها أبعاد الجسم واتحدت بها، التي الشكل الذي في التخيل شبيه بها، وليس، إذا لم تكن الأبعاد التي قد ملأها الجسم موجودة على الانفراد خالية من المواد قبل أن يملأها الجسم، وجب أن يكون الجسم ‹لم يملأ أبعادًا› متخيلة، لأن الأبعاد قد تتخيل منفردة مجردة عن المواد وإن كانت لم تخل قط من جسم يملأها. ونحن

25 نبيّن هذا المعنى بمثال ينكشف به صورة المكان.

16 سوسه: يكون له عن الطبع – 19 بشكل: يشكل.

فنقول: إن كل جسم أجوف كالكأس والطاس والكوز ‹وما يجري مجراها› بين كل نقطتين متقابلتين من سطح داخله، الذي هو سطح مقعر، / بعدٌ متخيل معقول لا ٤٦-و
اختلاف فيه، وكذلك فيه أبعاد متخلية قائمة على قاعدة تجويفه ومائلة. وجميع أبعاد سطح داخل الكأس التي بين النقط المتقابلة منه هي أبعاد ثابتة لا تتغير. فإن كان في
5 داخل الكأس هواء يملأ داخل الكأس، فإن تلك الأبعاد هي أبعاد الهواء الذي في داخل الكأس؛ ثم إذا مليء الكأس ماء، فإن الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس هي أبعاد الماء الذي في داخل الكأس. فإن سكب ومليء بدله شرابًا، صارت أبعاد النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس هي أبعاد الشراب».

ثم بسط قولاً ليس فيه زيادة فائدة على قوله إلى أن قال: «وإذا خرج أحد الأجسام
10 من الكأس، خرجت أبعاده معه، وأبعاد داخل الكأس باقية بحالها لم تخرج مع الجسم الخارج. ثم إذا دخل في الكأس جسم آخر، دخل وهو ذو أبعاد غير أبعاد داخل الكأس. ثم ‹إذا› صار في الكأس، صارت أبعاد داخل الكأس أبعادًا له. وفي ذلك دليل واضح على أن كل جسم يملأ الكأس، فإن أبعاده تنطبق على أبعاد داخل الكأس وتتحد بها وتصير أبعادًا للجسم الذي يملأ الكأس؛ وأبعاد داخل الكأس أبعاد واحدة بعينها لا
15 تتغير».

قال عبد اللطيف: في هذا الفصل صرح بأن مكان الجسم أبعاد مساوية لأبعاد الجسم، فيجب أن تكون ذات طول وعرض وعمق. وليست هذه الأبعاد ذات مادة خاصة، والجسم له أبعاد ذات طولٍ ‹و›عرضٍ / وعمق، وهي خاصة وذات مادة. فإذا ٤٦-ظ
حلّ الجسم أبعاد المكان، انطبقت أبعاد ذات مادة على أبعاد غير ذات مادة، وكانت
20 المادة غير ممانعة لأبعادها الخاصة من مطابقة أبعاد غريبة لها؛ وهذا كله شنع فاحش. وقد قام البرهان على أن تداخل الأجسام محال؛ وجعلوا الحدّ الأوسط في هذا البرهان تمانع الأبعاد، ولا فرق في التمانع بين أن تكون الأبعاد الجسمية ذات مادة من الجانبين أو من جانب واحد؛ فإن الأبعاد الجسمية لا يمكن أن تتداخل ولا أن تنطبق، سواء كانت ذات مادة أو لم تكن، وسواء كان أحدهما ذا مادة والآخر غير ذي مادة. ثم إن بُعد العمق
25 كيف ينفذ في عمق الجسم المتمكن؟ وكيف يعود فينسل منه ويخرج عند خروج الجسم من

3 ومائلة: ومايلية – 6 ثم: هم – 24 أحدهما: أخذ بالمثنى لأن الانطباق هنا لا يكون إلا بين بعدين فقط.

ذلك المكان؟ ثم إن بُعد العمق الذي هو عرض كيف ينفذ الأجسام الصُلبة في غير زمان، وهذا البعد عنده ثابت وساكن لا يتحرك؟ فهل إذا انتقل الكوز، انتقل معه أو انفصل عنه، وانتقل الكوز إلى أبعاد أخرى؟ وإذا فرضنا قُمْقُمًا مسدودَ الرأس ونقلناه إلى أمكنة كثيرة نائية وسافرنا به، فهل الأبعاد التي فيه تسافر معه وتقيم أو تظعن إلى غيرها
5 وغيرها وتبتدل عليه بغير نهاية؟ ونقول إن الأجسام ليس فيها أبعاد بالفعل سوى سطوحها، وليس فيها خطوط بالفعل ولا نقط بالفعل بل بالقوة وفي الذهن، وليس في أعماق الأجسام أبعاد بالفعل أصلاً، وإنما ذلك بالقوة / عندما تفصل أو تفرض مفصلة؛ وكذلك ٤٧-و عمق القدح هو بُعد بالقوة؛ وما بالقوة كيف يطابق ما بالقوة مطابقة بالفعل؟ فإن كون الجسم في مكان هو بالفعل؛ وكذلك لو كان أحدهما بالقوة والآخر بالفعل، لم
10 تمكن المطابقة، على أنه لو كانا جميعًا بالفعل، لم تمكن المطابقة على ما أسلفنا من البيان.

قوله: «وإذا خرج أحد الأجسام من الكأس، خرجت أبعاده معه، وأبعاد داخل الكأس باقية بحالها لم تخرج مع الجسم الخارج»، فنقول: إن سددنا رأس الكأس ونقلناه إلي بعد سحيق، فإن انتقلت الأبعاد معه، فقد بطل قوله إن الأبعاد ثابتة، وإن تخلفت،
15 فمن أين خرجت؟ وكيف دخلت أبعاد أخرى ولم يخرج شيء؟ ‹ولا يخرج شيء› ويدخل آخر إلا بحركة. وقد قال إنها ثابتة، هذا خلف. ثم قال: «وهذا دليل واضح على أن كل جسم يملأ الكأس، فإن أبعاده تنطبق على أبعاد داخل الكأس وتتحد بها». ليت شعري أي شيء قدم من الأدلة أوجب به نفس المطلوب، فإنه قدم أن الكأس إذا جعل فيه ماء ثم شراب أو جسم آخر، فإن هذه تتبدل وأبعاد الكأس ثابتة. ثم قال «وفي هذا دليل
20 على أن كل جسم يملأ الكأس، فإن أبعاده تنطبق على أبعاد داخل الكأس وتتحد بها»؛ وهذا هو الأول بعينه ليس فيه أكثر من تبديل العبارة قليلاً، بأن جعل المثال من الشراب ثم أخذه أخذًا كليًا؛ وليس هذا ‹إلا› من بيان الكل بالجزء / على أنه بيان ضعيف، فإن ٤٧-ظ الجزء هنا غير بين والكل أيضًا غير بين وكلاهما يحتاج إلى بيان، فكيف قال «وفي هذا دليل واضح»؟ فهات دليلاً غير أوضح!

4 أو تظعن: وتظعن.

قال ابن الهيثم: «وأيضًا، فإن كل جسم منفعل كالهواء والماء والشراب هي قابلة لاختلاف الأشكال وتغير الهيئات؛ ومع ذلك فالأبعاد غير مفارقة لها، وإنما تتغير أشكالها وهيئاتها بنقصان بعض أبعادها وزيادة بعضها، لأن مساحتها، أعني كمية مقدارها، لا تتغير بتغير حالاتها وهيئاتها ما دام جوهرها حافظًا لصورته. وإذا كان الجسم
5 الواحد السيال كالماء في أوانٍ مختلفة الأشكال، ثم سكب من كل واحد منها في الكأس ما يملأه مرة بعد مرة، كانت أشكال ما حصل في الكأس منها قبل حصوله في الكأس أشكالاً مختلفة؛ ثم من بعد حصول كل واحد منها في الكأس مرة بعد مرة قد تشكلت كلها بشكل واحد. فيتبيّن من هذا أن هناك شيئًا هو الذي قوم هيئات جميع تلك الأجسام وشكلها كلها بشكل واحد وهيئة واحدة، وهذه الهيئة هي هيئة داخل
10 الكأس، وهي هيئة أبعاده، فهيئة أبعاده هي تقوم هيئات جميع الأجسام التي تملأ الكأس بهيئة واحدة. وفي ذلك دليل ظاهر على أن في داخل الكأس أبعادًا ثابتة لا تتغير».

قال عبد اللطيف: جملة قوله إن الأجسام السيالة لها في نفسها حقيقة وكمية ثابتة وتقبل أشكالاً مختلفة بحسب الأوعية التي تحويها، وإن المكان الذي هو ‹يحويها›/ هو ٤٨-و
15 المقوم هيئات جميع تلك الأجسام، وإن في داخل الكأس أبعادًا ثابتة لا تتغيّر. وهذا كلّه قد تكرّر في قوله، وهو يعيده مرّة على أنه مقدمة ومرّة على أنه مثال ومرّة على أنه نتيجة، «في أي صورة ما شاء ركّبك».

وإذا كان الماء يقبل أشكالاً مختلفة وهو في جوهره لم يتغيّر، دلّ على أن الذي أوجب له ذلك هو أبعاد الخلاء الذي في الكأس وفي كلّ ما يحويه؛ فليس في شيء من
20 هذه المقدّمات ما يوجب هذه النتيجة. ومن أين يتبين أن الذي قوم جميع هيئات الماء هو هيئة أبعاد داخل الكأس دون سطحه.

قال «وهذه الهيئة هي هيئة داخل الكأس وهيئة أبعاده»، فيقال له بل هي هيئة سطح باطن الكأس دون أبعاده، فإن سطح باطن الكأس هو الذي يمنع الماء من السيلان لأنه يحويه. وأما أبعاده فهي منطبقة على أبعاد الماء لا تحويه، بل سطح باطن الكأس يحوي
25 الماء ويحوي هذه الأبعاد إن كان لها وجود.

2 لاختلاف: الاختلاف – 14 مختلفة ... ‹يحويها›: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط – 17 الآية الثامنة من سورة الانفطار.

قوله «فهيئة أبعاده هي تقوم هيئات جميع الأجسام التي تملاء الكأس»، فنقول نحن: بل هيئة سطوحه هي التي تقوم هيئات الأجسام. فإن سطوح الكأس هي التي تمنع الماء من السيلان وتحصره؛ وحَدُ الجسم الرطب أنه هو الذي ينحصر من غيره، وحَدُ الجسم اليابس أنه الذي ينحصر من ذاته. فهذا الحجر إذا قطع قِطعًا ظهرت له سطوح لم تكن،
5 وكثرت مساحته، واختلفت أشكاله وهيئاته، وليس له كأس يحصره يوجب له اختلاف الأشكال، بل هو محصور من ذاته. والماء / إذا صار أجمد، ‹كان› منحصرًا من ذاته لا من الكأس؛ ولو انكسر الكأس، ثبت بحاله. ٤٨-ظ

ثم قال: «وفي هذا دليل ظاهر على أن في داخل الكأس أبعادًا ثابتة لا يتغيّر». وقد ألزم هذه النتيجة بوجوه كثيرة، ليس منها واحد يلزمها.

10 قال ابن الهيثم: «فإن قيل: إن الذي يقوم شكل الجسم وهيئته هو سطح داخل الكأس لا الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من السطح؛ فالجواب هو أن الجسم الذي يحصل في الكأس قد حصل فيما بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس، فقد انطبقت أبعاده على الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس، ‹و›كان المقوم لهيئة الجسم السطح المحيط بالجسم أو الأبعاد التي بين النقط المتقابلة من السطح
15 ومجموعهما. وكل جسم يحصل في داخل الكأس تنطبق أبعاده على أبعاد داخل الكأس على تصاريف الأحوال، التي هي أبعاد ثابتة لا تتغير.

والأبعاد الثابتة التي في داخل الكأس هي الخلاء المتخيل الذي يملأه كل واحد من الأجسام التي تملأ الكأس، وإن كانت هذه الأبعاد ليس تخلو من جسم يملأها، لكنها في التخيل خالية من المواد وفي الوجود الحسي مقترنة بمادة والمواد تتعاقب عليها».

20 قال عبد اللطيف: في هذا الفصل، قد تخلخل كلامه، وضَعُفَ وهمه وخياله، وأخذ يتجلّد ويظهر قوّة من ضعف، وصحّة من سقم، وسأل نفسه ‹ما الذي يقوم شكل الجسم؟ فقال› بأن الذي يقوم شكل الجسم هو سطح داخل الكؤوس لا الأبعاد، فأجاب بجواب

6 بل ... والماء: في الهامش / أجمد: أثبتها فوق السطر – 7-8 بحاله ... وفي: في الهامش – 9 هذه النتيجة بوجوه: في الهامش – 10 يقوم شكل الجسم: في الهامش – 11 السطح فالجواب هو أن: في الهامش – 12-13 الكأس فقد انطبقت: في الهامش – 13-14 كان المقوم لهيئة الجسم: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط – 15 وكل جسم يحصل في: في الهامش – 16 الأحوال التي: في الهامش – 17 المتخيل: في الهامش – 22 بأن الذي يقوم: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط.

مضطرب فيه رجوع عما صادر عليه ومصادرةٌ على رأيه؛ فقال: «الجسم الذي يحصل في الكأس قد حصل فيما بين النقط المتقابلة من سطح داخل الكأس». ومن أين لنا أنه قد حصل فيما بين هذه ‹النقط؟ بل هل› / هناك نقط بالفعل حتى يكون لها ما بين؟ وليس هناك ما هو بالفعل سوى سطح باطن الكأس، وليس فيه خط إلاّ بحسب ما نفرض بالتخيل، وأما بالفعل فلا. وإذا لم تكن هناك خطوط بالفعل، فليس هناك انطباق بالفعل ولا بالقوة أيضًا، لأن الأبعاد الجسمية لا يمكن مداخلتها كما بيّنا.

وقال: «كان المقوم لهيئة الجسم السطحَ المحيط بالجسم أو الأبعاد التي بين النقط ومجموعهما». وقد كان ختم قُبَيلَ هذا أن المقوم لهيئة الجسم هو الأبعاد، والآن فقد لان وأجاز أن يكون المقوم هو السطح أو مجموع السطح والأبعاد. وقد أبطلنا أن يكون المقوم هو الأبعاد وبيّنا أنها لا وجود لها بالفعل، وليس هناك ما هو موجود بالفعل سوى السطح الباطن. ونقول بحسب قوله: إن كان المقوم المجموع، ‹فيكون إما› على أن كلّ واحد منهما مقوم مستقل أو على سبيل التعاون، فإن كان كلّ واحد منهما مستقلاً، فكل واحد منهما مكان، فيكون الشيء في مكانين معًا. وإن كانا على سبيل التعاون، فمجموعهما هو المكان، لأنه جعل ما يقوم شكل الجسم هو مكان الجسم. فيا ليت شعري ما الذي يقوم شكل الحجر والخشب؟

قال: «والمواد تتعاقب على هذه الأبعاد وهي ثابتة»، هذه صفة المواد لا الأبعاد. فإن الذي قرّره الحكيم وأتباعه: أن الصور تتعاقب على المادة، والمادة ثابتة بحال واحدة، والأبعاد من لواحق الصور. وهذا الرجل جعل الأبعاد ثابتة وأولى، والمواد تتعاقب عليها.

قال ابن الهيثم: «فقد تبيّن من جميع ما بيناه أن الأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة / من السطح المحيط بالجسم، التي هي الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم، أولى بأن تكون مكان الجسم من السطح المحيط بالجسم، إذ كان قد ظهر أن السطح يلزمه شبه بشعة وشناعات فاحشة؛ والأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالجسم، التي هي الخلاء المتخيل الذي قد ملأه الجسم، ليس يلزمها شيء من

1 رجوع عما: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط / ومصادرة على رأيه: ومصرًا وملحًا على رأيه؛ وصادر على: طالب في إلحاح / يحصل: حصل – 3 بين هذه ‹النقط؟ بل هل›: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط – 5 بالفعل: الفعل / بالفعل ... هناك: في الهامش – 7 السطح ... الأبعاد: في الهامش – 8 ومجموعهما: أومجموعهما – 9 السطح ... أبطلنا: في الهامش – 18 والأبعاد ... الصور: في الهامش – 19-20 المتخيلة ... المتقابلة: في الهامش.

الشناعات، ولا يقدح فيها شيء من الشبه. فالأبعاد المتخيلة التي بين النقط المتقابلة من السطح المحيط بالجسم هي المكان الذي قد تمكن فيه الجسم الذي ليس يزيد على مقدار الجسم؛ ومن أجل أن تلك الأبعاد – من بعد تمكن الجسم فيها، ومن بعد انطباق أبعاد[ه على] الجسم عليها – تتحد بأبعاد الجسم وتصير أبعادًا للجسم، يكون الخلاء المتخيل المساوي للجسم الذي قد ملأه الجسم هو أبعاد الجسم نفسها. وإذ ذلك كذلك، فمكان الجسم هو أبعاد الجسم». 5

قال عبد اللطيف: طاح البرهان، وحصلنا على مآب الأولى والأخرى، ثم تبين جهة الترجيح بالشبه اللازمة للسطح دون الأبعاد. وهذه أمور أحسن أحوالها أن تكون خطابية وليست جدلية فضلاً عن أن تكون برهانية. فقد قلنا أولاً أن الشُبَه لا يُثبت بها حق، ولا يقدح في البرهان قوله: «ومن بعد انطباق أبعاده على الجسم يتحد بأبعاد الجسم وتصير أبعادًا للجسم يكون الخلاء المتخيّل هو أبعاد الجسم نفسها». ‹و›قد بيّنا أن انطباق الأبعاد الجسمية محالاً، فالاتحاد هنا محال. ثم حكم بأن مكان الجسم هو أبعاد الجسم. وقد ذهب إلى هذا قوم رأوا أن الصورة هي المكان. قالوا: لأنها حاوية للمادة ومشتملة عليها. وكتاب *ما بعد الطبيعة* / وكتاب *السماع الطبيعي* مشحونان بإبطال الأراء الفاسدة، وكشف هذه الشبه العارضة. والعجب أنه يقول: إن الأبعاد المتخيلة من السطح المحيط أولى بأن تكون مكان الجسم من السطح المحيط بالجسم. فلو عكس عليه: [و]قيل إن السطح المحيط بالجسم أولى بأن يكون مكانًا له من الأبعاد المتخيلة. 10 ٥٠-و 15

قال ابن الهيثم: «فإن قيل إن الخلاء هو جسم، والجسم المتمكن في المكان هو جسم، وليس يجوز أن يداخل الجسم جسمًا آخر ويصيرا جسمًا واحدًا. فالجواب أن الجسم لا يداخل الجسم، إذا كان كل واحد منهما ذا مادّة، وكان في المادّة مدافعة وممانعة، فيمنع كل واحد منهما الآخر من أن يصير في مكانه وهو ثابت في مكانه. والخلاء ليس بذي مادّة ولا فيه مدافعة. وإنما الخلاء هو أبعاد فقط متهيئة لقبول الموادّ. والجسم الطبيعي هو المادّة التي الأبعادُ المتخيلة متهيئةٌ لقبولها مع الأبعاد. وكل الأبعاد فهي متهيئة لقبول 20

7 طاح: بمعنى اضطرب وضل – 7-8 والأخرى ... الترجيح: في الهامش – 9-10 بها ... يقدح: في الهامش – 12 الجسمية محالاً: في الهامش وبعضها مطموس في صورة المخطوط / فالاتحاد: الاتحاذ – 14 ما بعد الطبيعة: في الهامش – 15 الشبه: في الهامش – 17 أولى ... له: في الهامش – 23 الأبعاد وكل ... فهي: في الهامش / الأبعاد (الثالثة): ابعاد.

كل مادّة وكل بعد، فليس فيه مانع يمنع الأبعاد من أن تنطبق عليه، فليس يمتنع أن ينطبق أبعاد الجسم الطبيعي الذي الخلاء متهيئ لقبوله على أبعاد الخلاء التي هي أطوال لا عروض لها ولا مدافعة فيها. وإذ ذلك كذلك، فقد بطل القول بأن الجسم الطبيعي لا يداخل الخلاء لأنهما جسمان».

5 قال عبد اللطيف بن يوسف: لم يقل أحد إن الخلاء هو جسم، وإنما يقول الحكيم على جهة الاحتجاج؛ أنتم تقولون: إن الخلاء أبعاد ثلاثة طول وعرض وعمق، وهذا هو الجسم، فإن كان في الذهن، فهو الجسم التعليمي، وإن كان في الخارج فهو الجسم الطبيعي ولا ينفك من موضوع خاص / كالسماء والأسطقسات، وما تركب منها. وأخذ في ٥٠-ظ الجواب، وجعل المانع من تداخل الأجسام هو المادة؛ ويفهم من قوله أنه لا يريد بالمادة 10 المادة الحاملة للصورة، بل الجسمَ ذا المادة والصورة المشار إليه كالماء والشراب والحجر والمدر. وهذه الأجسام هي ذوات صور وأبعاد وتتمانع من التداخل لأجل صورها وأبعادها. فإن المادة المجردة لا توصف بالإشارة إليها ولا بالمكان ولا بشيء من صفات الوجود حتى تقبل الصورة والأبعاد، وحينئذٍ يوجد الجسم المشار إليه ويمتنع من مداخلة جسم مثله لأجل صورته وأبعاده. والمادة الأولى ليس فيها مدافعة ولا ممانعة. لكن الجسم الذي سمّاه مادةً 15 فيه مدافعة وممانعة لأجل صورته وأبعاده.

قوله «والخلاء ليس بذي مادة، فليس فيه مدافعة الجسم الطبيعي هو المادة»؛ فنقول له: هذا الجسم الطبيعي فيه مدافعة على إقرارك، فكيف أمكن أن ينطبق على أبعاد الخلاء؟ وكيف بطلت مدافعته الآن إلا أن يكون الشرط في المدافعة أن تكون المادة من الجانبين، وهو، فقد فرض أحدهما مادة أو ذا مادة والآخر مجردًا عن المادة. ونحن فقد 20 بيّنا ‹و›الحكماء قبلنا أن الأجسام لا تتداخل من قبل صورها وأبعادها. وإذا كان المانع موجودًا في الخلاء لم يمكن فيه مداخلة، إذ الموجب للمدافعة موجود وهو الأبعاد.

قوله «وكلّ بعد فليس فيه مانع يمنع الأبعاد من أن تنطبق عليه»: أما الخطوط والسطوح، فلا مانع أن ينطبق على الخط خطّ وعلى السطح سطح، / ولا يمكن أن ٥١-و ينطبق خط على سطح إذ ليس من نوعه؛ وأما الأجسام فإنما تتطابق بسطوحها لا بكلاتها 25 كما بيّنا.

6-5 وإنما ... الحكيم على: في الهامش – 8 الطبيعي ... خاص: في الهامش – 14 والمادة ... فيها: في الهامش – 16 الجسم الطبيعي: في الهامش – 23 على الخط ... سطح: في الهامش.

قوله «فليس يمتنع أن ينطبق أبعاد الجسم الطبيعي على أبعاد الخلاء التي هي أطوال لا عروض لها»: من هو قيم بعلم الهندسة والهيئة وغوارض علم المناظر كيف يطبق جسمًا ذا ثلاثة أبعاد على خط لا عرض له؟ وكيف يدخل هذا في الخيال والوهم فضلاً عن الوجود المحقّق؟ وهذا الرجل قد سعر بأجزاء حدّ المكان وأنكر المكان لأنه سعر بالسطح
5 الباطن من الجسم الحاوي وأنه مماس للسطح الخارج من الجسم المحوي. وقد علم من أصول الهندسة ومن العلم الطبيعي أنه ليس هاهنا أبعاد موجودة بالفعل سوى هذه. فنحاكيه في قوله ونقول: إنما أولى أن نجعل المكان ‹هو السطح المماس من أن نجعل المكان› أبعادًا موجودةً بالفعل أو أبعادًا متخيّلة ليس لها وجود بالفعل.

وعند هذا يقطع الكلام في مناقضة هذا الشيخ ونبحث عن المكان بحثًا صناعيًا
10 موجزًا ونختم هذه المقالة بحول الله وقوّته.

فنقول: إن المكان ممّا قد أقرّ به الجميع، فلا حاجة أن نبحث عنه: هل هو؟ وأما ما هو، ففيه غموض، والآراء في المكان أربعة: المادة والصورة وأبعاد الخلاء ونهايات المحيط. ونجعل ذلك في قياس شرطي منفصل. ونستثني بالسلب ثلاثة، فيبقى الرابع. فنقول أولاً إن المكان له محمولات خاصّة مثل الفوق والأسفل والحركة منه وإليه وفيه وإنه محيط؛ ولا
15 يجد في محمولاته ما هو خاصّ ومحمول / من طريق ما هو إلا قولنا إنه محيط؛ وأما ما فوق وأسفل، فمن فصوله المقسمة؛ وأما قولنا إنه محيط، ففصل مقوم. وعند التأمّل يظهر من غير وسط أن المحيط بما هو محيط هو نهاية الجسم الخاصّة القريبة التي من خارج. فإذا غُير ترتيب البرهان، كان حدّ المكان أنه النهاية المحيطة. ومن هذا الحدّ يتبيّن أن المكان هو ليس هو الصورة ولا المادة ولا أبعاد الخلاء، فإن هذه كلّها ليست بمحيطة. ونحن نبيّن
20 ذلك ببرهان على هذه الصورة، فنقول: المكان هو الذي ينتقل إليه الأجسام بالطبع إن كانت خارجة عنه، وتسكن فيه إذا بلغته. وما هو بهذه الصفة فهو نهاية جسم محيط. ونقول: إن الأجسام إنما تحلّ في المكان بأبعادها لا بأعراضها؛ ولأجل الأبعاد امتنع تداخل الأجسام. ولذلك ليس يطبق المهندس جسمًا على جسم ويطبق الخطوط والسطوح، لأن الانطباق إنما يمكن في المنقسم من جهة ما لا ينقسم. فالخطّ لا ينقسم من جهة
25 العرض ولا ‹من جهة› العمق، والسطح لا ينقسم من جهة العمق فقط. ولذلك يصحّ

٥١-ظ

3 على خط ... له: في الهامش / هذا: أثبتها فوق السطر – 4 سعر بـ: لم نجد هذا التركيب في المعاجم التي رجعنا إليها؛ والمعنى العام هنا هو ألهب وحطم – 20 هو الذي ... الأجسام: في الهامش – 25 العرض: عرض / العمق (الأولى): عمق.

فيهما الانطباق من الجهة التي ليست لهما، ولذلك لا يزداد المنطبقان من جهة انطباقهما.
وأما النقطة فليس لها جهة أصلاً، فلذلك يصحّ فيها الانطباق دائمًا؛ وأما الجسم فلا
يصح فيه الانطباق من جهة من الجهات، لأنه ينقسم من جميع الجهات. وأيضًا، فإن
الجسم إنما احتاج إلى المكان لأجل أبعاده. فلو كانت الأبعاد هي المكان لاحتاج المكان
5 إلى المكان وكانت شنعة، / وهو أن المكان في مكان ويمر ذلك بغير نهاية. وإذا بطل جميع ٥٢-و
ذلك، تعين أن المكان إنما هو نهايات المحيط كما ذكرنا آنفًا. والأجسام الطبيعية لها
حركات طبيعية وأمكنة بحسبها طبيعية تسكن فيها وتتحرك إليها بالطبع. فالجسم الثقيل
المطلق يرسب تحت الأجسام كلّها كالأرض والثقيل المضاف فوقها، والخفيف المطلق فوق
الأجسام كلّها كالنار، والخفيف المضاف تحتها. فالخفيف يتحرك من المركز والثقيل إلى المركز
10 والسماء حول المركز. وهذه الأمكنة تحد بالمركز والمحيط. فالشرارة تخرق الهواء صاعدة
والمدرة تخرق الهواء هابطة. ولو كان المكان هو أبعاد الخلاء والخلاء طبيعة واحدة لا تفاوت
فيه، لكانت الأجسام منثورة فيه ولم يكن للجسم الطبيعي مكان خاص طبيعي، ولم يكن
للثقيل المركز وللخفيف المحيط، وكانت الأرض تقف في الهواء والنار تحرق الأرض والماء،
وكانت نسبة الأسطقسات إلى المكان نسبة المائعات إلى الكأس.
15 ولنقصّر على هذا المقدار ففيه كفاف.
والحمد للّه ربّ العالمين وصلّى اللّه على سيّدنا محمد وآله الطيبين الطاهرين.

5 إلى المكان ... شنعة: في الهامش – 11 هو أبعاد ... والخلاء: في الهامش – 12 منثورة: شوري.

مُلاحَظَتان إضافِيّتان

١- فِقْرة من كتاب *المُلَخّص* لِفَخْر الدينِ الرازيِّ

٩٢ احتج ابن الهيثم على إفساد القول بأن المكان هو السطح، فقال: لو كان المكان سطحًا لكان المكان قد يزداد مع بقاء المتمكن بحاله في موضعين؛ آ: الجسم المتوازي السطوح إذا فصل بسطوح متوازية وموازية للسطحين الأولين، فلا شك أن السطوح المحيطة بذلك الجسم قبل تفريقه أقل من التي تحيط به بعد تفريقه إلى أجزاء كثيرة مع أن المتمكن
5 باقٍ كما كان. ب: الشمعة إذا جعلت كرة فإن السطح المحيط بها أصغر من السطح المحيط
٩٣ بها عندما كعبتها؛ / فلأن الكرة أوسع الأشكال، فالمتمكن باقٍ مع أن المكان ازداد عند التكعيب.

وقد يبقى المكان بحاله مع انتقاص المتمكن؛ فإن الماء الذي في القربة مكانه سطح داخل القربة، فإذا عصرنا القربة حتى فاض الماء من رأسها بقي سطح القربة محيطًا بما
10 بقي من الماء، فالمتمكن قد انتقص والمكان على ما كان.

وقد ينتقص المتمكن ويزداد المكان، مثل المكعب إذا نقرت في أحد جوانبه نقرة عميقة، فإن السطح المقعر أعظم لا محالة من قاعدته المستوية، وما بقي من الجسم بعد الحفر أصغر بكثير مما كان أولاً، فهاهنا انتقص المتمكن وازداد المكان. ولمّا كانت التوالي ظاهرة الفساد، كان المقدّم مثلها.

2 آ: وآ – 3 وموازية: ومتوازية – 6 الكرة: الدائرة / الأشكال: يعني أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطاتها متساوية – 8 يبقى: بقي – 10 على: غير.

٢- الحَسَنُ بنُ الهَيْثَمِ ومُحَمَّدُ بنُ الهَيْثَمِ الرياضِيُّ والفَيْلَسوفُ

في المَكانِ

لقد كَشَفْنا تَحْتَ هَذا العُنْوانِ نَفْسِهِ، في الجُزْءَيْنِ السابِقَيْنِ، عن الخَلْطِ الَّذي يَرْتَكِبُهُ المُفَهْرِسونَ والعَديدُ من المُؤَرِّخينَ مُنْذُ القَرْنِ الثالِثِ عَشَرَ بَيْنَ الرياضِيِّ والفَيْلَسوفِ. وقدَّمْنا آنذاك الكَثيرَ من الحُجَجِ التاريخِيَّةِ والعِلْمِيَّةِ والفَهْرَسِيَّةِ الَّتي لا يُمْكِنُ دَحْضُها من وُجْهَةِ نَظَرنا[٣]. وقد أشَرنا في الجُزْءِ الثالِثِ إلى شاهِدَينِ مُهِمَّيْنِ، هُما عَبْدُ اللَّطيفِ البَغْدادِيُّ وفَخْرُ الدينِ الرازِيُّ، ويَعودُ كِلاهُما إلَى القَرْنِ الثاني عَشَرَ.

لَكِنَّ العاداتِ راسِخَةٌ. فَفي مُحاوَلَةٍ، لا شَكَّ أنّها يائِسَةٌ، تَهْدِفُ إلَى الدِفاعِ عن فِكْرَةِ تَطابُقِ هَوِيَّةِ الحَسَنِ مع هَوِيَّةِ سَمِيِّهِ مُحَمَّدٍ، اعْتَقَدَ البَعْضُ بإمْكانِيَّةِ التَأكيدِ أنّ مُؤَلَّفَ الحَسنِ ***في المكان*** هو نَصٌّ مُنَقَّحٌ لِمُؤَلَّفٍ عائِدٍ لِمُحَمَّدٍ، عُنْوانُهُ ***كِتابٌ في المكان والزمان عَلَى ما وجدته يلزم رأي أرسطوطاليس فيهما***.

هَذا التَخْمينُ اعْتِباطِيٌّ بِكلِّ مَعْنَى الكَلِمَةِ، لأنَّهُ غَيْرُ مُدَعَّمٍ بِأيِّ حُجَّةٍ تاريخِيَّةٍ أو عِلْمِيَّةٍ أو نَصِّيَّةٍ (ذَلِكَ أنَّ مُؤَلَّفَ مُحَمَّدٍ مَفْقودٌ ولا نَمْلِكُ مِنْهُ سِوَى العُنْوانِ)، كما أنَّ هَذا التَخْمينَ مُثْقَلٌ بالاسْتِنْتاجاتِ المُسْتَبْعَدَةِ عَلَى أقَلِّ تَقْديرٍ.

١- إنّ عُنْوانَ مُؤَلَّفِ مُحَمَّدٍ بنِ الهَيْثَمِ، الَّذي أوْرَدَهُ المُفَهْرِسُ ابنُ أبي أُصَيْبِعَة، اسْتِناداً إلَى السيرَةِ الذاتِيَّةِ لِهَذا الأخيرِ، يَعودُ إلَى كِتابَةٍ مُتَأَخِّرَةٍ. إذ يَظْهَرُ

[٣] انْظُرِ الصَفَحاتِ ٣٦-٥٦ من الجُزْءِ الثاني ونِهايةَ الجُزْءِ الثالِث من النُسخة العَرَبيَّةِ لِهَذا الكِتاب.

لنا، وَفْقَ المَعْلوماتِ الَّتي يُورِدُها ابنُ أبي أُصَيْبِعَة، أنّ هَذا النَصَّ وُضِعَ بَعْدَ شَهْرِ كانون الثاني/يناير من العامِ ١٠٢٧م وقَبْلَ شَهْرِ تَمُّوز/يوليو من العامِ ١٠٢٨م، أي بَعْدَ شَهْرِ ذي الحِجَّة من العامِ ٤١٧ لِلهِجْرَةِ وفي نِهايَةِ شَهْرِ جُمادَى الآخرة من العامِ ٤١٩ لِلهِجْرَةِ[4]. لَكِن، في العام ٤١٧ لِلهِجْرَةِ كان مُحَمَّدٌ، وَفْقَ ابنِ أبي أُصَيْبِعَة، في الثالِثَةِ والستينَ من العُمْرِ (وَفْقَ التَقْويمِ القَمَرِيِّ). لذَلِكَ فإنَّه وَضَعَ مُؤَلَّفَهُ ***في المكان والزمان*** (الَّذي فُقِدَ مع القِسْمِ الأكْبَرِ من العَمَلِ الضَخْمِ لِلفَيْلَسوفِ) في الخامِسَةِ والستينَ من العُمْرِ: فَهَذا العَمَلُ لم يَكُنْ إذاً ثَمَرَةً لِمَرْحَلَةِ رَيْعانِ الشباب.

٢- بَيْنَ شَهْرَي كانون الثاني/يناير من العامِ ١٠٢٧ ميلادِيّ وتموز/يوليو من العامِ ١٠٢٨ وَضَعَ مُحَمَّدٌ، فَضْلاً عن ذَلِكَ، المُؤَلَّفاتِ التالِيَةَ: ***تلخيص السماع الطبيعيّ لأرسطوطاليس*** و***تلخيص كِتاب الآثار العُلويّة لأرسطوطاليس*** و***تلخيص كِتاب أرسطوطاليس في الحيوان***. وإلَى هَذِهِ المُؤَلّفاتِ يَجِبُ إضافَةُ العَديدِ من الكِتاباتِ في الفَلْسَفَةِ والفِقْهِ والطِبِّ وعِلْم البَصَرِيّاتِ. ومن جِهَةٍ أُخْرَى وَضَعَ مُحَمَّدٌ بنُ الهَيْثَمِ قَبْلَ العامِ ١٠٢٧ ميلادِيّ مُؤَلّفاً عُنْوانُهُ ***تلخيص المسائل الطبيعيّة لأرسطوطاليس***. لذَلِكَ يَتَّضِحُ لنا جَيِّداً أنّ كِتابَ ***في المكان والزمان*** وَضَعَهُ فَيْلَسوفٌ مُؤَيِّدٌ لأرِسطو. ويَكْفي، بالإضافَةِ إلَى ما ذَكَرْناهُ، اسْتِعْراضُ عَناوينِ العَديدِ من الأعْمالِ الأُخْرَى في ما بعد الطَبيعَةِ (ميتافيزيكا) والمَنْطِقِ والفيزياءِ لِتِبيانِ التِزامِهِ الأرِسْطِيِّ العَميق. وإذا أخَذْنا مَثَلاً مَيْدانَ المَنْطِق، فإنّ مُحَمَّداً بنَ الهَيْثَمِ وَضَعَ تَلْخيصاً لكِتاب ***مَدْخَل*** فورفوريوس (Phorphyre, *Isagogé*) وكذَلِكَ لِلكُتُبِ السَبْعَةِ في المَنْطِقِ الأرِسْطِيِّ؛ كما وَضَعَ كِتاباً من فَصْلَيْنِ في القِياسِ المَنْطِقِيِّ، وكِتاباً في البُرْهانِ الخ. ووَضَعَ أيضاً مُؤَلَّفاً

[4] ابنُ أبي أُصَيْبِعَة، ***عيون الأنباء في طبقات الأطبّاء***، تحقيق ن. رضا (بيروت، ١٩٦٥)، صَفْحَة ٥٥٨.

عُنْوانُهُ ***كِتابٌ في الرَدِّ على يَحْيى النَحْويِّ وما نَقَضَهُ عَلَى أرِسطوطاليس وغَيْرِهِ من أقوالِهِم في السَماءِ والعالَمِ***.

٣- إنّنا نَرَى بِوُضوحٍ الإطارَ الفَلْسَفِيَّ الَّذي كان يَعْمَلُ فيهِ مُحَمَّدُ بنُ الهَيْثَمِ قَبْلَ وبَعْدَ وَضْعِ مُؤَلَّفِهِ ***في المكان والزمان***. فَضْلاً عن ذَلِكَ، يُوحي الجَمْعُ بَيْنَ المَكانِ والزَمانِ أنّ مُحَمَّداً كانَ يَنْوي في مُؤَلَّفِهِ مُعالَجَةَ مَفاهيمِ *فيزياءِ* أرِسطو. ولا حاجَةَ لنا أن نَكونَ فُقَهاءَ في اللُّغَةِ لِنُدْرِكَ، من عُنْوانِ المُؤَلَّفِ نَفْسِهِ، أنّ مُحَمَّداً وَضَعَ ***في المَكانِ والزَمانِ*** وَفْقَ مَذْهَبِ أرسطو تَحْديداً، أو وَفْقَ ما *يلزم* هَذا المَذْهَبَ.

٤- لنَعُدِ الآن إلَى الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ، فَقَد بيَّنّا أنّ مُؤَلَّفَهُ مُناقِضٌ بِشَكْلٍ حاسِمٍ للمَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ. كما أنّ الحَسَنَ تَصَوَّرَ في هَذا المُؤَلَّفِ أوَّلَ هَنْدَسَةٍ للمَكانِ. فَضْلاً عن ذَلِكَ، فإنّ موقِفَهُ المُناقِضَ لأرسطو ولتَفَرُّدِ مَذْهَبِهِ لم يَنْجُ من هُجومِ النُقّادِ من أمْثالِ البَغْداديِّ في نِهايَةِ القَرْنِ الثاني عَشَرَ.

ومن جِهَةٍ أُخْرَى، فإنّ الحَسَنَ، يَسْتَنِدُ في هَذا المُؤَلَّفِ عن المَكانِ، وبدونِ تَحَفُّظٍ، إلَى إحْدَى كِتاباتِهِ الرياضِيَّةِ الأكثَرِ أصالةً والأكْثَرِ تَعْقيداً: ***قَوْلٌ لِلحَسَنِ بنِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ في أنَّ الكُرَةَ أوْسَعُ الأشْكالِ المُجَسَّمَةِ الَّتي إحاطَتُها مُتَساوِيَةٌ، وأنَّ الدائِرَةَ أوْسَعُ الاشْكالِ المُسطَّحَةِ الَّتي إحاطَتُها مُتَساوِيَةٌ***[5]. فقَد وَرَدَ ذِكْرُها في كِتابِ ***في المكان*** وكذَلِكَ في كِتابٍ آخَرَ لِلحَسَنِ: ***في حَلِّ شكوك كِتاب المجسطي***.

أخيراً، ودائماً وَفْقَ ابنِ أبي أُصَيْبِعَة، واسْتِناداً إلَى لائِحَةٍ عُثِر عَلَيْها وهِيَ تَتَضَمَّنُ كِتاباتِ الحَسَنِ[6]، فإنّ مُؤَلَّفَ ***في المكان*** (مِثْلما تَكون عَلَيْهِ غالِبِيَّةُ كِتاباتِ الحَسَنِ) قد وُضِع قَبْلَ العامِ ١٠٣٨ للميلاد.

---

[5] انْظُرِ الفَصْلَ الثالِثَ من الجُزْءِ الثاني لِهَذا الكِتاب.

[6] تَرِدُ هَذِهِ اللائِحَةُ أيضاً في مَخْطوطَةِ لاهور.

وفي الخُلاصَةِ، إذا سَلَّمْنا أنّ مُحَمَّداً والحَسَنَ هُما شَخْصٌ واحِدٌ، وأنّ مُؤَلَّفَ الحَسَنِ ***في المكان*** هو نَصٌّ مُنَقَّحٌ لِكِتاب ***في المكان والزمان عَلَى ما وجده*** [مُحَمَّدٌ] ***يلزم رأي أرسطوطاليس فيهما***، فإنَّهُ عَلَيْنا القُبولُ بالأمورِ التالِيَةِ:

١- أنّ الحَسَنَ كانَ قد كَتَبَ في الخامِسَةِ والسِتِّينَ من العُمْرِ مُؤَلَّفاً في المَكانِ وَفْقَ مَذْهَبِ أرسطو، وشَرْحاً ***لِفيزياء*** أرسطو في الوَقْتِ نَفْسِهِ، وذَلِكَ قَبْلَ أن يَبَدِّلَ رَأيَه بكِلِّ شَيْءٍ مُتَخِذاً مَوْقِفاً مُضَادّاً لِلعَقيدَةِ الأرِسْطِيَّةِ. ولَكِن، إذا كانَ الأمْرُ عَلَى هَذا النَحْوِ، فتُرَى ما هُوَ الحَدَثُ الَّذي أدَّى إلَى مِثْلِ هَذِهِ الثَوْرَةِ الفِكْرِيَّةِ؟ هل كِتابَتُهُ لِمُؤَلَّفِهِ: ***في أنَّ الكُرَةَ أوْسَعُ الأشْكالِ الُمجَسَّمَةِ الّتي إحاطَتُها مُتَساوِيَةٌ، وأنَّ الدائِرَةَ أوْسَعُ الاشْكالِ الُمسَطَّحَةِ الّتي إحاطَتُها مُتَساوِيَة***، هِيَ الَّتي دَفَعَتْهُ إلَى هَذا التَحَوُّل؟ ولَكِنَّ المَعْرِفَةَ العَميقَةَ بهَذا المُؤَلَّفِ لا تُعَلِّلُ أيَّ اسْتِنْتاجٍ من هَذا النَوْعِ، لأنّ المُبَرْهَنَةَ الَّتي يَسْتَخْدِمُها ابنُ الهَيْثَمِ في كِتابه ***في المكان*** يُمْكِنُ اسْتِنْباطُها مُباشَرَةً من مُؤَلَّفِ الخازِنِ[٧]، بحَيْثُ إنّ الرياضِيَّ ما كان مُحْتاجاً بَتاتاً إلَى البَحْثِ في الزاوِيَةِ المُجَسَّمَةِ الَّتي هِيَ أساسُ هَذا المُؤَلَّفِ، وما كان لابنِ الهَيْثَمِ كَذَلِكَ أن يَنْتَظِرَ الخامِسَةَ والسِتِّينَ من العُمْرِ لِيَعودَ ويَنْقَلِبَ عَلَى أرسطو. وبالمُقابِلِ، فإنّ *هَنْدَسَةَ المَكانِ* يُمْكِنُ فَهْمُها بِفَضْلِ الإنْجازاتِ الهَنْدَسِيَّةِ المُتَراكِمَةِ في المُؤَلَّفات الهَنْدَسِيَّةِ الأُخْرَى الَّتي وَضَعَها الحَسَنُ بنُ الهَيْثَمِ، وَفْقَ ما بَيَّنّاهُ. لذَلِكَ لا يَنْبَغي أن نَرَى في مَوْقِفِهِ المُضادِّ للأرِسْطِيَّةِ تَحَوُّلاً مُفاجِئاً، ولا حَتَّى ما هو دون ذلك، بِمَعنَى التَبَنِّي البسيط لخَيارٍ فَلْسَفِيٍّ؛ فَمَوْقِفُ الرياضِيِّ يَنْتُجُ ويَتَبَلْوَرُ بِشَكْلٍ واضِحٍ عَلَى ضَوْءِ الأعْمالِ المُخْتَلِفَةِ حَيْثُ تَدْخُلُ التَحْويلاتُ والحَرَكاتُ الهَنْدَسِيَّةُ. وباخْتِصارٍ، فإنّ *هَنْدَسَةَ المَكانِ* لَدَى الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ هِيَ نَتيجَةٌ لظُهورِ التَحْويلاتِ الهَنْدَسِيَّةِ بِصِفَتِها عَمَلِيّاتٍ وكائناتٍ في صُلْبِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ أيضاً.

[٧] انْظُرِ الفَصْلَ الرابعَ من الجُزْءِ الأوَّلِ من هَذا الكِتاب.

كيف يُمْكِنُ في ظِلِّ هَذِهِ المُعْطَياتِ دَعْمُ الفِكْرَةِ القائِلَةِ إنّ رياضِيّاً مُؤَيِّداً لِلمَذْهَبِ الأرِسْطِيِّ، قَد بَدَّلَ رَأْيَهُ، مُسْتَنداً ألى مُبَرْهَنَةٍ تُفيدُ، بأنّ للكُرَةِ من بَيْنِ المُجَسَّماتِ المتساوِيَةِ الأحْجامِ مِساحَةً مُحيطَةً دُنْيا، وهَذا أمْرٌ مَعْروفٌ مُنْذُ زَمَنٍ بَعيدٍ، ويَصِلُ الأمْرُ بالرِياضِيِّ إلَى حَدِّ انتِقادِ أرِسْطو وإعْدادِ نَظَرِيَّةٍ جَديدَةٍ تَماماً؟

٢– عَلَيْنا أن نَقْبَلَ أيضاً أنّ تَكونَ هَذِهِ الثَوْرَةُ قد حَدَثَت بدونِ أن يَفْطَنَ لَها صاحِبُها نَفْسُه، إلَى دَرَجَةٍ أنّه لم يُشِرْ إليها في كِتابَتِهِ اللاحِقَةِ. وسَيَكونُ الأمْرُ مُثيراً لِلدَهْشَةِ، لا سِيَّما أنّ ابنَ الهَيْثَمِ غالِباً ما كانَ يَتَناوَلُ مَسْأَلَةً عالَجَها سابِقاً لِيَعْرِضَها في كِتابَةٍ جَديدَةٍ وبِتَوَسُّعٍ في أكْثَرِ الأحْيانِ. وهَذا بالتَحْديدِ ما فَعَلَهُ في مُؤَلَّفِهِ ***في الأشْكالِ الهِلالِيّة***[8] وفي مُؤَلَّفِهِ ***في عَمَلِ المُسَبَّعِ في الدائرَةِ***[9]، وفي مُؤَلَّفِهِ ***في أصولِ المِساحَةِ***[10]، بالإضافَةِ إلَى كِتاباتٍ أُخْرَى.

٣– كما أنّه يَجِبُ أن نَقْبَلَ أنّ خُلَفاءَهُ، وبِخاصَّةٍ نُقّادَهُ، من أمْثالِ البَغْدادِيِّ، الَّذين كانوا يَعْرِفون كِتاباتِ ذَلِكَ العَصْرِ ومن بَيْنِها مُؤَلَّفاتِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ، لم يُلاحِظوا هَذا التَغْييرَ الجَذْرِيَّ في المَواقِفِ. ألَيْسَ مُسْتَبْعَداً أنّ البَغْدادِيَّ بالذاتِ لم يَكُنْ يَعْرِف كِتاباتِ مُحَمَّدٍ في المَنْطِقِ وهِيَ كِتاباتُ الحَسَنِ إذا ما سَلَّمْنا أنَّهُما شَخْصٌ واحِدٌ، إلَى حَدٍّ أنّ البَغْدادِيَّ يُعيبُ عَلَى الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ جَهْلَهُ بالمَنْطِقِ؛ ألَيْسَ مُسْتَبْعَداً أيضاً أنّه بِسَبَبِ عَدَمِ مَعْرِفَتِهِ بالمُؤَلَّفِ الأوّلِ ***في المكانِ والزمانِ*** لم يُشِرْ إلَيْهِ في نَقْدِه لِمُؤَلَّفِ ***في المكانِ***؟

[8] انْظُرِ الصَفْحَةَ ١٤٩ من الجُزْءِ الثاني من النُسْخَةِ العربيّة لِهَذا الكِتابِ.

[9] انْظُرْ نَصَّ هذا المؤلَّفِ في الجُزْءِ الثالِث لِهَذا الكِتابِ (الفصل الثالث).

[10] انْظُرْ نَصَّ هذا المؤلَّفِ في الجُزْءِ الثالِث لِهَذا الكِتابِ (الفصل الرابع).

في غِياب الحُجَج التاريخِيَّةِ والنَصِّـيَّةِ، تَبْقَى جَميعُ التَخْمينـاتِ مُمْكِنَـةً، ويَصْعُبُ التَصْديقُ أنّها لا تَعْرِفُ أيَّ حُدودٍ[11]. وَحْدَهُ الفَهْمُ العَميـقُ لكِتابـاتِ الحَسَنِ بنِ الهَيْثَمِ الرياضِيَّةِ يُمكِنُ أن يُجَنِّبَنا الوُقوعَ في إغْراءِ طَرْحِ تَخْميناتٍ عَلَى غِرارِ فَرَضِيَّةِ *"النَصِّ المُنَقَّح"* المَزْعومِ الَّذي جَرَى تَخَيُّلُهُ لِلدِفاعِ عن خَطَأٍ ارتَكَبَـهُ المُفَهْرِسون واسْتَمَرَّ طَويلاً.

[11] إنطِلاقاً من تَخْميناتٍ من هَذا القَبيلِ، تَفْتَقِرُ إلى التَعْليلِ، سَعَى عَبْد الحميد صَبْرَة جاهِداً إلى الدِفاعِ عن تَطابُقِ هَوِيَّتي الرياضِيِّ والفَيْلَسوفِ. وسَيَفْهَمُ القارئُ بِسُهولَةٍ أنّ هَذِه التَخْمينات أَقَلُّ شَأناً من أن تُسْتَعْرَضَ لدَحْضِها واحِدَةً تِلْوَ الأُخْرَى؛ راجع بِهَذا الخُصوص:

A. Sabra, «One Ibn al-Haytham or Two? An Exercise in Reading the Bio-Bibliographical Sources», *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften,* Band 12 (1998), p. 1-50.

المُؤَلَّفاتُ والمَراجِعُ المَذْكورَة

١ – مَخْطوطات النُصوصِ العَرَبِيَّةِ

أقاطُن، *كِتاب المُفْرَداتِ*، إسْطَنْبول، السليمانيّة، أيا صوفيا، ٤٨٣٠، الصَفَحات ٩١ظ – ٩٢و.

[أرشميدس]، *كِتابٌ في الأُصولِ الهَنْدَسِيَّة*، باتنا، خودا بخش، ٢٥١٩، الصَفَحات ١٤٧ظ – ٩٢ و.

البَغداديّ، *في المَكانِ*، بُرسا، حُسين شلبي، ٨٢٣، الصَفَحات ٢٣ظ – ٥٢و.

ابن الهَيْثَمِ:

في خواصِّ الدَوائِرِ، سان بطرسبورغ، ٦٠٠ (سابقاً كويبيشيف، مَكْتَبَة لينين)، الصَفَحات ٤٢١ظ – ٤٣١ظ.

في خواصِّ المُثَلَّثِ من جِهَةِ العَمودِ، باتنا، خودا بخش، ٢٥١٩، الصَفَحات ١٨٩و – ١٩١و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ح]

في المَعْلوماتِ، سان بطرسبورغ ٦٠٠ (سابقاً كويبيشيف، مَكْتَبَة لينين)، الصَفَحات ٣٣٥و – ٣٤٧ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ س]؛ باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٨، الصَفَحات ١١ظ – ٢٦و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ب].

في المَكانِ، القاهرة، دار الكُتُب، ٣٨٢٣، الصَفَحات ١ظ – ٥ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ج]؛ لندن، *India Office*، ١٢٧٠، الصَفَحات ٢٥ظ – ٢٧ظ[أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ل]؛ حيدر أباد، متحف سالارجونغ، ٢١٩٦، الصَفَحات ١٩ظ –

٢٢و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ح]؛ إسْطَنْبول السليمانيّة، فاتح، ٣٤٣٩، الصَفَحات ١٣٦ظ – ١٣٨و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ف]؛ طهران، مجلس شورى، ملّي، ٢٩٩٨، الصَفَحات ١٦٦ – ١٧٤ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ت].

في مَسْأَلَةٍ هَنْدَسِيَّة؛ لينيغراد، ب ١٠٣٠، الصَفَحات ١٠٢و – ١١٠ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ل]؛ أوكسفورد، *Seld. A32*، الصَفَحات ١١٥ظ – ١٢٠ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ع].

في التَحْليلِ والتَرْكيب، القاهرة، دار الكتب، تيمور، رياضة ٣٢٣، ٦٨ صفحة [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ق]؛ دبلن، *Chester Beatty*، ٣٦٥٢، الصَفَحات ٦٩ظ – ٨٦و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ب]؛ إسْطَنْبول السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصَفَحات ١ظ – ٣٠ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ر]؛ سان بطرسبورغ ٦٠٠ (سابقاً، كوييبيشيف، مَكْتَبَة لينين)، الصَفَحات ٣٤٨و – ٣٦٨و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ س].

إبن هود، ***الاسْتِكْمال***؛ كوبنهاغن، شرقي ٨٢ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ج]؛ ليدن، شرقي ١٢٣ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ل].

الرازي، فخر الدين، ***المُلَخَّص***، طهران، مجلس شورى، ٨٢٧.

السجزي:

جَوابُ السِجْزيِّ عن مَسائلَ هَنْدَسِيَّةٍ سَأَلَهُ عنها أهْلُ خرسان، دبلن، *Chester Beatty*، ٣٦٥٢، الصَفَحات ٥٣ظ – ٦١و [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ب]؛ إسْطَنْبول السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصَفَحات ١١٠ظ – ١٢٣ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ر].

كِتابٌ في تَحْصيلِ السُّبُلِ لاستِخْراجِ الأشْكالِ الهَنْدَسِيَّةِ، لاهور، مجموعة نبي خان، الصفَحات ٢ – ٢٧ [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ل].

قولٌ في خَواصِّ الأعْمِدَةِ الواقِعَةِ من النُقْطَةِ المُعْطاةِ إلى المُثَلَّثِ المُتَساوي الأضْلاعِ، دبلن، *Chester Beatty*، ٣٦٥٢، الصفَحات ٦٦ظ – ٦٧و [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ب]. إسْطَنْبول السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصفَحات ١٢٤ظ – ١٢٥ظ [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ر].

رِسالَةٌ إلى أبي عَلِيّ نَظيفِ بنِ يمن في عَمَلِ مُثَلَّث حادّ الزوايا، باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٧، الصفَحات ١٣٦ظ – ١٣٧و [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ب]؛لاهور، مجموعة بني خان، الصفَحات ٢٨ – ٣٠ [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ل].

تَعْليقاتٌ هَنْدَسِيَّة من كِتاب السِجْزِيِّ، دبلن، *Chester Beatty*،٣٠٤٥/١٤، الصفَحات ٧٤و – ٨٩ظ [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ د]؛.القاهرة، دار الكتب، رياضة ٦٩٩، ٣٥ صفحة [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ج].

ثابت بن قرّة، ***كِتابُ ثابتٍ بنِ قُرَّة إلى ابن وهْب في التَأتّي لاسْتِخْراجِ عَمَلِ المَسائلِ الهَنْدَسِيَّةِ***، إسْطَنْبول، أيا صوفيا، ٤٨٣٢، الصفَحات ١ظ – ٤ظ (تحت عنوان ***رسالة في كيف ينبغي أن يُسلك إلى نَيْلِ المطلوب من المعاني الهَنْدَسِيَّة***) [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ أ]؛ ليدن، شرقي ١٤/٢١، الصفَحات ٣٨٠ – ٣٨٨ (تحت عنوان ***في العِلَّةِ التي لها رتّبَ أقليدس أشْكالَ كِتابِهِ***) [أشَرْنا إلَيْها بالحَرْفِ ل]؛ القاهرة، رياضة، ١١/٤٠، الصفَحات ١٥٥ظ – ١٥٩ظ (تحت عنوان ***رِسالَةٌ في كَيْفَ يَنْبَغي أن يُسْلَكَ إلى نَيْلِ المَطْلوبِ من المَعاني الهَنْدَسِيَّة***) [أشَرْنا إلَيْها بِالحَرْفِ ت].

٢- مَخْطوطاتٌ أُخْرَى

عبد اللّطيف البَغْدادِيّ، كِتاب ***النَصيحَتَيْنِ***، بُرسا، حسين شلبي، ٨٢٣، الصَفَحات ٨٨ظ – ٩٣و.

الفرغانِيّ، ***الكامل***، كَستامونو، ٧٩٤، الصَفَحات ٨٩ – ١١٧.

ابن الهَيْثَمِ

في حَلِّ شُكوكِ كِتاب أقليدس في الأُصول، إسْطَنْبول، الجامِعَة ٨٠٠.

شرح مُصادَرات كِتاب أقليدس، إسْطَنْبول، فيض الله، ١٣٥٩، الصَفَحات ١٥٠و – ٢٣٧ظ.

ابن سنان، ***مَقالَةٌ في طَريقِ التَحْليلِ والتَرْكيبِ في المَسائلِ الهَنْدَسِيَّة***، باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٧، الصَفَحات ١ظ – ١٨ظ.

القوهِيّ:

مَراكِزُ الدَوائِرِ المُتَماسَّة عَلَى الخُطوطِ بِطَريقِ التَحْليلِ، باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٧، الصَفَحات ١٩و – ٢١و.

مَسْأَلَتانِ هَنْدَسِيَّتانِ، القاهرة، دار الكتب، ٤٠، الصَفَحات ٢٠٦ظ – ٢٠٨و؛ إسْطَنْبول، أيا صوفيا، ٤٨٣٠، الصَفَحات ١٧١و – ١٧٣و؛ إسْطَنْبول، أيا صوفيا، ٤٨٣٢، الصَفَحات ١٢٣ظ – ١٢٥ظ.

السجزيّ:
بَراهينُ كِتابِ أقليدس في الأصولِ على سَبيلِ التوسُّعِ والارتِياضِ، دبلن، Chester Beatty، ٣٦٥٢، الصَفَحات ١٨و – ٢٩ظ؛ إسْطَنْبول السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصَفَحات ٨٤ظ – ١٠٥ظ.
في المَسائلِ المُخْتارَةِ الَّتي جَرَت بَيْنَهُ وبَيْنَ مُهَنْدِسي شيراز وخُرسان وتَعْليقاتها، دبلن، Chester Beatty، ٣٦٥٢، الصَفَحات ٣٥و – ٥٢ظ؛ إسْطَنْبول السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصَفَحات ٣١ظ – ٦٢و.
في تَحْصيلِ القَوانينِ الهَنْدَسِيَّة المَحْدودَةِ، إسْطَنْبول، السليمانيّة، رشيد، ١١٩١، الصَفَحات ٧٠و – ٧٢ظ؛ باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٨، الصَفَحات ٣ – ٤.

ثابت بن قرّة، ***في أنّ الخَطَّيْنِ إذا أُخرجا على أَقَلّ من زاوِيَتَيْنِ قائمَتَيْنِ التَقَيا***، باريس، المَكْتَبَة الوَطَنِيَّة، ٢٤٥٧، الصَفَحات ١٥٦ – ١٦٠.

٣– كُتُبٌ ومَقالاتٌ

P. Abgrall,«Les cercles tangents d'al–Qūhī», *Arabic Sciences and Philosophy*, 5.2 (1995), p. 263 – 295.
A. Anbouba, «Un traité d'Abū Ja'far al–Khāzin sur les triangles rectangles numériques», *Journal for the History of Arabic Science,* 3.1 (1979), p. 134 – 178.
Aristote, *Physique*, texte établi et traduit par H. Carteron, Collection des Univesités de France (Paris 1961); trad. P. Pellegrin,
Aristote, *Physique* (Paris, Garnier – Flammarion, 2000); trad. Anglais E. Hussey, *Aristotle Physics*, Book III and IV, Claredon Aristotle Series (Oxford, 1983).
أرسطوطاليس، ***الطبيعة***، تحقيق عبد الرحمن بدوي، المُجلّد الأوّل (القاهرة، ١٩٦٤)، المُجلّد الثاني (القاهرة، ١٩٦٥).

A. Arnaud et P. Nicole, *La logique ou l'art de penser, Contenant, outre les règles communes, plusieurs observations nouvelles, propre à former le jugement*, édition critique présentée par Pierre Clair et François Girbal, coll. «Le mouvement des idées au XVII[e] siècle (Paris, PUF, 1965).
A. Behhoud, «Greek Geometrical Analysis, *Centraurus*, 37 (1994), p. 52 – 86.

البيرونيّ، ***رسالةٌ في استِخراجِ الأوْتارِ في الدائرة*** (حيدر أباد، ١٩٤٨)، تحقيق أ. س. دمرداش (القاهرة، ١٩٦٥).

البيرونيّ وابن سينا، ***الأسْئِلَةُ والأجْوِبَةُ***، تحقيق س. ه. نصر و م. مُحاجج، (طهران، ١٩٧٣).

M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (Paris, Gauthier Villars, 1889).

J.L. Coolidge, *A History of Geometrical Methods* (Oxford, 1940, Dover, 1963).

P. Crozet
«Al-Sizji et les *Éléments* d'Euclide: Commentaires et autres démonstrations des propositions», dans A. Hasnawi, A. Elamrani-Jamal et M. Aouad (éds), *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque* (Paris, 1997), p. 61-77.
«À propos des figures dans les manuscrits arabes de géométrie: l'exemple de Siğzī», dans Y. Ibish (éd), *Editing Islamic manuscripts on Science,* Proceedings of the Fourth Conference of al-Furqān Islamic Heritage Foundation, 29th-30th November 1997 (Londres, al-Furqān, 1999), p. 131-163.

R.Deltheil et D. Caire, *Géométrie et compléments* (Paris, éd, Jacques Gabay, 1989).
Descartes, *Œuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam et P. Tannery (Paris, 1965), t. VI.

A. Dhanani, *The Physical Theory of Kalām: Atoms, Space, and Void in Basrian Mu'tazili Cosmology* (Leiden, E. J. Brill, 1994).

A. Dietrich, «Die arabische Version einer unbekannten Schrift des Alexander von Aphrodisias über die Differentia specifica», *Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in Göttingen*, I. Philologisch-historische Klasse, 2 (1964), p. 88-148.

Y. Dold-Samplonius, *Book of Assumptions* by Aqāṭun, Thèse de doctorat, Université d'Amsterdam, 1977.

Euclide
Les *Œuvres d'Euclide*, traduites littéralement par F. Peyrard (Paris, 1819); nouveau tirage, augmenté d'une importante introduction par M. Jean Itard (Paris, Librairie A. Blanchard, 1966).
Les Éléments, trad. et commentaires par Bernard Vitrac, 4 vol. (Paris, 1990-2001).

الفارابيّ
إحْصاءُ العُلومِ، تحقيق عثمان أمين، نَشْرَة ثالثة (القاهرة ١٩٦٨).
كِتابُ الموسيقَى الكبير، حقّقه غطّاس عبد الملك خشبة، راجعه وقدّم له محمّد أحمد الحفني (القاهرة، بدون تأريخ)
رِسالَةٌ في الخَلاءِ، حقّقه وترجمه نيكاتي لوغال (Necati Lugal) وأيدين سيلي (Aydin Sayili) في *Türk tarikh yayinlarindan, XV, n° 1* (أنقره، ١٩٥١)، الصَفَحات ٢١ – ٣٦.
المَنْطِقِيّات للفارابيّ، تحقيق محمّد تقيّ دانش بَجوه (قم، ١٣١٠هـ)، المجلّد الثالث، ***الشُروحُ على النُصوصِ المَنْطِقِيَّة***.

Fermat, *Œuvres de Fermat,* publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Charles Henry (Paris, Gauthier-Villars, 1896).

M. Federspiel, «Sur la définition euclidienne de la droite», dans R. Rashed (éd.), *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique: Hommage à Jules Vuillemin* (Paris, éd. CNRS, 1991), p. 115-130.

E. Giannakis, «yaḥyā ibn ʿAdī against John Philoponus on Place and Void», *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschften*, Band 12 (1998), p. 245-302.

V. Goldschmidt, *Écrits* (Paris, Vrin, 1984), t. I: Études de philosophie ancienne.

M. Gueroult, *Spinoza,* vol. II: *L'âme* (Paris, Aubier, 1974).

A. Heinen, «Ibn al-Haiṯams Autobiographie in einer Handschrift aus dem Jahr 556 H / 1161 A.D.», *Die islamische Welt zwischen Mittelalter und Neuzeit, Festschrift für Hans Robert zum 65* (Beyrouth, 1979), p. 254-279.

H. Hermelink, «Zur Geschichte des Satzes von der Lotsumme im Dreieck», *Sudhoffs Archiv für Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften*, Band 48 (1964), p. 240-247.

J. Hintikka, «Kant and the Tradition of Analysis», dans Paul Weingartner (éd), *Deskription, Analytizität und Existenz* (Salzburg-München, 1966).

J. Hintikka et U. Remes, *The Method of Analysis* (Dordrecht, 1974).

W. Hinz, *Islamische Masse und Gewichte umgerechnet ins metrische System* (Leiden, 1955).

Hobbes
Elementorum philosophiae sectio prima de corpore, dans *Opera philosophica quae latine scripsit omnia ...*, éd. G. Molesworth, vol. II (Londres, 1839).
Examinatio et emendatio mathematicae hodiernae, dans *Opera philosophica quae latine scrpsit omnia ..., éd.* G. Molesworth, vol. IV (Londres, 1865).

J. P. Hogendijk
«The Geometrical Parts of the *Istikmāl* of Yūsuf al-Mu’taman ibn Hūd (11th century). An Analytical Table of Contents», *Archives internationales d'histoire des sciences*, 41.127 (1991), p. 207-281.

Al-Sijzi's Treatise on Geometrical Problem Solving (Kitāb fī Tashīl al-Subul li-Istikhrāj al-Ashkāl al-handasiya), translated and annotated by Jan P.Hogendijk, with the Arabic text and a Persian translation by Mohammad Bagheri (Tehran, Fatemi Publishing Company, 1996); compte-rendu de P. Crozet dans *Isis*, 90.1 (1999), 110-111.
«Traces of the Lost *Geometrical Elements* of Menelaus in Two Texts of al-Sijzī», *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenscahften*, Band 13 (1999-2000), p. 129-164.

C. Houzel, «Histoire de la théories des parallèles», dans R. Rashed (éd). *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique: Hommage à Jules Vuillemin* (Paris, éd. CNRS, 1991), p. 163-179.

ابنُ أبي أُصَيْبِعَة، ***عُيونُ الأَنْباءِ في طَبَقاتِ الأطِبّاءِ***، تحقيق ن.رضا (بيروت ١٩٦٥).

ابن الهَيْثَمِ، ***مَجْموعُ رَسائِلِ ابنِ الهَيْثَمِ***، دار المعارف العثمانية ، (حيدر أباد، ١٩٤٧).

ابن متَّويه، ***التَذْكِرَة***، تحقيق سمير نصر لُطف وفيصل بدير عون (القاهرة، ١٩٧٥).

ابن سينا، ***الشِفاء: الطبيعيّات، ١ . السَماعُ الطبيعيّ***، تحقيق س. زايد، مراجعة مدكور (القاهرة، ١٩٨٣)؛ تحقيق جعفر الياسين (بيروت ١٩٩٦).
النجاة، تحقيق م. س. الكرديّ (القاهرة، ١٩٣٨).

A.M. Legendre, «Réflexions sur les différentes manières de démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme des trois angles du triangle», *Mémoires de l'Académie des sciences*, 12 (1833), p. 367-410.

G.W. Leibniz, *La Caractéristique géométrique*, texte établi, introduit et annoté par Javier Echeverría, traduit, annoté et postfacé par Marc Parmentier, coll. «Mathesis» (Paris, Vrin, 1995).

M. Mahoney, «Another Look at Geometrical Analysis», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. V, n° 3-4 (1968), p. 318-348.

I. Mueller, «Aristotle's Doctrine of Abstraction in the Commentators», dans R. Sorabji (éd.), *Aristotle Transformed: the Ancient Commentators and their Influence* (Londres, 1990), p. 463-484.

النديم، *كتاب الفهرست*، تحقيق ر. تجدُّد (طهران، ١٩٧١).

O. Neugebauer et R. Rashed, «Sur une construction du miroir parabolique par Abū al-Wafā' al-Būzjānī», *Arabic Sciences and Philosophy*, 9.2 (1999), p. 261-277.

أبو رشيد النيسابوريّ، *كِتابُ التَوْحيد*، حقّقه محمّد عبد الهادي أبو رضا (القاهرة، ١٩٦٥).

Pappus d'Alexandrie

Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit Latina interpretatione et commentariis instruxit F. Hultsch, 3 vol. (Berlin, 1876-1878).

La Collection mathématique, Œuvre traduite pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, 2 vol. (Paris / Bruges, 1933; Nouveau tirage Paris, 1982).

Pappus of Alexandria, Book 7 of the Collection. Part 1. *Introduction, Text, and Translation;* Part 2. *Commentary, Index, and Figures*, Edited with Translation and Commentary by Alexander Jones, Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences, 8 (New York / Berlin / Heidelberg / Tokyo, Springer-Verlag, 1986).

Philopon, *Ioannis Philoponi in Aristotelis Physicorum lubros quinque posteriores commentaria*, éd. H. Vitelli (*CAG* XVII) (Berlin, Reimer Verlag, 1888).]

Proclus, *In Primum Euclidis Elementorum librum Commentarii,* éd. G. Friedlein (Leipzig, 1873; reprod. Olms, 1967); traduction français de P. Ver Eecke, *Proclus: Les Commentaires sur le premier livre des Eléments d'Euclide* (Bruges, 1948).

M. Rashed, «Alexandre et la "magna quaestio"», *Les Études classiques*, 63 (1995), p. 295-351.

R. Rashed

«Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés aux XIII^e et XIV^e siècles», *Archive for History of Exact Sciences,* 28 (1983), p. 107-147; repris dans *Entre arithmétique et algèbre,* p. 259-299.

«Mathématiques et philosophie chez Avicenne», dans *Études sur Avicenne,* dirigées par J. Jolivet et R. Rashed (Paris, Les Belles Lettres, 1984), p. 29-39.
Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes (Paris, Les Belles Lettres, 1984), p. 29-39.
Sharaf al-Din al-Tūsī, Œuvres mathématiques. Algèbre et Géométrie au XII^e^ siècle, Collection «Sciences et philosophie arabes – textes et études», 2 vol. (Paris, Les Belles Lettres, 1986).
«Al-Sijzī et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition II-14 des *Coniques* d'Apollonius», *Archives Internationales d'Histoire des Sciences,* vol. 37, n° 119 (1987), p. 263-296.
«Ibn al-Haytham et les nombres parfaits», *Historia Mathematica*, 16 (1989), p. 343-352; repr. dans *Optique et mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe,* Variorum CS388 (Aldershot, 1992), XI.
«La philosophie mathématique d'Ibn-Haytham. I: L'analyse et la synthèse», *MIDEO*, 20 (1991), P. 31-231.
«L'analyse et la synthèse selon Ibn al-Haytham», dans R. Rashed (éd.) *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique: Hommage à Jules Vuillemin* (Paris, 1991), p. 131-162; reprod. Dans *Optique et mathématiques: recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe*, Variorum Reprints (Aldershot, 1992), XIV.
«La philosophie mathématique d'Ibn al-Haytham. II: Les Connus», *MIDEO*, 21 (1993), p. 87-275.
Géométrie et dioptrique au X^e^ siècle. Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham (Paris, Les Belles Lettres, 1993).
Les Mathématiques infinitésimales du IX^e^ au XI^e^ siècle.
Vol. I: *Fondateurs et commentateurs: Banū Mūsā, Thābit ibn Qurra, Ibn Sinān, al-Khāzin, al-Qūhī, Ibn al-Samḥ, Ibn Hūd* (Londres, al-Furqān, 1996).
Vol. II: *Ibn al-Haytham* (Londres, al-Furqān, 1993).
Vol. III. *Ibn al-Haytham. Théorie des coniques, constructions géométriques et géométrie pratique* (Londres, al-Furqān, 2000).
«Ibn Sahl et al- Qūhī: Les projections. Addenda & Corrigenda», *Arabic Sciences and Philosophy,* vol. 10.1 (2000), p. 79-100.
«Fermat and Algebraic Geometry», *Historia Scientiarum,* 11.1 (2001), p. 24-47.

R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrāhīm ibn Sinān: Logique et géométrie au X^e^ siècle* (Leiden, E.J. Brill, 2000).

R. Rashed et B. Vahabzadeh, *Al-Khayyām mathématicien* (Paris, Librairie Blanchard, 1999).

فخر الدين الرازيّ، ***كِتابُ المَباحثِ المَشْرِقِيّة***، (طهران، ١٩٦٦).

B.A. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry. Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, 12 (New York, Springer-Verlag, 1988).

A. Sabra, «One Ibn al-Haytham or Two? An Exercise in Reading the Bio-Bibliographical Sources», *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften,* Band 12 (1998), p. 1-50.

صاعِد الأندلسيّ، ***طَبَقاتُ الأُمم***، تحقيق هـ. بو علوان (بيروت، ١٩٨٥).

A. S. Saïdan, *The Works of Ibrāhīm ibn Sinān* (Kuwait, 1983).

السموأل، ***الباهِر***، تحقيق صلاح أحمد و رشدي راشد (دمشق، ١٩٧٢).

D. Sedley, «Philoponus' Conception of Space», dans R. Sorabji, *Philoponus and the Rejection of Aristotelian Science*, Ithaca, 1987, p. 140-153.

L. A. Sédillot, «Du *Traité* des Connus géométriques de Hassan ben Haithem», *Journal asiatique,* 13 (1834), p. 435-458.

F.A. Shamsi, «Properties of Triangles in Respect of Perpendiculars», dans Hakim Mohammad Said (éd.), *Ibn al-Haytham, Proceeding of the celebrations of 1000th anniversary* (Karachi, Times Press, Sadar, s.d.), p. 228-246.

D. Sourdel, *Le Vizirat abbaside*, Institut Français de Damas (Damas, 1959-1960).

ثابِت بن قُرَّة، ***رَسائِلُ ابنِ قُرَّة***، دار المعارف العثمانيّة (حيدر أباد، ١٩٧٦).

R.B. Todd, *Alexander of Aphrodisias on Stoic Physics* (leiden, 1976).

R. Taton, «La géométrie projective en France de Desargues à Poncelet», Conférence faite au Paris de la Découverte le 17 février 1951, p. 1-21.

F. Woepcke, «Notice sur une théorie ajoutée par Thābit Ben Qorrah à l'arithmétique spéculative des grecs», *Journal Asiatique,* IV, 2(1852), p. 420-429.

ياقوت الحمويّ، ***مُعْجَمُ الأُدَباء***، نَشْرَة بولاق (القاهرة، بدون تـــأريخ)، المجلّـــد الثالث.

حواشي النُصوص المَخْطوطِيَّة*

ص ١٤٨، السطر ١٤: انظر المُلاحظة ٣ في الحالة الخاصّة للأوتار المتساوية، ص ٨٠ – ٨١.

ص ١٤٩، السطر ٣: يستخدم ابنُ الهيثم الخاصيّةَ التالية: ثلاثةُ خطوطٍ مستقيمة متقاطعة تُحدِثُ على مستقيمين متوازِيَيْن قِسماً متشابهة (تطبيقٌ مباشرٌ لمشابهةِ المثلّثين).

ص ١٥٣،

- السطر ٥: وَفْقَ إقليدس، المقالة السادسة، القَضِيَّة ٣.
- السطر ٧ (النقطةالداخلة): النقطة الداخليّة والنقطة الخارجيّة في هذه الصياغة هما نفسهما النقطتان في القَضِيَّة السابقة.

ص ١٥٤، سطر ٦: يوجَدُ في المخطوطة قسمٌ مطموس في آخر السطر وقد رمّمناه كما يلي <ق النظيرة لنقطة>. الدائرة المحيطة بِ **هاجاط** لا تجوزُ على النقطة **ك**، وتمرّ بالنقطة **ق** المتناظرة مع النقطة **ك** بالنسبة إلى **هاج**.

ص ١٦٢،

- سطر ٥: إقليدس، المقالة السادسة، القَضِيَّة ٣.
- سطر ٦: نجد نفسَ الخاصيّة في كتاب ***المعطيات***، القَضِيَّة ٩٤ (الصفحة ٥٩٩ من ترجمة بييرارد *(Peyrard)*). وتَستخدمُ هذه القَضِيَّةُ نسبةَ مُشابهةِ مثلّثين وخاصيّةَ مَسْقَطِ مُنصّفِ الزاوية (إقليدس، ***الأصول***، المقالة ٦، القَضِيَّة ٣).

* تحاشياً للتكرار لقد تغاضينا في بعض الأمكنة عن ترجمة بعض التعليقات المذكورة في الحاشية النقديّة أو في الشرح (المترجم).

ص ١٦٣، السطر (٨ — ٩) (كما تبيّن من قبل): القَضِيَّة ١٧.

سطر (١٤ — ١٥) (قِسمة ذات وسطٍ وطرفين): طولُ الخطّ الأوّل يكون وسطاً في النسبة بين الطول الإجماليّ ومجموع طولَيِ الخطَّين الآخرين.

ص ١٦٤ الشكل في المخطوطة غير دقيق.

- سطر ٤ (من قبل): القَضِيَّة ١٧
- سطر ٤ (**د؟ج** يوتِّر قسمَيِ الدائرة): واحدةٌ من القوسين التي يوتِّرها **د؟ج** تُساوي خُمسَي محيط الدائرة، أي أنّ اثنتين من القسيِّ مرتبطتان بمسبّعٍ منتظم.
- سطر ٦: وِفق إقليدس في المقالة ١٣، القَضِيَّة ٩، لدينا نسبة **ز؟د** إلى **ج؟د** تساوي نسبةَ **ج؟ز** إلى **د؟ز**، وقد يكون مَردُّ النقص إلى سهوةٍ من الناسخ.

ص ١٦٥: الشكلُ المرسوم غيرُ واردٍ في المخطوطة.

ص ١٦٨: الشكل في المخطوطة مغلوط.

ص ١٧٠، سطر ١٢: يتعلّق الأمر بقسيٍّ نظيرةٍ للقسيّ المقتطعةِ بالزاوية التي يحدثُها المُماسُّ والقُطرُ.

ص ١٧٧: في الشكل المرسوم في المخطوطة يكون **ز؟م** موازياً لِ **ب؟د**.

ص ١٧٨،

- سطر ٢ <الدائرتين>: يُفترض أن تكون الدائرتان غير متساويتين.
- سطر ١٢، ينتج هذا التوازي من إقليدس: المقالة ٦، القَضِيَّة ٧.
- سطر ١٣ (نقطة ح): مساواة الزوايا في الرأس **د** لنظائرها من الرأس **ح** يُستنبطُ من موازاة الخطوط **د؟ب، د؟ج، د؟ا، د؟ن، د؟ل** للخطوط **ح؟ه، ح؟ز، ح؟ك، ح؟م، ح؟ج** التي تكون نظائرَها بالتحاكي المُمْركزِ في النقطة **ط** والذي يكون معاملُه مساوياً لنسبة **ط؟ح** إلى **ط؟د**.

ص ٣٠٥، سطر ١٦ (أوّل عند الآخر): قارن مع إقليدس، ***الأصول*** مقالة ٩، قَضِيَّة ١٥.

ص ٣٠٧،

- سطر ٤ (وهذا الشرط): إذا كان a و b عددين معلومين وكان k_1 وَ k نسبتين معلومتين، نبحث عن a_1 وَ a_2 ، b_1 وَ b_2 بحيث يكون

$$a_1 + a_2 = a\ ,\ b_1 + b_2 = b,\ a_1/\ b_1 = k_1,\ a_2/\ b_2 = k_2\ ,$$

هذه هي المسألة السادسة في النصّ، يُبيّن أنّه إذا كان $k_1 < k_2$، فمن الضروريّ أن يكون

$$k_1 < a\ /\ b < k_2.$$

- سطر ٧: العددان a وَ b معلومان. جِد عدداً x بحيث يكون

$$a/b = b/x\ ,\ (x = b^2/a)$$

ص ٣٠٨،

- سطر ٣: يريد الكاتب أن يقول إنّه توجد مجموعةٌ غيرُ منتهيةٍ من أزواج الأعداد المربّعة بحيث يكون مجموع طرفَي كلّ زوجٍ منها عدداً مربّعاً.
- سطر ٩: المقصود هنا، أنّه يوجد ثلاثة أنواع من المسائل وكلٌّ واحدةٍ منها لها عددٌ غيرُ منتهٍ من الحلول. فالدائرة المطلوبة يمكن أن:
  ١) تماسّ خارجيّاً كلَّ واحدةٍ من الدائرتين المعلومتين **ا** وَ **ب**.
  ٢) تماسّ داخليّاً **ا** وَ **ب**.
  ٣) تماسّ داخليّاً **ا** (أو **ب**)، وخارجيّاً **ب** (أو **ا**).
- سطر ١٠ يُفترض ضِمنيّاً أن تكونَ النقطةُ خارج الدائرة، وإلاّ لتطلّبت المسألةُ مناقشةً.

ص ٣١٧، سطر ١٣. يستحضر ابنُ الهيثم القطعةَ **س** بحيث تكون نسبة **ز** إلى **؟ه** مساويةً لنسبة **؟ه** إلى **؟س** وذلك بغية استخدام القَضِيَّة ٨ من ***المعطيات*** وبالتالي لإثبات أنّ نسبة **ز** إلى **س** معلومة (وهي تُساوي مربّعَ نسبة **ز** إلى **ه**)

ص ٣١٨، سطر ٣: يمكن الحصول على هذه الخلاصة استناداً إلى القَضِيَّة العكسيّة

للقَضِيَّة ٥٥ في نَشْرَةِ هيبرغ (Heiberg) أو القَضِيَّة ٥٦ من تحرير الطوسيّ.

ص٣١٩،

- سطر ٧: المقصود القَضِيَّة ٢٦ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ
- سطر ١٠: المقصود القَضِيَّة ٢٧ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٢٠،

- سطر ٢: المقصود القَضِيَّة ٤١ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ (*Heiberg*) وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٤: المقصود القَضِيَّة ٣٠ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ (*Heiberg*) وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٨: المقصود القَضِيَّة ٢٥ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ (*Heiberg*) وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٩: المقصود القَضِيَّة ٢٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ (*Heiberg*) وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٢١ سطر ١٧: المقصود القَضِيَّة ١١ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ.

ص ٣٢٢ سطر ١٠: المقصود القَضِيَّة ١٢ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ.

ص ٣٢٨ سطر ١٠: وبالفعل فالشرط كافٍ.

ص ٣٣٣ سطر ٤: الزيادة هنا ما هي إلاّ بناء إضافيّ، بناء مجموع القطعتين.

ص ٣٣٦ سطر ٢: مضروب عددين ذوي مجموع ثابت يكون الأعظم عندما يتساوى العددان. وبالفعل

$$4xy = (x + y)^2 - (x - y)^2$$

ولذلك فإنّ

$$xy = [(x+y)/2]^2 + [(x - y)/2]^2$$

ويكون المضروب xy الأعظم عندما يساوي مربّع نصف المجموع.

ص ٣٤٠،

- سطر ١٤: المقصود القَضِيَّة ٣٠ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٥: المقصود القَضِيَّة ٢٥ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٤١، سطر ٨: يريد القول إنّ القطعة **ح؟ه** على قُطرِ كلا الدائرتين.

ص ٣٤٢،

- سطر ٨ المقصود القَضِيَّة ٢٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٠ المقصود القَضِيَّة ٢٦ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٤٨،

- سطر ١٠: المقصود القَضِيَّة ٣٥ من ***الأصول*** وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ.
- سطر ١٢: القَضِيَّة الرابعة من هذا المؤَلَّف.

ص ٣٤٩ سطر (٤–٧): لقد كان من المفترض أن ترِدَ الفقرةُ المُتضَمّنةُ للأسطر ٤–٧ قبل هذا المحلّ المُرتبط على ما يبدو بانقطاعٍ للنصّ ملحوظٍ في المخطوطتين ب وَ س.

ص ٣٥٨، سطر ١٦: إذا كان أحدُ الأعدادِ المفروضةِ جمعاً فيه كسرٌ أو أكثرُ، فإنّ العدد السَمِيَّ هوالمخرجُ المشتركُ للكسر الذي نحصلُ عليه عند القيام بالجمع.

ص ٣٥٩،

- سطر ٧: المقصود القَضِيَّة ٢٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٩: المقصود القَضِيَّة ٢٥ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- الرسمة الأولى: في رسوم المخطوطة المتعلّقة بالقَضِيَّة ٢٠، نجد **د؟ز** موازيـــاً لِ **ا؟ب**، وبما أنّ الصياغة أشْمَلُ فقد أضفنا الشكلَ الموجودَ في أعلى الصفحة.

ص ٣٦٠، سطر ٢: المقصود القَضِيَّة ٢٥ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٦٢،

- سطر ٧: المقصود القَضِيَّة ٢٦ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

- سطر ٨: المقصود القَضِيَّة ٢٧ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٣: المقصود القَضِيَّة ٤١ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٧: المقصود القَضِيَّة ٢٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٦٦،

- سطر ٦: لا يوضحُ ابنُ الهيثم أنّ الدوائر المفروضة خارجيّةٌ ثُنـاءً ولا أنّ الـدائرة المطلوبة يجب أن تماسّ كلَّ واحدةٍ منها خارجيّاً. ولكن الرسوم والاستدلال يبيّنان ضرورة تبنّي هذه الفرضيّة، التي يذكرُها ابنُ الهيثم في الخلاصة.
- سطر ١٠: أي المستقيم الواصل بين مركز الدائرة المطلوبة ومركز إحدى الـدوائر المفروضة.
- سطر ١١: الأصول ٣ — ١٢.
- سطر ١٢–١٣: تلك هي أنصاف أقطار الدوائر المفروضة.

ص ٣٦٧: استُعمل حرف الزاي للدلالة عل نقطتين مختلفتين في رسم الشكل.

ص ٣٦٨،

- سطر ١: المقصود القَضِيَّة ٢٦ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٣: المقصود القَضِيَّة ٢٧ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ٦: المقصود القَضِيَّة ٣٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٢: المقصود القَضِيَّة ٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ.

ص ٣٦٩،

- سطر ٥: بما أنّ النقطتين **ص** وَ **ك** مفروضتان، فإنّ النـسبة **ص؟س** إلى **س؟ك**، في حال كانت غير مساوية لواحد، تُعْطي نقطتَين **س** على المستقيم **ص؟ك** وتكـون واحدةٌ منهما على القطعة، بينما تكون الأُخرى على أحد امتدادَيْها المـستقيمين، أمّا إذا كانت النسبةُ مُساويةً للواحد، فهي تُعطي نقطةً واحدةً **س** واقعـةً علـى **ص؟ك**، وهي النقطة التي يتناولُها ابنُ الهيثم.

- سطر ١٥: المقصود القَضِيَّة ٤٠ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٨: المقصود القَضِيَّة ٢٩ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.
- سطر ١٩–٢١: المقصود القَضِيَّة ٢٧ وَفْقَ نَشْرَةِ هيبرغ وتحرير الطوسِيّ.

ص ٣٧٠،

- سطر ١١: رقم القَضِيَّة غير مقروء في المخطوطة. وفرضُ الزاوية **ص؟ق؟ي** إضافةً إلى نسبة **؟ص؟ي** إلى **؟ي؟ق** لا يكفي لتحديد المثلّث **؟ص؟ي؟ق** على التقريب باستثناء مُشابَهة. ويمكن ألاّ يوجدَ أيُّ مثلّثٍ مُحقّقٍ لشروط المسألة. كما يمكن أن يكون لدينا مثلّثٌ أو اثنان مُحَقِّقان لشروطها. تتعلّق القَضِيَّة ٤١ من ***المعطيات*** بالحالة التي تكون فيها زاويةٌ ونسبةُ ضلعيها معلومين.
- سطر ١٢ وَفْقَ حالة الشكل، تكون الزاوية **ي؟ص؟ك** كمجموع أو كفارقٍ لزاويتين معلومتين.

ص ٣٧٢، سطر ٤: لا يُشير ابن الهيثم إلى أنّه، في الحالة التي تكون فيها الزاويةُ **ح؟ك؟ل** قائمةً (شكل الصفحة السابقة)، تتطابق النقطة **س** مع النقطة **ك**؛ وفي الحالة التي تكون فيها الزاوية **ح؟ك؟ل** منفرجةً، تقع النقطة **س** على الامتداد المستقيم لِ **ك؟ح**. سنرى في الشرح أنّ الاستدلال المطبّقَ في تحديد المستقيم **س؟ع** يبقى صالحاً في مختلف حالات الشكل.

ص ٣٧٤، سطر:

لكي نبرهن أنّ **ح؟ي** يساوي **ح؟و**، يمكن استبدالُ برهان الخلف بالبرهان التالي:

لدينا:

(١) **ح؟و٢ = ح؟ك . ح؟ص** (وَفْقَ البرهان)
(٢) **ح؟ي . ح؟ث = ح؟س . ح؟ك**(قوّة النقطة)

ولقد سبق ورأينا أنّ

(٣) : نسبة ي؟ث إلى س؟ص تساوي نسبة ح؟ك إلى ح؟و

نستنتج من (١) وَ (٢)، أنّ

ح؟و^{٢}+ ح؟و . ي؟ث = ح؟ك . ح؟ص + ح؟ك . س؟ص = ح؟ك . ح؟س

ويمكن كتابة (٢) كما يلي: ح؟ي^{٢}+ ح؟ي . ي؟ث = ح؟ك . ح؟س

ونحصل على

ح؟و^{٢}+ ح؟و . ي؟ث = ح؟ي^{٢}+ ح؟ي . ي؟ث

وهذا ما يعادل:

(ح؟و – ح؟ي)(ح؟و + ح؟ي + ي؟ث) = صفر

وهذا لا يمكن أن يتحقّق إلاّ إذا كان

ح؟و = ح؟ي.

ص ٣٧٧،

- سطر ١١: نشير إلى أنّ زجا يُستعمل هنا كطولٍ مساعدٍ لتحديد النقطة س على القطعة ص؟ك. كان باستطاعتنا أن نأخذ مباشرة نسبة س؟ص إ س؟ك التي تساوي نسبة ف؟م إ ف؟ز مضروبة بنسبة ق؟ص إلى ص؟ك.
- سطر ١٢: يوجد على المستقيم ص؟ك نقطتان س محدّدتان بالنسبة س؟ص إلى س؟ك. لا يتناول ابن الهيثم سوى النقطة الموجودة على القطعة ص؟ك. ولكنّ النقطة الثانية ملائمةٌ أيضاً للبحث عن الدائرة المُماسّة، إذا ما كانت موجودة على المستقيم ص؟ك ما بعد النقطة ؟ك.

ص ٣٧٩،

- سطر ١٦: إن الضرب طرفاً بطرف لعلاقات التساوي الثلاث التالية

ف؟م \ ز؟و = س؟ص \ ل؟ق ؛ ف؟ز \ ف؟م = ن؟س \ س؟ص ؛
ع؟و \ ف؟ز = ل؟ن \ ن؟س،

يُعطي

ع؟و \ ز؟و = ل؟ن \ ل؟ق

ص ٤٧١، سطر ١٣: انظر أرسطو، ***الطبيعّيات***، ٤-٢١٩ب.

ص ٤٧٦، سطر ١٢: قارن بِ : إقليدس، ***المعطيات*** ٦.

ص ٤٨١، سطر ١٨: راجع المجلّد الثالث، الفصل الرابع.

ص ٤٨٢، سطر ٣: راجع الشرح الوارد في دراسة وضع الخطّ بالنسبة إلى النقاط الثابتة.

ص٤٨٣، سطر ٢١ وَ ٢٦: لا يشير ابن الهيثم إلى أنّ المقصود هنا هو سطح مستوي.

ص ٤٨٦، سطر ٦: مقياس وحدة لقياس الأوزان.

ص ٤٩٠، سطر ١٧: وَفْقَ إقليدس، ***المعطيات*** ٥١.

ص ٤٩٢،

- سطر ٧: النقطة **ز** معلومة الوضع إذاً.
- سطر ١٧: انظر الشرح.

ص ٤٩٦، سطر ٩: يؤكّد ابن الهيثم أنّ وضع النقطة **د** يبقى نفسه أينما وُضعت النقطة **جـ** التي تحقّق شروط المسألة.

ص ٥٠٠،

- سطر ٣: خطّان موازيان لِ ا؟ب يحقّقان شروط المسألة.
- سطر ١١: إقليدس، ***الأصول*** ١ -٣٩.
- سطر ١٥: إذا قطع مستقيمٌ موازٍ لخطّ المَرْكَزَيْن الدائرتين فإنّه يقطعُ كلَّ واحـــدةٍ

منهما على نقطتين. ويمكن أن نُرْفِقَ بكلّ نقطةٍ من نقطتَيِ الدائرة الأولى نقطةً أو أخرى من نقطتَيِ الدائرة الثانية وبالتالي قطعتين. ويوردُ ابنُ الهيثم إشارةً دقيقةً في اختياره للنقاط المُرْفَقَة.

ص ٥٠٤، سطر ١٣: قوّة نقطة داخليّة بالنسبة إلى الدائرة (إقليدس، ***الأصول***، ٣-٣٥).

ص ٥٠٥، سطر ١٤: وكأنّما النصّ يفترض أنّ النقاط المفروضة خارج الدائرة.

ص ٥٠٦، سطر ٨: ضرب طولَي قطعتين هو مساحةُ المستطيل المُحاط بهذينك القطعتين.

ص ٥٠٨، سطر ٥: وَفْقَ الملاحظة الواردة في نهاية القَضِيَّة ١٨.

ص٥١١، سطر ٢: النقطتان **ح** وَ **ط** لا تقعان بالضرورة على نفس نصف الدائرة التي قطرها **هد**. ويبقى الاستدلال صالحاً.

ص ٥١٣، إقليدس، ***الأصول*** ٣-٣٥.

ص ٥١٥،

- سطر ٤: إقليدس، التحديدان ٧ وَ ٨ من ***المعطيات***.
- سطر ٩: إقليدس، ***المعطيات***، ٨٨ وَ ٨٩.

ص ٥١٦، سطر ١١: ينبغي أن نفترض أنّ **جب** وَ **ده** قطعتان متوازيتان لهما مَنْحَيَان متضادّان لكي تكون القطعتان **جح** وَ **دز** كذلك أيضاً. لنلاحظ أن النقطتين **ب** وَ **ه** لا يرِدُ ذكرهما فيما بعد.

ص ٥٣٤، سطر ٦: يكون هذا إذا كانت الزاوية المعلومة **بهج** قائمةً.

ص ٥٣٥،

- سطر ٤: يميّز ابن الهيثم حالتين لدائرتين متساويتين: مُماسّ

خارجيّ مشترك (الشكل الأيسر في أعلى الصفحة) ومُمـــاسّ داخلـــيّ مـــشترك (الشكل الأيسر في أسفل الصفحة).

- سطر ٥٣٦، سطر ١: انظر الشكلين في أسفل الصفحة السابقة.

ص ٥٩٦، سطر ١٠: انظر التعليل في الشرح.

ص ٥٩٨، سطر ٢١: ينبغي أن يكون مربّع **ز؟ح** أكبرَ أو يُساوي مجمـــوعَ مربّـــعِ **ا؟ب** ومربّعِ أربعةِ أضعافِ **ج؟د**، ولكن **ه؟د** يُساوي ضعفَي **ج؟د**، فينبغي إذاً أن يكون مربّـــعُ **ز؟ح** أكبرَ أو يُساوي مجموعَ مربّعِ **؟ا؟ب** ومربّعِ أربعةِ أضعاف **ه؟د** (انظر الشرح).

ص ٥٩٩، سطر ١٣: إقليدس، ***الأصول*** ٣–١٥.

ص ٦٠١، سطر ١٢: انظر قَضِيَّتي القدماء في المُلحق الأوّل.

ص ٦٠٣، سطر ١٠: تقع مساقطُ الأعمدة على أضلاع المثلّث وليس على امتدادها.

ص ٦٠٥، سطر ٣: لأنّ المثلّثين **ب؟د؟ه** وَ **ب؟ج؟ه** متشابهان.

ص ٦٠٧،

- سطر ١١: القَضِيَّة١.
- سطر ١٢: القَضِيَّة ٣.

ص ٦٠٨،

- سطر ٧: وبالفعل فالمثلّث **ا؟د؟ب** قائمُ الزاوية مختلفُ الأضلاع.
- سطر ١٠: انظر الشرح.

ص ٧٢٩، سطر ١٤: المقصود طبعاً زاويتان كلّ واحدةٍ منهما تساوي نـــصفَ الزاويـــةِ الثالثة.

ص ٧٣٨،

- سطر ٨: المقـــصود دون شـــك ***دوائر أرشميدس المتماسّـــة*** الـــتي

ذكرها النديمُ من جُملةِ مؤلّفات أرشميدس (الفهرست، ص ٣٢٦). راجع *رسائل ابن قرّة*، منشورات حيدرأباد ١٩٤٧.

- سطر ٢٣: المقصود القضايا والمقدّمات.

ص ٧٤٠، سطر ١٠: انظر الشرح.

ص ٧٤١، سطر ١٢: انظر الشرح، ص ٦٦٢.

ص ٧٤٤، سطر ٦: أي في التحليل.

ص ٧٤٦، سطر ١١: أي في الداخل.

الشكل: نقرأ على الشكل في المخطوطة حرف **ك** عوضاً عن حرف **ل** وذلك خلاف ما يرِدُ في صلب النصّ.

ص ٧٤٧،

- سطر ١٨: المقصود نسبة **ا؟ط؟ح** إلى **ا؟ح؟ج** ونسبة **ا؟ح؟ج** إلى **ا؟ب؟ح**، اللّتان يكون ضربُهما مساوياً لنسبة **ا؟ط؟ح** إلى **ا؟ب؟ح**.
- سطر ٢١: المقصود المثلّث **ا؟ح؟ب**.
- سطر ٢٢: لدينا: نسبة **ح؟ج؟ا** إلى **ا؟ح؟ب** تساوي نسبةَ **ح؟ج؟ا** إلى **ا؟ط؟ح** مضروبةً بنسبة **ا؟ط؟ح** إلى **ا؟ح؟ب**، ما يساوي نسبةَ مجموع **ا؟ط؟ح** وَ **ح؟ط؟ج** إلى **ا؟ط؟ح**، مضروبةً بنسبة **ط؟ح** إلى **ح؟ب**.

ص ٧٥٠، سطر ٩: في ***كتاب براهين كتاب إقليدس في الأصول على سبيل التوسّع والارتياض***، يناقش السجزيُّ قضايا صدر المقالة الثالثة عشرة من ***الأصول*** حول القسمة على نسبةٍ ذات وسطٍ وطرفين وحول المُخمّس المنتظم (راجع مخطوطة دبلن، سيستربيتي، رقم ٣٦٥٢، ص ٢٨و-٢٩و).

ص ٧٥١، الشكلان: هذان الشكلان غير موجودين في المخطوطة.

سطر ١٣: النقطة ه على الدائرة ا؟د؟ب.

ص ٧٥٤،

- سطر ١٠: انظر الشرح (الحاشية ٢٣ على الصفحة ٦٧٦).
- سطر ١١: انظر الشرح. (الحاشية ٢٣ على الصفحة ٦٧٦).

ص ٧٥٨،

- سطر ٢: في المخطوطة نجد كلمة "أعظم" ولكن برهان السجزي يؤكّد أنّ المفروض أن تكون الكلمة "أصغر".
- سطر ١٢: يبدو أنّ الشكل في المخطوطة قد بُني انطلاقاً من نصف دائرة ا؟ج؟ب. ويبقى الاستدلال نفسه صحيحاً بالنسبة إلى الدائرة، ويمكن أن يكون لدينا ا؟ج؟ب أكبر أو أصغر أو مساوٍ لِ π.

ص ٧٥٩، سطر (٤–٥): أي الزاويتان د؟ب؟ا وَ ج؟ا؟ب.

ص ٧٦٦،

- سطر ٨: يستخدم السجزيُّ الحرف ط للدلالة على نقطتين مختلفتين في الشكلين الأخيرين.
- سطر ١١: المفترض ضمنياً أن تقع النقطة ه، وهي نقطة رأس المثلّث ا؟ه؟ب، على القوس ج؟د (باستثناء الطرفين) وذلك في الحالة الأولى؛ وعلى القوس ج؟ط (باستثناء الطرفين) في الحالة الثانية والثالثة.

ص ٨١٧، راجع وصفَ المخطوطة في المجلّد الأوّل من هذا الكتاب.

ص ٨١٨، سطر ٤: المستقيم ك؟ل.

ص ٨١٩،

- سطر ٢: لا يعلّل ابن هود هذه النتيجة.

- سطر ١١: علاقة التساوي هذه لا تُمكّننا من الاستنتاج.

ص ٨٢٠، الشكل الأيسر في أعلى الصفحة: إذا تطابقت النقطة **ص** مع النقطة **ج** تتطابقُ النقطتان **ف** وَ **ت** مع **ا** وَ **ن** وَ **م** كذلك.

ص ٨٢١، سطر ١٢: لا يذكرُ ابنُ هود أنّا نحصل على نقطة التماسّ الثانية بنفس الطريقة.

ص ٨٢٨، سطر ١: المقصود المستقيم **د؟ب** لأنّ **ل؟ك** لا يقطع **ا؟ج** ولا بأيّ حال من الأحوال.

ص ٨٢٩، سطر ١١: لأنّ **ه؟ج** موازٍ لِ **ا؟ب**.

ص ٨٤٥، سطر ٧: نلاحظ أنّه بالنسبة إلى البَغداديّ، ليس ابنُ الهيثم اكثرَ من "علميّ بحت" يجهلُ فنَّ المنطق، راجع القسم الأخير في المجلّد الثالث من هذا الكتاب.

ص ٨٤٧، سطر ٥: أي الحركة الدائريّة المنتظمة.

الفهرس (أسْماء ومُصْطَلَحات)

١– أسْماء

– ب –

– ت –

– ث –

– ش –

– ص –

– ط –

– ظ –

- و -

- ي -

٢– مصطلحات

– ت –

– ع –

– ض –

– ط –

– ف –

– ق –

– ك –

– ل –

– م –

— ن —

— هـ —

— و —

هذا الكتاب

لقد صدر للأستاذ رشدي راشد، باللغة الفرنسية، خمسة مجلدات، غاية في الضخامة، وتحت عنوان واحد: **الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة** (بين القرنين التاسع والحادي عشر الميلادي).

وهذا هو **المجلد الرابع**، بعنوان: **الحسن بن الهيثم: المناهج الهندسية • التحويلات النقطيّة • فلسفة الرياضيات**. وسيجد القارئ في هذا الجزء فصولاً في الهندسة نضجت عند رياضيي هذه الفترة، خاصة ابن الهيثم؛ فهو يعالج «التحويلات الهندسية» و«الفن التحليلي»، وكذلك يضع علماً جديداً تصوّره لإقامة الهندسة على أسس ومفاهيم تتضمن مفهوم الحركة، مخالفاً بهذا التصوّر الأقليدسيّ، وسمّى هذا العلم بـ «المعلومات». وفي هذا المجلد إحدى عشرة رسالة، منها ستُّ رسائل لابن الهيثم، حُقِّقت وتُرْجمت وحُلِّلت وأُرِّخ لها، لما فيها من نظرياتٍ رياضية لأوّل مرّة.

وتبقى الترجمة العربية لهذه المجلدات الخمسة، محافظةً، حتى درجة عالية من المسؤولية والحِرَفية، على ما جاء في النص الأصلي (باللغة الفرنسية). وهو جهد جليل للمؤلِّف والمترجمين وفريق العمل العلمي والتقني.

وهو إنجاز تراثي كبير يقدِّمه **مركز دراسات الوحدة العربية**، بالتعاون مع **مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية**، إلى القارئ العربي.

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: ٦٠٠١ ـ ١١٣
الحمراء ـ بيروت ٢٤٠٧ ٢٠٣٤ ـ لبنان

تلفون: ٧٥٠٠٨٤ ـ ٧٥٠٠٨٥ ـ ٧٥٠٠٨٦ ـ ٧٥٠٠٨٧ (٩٦١١+)

برقياً: «مرعربي» ـ بيروت

فاكس: ٧٥٠٠٨٨ (٩٦١١+)

e-mail: info@caus.org.lb

Web site: http://www.caus.org.lb

الثمن للمجموعة الكاملة
للأفراد: ١٠٠ دولار أو ما يعادلها
للمؤسسات: ١٥٠ دولاراً أو ما يعادلها



ISBN 978-9953-82-376-8